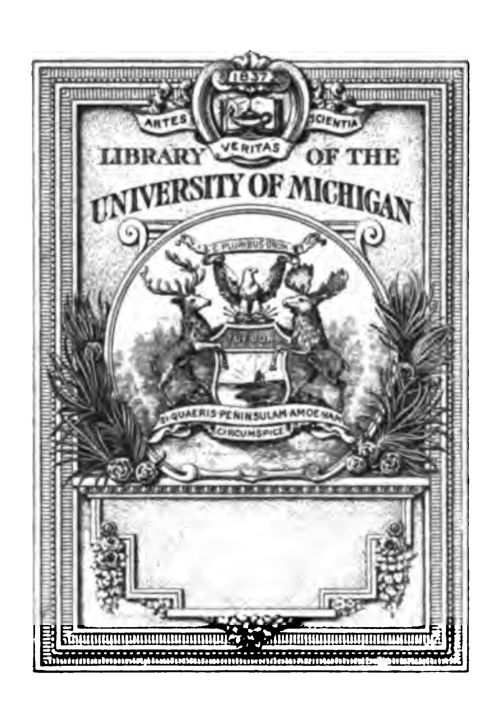

1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

Zeitschrift

für

mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Ein Organ für Methodik, Bildungsgehalt und Organisation der exakten Unterrichtsfächer an Gymnasien, Realschulen, Lehrerseminarien und gehobenen Bürgerschulen.

(Zugleich Organ der Sektionen für math. und naturw. Unterricht in den Versammlungen der Philologen, Naturforscher, Seminar- und Volksschul-Lehrer; giebt auch Mitteilungen über den „Verein zur Förderung des Unterrichts i. d. Mathematik und i. d. Naturw.")

Unter Mitwirkung

der Herren Prof. Dr. Bauer in Karlsruhe, Univ.-Prof. Dr. Frischauf in Graz, Dr. Günther, Prof. a. d. techn. Hochschule in München, Prof. Dr. Haas in Wien, Geh.-R. Dr. Hauck, Prof. an der techn. Hochschule in Berlin, Gewerbeschul-Dir. Dr. Holzmüller in Hagen, Realgymnasial.-Prof. Dr. Lieber in Stettin, Gymnas.-Obl. v. Lühmann in Königsberg i/N., Obl. Dr. Schotten in Cassel und Prof. Wertheim in Frankfurt a/M.

herausgegeben

von

J. C. V. Hoffmann.

Sechsundzwanzigster Jahrgang.

TG

Leipzig,

Druck und Verlag von B. G. Teubner.

1895.

Inhaltsverzeichnis des 26. Bandes.

I. Abteilung.

Abhandlungen, gröfsere Aufsätze, kleinere Mitteilungen. Sprech- und Diskussions-Saal. Aufgaben-Repertorium.

A. Organisation des math.-natw. Unterrichts im Allgemeinen.

B. Spezielle Methodik und Didaktik des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

I. Mathematik.

a) Arithmetik.

*) Abkürzungen: O.-A. = Original-Artikel. — Kl. M. = Kleine Mitteilung. — Sp.-S. = Sprechsaal. — A.-R. = Aufgaben-Repertorium.

b) Geometrie.

α) *Planimetrie.*

β) *Trigonometrie und Stereometrie nebst Projektionslehre.*

II. Naturwissenschaften.

a) Physik.

b) Naturgeschichte (Naturbeschreibung) inclus. Geographie.

Vacat.

C. Beiträge zum Aufgaben-Repertorium.

A. Auflösungen.

B. Neue Aufgaben.

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

NB. Die Briefkästen zum A.-R. stehen immer am Schlusse desselben: S. 32. 111. 191. 280. 352. 431. 505. 579. (S. 191 eine Notiz von Schwatt-Philadelphia über den Brocardschen Kreis).

Genauere Nachweise über das Aufgaben-Repertorium.

Nr. der Aufgabe	Gattung d. Aufg.	Aufgaben-steller	Band Heft Seite der Aufgabe	Der Auflösungen Zahl	Art	Verfasser	Seite d. Aufl.
1276	ar.	Haas	XXV_3, 192	1	R.	Brmb., Bsk., Blz., Frz., Gla., Hs., Rtg., Sie., Stgm., Vllh.	18
1277	gm.	Bücking	"	3	gm. u. R.	Bsk., Bkl., Bckg., Emm., Fhrm., Gla., Hbrld., Mfsg., Stcklb., Stgm., Stl., Vllh., Wst.	19
1278	gm. Konst.	Emmerich	"	4	"	Brmb., Bls., Bkl., Drxl., Emm., Fhrm., Gla., Hbrld., Rtg., Stcklb., Stgm., Stl., Vllh., Wst.	"
1279	gm.	Bücking	"	1	gm.	Bsk., Bkl., Emm., Stgm., Stl.	20
1280	"	Glaser	"	3	gm. u. R.	Gla., Kckr., Stl. ...	21
1281	Ell.	Rulf	XXV_3, 193	1	"	Frz., Fhrm., Gla., Hndl., Knbl., Rlf., Stcklb., Stgm., Stl.	23
1282	"	"	"	2	"	Emm., Frz., Fhrm., Gla., Hndl., Rlf., Stcklb., Stgm., Stl.	24
1283	ster.	Bökle	"	1	gm.	Bkl.	25
1284	"	"	"	1	"	Bkl., Emm., Kbl. ..	"
1285	ar.	Haas	XXV_4, 278	1	R.	Bsk., Drxl., Hs., Rtg., Sie., Vllh..	26
1286	"	"	"	2	"	Bsk., Hs., Rtg., Sie., Vllh.	"
1287	"	"	"	2	"	Bsk., Gla., Hs., Rtg., Sie.	27
1288	"	Emmerich	"	1	"	Drxl., Emm., Frz., Fhrm., Gla., Kbk., Mfsg., Rsk., Sch.-Tgg., Sie., Stcklb., Stgm., Stl.	103
1289	"	Niseteo	"	1	"	Brmb., Bsk., Drxl., Emm., Gla., Kbk., Mzl., Nis., Sie., Stgm., Stl., Wrzl.	"
1290	gm.	Bücking	XXV_4, 279	1	gm.	Bckg., Emm., Frhm., Stgm., Stl.	101
1291	"	Emmerich	"	2	gm. u. R.	Bsk., Drxl., Emm., Frz., Fhrm., Sie., Stcklb., Stgm., Stl., Wst.	"
1292	gm. Konst.	Krüger	"	3	"	Bsk., Drxl., Emm., Fhrm., Hbrld., Kbk., Krg., Lhm., Mfsg., Rtg., Sie., Stcklb., Stgm., Stbrt., Vllh., Zdr.	105
1293	gm.	Pappit	"	1	"	Bsk., Drxl., Frz., Fhrm., Gla., Hbrld., Jmr., Kbk., Mfsg., Pap., Rsk., Rtg., Sie., Sch.-Tgg., Stcklb., Stgm., Swt., Wit., Zdr.	106

Nr. der Aufgabe	Gattung d. Aufg.	Aufgaben-steller	Band Heft Seite der Aufgabe	Der Auflösungen			Seite d. Aufl.
				Zahl	Art	Verfasser	
1294	gm.	Pappit	XXV$_4$, 279	1	gm. u. R.	Bsk., Frz., Fhrm., Gla., Jmr., Kbk., Pap., Rsk., Rtg., Sie., Stoklb., Stgm., Swt., Wst., Zdr.	106
1295	„	„	„	1	R.	Brmb., Bsk., Drxl., Frz., Fhrm., Gla., Hbrld., Jmr., Kbk., Mfsg., Pap., Rsk., Rtg., Sie., Stoklb., Stgm., Swt., Zdr.	„
1296	„	„	„	1	„	Bsk., Drxl., Frz., Fhrm., Gla., Hbrld., Jmr., Kbk., Mfsg., Pap., Rsk., Rtg., Sie., Stoklb., Stgm., Swt., Wst., Zdr.	107
1297	„	„	XXV$_5$, 351	1	gm. u. R.	Brmb., Bsk., Bkl., Frz., Gla., Hbrld., Jmr., Mfsg., Pap., Rsk., Rtg., Sie., Stoklb., Stgm., Swt., Zdr.	„
1298	„	„	„	2	„	Bsk., Bkl., Fhrm., Gla., Hbrld., Jmr., Mfsg., Pap., Rsk., Rtg., Sie., Stoklb., Stgm., Swt., Zdr.	„
1299	„	„	„	1	R.	Brmb., Bsk., Bkl., Fhrm., Gla., Hbrld., Jmr., Pap., Rsk., Rtg., Sie., Stoklb., Stgm., Swt., Zdr.	108
1300	„	Stoll	„	1	gm.	Stgm., Stl.	„
1301	„	„	„	1	„	Fhrm., Stgm., Stl.	109
1302	„	Krüger	„	3	gm. u. R.	Bsk., Emm., Fhrm., Gla., Hbrld., Jmr., Krg., Mfsg., Rsk., Rtg., Sie., Stoklb., Stgm., Stl., Wst.	176
1303	gm. Konstr.	Emmerich	„	4	„	Bsk., Emm., Fhrm., Gla., Lhm., Rtg., Stgm., Stl., Vllh.	„
1304	gm.	„	„	1	„	Bsk., Emm., Gla., Stgm., Stl.	178
1305	„	Junker	„	2	„	Emm., Fhrm., Gla., Jnk., Mfsg., Stoklb., Stgm., Stl.	179
1306	„	„	XXV$_5$, 252	2	„	Emm., Fhrm., Gla., Hbrld., Jnk., Mfsg., Stoklb., Stgm., Stl.	180
1307	goniom.	„	„	4	„	Bsk., Emm., Fhrm., Gla., Hbrld., Jnk., Mfsg., Nis., Rsk., Rtg., Sie., Stoklb., Stgm., Stl.	„
1308	Optik	Emmerich	„	1	R.	Emm., Rtg., Stoklb., Stgm., Stl., Wst.	181
1309	ar.	Tafelmacher	„	1	„	Bsk., Emm., Stoklb., Stgm.	„

Abkürzungen der Namen der Mitarbeiter am Aufg.-Repert.

Bmb. = Bermbach
Bsk. = Beseke
Beyl = Beyel
Blz = Bilz
Bkl. = Bökle
Brckr. = Brückner
Bckg = Bücking
Dnll = Daenell
Drr. = Dörr
Dre. = Drees
Drx. = Drexler
Emm. = Emmerich
Frk. = von Frank
Frz. = Franz
Fhrm. = Fuhrmann
Gla. = Glaser
Hs = Haas
Hbrld = Haberla n d
Hndl = Handel
Hllm. = Hellmann
Hnk. = Henke
Hls. = Hülsen
Jmr = von Jettmar
Isk = Isak

Jnk.	= Junker	Mrzl	= Merzel	Sie.	= Sievers
Klg	= Klug	Mior.	= von Miorini	Stcklb.	= Steckelberg
Knt	= Kniat	Nis.	= Niseteo	Stgm.	= Stegemann
Knbl.	= Knobloch	Pap.	= Pappit	Stbrt	= Steinbart
Knp.	= Knops	Rsk.	= Reisky	Stnrt	= Steinert
Kch	= Koch	Rttch	= Rettich	Stl	= Stoll
Kbk.	= Koebke	Rcht.	= Richter	Swt.	= Switalski
Krnk	= Korneck	Rtg.	= Ritgen	Szpth.	= Szeprethy
Krg.	= Krüger	Rsn	= Roesen	Tflm.	= Tafelmacher
Kckr	= Kücker	Rlf	= Rulf	Vllh.	= Vollhering
Lhm.	= von Lühmann	Rmlr	= Rummler	Wlr	= Weiler
Mfsf.	= Mafsfeller	Schw.	= von Schaewen	Wst.	= Weinmeister (Leipzig)
Mfsg.	= Mafsinger	Schl.	= Schlömilch	Wzl	= Wrzal
Mth.	= Mathesis	Sch.-Tgg.	= Schulte-Tigges	Zdr	= Zander

Zusammen 66.

II. Abteilung. Litterarische Berichte.

Rezensionen und Anzeigen. Programmschau. Zeitschriftenschau. Bibliographie.

A. Rezensionen und Anzeigen.*)

I. Reine Mathematik.

A) Compendien und Übungsbücher.

B) Einzelne Zweige der Mathematik.

a) *Arithmetik.*

---

*) Das genauere nach den Verfassern alphabetisch geordnete Rezensionen-Verzeichnis s. S. XIV.

b) *Geometrie.*

c) *Höhere Mathematik.*

II. Angewandte Mathematik.

Kritischer Sprechsaal.

III. Naturwissenschaften.

a) Physik.

b) Chemie.

c) Naturgeschichte.

d) Geographie (inclus. mathematische).

e) Pädagogisches und Geschichtliches.

Alphabetisches Rezensionen-Verzeichnis zu diesem Bande.

(Vergl. die Fufsnote zu dem ähnl. 1. Verzeichnis Bd. XV, S. XVI.)

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Staaten resp. Provinzen:

*) Die nachträglich mitgeteilten Programme des Grofsherzogtums Baden aus den Jahren 1879—1894, der Zahl nach 17, sind nicht ausführlich, sondern nur dem Titel nach aufgezählt in Heft 5, S. 362 u. f.

Genauerer Nachweis der in diesem Bande angezeigten Programme, nach den Verfassern alphabetisch geordnet.*)

(Angelegt auf Wunsch vieler Leser in Bd. XXV und weitergeführt.)

Verfasser	Abgekürzter Titel des Programms	Anstalt	Ort	Bericht-erstatter	Seite
Ackermann . .	Statistik der Kasseler Oberrealschule (Rückschau auf 100 Semester)	ORS.	Kassel	Ackermann	112
Amhof.	Prinzip der conformen Abbildung, angew. auf d. Problem d. Elastizität	Ernestinum R.	Coburg	Gantzer	298
Ahrens . . .	Tabellen z. Bestimmung der in der Umgebung v. Burg wildwachsenden Phanerogamen	Königl. Victoria-G.	Burg	„	289
Beck.	M. Christian Daums Beziehungen zur Leipziger gelehrten Welt während der sechziger Jahre des 17. Jahrh.	Königl. G.	Zwickau		207
Beyse	Schul-Flora v. Bochum	Städt. ORS.	Bochum	Leonhard	367
Biedermann .	Die wissenschaftliche Bedeutung d. Hypothese	Annensch. RG.	Dresden		207
Bohle	Der vorbereitende geom. Unterricht in Quinta	R.	Crefeld	Norrenberg	45
Börner.	Methodischer Leitfaden d. Experimentalphysik für höhere Schulen	RG.	Elberfeld	„	46
Breuer.	Die Lehre von den Logarithmen	Pr.-G.	Wipperfürth	„	594
Brinkmann . .	Die geologischen Verhältnisse Forbachs	Pr.-G.	Forbach	Schäffer	522
Buckendahl. .	Die flüssige Kohlensäure, ihre Darst., Eigensch. und Verwendung	Bürgerschule	Düsseldorf	Norrenberg	46
Bühring. . . .	Verwendung des Prinzips d. Erhaltung d. Energie bei d. Unterricht u. s. w.	Fürstl. Stollbergsches G.	Wernigerode	Gantzer	292
Dickmann. . .	Zur Auflösung der dreigliedrigen irrationalen Gleich. m. beliebigen Radikanden	R.-Pr.-G.	Viersen	Norrenberg	42
Entwurf. . . .	zu einem Lehrplan f. das Königstädtische Realgymnasium in Berlin. (III. Naturbeschreibg.)	Königstädt. RG.	Berlin	Stegemann	443
Engels.	Einwirkung des gasförm. Phosphorwasserstoffs auf u. s. w.	RG.	Aachen	Norrenberg	509

*) Abkürzungen: G. = Gymnasium. R. = Realschule. RG. = Realgymnasium. G.-Sch. = Gewerbeschule. HBS. = Höhere Bürgerschule. HS. = Handelsschule. ORS. = Oberrealschule. Pr.-G. = Progymnasium. RL. = Reallehranstalt.

Verfasser	Abgekürzter Titel des Programms	Anstalt	Ort	Bericht-erstatter	Seite
Falke	Die Berechnung d. Logarithmen nach einem einfachen elementaren Verfahren	Fürstl. G.	Arnstadt	Gantzer	299
Festschrift	25jähr. Jubiläums-Festschrift	RL.	Essen	Norrenberg	597
Finsterbusch	Beitrag zur synthetischen Geom. ebener Kreissysteme	R.	Werdau i. S.	Sievers	210
Frenzel	Die neuen Lehrpläne in der Mathematik. Ihre Durchführbarkeit	Pr.-G.	Lauenburg i. P.	Stegemann	448
Fresdorf	Die mittlere Erddichte. Methoden ihrer Bestimmung	G.	Weifsenburg i. E.-L.	Schäffer	522
Gauger	Über d. Lösung v. Gleich. durch best. Integrale	RG.	Stralsund	Stegemann	450
Genest	Bemerkungen zum erdkundl. Unterr. auf höh. Lehranst. n. d. n. Lehrpl.	G.	Halle a/S.	Gantzer	290
Gottschalk	Konjugierte Poinsot-Bewegungen	G.	Herford	Leonhard	365
Glaser	Kegelschnitts-Bestimmung aus den Koeffizienten d. homogenen Gleich. 2. Grades	R.-Pr.-G.	Homburg v. d. H.	Ackermann	116
Grabendörfer	Beiträge zur Orographie u. Geognosie v. Pforzheim und Umg.	R.	Pforzheim	Strack	365
Griesmann	Unsere Ursaale und das Saalthal	RG.	Saalfeld	Gantzer	289
Grube-Einwald	Geogn.-geolog. Exkursionen in d. Umgebung Frankenhausens	RG.	Frankenhausen a. Kyffhäuser	"	298
Guiard	Der botanische Unterricht auf dem Gymnasium	G.	Dramburg	Stegemann	447
Heiniger	Der Philosoph Krause als Mathematiker	Christ.-G.	Eisenberg	Gantzer	297
Henrici	Einführung in d. indukt. Logik an Bacons Beisp. nach Stuart Mill	G.	Heidelberg	Strack	368
Hermes	Vielflache (Ans. u. Form)	Kölln. G.	Berlin	Stegemann	441
Herwegen	Geschichte u. Inhalt der physikal. u. naturhist. Kabinete	RG.	Köln	Norrenberg	46
Hoffmann (B.)	Geod. und magnet. Constanten d. phys. Lehrzimmers u. des Orts N.	RG.	Nordhausen	Gantzer	294
Hoffmann (O.)	Neuere Systematik der Compositen	Fr.-W.-G.	Berlin	Stegemann	439
Hoffmann (Ed.)	Kürzestes Verbindungssystem zw. 4 Punkten der Ebene	G.	Wetzlar	Norrenberg	596
Holtze	Kleine mathem. Abhandlungen (Freier Fall, logar. L., harm. Reihe, Satz Cauchys u. s. w.)	Dom-G.	Naumburg	Gantzer	293
Hupe	Bolometrische Arbeiten (Wärmemessung)	R.	Charlottenburg	Stegemann	447
Keesebiter	Zur Hygieine d. Schuljugend	4. R. (h. B.)	Berlin	"	445

C. Zeitschriftenschau.

D. Bibliographie.

III. Abteilung. Pädagogische Zeitung.

Versammlungs-Berichte, nebst gehaltenen Vorträgen in den Versammlungen.

Geschichtliches.

Zur Schulpraxis.

Statistisches.

Verschiedenes.

Personalnachrichten.

A. Ehrenbezeigungen (Beförderungen).

B. Nekrologe.

Frage- und Antwortkasten.

Ankündigungen neuer Werke.

Bekanntmachungen und Einladungen.

Bei der Redaktion eingelaufene Druckschriften.

Briefkästen.

Berichtigungen.

Figuren-Verzeichnis.

Alphabetisches Verzeichnis der Mitarbeiter an diesem Bande.

(Die Mitarbeiter am Aufgaben-Repertorium sind nicht hier, sondern besonders aufgeführt hinter demselben (s. S. VI bis XI). Die in ( ) eingeschlossenen sind nur indirekt Mitarbeiter durch Abdrücke.)

Name	Wohnort	Anf.-Seite der Beiträge	Name	Wohnort	Anf.-Seite der Beiträge
Ackermann	Cassel	112	**Lieber**	Stettin	A.-R.
Baule	Hannöv.Münden	14	**v. Lühmann**	Königsberg i. N.	409
(Berson)	Berlin	541 (Abdruck)	**Meyer**	Herford	175. 414
			Münter	Herford	565
Böklen *	Reutlingen	435	**Müsebeck**	Waren	Mitred. d. A.-R.
(Czuber)	Wien	610	**Nickel**	Berlin	259
Dietel *	Leipzig	359. 517	**Norrenberg**	Düsseldorf	42—50. 287. 593. 623
Dressler *	Dresden	33	**Petzold**	Zerbst	36
Engel *	Leipzig	354	**Pick** †	Pohrlitz in Mähren	506
Emmerich	Mülheim a. d. Ruhr	178. 258. 260. 356. 486	**Pietzker** *	Nordhausen	512. 580
Franke	Schleufsingen	570	**Richter** *	Wandsbeck	192—199
Frischauf	Graz	161	**Schäffer**	Buchsweiler i.E.	481. 521
Gantzer	Magdeburg	289	**Schilling**	Aachen	491
Götting *	Göttingen	381. 467. 530. 619	**Schmidt**	Stuttgart	570
			Schotten	Schmalkalden	(Bericht)
Günther *	München	41. 281. 288. 356	**Schülke**	Osterode i. O.-Pr.	241. 401
			Schwatt	Philadelphia	191
Haas	Wien	66. 146. 376. 458	**Sievers**	Frankenberg i. S.	205
Hoffmann * (Gustav)	Dresden	358. 592	**Stegemann**	Prenzlau	439 P.-S.
			Strack	Karlsruhe	362
Holzmüller	Hagen (Westfalen)	321. 588	**Ströll**	Zara (Dalmatien)	561
Jansen	Aachen	81	**Temme**	Warendorf	519
			Thieme	Posen	438
Kallius	Berlin	622 (Notiz)	**Traub**	Lahr (Baden)	257
Kiepert	Hannover	1			
(Klein) **(Tägert)**	Göttingen	55. 286. 535 (Abdrücke)	**Weinmeister**	Tharandt	8. 432
			Weyrauch	Stuttgart	226
Leonhard	Bochum	365 P.-S.	**Züge**	Wilhelmshaven	15

Im ganzen außer dem Herausgeber ca. 50, doch darunter ca. 4 indirekte Mitarbeiter durch Abdruck ihrer anderweit erschienenen Artikel. Die mit * sind auch Berichterstatter (Rezensenten).

NB. Das General-Inhaltsverzeichnis der ersten 25 Bände dieser Zeitschrift soll im Laufe des nächsten Jahres (1896) erscheinen.

Die Redaktion.

Über die mathematische Ausbildung von Versicherungstechnikern.

Von Prof. Dr. Ludwig Kiepert*) in Hannover.

Vortrag,

gehalten am 28. September 1894 in der mathematischen Sektion der Naturforscher-Versammlung zu Wien.

Meine Herren! Es ist in dieser Versammlung schon mehrfach zum Ausdruck gebracht worden, dafs die mathematische Forschung sich nicht allzusehr ins Abstrakte verlieren dürfe sondern dafs sie möglichst Fühlung suchen müsse mit den praktischen Anwendungen. Der Professor der Mathematik hat an den Universitäten häufig eine vereinsamte Stellung, weil seine wissenschaftliche Thätigkeit nur als ein geistvoller Sport angesehen wird, der für das praktische Leben geringe oder gar keine Bedeutung habe. Ein ganz anderes Ansehen gewinnt aber der Mathematiker, wenn er seine Wissenschaft zum Mittelpunkte der Anwendungen macht, wenn er die Beziehungen zur Astronomie und Geodäsie, zur Physik und Mechanik pflegt und fördert.

Auch für den Unterricht sind derartige Beziehungen sehr wertvoll, denn die Studierenden werden einem Vortrage, der auf die nützlichen und lehrreichen Anwendungen hinweist, mit gröfserem Interesse folgen als den geistvollsten Theorien, über deren Zweck sich der Anfänger keine Rechenschaft geben kann.

Je weiter nun das Gebiet der Anwendungen ausgedehnt wird, desto besser wird es für den Unterricht und für die Wertschätzung der Mathematik sein.

---

*) Professor der Mathematik an der technischen Hochschule in Hannover und mathematischer Direktor des Preufsischen Beamten-Vereins (Lebens-Versicherungs-Gesellschaft für Deutsche Beamte).

Während die Anwendungen der Mathematik auf die Astronomie und Geodäsie, auf die Physik und Mechanik in umfangreichem Maſse an den Universitäten und technischen Hochschulen berücksichtigt werden, sind wunderbarer Weise die Anwendungen auf das Versicherungswesen vollständig vernachlässigt worden. Mir ist es wenigstens nicht bekannt, daſs irgendwo regelmäſsige Vorlesungen darüber gehalten würden.

Und doch sprechen für die Einrichtung von Vorlesungen über Versicherungswesen auſser den bereits angeführten allgemeinen Gesichtspunkten noch mehrere andere Gründe, welche mir besonders wichtig erscheinen.

1. Den Studierenden der Mathematik würde dadurch neben dem Lehrfache auch noch der Eintritt in die Laufbahn eines Versicherungstechnikers eröffnet, und das ist bei den schlechten Aussichten, welche sich den Lehrern zur Zeit bieten, gewiſs nicht zu unterschätzen. Aber auch solche, die in das Lehrfach eintreten, könnten aus ihren versicherungstechnischen Kenntnissen Vorteil ziehen. Sie würden als mathematischer Beirat einer Versicherungsgesellschaft vermutlich eine lohnendere Nebenbeschäftigung finden, als durch das Erteilen von Privatunterricht oder durch das Halten von Pensionären. Das trifft auch noch bei den Lehrern zu, welche an kleineren Orten angestellt sind, denn diesen würde ohne Zweifel die Leitung einer der vielen Sterbekassen oder Krankenkassen zufallen, wenn sie sich die dazu erforderlichen versicherungstechnischen Kenntnisse erworben hätten.

Auſserdem werden von derartigen Kassen und von den Aufsichtsbehörden häufig mathematische Gutachten verlangt. Die Zahl der Sachverständigen ist bis jetzt aber so auſserordentlich klein, daſs solche Gutachten nur schwer zu beschaffen sind. Auch dadurch würde den nach dieser Richtung ausgebildeten Lehrern ein lohnender Nebenerwerb zufallen.

2. Weit brennender ist die Frage für das Versicherungswesen selbst. Sie wissen, daſs die Mitglieder der verschiedenen Versicherungsgesellschaften in Deutschland und Österreich nach Hunderttausenden, ja nach Millionen zählen, und daſs sich das Vermögen dieser Gesellschaften allein in Deutschland auf mehr als eine Milliarde beziffert. Bei der ungeheuren Ausbreitung

des Versicherungswesens werden sich diese Zahlen binnen kurzer Zeit verdoppeln und verdreifachen. Wo es sich um das Vermögen so vieler Staatsbürger handelt, scheint es doch geboten, irgend welche Einrichtungen zu treffen, damit die Leiter der Versicherungsgesellschaften eine genügende Vorbildung für ihren verantwortungsvollen Beruf erhalten können. Zur Zeit ist aber die Frage: „Wie sind die in leitender Stellung stehenden Versicherungstechniker mathematisch vorgebildet?“ schwer zu beantworten. Soweit sich nicht die Stellen von dem Vater auf den Sohn oder von dem Onkel auf den Neffen vererbt haben, werden es wohl die meisten mathematischen Direktoren ebenso gemacht haben wie ich, daſs sie sich die erforderlichen Kenntnisse ausschlieſslich durch Selbststudium erworben haben. Ich wenigstens hatte während meiner langen Studienzeit niemals Gelegenheit, irgend eine Vorlesung über Versicherungswesen zu hören. Wenn es sich um die Stellung bei einer groſsen Versicherungsgesellschaft handelt, so lohnt es sich ja wohl, zu dem etwas beschwerlichen Selbststudium Zuflucht zu nehmen; es tritt dabei nur die Schwierigkeit ein, daſs man dieses Selbststudium bereits hinter sich haben muſs, ehe man eine solche Stellung antreten kann. Schlimmer steht es bei den kleineren Gesellschaften, bei den vielen Sterbekassen und Krankenkassen, die in den meisten Fällen einer sachverständigen Leitung ganz entbehren. Schon aus der willkürlichen Festsetzung der Beiträge und Sterbegelder bezw. Krankengelder kann man ersehen, daſs weder bei der Abfassung noch bei der Genehmigung der Statuten ein Sachverständiger mitgewirkt hat. Verderblich wird dabei in vielen Fällen der Umstand, daſs solche Kassen in den ersten Jahren nach ihrer Begründung, wo die Sterblichkeit unter den Mitgliedern noch gering ist, scheinbar sehr gute Geschäfte machen, indem zur Auszahlung der Sterbegelder die eingehenden Beiträge nicht verbraucht werden, so daſs ein vermeintlicher Überschuſs verbleibt. Die Sterbegelder werden infolgedessen erhöht und die Kasse dadurch der Insolvenz mit Sicherheit entgegen geführt. Der Überschuſs ist nämlich nur ein vermeintlicher, denn die angesammelten Kapitalien decken zumeist nicht einmal die für die Verbindlichkeiten der Kasse erforderliche „Prämienreserve“, so daſs kein Über-

schufs, sondern ein Fehlbetrag vorhanden ist. Der Vorstand solcher Kassen kennt aber in den meisten Fällen den Begriff „Prämienreserve" überhaupt nicht.

Das würde ganz anders werden, wenn die mathematischen Lehrer auf der Universität Vorlesungen über Versicherungswesen gehört hätten und ihre Kenntnisse derartigen Kassen zur Verfügung stellen wollten.

3. Am dringendsten ist aber das Bedürfnis für die Einrichtung von mathematischen Vorlesungen über Versicherungswesen bei den Juristen vorhanden, in deren Händen die Oberaufsicht über die Versicherungsgesellschaften liegt, und die als Richter über Hunderte von Prozessen in Versicherungsangelegenheiten zu entscheiden haben.

Wie ist es einem Juristen möglich, zu beurteilen, ob die Prämienreserve richtig berechnet ist oder nicht, ob in die Bilanz einer Gesellschaft die zutreffenden Zahlen eingestellt sind oder nicht, ob die Gesellschaft überhaupt lebensfähig ist, wenn er nicht weifs, was Prämienreserve ist? Oder, wie kann ein Richter darüber entscheiden, ob der Rückkaufswert einer Versicherung zu hoch oder zu niedrig berechnet ist, wenn er keinen Einblick in diese Berechnung hat?

Da nützen auch die besten sachverständigen Gutachten nichts. Mögen solche Gutachten auch noch so klar abgefafst sein, so kann sie doch in den meisten Fällen nur der verstehen, der bis zu einem gewissen Grade selbst Sachverständiger ist.

Es ist mir ein Beispiel bekannt, wo die Aufsichtsbehörde aus einem vortrefflichen Gutachten gerade das Gegenteil von dem herausgelesen hat, was der Verfasser des Gutachtens gemeint hat. Wenn die Zeit ausreichte, könnte ich Ihnen erzählen, wie eine der ältesten und angesehensten Gesellschaften an den Rand des Abgrundes gebracht worden ist, weil der Herr Staats-Kommissar „Plus" und „Minus" mit einander verwechselt hatte.

Diesem Notstande könnte sehr leicht durch die Einrichtung einer kleinen Vorlesung über die mathematischen Berechnungen im Versicherungswesen abgeholfen werden. Durch einen zweistündigen Vortrag während eines Semesters könnte in dieser Beziehung schon viel erreicht werden; die Juristen, welche

diesem Vortrag folgten, würden sich mit derartigen Rechnungen wenigstens einigermaſsen vertraut machen, und die Mathematiker hätten die Grundlage gewonnen, auf der sie dann ihre weitere Ausbildung im Versicherungswesen leicht selbst bewirken könnten.

Ich würde natürlich die Einrichtung einer so kleinen Vorlesung nur als den erwünschten Anfang zu einer planmäſsigen Ausbildung von Versicherungstechnikern betrachten und will daher mit meinen bescheidenen Wünschen den weitergehenden Bestrebungen gewiſs nicht entgegentreten, welche, wie mir in diesen Tagen privatim mitgeteilt worden ist, augenblicklich in Österreich auf der Tagesordnung stehen. Diese Bestrebungen waren mir teilweise aus einem Aufsatze bekannt, den Herr Dr. Ernst Blaschke in der österreichischen Beamtenzeitung veröffentlicht hat, und in dem er verlangt, daſs eine Instanz geschaffen werde, mittels deren es möglich wäre, Mathematiker als Sachverständige in der Lebensversicherung zu prüfen und hiernach staatlich als Sachverständige anzuerkennen. Zu diesem Zwecke stellt Herr Dr. Blaschke unter Hinweis auf die englischen Einrichtungen die folgenden Forderungen:

1. Die Feststellung eines Unterrichtsprogramms für die Vorbereitung auf das Sachverständigen-Amt,
2. Namhaftmachung einer Schule, an welcher dasſelbe zu absolvieren wäre,
3. Feststellung der Erfordernisse für Ablegung von Prüfungen, auf Grund deren die Autorisation zu erteilen wäre,
4. Ernennung einer bezüglichen Prüfungs-Kommission,
5. eine Verordnung, bezw. ein Spezialgesetz, nach welchem gemäſs der Erfüllung aller Vorbedingungen seitens des Kandidaten die Autorisation ausgesprochen werden könnte.

Im groſsen und ganzen schlieſse ich mich den Wünschen und auch den sonstigen Ausführungen des Herrn Dr. Blaschke an, nur gegen die zweite Forderung muſs ich entschieden Stellung nehmen, daſs nämlich nur eine solche Schule, für welche, wie ich höre, die technische Hochschule in Wien in Aussicht genommen ist, namhaft gemacht werde; ich möchte vielmehr

den Wunsch aussprechen, dafs Einrichtungen zur Ausbildung von Versicherungstechnikern an sämtlichen Universitäten geschaffen würden.

Obgleich ich selbst Professor an einer technischen Hochschule bin und als solcher Vorlesungen über Versicherungswesen gehalten habe, so ist es mir gar nicht zweifelhaft, dafs die Ausbildung der Versicherungstechniker nicht an die technische Hochschule, sondern an die Universität gehört.

Das folgt schon aus allem, was ich bisher gesagt habe, insbesondere möchte ich aber noch die folgenden Gründe hinzufügen.

1. Wenn es nur auf die Fertigkeit ankäme, Tarife oder Prämienreserven auszurechnen, so könnte man dazu, wie ich aus meiner Erfahrung weifs, auch Leute ausbilden, welche eine niedere Schule besucht haben; für den mathematischen Sachverständigen bedarf es aber vor allen Dingen der mathematischen Schulung des Geistes, wie sie nur den Studierenden der Mathematik an den Universitäten geboten wird. Auch das, was der zukünftige Versicherungsdirektor aufserdem braucht, findet er in vollem Umfange nur an der Universität. Aufser der Volkswirtschaftslehre und einigen juristischen Vorträgen würden nämlich noch medizinische Vorlesungen in Frage kommen, denn bei der Entscheidung über die Aufnahme neuer Versicherten mufs der Direktor wissen, ob die Krankheiten, welche der Antragsteller überstanden hat, die Lebensdauer verkürzen oder nicht.

2. Die Einrichtung einer Fachschule für Versicherungstechniker an den technischen Hochschulen würde daher nur möglich sein durch die Heranziehung besonderer Lehrkräfte, während an den Universitäten die erforderlichen Lehrkräfte schon bereit sind.

3. An den technischen Hochschulen würden die Vorträge über Versicherungswesen nur von solchen besucht werden, welche von vornherein die Absicht haben, Versicherungstechniker zu werden, denn die anderen Studierenden, mögen sie Architekten oder Ingenieure, Chemiker oder Elektrotechniker sein, haben auch nicht das geringste Interesse für das Versicherungswesen. Sie haben auch gar keine Zeit, ein solches, ihnen ganz fern

liegendes Studium zu treiben, da sie so wie so schon durch ihr eigentliches Fach mit 30 bis 40 und mehr Unterrichtsstunden wöchentlich belastet sind.

Ganz anders stellt sich die Sache an den Universitäten, wo die Mathematiker und Juristen an dem Gegenstande das gröfste Interesse haben und auch über die Zeit verfügen, um einige Vorlesungen darüber zu hören.

Durch die Einrichtung einer Fachschule an einer einzelnen technischen Hochschule würde der Staat deshalb nur über eine sehr beschränkte Zahl mehr oder weniger handwerksmäfsig ausgebildeter Versicherungstechniker verfügen; trifft man aber die entsprechenden Einrichtungen an den Universitäten, so wird der Staat die Mehrzahl der mathematischen Lehrer aufser den eigentlichen Versicherungstechnikern als Sachverständige verwenden können.

4. Am meisten mufs dem Staate daran gelegen sein, dafs auch die Juristen mathematische Vorlesungen über Versicherungswesen hören können, und das ist doch nur möglich, wenn eine solche Fachschule an den Universitäten eingerichtet wird.

Nachdem die Angelegenheit bereits in Flufs gebracht ist, könnte eine vornehme Zurückhaltung der Universitäten auf diesem Gebiete sehr üble Folgen haben. Hat der Staat einmal an einer einzelnen technischen Hochschule eine Fachschule für Versicherungstechniker eingerichtet und mit besonderen Rechten ausgestattet, so ist der richtige Zeitpunkt für die Universitäten verpafst. Durch eine solche Versäumnis würden aber die Vertreter der Mathematik an den Universitäten sich selbst empfindlich schädigen, denn sie würden die günstige Gelegenheit ungenützt lassen, für die Studierenden der Mathematik in vorteilhafter Weise zu sorgen und die Studierenden der Jurisprudenz zu den mathematischen Vorlesungen heranzuziehen. Es gilt also, jetzt schnell zuzugreifen, wenn die Universitäten nicht für immer auf die mathematische Ausbildung der Versicherungstechniker verzichten wollen.

Elementare Bestimmung der gröfsten und kleinsten Werte ganzer algebraischer Funktionen.

Von Prof. Dr. Weinmeister in Tharandt.

Man pflegt in der Schule die gröfsten und kleinsten Werte quadratischer Funktionen zu bestimmen und zwar gewöhnlich im Anschlufs an die Lehre von den quadratischen Gleichungen, weil man bei dem Verfahren demselben Gedankengang folgt, wie bei ihrer Lösung. Soll z. B. $a + bx + x^2$ ein Minimum sein, so ergänzt man die beiden letzten Glieder zu einem vollständigen Quadrat und setzt den gegebenen Ausdruck $= a - \frac{1}{4}b^2 + \left(\frac{1}{2}b + x\right)^2$. Man sieht hieraus, dafs er den kleinsten Wert $a - \frac{1}{4}b^2$ annimmt, wenn $x = -\frac{1}{2}b$ ist. Ebenso findet man das Maximum von $a + bx - x^2$, indem man dafür $a + \frac{1}{4}b^2 - \left(\frac{1}{2}b - x\right)^2$ schreibt und so zu $x = \frac{1}{2}b$ gelangt. Wie man aber dieselbe Aufgabe löst, wenn eine Funktion höheren Grades gegeben ist, dazu findet man in den elementaren Lehrbüchern meist keine Anleitung, wiewohl doch für diesen Fall ein reiches und interessantes Übungsmaterial zur Verfügung steht, oder es weichen die Wege, welche angegeben sind, von dem obigen ab und sind nicht immer einfach, sondern meist künstlicher Art. Es dürfte hiernach wohl nicht überflüssig sein, zu zeigen, in welcher Weise sich das obige Verfahren verallgemeinern läfst, sodafs man die extremen Werte von Funktionen beliebig hohen Grades elementar ermitteln kann, noch dazu ohne die Theorie der kubischen und biquadratischen Gleichungen heranzuziehen. Zu diesem Zweck gebe man ihm eine Form, welche seine Verallgemeinerung ermöglicht. Zunächst ist zu bemerken, dafs das Absolutglied a auf die Bestimmung des Wertes x von keinem Einflufs ist. Zwar haben die Funktionen $a + bx + x^2$ und $a + f + bx + x^2$ verschiedene Minima, der Wert von x aber,

für welchen sie eintreten, ist in beiden Fällen derselbe. Wir wählen daher als Absolutglied $\frac{1}{4}b^2$, damit ein vollständiges Quadrat entsteht, und sagen: Um den Wert von x zu finden, für welchen $a + bx + x^2$ möglichst klein ist, ersetze man das Absolutglied durch ein anderes derart, dafs die beiden linearen Faktoren, in welche sich der Ausdruck zerlegen läfst, einander gleich sind. Ebenso gilt allgemein:

Um den Wert von x zu finden, für welchen $a + bx + cx^2 + \cdots + px^n$ ein Maximum oder Minimum ist, ersetze man das Absolutglied durch ein anderes derart, dafs von den linearen Faktoren, in welche sich der Ausdruck zerlegen läfst, zwei einander gleich sind. Wird der eine von diesen beiden gleich Null gesetzt, so erhält man das gesuchte x.

Selbstverständlich wird man diese allgemeine Regel nicht etwa im Unterricht zum Vortrag bringen oder sie wenigstens nicht an den Anfang stellen, sondern man wird sich am besten auf bestimmte Aufgaben beschränken. Ich wähle hierzu zwei der bekannteren Beispiele und gebe an, wie ich mir deren Behandlung in der Schule denke.

1. Aus einem cylindrischen Baumstamm vom Durchmesser d einen rechtwinkligen Balken von möglichst grofser Biegungsfestigkeit zu schneiden.

Aufl. Die Biegungsfestigkeit eines rechtwinkligen Balkens ist proportional dem Produkt xy^2, wenn x die Breite und y die Höhe des Balkens ist. Da nun $x^2 + y^2 = d^2$, so lautet der Ansatz:

$$x(d^2 - x^2) = xd^2 - x^3 = \text{Max.}$$

Aus dieser Form des Ausdruckes läfst sich x nicht bestimmen, denn, wenn Minuend und Subtrahend einer Differenz zugleich wachsen oder abnehmen, so kann man nicht sagen, in welcher Weise sich die Differenz ändert. Wir wählen daher eine andere Form, indem wir zunächst das Absolutglied Q hinzufügen, dessen weitere Bestimmung wir uns vorbehalten. Dafs dies zulässig ist, kann man, wenn nötig, an jeder der früher berechneten Aufgaben zeigen. Gerade so, wie man nun quadratische Ausdrücke in lineare Faktoren zerlegt, kann man sich auch einen kubischen Ausdruck durch Multiplikation dreier

Faktoren ersten Grades entstanden denken und für den vorliegenden Fall setzen:

$$Q + xd^2 - x^3 = (x_1 - x)(x_2 - x)(x_3 - x),$$

wo x_1, x_2, x_3 zu bestimmende Gröfsen sind. Weiterhin suchen wir, in Anlehnung an die Lösung quadratischer Aufgaben, Q so zu bestimmen, dafs $x_1 = x_2$, und setzen demgemäfs

$$Q + xd^2 - x^3 = (x_1 - x)^2 \cdot (x_3 - x) = (x_1^2 - 2x_1 x + x^2) \cdot (x_3 - x)$$
$$= x_1^2 x_3 - x(2x_1 x_3 + x_1^2) + x^2(x_3 + 2x_1) - x^3.$$

Sonach ist:

$$-2x_1 x_3 - x_1^2 = d^2$$
$$x_3 + 2x_1 = 0$$

woraus sich ergiebt:

$$x_1 = d\sqrt{\tfrac{1}{3}}, \quad x_3 = -2d\sqrt{\tfrac{1}{3}}.$$

Wir können daher schreiben:

$$xd^2 - x^3 = \tfrac{2}{9} d^3 \cdot \sqrt{3} - \left(d\sqrt{\tfrac{1}{3}} - x\right)^2 \cdot \left(2d\sqrt{\tfrac{1}{3}} + x\right).$$

In dieser neuen Form stellt sich die Funktion wieder als Differenz dar; der Minuend ist aber von x unabhängig, und der Subtrahend kann niemals negativ sein.

Daher ist die Funktion am gröfsten, wenn der Subtrahend Null ist, d. h.

$$xd^2 - x^3 = \text{Max} = \tfrac{2}{9} d^3 \cdot \sqrt{3} \quad \text{für } x = d\sqrt{\tfrac{1}{3}}.$$

Kommt es dem Lehrer nur darauf an, den Schüler von der Richtigkeit des Ergebnisses zu überzeugen, so genügt es, die Differenz in der neuen Form hinzuschreiben und zur Probe ausmultiplizieren zu lassen.

2. Jemand will aus einem quadratischen Stück Pappe durch Ausschneiden von vier gleichen Eckquadraten und Umbiegen der stehengebliebenen Ränder einen Kasten anfertigen. Wie grofs hat er die Seite x eines jeden Eckquadrates zu wählen, damit der Kasten so grofs als möglich wird? (Bes. Fall d. A. Nr. 8 in Schlömilchs Übungsbuch z. Stud. d. h. A. I. § 32.)

Aufl. Ist die Seite des gegebenen Quadrates $= 1$, so lautet der Ansatz:

$$(1 - 2x)^2 \cdot x = \text{Max.}$$

Hier erscheint die Funktion allerdings gleich in der Form eines Produktes, von dessen Faktoren zwei gleich sind. Da sie aber trotzdem nicht zu verwenden ist, setze man, wie oben:

$$Q + x - 4x^2 + 4x^3 = (x_1^2 - 2x_1 x + x^2)(x_3 + 4x),$$

indem man zugleich dafür sorgt, daſs die Koefficienten von x^3 auf beiden Seiten übereinstimmen. Man erhält dann für x die Werte $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{6}$; der erste führt auf die ursprüngliche, die Minima liefernde, Form zurück, der letztere hingegen zur Gleichung

$$(1 - 2x)^2 \cdot x = \tfrac{2}{27} - 4 \cdot \left(\tfrac{1}{6} - x\right)^2 \cdot \left(\tfrac{2}{3} - x\right).$$

Da x zwischen den Grenzen 0 und $\frac{1}{2}$ liegt, so wird der Subtrahend nie negativ, und es tritt das Maximum $= \frac{2}{27}$ ein, wenn $x = \frac{1}{6}$.

Wir wenden uns nun zur Funktion $n$ten Grades $P + ax + bx^2 + cx^3 + \cdots + px^{n-2} + qx^{n-1} + rx^n$. Die Behandlung dieses allgemeinen Falles soll natürlich nicht etwa hiermit dem Unterricht in der Schule empfohlen werden. Am besten zerlegen wir den Ausdruck, nach Einführung eines neuen Absolutgliedes in die beiden gleichen Faktoren und eine Funktion $(n - 2)$ten Grades, setzen nämlich

$$\begin{aligned} Q + ax + bx^2 + cx^3 + \cdots + px^{n-2} + qx^{n-1} + rx^n \\ = (x_1^2 - 2x_1 x + x^2)(A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + \cdots \\ + Mx^{n-4} + Nx^{n-3} + rx^{n-2}). \end{aligned}$$

Dann ist

$$\begin{array}{l|c} a = \quad\; - 2Ax_1 + Bx_1^2 & 1 \\ b = A - 2Bx_1 + Cx_1^2 & 2x_1 \\ c = B - 2Cx_1 + Dx_1^2 & 3x_1^2 \\ \vdots & \vdots \\ p = M - 2Nx_1 + rx_1^2 & (n-2)x_1^{n-3} \\ \underline{q = N - 2rx_1} & (n-1)x_1^{n-2}. \end{array}$$

Aus diesen $(n - 1)$ Gleichungen hat man die $(n - 2)$ Unbekannten $A, B, C, D \ldots, M, N$ zu beseitigen und die Unbekannte x_1 zu bestimmen. Nun geht A heraus, wenn man zur ersten Gleichung die, zuvor mit $2x_1$ multiplizierte, zweite addiert; soll B heraus, so multipliziere man die dritte Gleichung mit $3x_1^2$ und addiere, hierauf zur Beseitigung von C die vierte mit

$4x_1^3$ u. s. w. Die den einzelnen Gleichungen entsprechenden Faktoren sind oben daneben gedruckt. Dann ergiebt sich:

$$a + 2bx_1 + 3cx_1^2 + 4dx_1^3 + \cdots$$
$$+ (n-2)px_1^{n-3} + (n-1)qx_1^{n-2} = -nrx_1^{n-1}.$$

Dies ist aber die aus der Differentialrechnung her wohl bekannte Bedingung, daſs die Ableitung der gegebenen Funktion für den gesuchten Wert x_1 verschwinden müsse. Auf Grund dieser Berechnung setzen wir die gegebene Funktion

$$= P - Q + (x_1 - x)^2 \cdot (A + Bx + Cx^2 + \cdots + rx^{n-2}).$$

Kommt nun $(x_1 - x)$ im allgemeinen λmal als Faktor vor, und sind die übrigen Faktoren $(x_{\lambda+1} - x), (x_{\lambda+2} - x), \cdots (x_n - x)$, so wird der obige Ausdruck

$$= P - Q + (x_1 - x)^\lambda \cdot (x_{\lambda+1} - x)(x_{\lambda+2} - x) \cdots (x_n - x) \cdot r.$$

Ist ferner ω kleiner, als der kleinste Unterschied zwischen x_1 und einem der übrigen Minuenden, so hat das Produkt $(x_{\lambda+1} - x)(x_{\lambda+2} - x) \cdots (x_n - x) \cdot r$ für $x = x_1 + \omega$ dafselbe Vorzeichen, als für $x = x_1 - \omega$; mithin hat bei geradem λ die gegebene Funktion innerhalb dieses Bereiches den gröſsten oder kleinsten Wert $P - Q$, je nachdem jenes Vorzeichen Minus oder Plus ist; für ungerades λ ist $x = x_1$ kein ausgezeichneter Wert. Also ergiebt sich folgender

Satz: Um die extremen Werte der Funktion $f(x) = P + ax + bx^2 + cx^3 + \cdots + rx^n$ zu finden, bestimme man der Reihe nach die Wurzeln $x = x_1$ der Gleichung $a + 2bx + 3cx^2 + \cdots + nrx^{n-1} = 0$. Hierauf dividiere man $f(x)$ durch $(x_1 - x)^2$, setze in den bei der Division erhaltenen Quotienten für x den Wert x_1 ein und beachte das Vorzeichen. Ist dies Plus, so giebt der bei der Division gebliebene Rest ein Minimum, ist es Minus, ein Maximum der Funktion $f(x)$ an. Erhält man aber beim Einsetzen Null, so sondere man so oft als möglich vom Quotienten den Faktor $(x_1 - x)^2$ ab, unterdrücke ihn jedesmal und wende dann die angegebene Vorzeichenregel an. Ergiebt sich auch jetzt Null, so liefert x_1 überhaupt keinen extremen Wert.

Handelt es sich nur um die Gröſse des Restes, so genügt natürlich die Division mit $(x_1 - x)$.

Manche Ausdrücke lassen sich auf den obigen zurückführen, wie z. B. der Bruch $\frac{Ax^m}{P + ax + bx^2 + \cdots + rx^n}$, wenn $m > n$. Man dividiere Zähler und Nenner durch x^m, setze $\frac{1}{x} = z$ und kehre den Bruch um.

Man findet bisweilen*) zur Maximalbestimmung des kubischen Ausdruckes $ax - x^3$ folgenden Weg eingeschlagen.

Zunächst setzt man $ax - x^3 = M$ und löst dann die Gleichung $x^3 - ax + M = 0$ mittelst Hilfswinkels φ in bekannter Weise auf, setzt also $\sin 3\varphi = \frac{3M\sqrt{3}}{2\sqrt{a^3}}$ und erhält $x = 2\sin\varphi\sqrt{\frac{1}{3}a}$. Da nun $\sin 3\varphi \leqq 1$, so ist der gröfste Wert, welchen M erreichen kann, $= \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{3}a^3}$, woraus folgt $x = \sqrt{\frac{1}{3}a}$.

Auf diese Weise das Resultat abzuleiten, kann nur dann als zulässig erachtet werden, wenn man zuvor nachgewiesen hat, dafs hier wirklich der irreduktibele Fall vorliegt. Ohne diesen Nachweis mufs man darauf gefafst sein, einen imaginären Hilfswinkel zu erhalten, dessen Sinus entweder selbst imaginär oder ein unechter Bruch ist. Nun ist die Bedingung für den irreduktibelen Fall bei der vorliegenden Gleichung

$$27\,M^2 \leqq 4a^3 \quad \text{oder} \quad M \leqq \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{3}a^3},$$

d. h. man hätte vorher erst das nachzuweisen, was sich am Schlufs der Rechnung als Resultat ergiebt. Dies Verfahren hat daher geringen Wert, da durch die Beseitigung jener Lücke die Aufgabe im Wesentlichen entschieden ist.

Ich glaube, die Sache erledigt sich am einfachsten auf folgende Art. Für $M > \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{3}a^3}$ hat die Gleichung zwei imaginäre und eine reelle Wurzel. Diese reelle Wurzel ist aber negativ und daher nach der Natur der jeweiligen Aufgabe auszuschliefsen. Sonach bleibt nur noch übrig, dafs $M \leqq \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{3}a^3}$. Da man in diesem Fall, wie die Auflösung der Gleichung zeigt, eine brauchbare Wurzel erhält, so ist das gesuchte Maximum $= \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{3}a^3}$.

---

*) Heis, Sammlung algebr. Aufgaben § 108 Nr. 22. Switalski, Programm des Gymnasiums zu Rastenburg 1889. Formel III.

es als Aufgabensammlung empfohlen werden; desgleichen, als Handbuch beim Schulunterricht, weil dann die Belehrungen des Buches seitens des Lehrers erweitert durchgesprochen werden können. In dieser Weise wird die Schrift wie bisher, so auch ferner mit Erfolg Verwendung finden können, obwohl nicht verhehlt werden soll, dafs ihr in neuerer Zeit eine Reihe gefährlicher Konkurrenten erstanden ist. Ein Druckfehler findet sich S. 173: $a - 0 = 0$; der Druck ist deutlich, das Papier gut, geheftet mittelmäfsig. —

Dresden. HEINRICH DRESSLER.

NOODT, Dr. GUSTAV, Arithmetisches Handbuch für Lehrer und Seminaristen. Ein Leitfaden für den Rechenunterricht an Volks- und Mittelschulen. Berlin, G. Grotesche Verlagsbuchhandlung. 1894. 8°. VIII und 247 S. Preis: 2 ℳ 50 ₰.

Ob die im Vorwort citierte Lehrordnung für die königl. preufs. Schullehrerseminare unter einem „kurzen Leitfaden“ ein Buch von 247 Seiten verstanden hat, ist dem Ref. höchst fraglich. Das vorliegende Werk ist thatsächlich weit mehr und nur eine falsche Bescheidenheit des Verf. hat ihm den oben genannten Titel gegeben. Wir würden es etwa: „methodisches Handbuch für L. u. S. zum Gebrauche bei Erteilung des Rechenunterrichts“ nennen.

Der Inhalt erstreckt sich in 10 Abschnitten über Zahl und Mafsverhältnisse, vier Spezies in ganzen Zahlen, allgemeinen Dezimalzahlen, natürlichen Zahlen, gemeinen Brüchen, Dezimalbrüchen, Zeitrechnung, Schlufsrechnung, Prozent- und Zinsrechnung, algebraische Aufgaben. Ein Anhang bringt einen Auszug aus den allgemeinen Bestimmungen vom 15. Oktober 1872 und regierungsseitig genehmigte Lehrpläne.

Im Vorworte erwähnt der Verf. die eigenen Quellenstudien, verschweigt aber leider die Sammelwerke, welche er gewifs benutzt hat und unter denen Schuberts Sammlung von arithmetischen und algebraischen Fragen und Aufgaben eine hervorragende Stelle sicher eingenommen hat (Beweis: S. 18. 19 u. a.). Wie reichhaltig die eingestreuten geschichtlichen Bemerkungen sind, zeigt die Reihenfolge ihrer Seitenzahlen: 5, 9, 10, 13, 14, 19, 26, 37 u. s. w. Fast ebenso oft treten methodische Winke auf, worunter das beständige Verweisen auf frühere Regeln, die zeitige Einführung der Potenz (S. 36), die Verwertung der bildlichen Darstellung (insbesondere S. 177 ff., S. 220 ff.), die Besprechung der Zahl (S. 45—54) hervorgehoben sein sollen. Dafs in einer Schrift von einem Vierteltausend Seiten auch einige Unebenheiten mit unterlaufen, ist erklärlich. Sprachlich beanstanden wir die zahlreichen Fremdworte (für den Unterricht an Volksschulen), Summand statt Posten, „Auf-

gehen und Nichtaufgehen" statt Teilbarsein, „eine Zahl aus den letzten zwei Ziffern" statt die Summe der letzten zwei Stellen, Grundzahl für Primzahl (Grundzahl ist z. B. 10 im dekadischen Systeme); ferner: der Kurs steht pari (S. 152), Reiter sind 24 Sek. auf dem Sattel (S. 224) u. dergl. mehr. Sachlich halten wir bei der Tararechnung die Angabe von 7 Unterscheidungen (S. 167) für überflüssig, Brote zu 50 Pf. werden gewifs nicht zugegeben (S. 156), kein Bankier hat 7264 Einmarkstücke zum Einwechseln vorrätig (S. 40), die sehr kurz behandelte Zeitrechnung läfst eine einfachere Lösung ohne den — nur als Ableitung oder Beweis wünschenswerten — Umweg über den Nullpunkt unserer Zeitrechnung zu. Dieser fällt — wie dem Verf. bekannt — nicht mit der Geburt J. Chr. zusammen (S. 112), sondern in das Jahr 6 vorher; warum will Verf. diese Thatsache, die in jedem guten Geschichtsbuche steht, den Seminaristen beim Rechnen vorenthalten?

Wollten wir freilich ebenso ausführlich die besonders gelungenen Stellen der Schrift betonen, so dürfte diese Besprechung sehr lang ausfallen. Es genüge dafür hervorzuheben, dafs überall der auf Anwendung der Methodik gerichtete Sinn der preufsischen Seminare durchleuchtet. Inhalt, Anordnung und Ausstattung (Papier, Druck und Heftung) sind gleich gut. Druckfehler sind nur wenige zu verzeichnen, so S. 98 Divisson, S. 112 fehlt vor: volle 1894 J. „seitdem".

Dresden. Heinrich Dressler.

Genau-Tüpfers, Rechenbuch für Lehrer-Seminare. 8°. 221 S. I. Band, 4. Aufl. Preis: geheftet 1 M 80 ₰, gebunden 2 M 30 ₰. 8°. 160 S. II. Band, 3. Aufl. Preis: geheftet 1 M 80 ₰, gebunden 2 M 30 ₰.

Für die Brauchbarkeit dieses Rechenbuches mag der Umstand sprechen, dafs dasselbe bereits in mehr als 30 Präparanden-, Lehrer- und Lehrerinnen-Bildungs-Anstalten eingeführt ist. Dazu wird die Trennung jedes Bandes in zwei Teile, Leitfaden und Aufgabensammlung, beigetragen haben; denn so angenehm es ist, zu jedem Abschnitte eine reichliche Anzahl Aufgaben in demselben Buche zu finden, so praktisch ist es für die Wiederholung, die Theorie für sich allein zu haben.

Der erste Band bietet in 10 Abschnitten das Rechnen mit ganzen und gebrochenen Zahlen, einschliefslich der bürgerlichen Rechnungsarten. Die vier Sätze S. 17. 18 sind eine glückliche Einleitung in die Teilbarkeit. S. 21—24 würden wir schon die Potenz einführen, S. 63 Rabatt und Diskont scharf trennen. Im 11. Abschnitte folgt das Ausziehen von Quadrat- und Kubikwurzeln, was besser nach S. 55, Bd. II gehört. Der 12. Abschnitt behandelt Münzen, Mafse, Gewichte, Schuldscheine, Staatspapiere, Aktien, Wechsel, Banken. Da die Münzen sehr ausführlich besprochen sind,

sollte doch das Papiergeld nicht fehlen. Österreich (S. 88) hatte 1893 schon Krone und Heller und der Gulden war längst nicht mehr 2 ℳ wert. Das Zeichen £ bei Grofsbritannien bedeutet Lira, für Sovereign gilt das Zeichen ₤. Unter Erdumfang versteht man die Länge des Äquators, dann ist aber die Erklärung von Meter falsch. Prioritätsaktien (S. 82) giebt es eigentlich garnicht; die Verf. meinen Prioritätsobligationen, verwechseln diese aber mit Stammprioritätsaktien d. s. Vorzugsaktien. Über den Wechsel (S. 93) bringen alle Lehrbücher zu viel Einzelheiten, die in ein kaufmännisches Rechenbuch gehören.

Der zweite Band enthält die Arithmetik bis zu Logarithmen und Reihen samt deren Anwendungen. Das Multiplikationszeichen $\times$ neben „·" ist ebenso unberechtigt wie im 1. Bd. der schiefe Bruchstrich neben dem wagrechten. Die unschönen Ausdrücke: Addendus, Subtrahendus, Multiplikandus, Dividendus könnten vermieden werden. Warum sonst Differenz und nicht auch Differentia? Gegen die Beweise mit Hilfe der Null S. 7—11 z. B. $(+a)\cdot(-b) = (0+a)(0-b)$ u. s. w. ist schon viel geschrieben worden. Die angehängte Logarithmentafel, 24 S., ist eine nützliche Neuerung, die wir auch in Hoffmann und Kleins Rechenbuch finden.

Trotz einzelner Ausstellungen, die z. T. allgemein übliche Schäden betreffen, kann die Schrift wegen ihrer grofsen Übersichtlichkeit, den stets beigegebenen Beweisverfahren, sowie den Musterlösungen als eine gute bezeichnet werden, die in der Hand eines tüchtigen Lehrers ihren Dienst nicht versagen wird. Diese Bemerkung ist nicht überflüssig, da die Verf. selbst sich dahin aussprechen, dafs sie bei Behandlung der gebotenen Stoffe oft nur die Hauptgesichtspunkte angegeben und dem Fachmanne die methodische Unterweisung überlassen haben. Die Aufgaben sind durchweg passend gewählt, nur eine S. 112 Bd. I: „15 Biertrinker stiefsen mit den Gläsern regelrecht an. Wie oft klangen die Gläser?" erregt Befremden. Druckfehler sind uns nicht aufgestofsen; geheftet ist zwar schlecht, aber Papier und Druck sind gut. —

Dresden. Heinrich Dressler.

Lehr- und Schulbücher für den Unterricht in der Chemie

angezeigt von Dr. Petzold-Zerbst.

I.

I. Roscoe, H. E., Chemie. 5. Aufl. Strafsburg 1892, Karl J. Trübner. 138 S. Preis 0,80 Mark.

II. Bork, H. Die Elemente der Chemie und Mineralogie. 3. Aufl. Paderborn 1894, Ferdinand Schöningh. 107 S. Preis 1,20 Mark.

III. Ebeling, M., Leitfaden der Chemie für Realschulen. Berlin 1892, Weidmann'sche Buchhandlung. 157 S. Preis 2,20 Mark.

IV. Schulze, H., Methodisch-systematisches Lehrbuch für den chemisch-mineralogischen Unterricht auf Realschulen. Hannover 1894, Norddeutsche Verlagsanstalt O. Goedel. 114 S. Preis 1,20 Mark.

V. Rosenfeld, Max., Leitfaden für den ersten Unterricht in der anorganischen Chemie. 2. Aufl. Freiburg i. B. 1892, Herdersche Verlagshandlung. 153 S. Preis 2,35 Mark.

Sämtliche angeführten Bücher haben gemeinsam, daſs sie für den ersten Unterricht in der Chemie bestimmt sind, wenn sie auch sonst teilweise wesentlich von einander abweichen.

I. Es stellt das erste Heft der bekannten naturwissenschaftlichen Elementarbücher der Straſsburger Sammlung dar. Der eingeschlagene Lehrgang liefert wieder einmal den Beweis, wie sehr sich chemischer Unterricht schon für ganz jugendliche Schüler eignet, wie höchst verwunderlich es ist, daſs er auf unseren höheren Schulen so spät einsetzt. Mit hohem Interesse folgt man den Ausführungen des Verfassers, der, selbst ein hervorragender Forscher, die Elemente seiner Wissenschaft für junge Schüler zurechtlegt. Diese elementare didaktische Zurechtlegung des Stoffes von Seiten einer wissenschaftlichen Capazität macht den Hauptreiz des vorliegenden Büchelchens aus, denn es muſs doch offen ausgesprochen werden, daſs der mit der methodischen Litteratur Vertraute Besonderes, Eigenartiges nicht findet.

II. Die erste und zweite Auflage fanden schon Besprechung (XVII, S. 221; XXII, S. 372). Den neuen preuſsischen Lehrplänen entsprechend ist der Leitfaden um einen krystallographisch-mineralogischen Teil vermehrt. Derselbe ist dem chemischen vorangestellt, nicht über ihn verstreut, da Verfasser der Ansicht ist, daſs die oft angestrebte Verbindung zwischen chemischem und krystallographisch-mineralogischem Unterricht, namentlich hinsichtlich der Krystallographie, eine ganz äuſserliche ist und der chemische Lehrstoff durch solche Einschiebsel oft aufs unliebsamste unterbrochen wird.

III. Der Stoff ist nach Elementen geordnet. Auf Technisches und Statistisches ist verhältnismäſsig ausführlich eingegangen. Die Darstellung ist übersichtlich und klar, die äuſsere Ausstattung ganz vortrefflich. Irgend einen eigenartigen Vorzug hat indessen Ref. an vorliegendem Leitfaden nicht zu entdecken vermocht.

IV. Bei dem nahen kollegialischem Verhältnis, in dem Ref. zum Verfasser steht, glaubt er auf eine nähere Kritik dieses Buches nicht eingehen zu dürfen. Der Stoff ist reichlich bemessen und Ausscheidungen können ohne unliebsame Störungen des Zusammenhanges leicht vorgenommen werden. Die Behandlung ist teils

methodisch-untersuchend, teils systematisch-darstellend. Mineralogisches und Krystallographisches ist an den dem Verfasser geeignet erscheinenden Stellen eingeschaltet. Einige Inkorrektheiten, namentlich in den mineralogischen und krystallographischen Abschnitten, fallen nicht schwer ins Gewicht.

V. Rosenfeld hat sich bei der Ausarbeitung seines Leitfadens in hohem Grade durch die methodischen Darlegungen Wilbrands leiten lassen. Seine Arbeit entbehrt deswegen durchaus nicht der Selbständigkeit und bietet eigenartige Gedankengänge. Da die Selbständigkeit nicht in der ganzen Anlage, sondern gerade in den Einzelheiten, sogar in kleinsten Einzelheiten, liegt, ist es nicht gut thunlich, Beispiele zu bringen. Man hat (z. B. Löw in den Jahresberichten von Rethwisch) Wilbrand den Vorwurf gemacht, dafs er hie und da in der Sucht zu beweisen zu weit gehe. Bei Rosenfeld dürfte dies in verstärktem Mafse zutreffen. Es wird grofses Gewicht auf quantitative Versuche gelegt und eine nicht unbedeutende Anzahl derselben genau beschrieben. Hie und da will es dem Ref. scheinen, als ob die vorgetragenen Sachen sich nicht für Anfänger, für die das Buch in erster Linie geschrieben ist, eignen. Doch genug hiervon. Es sind Kleinigkeiten. Das vorliegende Buch empfiehlt sich nicht nur für den Unterricht, sondern auch für das Studium des Lehrers, einesteils wegen des fein durchdachten Lehrganges, vor allem aber wegen der Behandlung des experimentellen Teiles. Eine Anzahl von Versuchen sind neu und genau beschrieben, darunter einige recht willkommene. Die Elektrolyse der Salzsäure, die sonst nicht zu den Annehmlichkeiten gehört, scheint sich nach der Methode des Verfassers leicht und schnell ausführen zu lassen. Eine gewisse Vorliebe zeigt Verfasser für die Verwendung metallischen Natriums. Bei anderen bekannten Versuchen sind die zweckmäfsig zur Verwendung kommenden Gewichts- und Raummengen genau angegeben.

Die Atomtheorie wird vom Verfasser ganz am Schlufs gebracht. Um quantitative Beziehungen zu erkennen wird schon früh der Begriff des Verbindungsgewichtes eingeführt. Die Behandlung der sich auf Verbindungsgewichte beziehenden Abschnitte ist vielleicht die beste, die dem Ref. bekannt ist. Doch befriedigt auch sie nicht recht. Den Grund hiervon möchte Ref. bei anderer Gelegenheit erörtern.

Gern gesteht Ref., dafs er vorliegendes Buch mit ganz besonderem Interesse durchstudiert hat und er kann eingehende Beachtung desselben auch den Kollegen empfehlen, die sich seiner im Unterrichte nicht bedienen möchten.

Zerbst. K. Petzold.

II.

I. Arnold, Prof. Dr. Carl, Repetitorium der Chemie. Fünfte Auflage. Hamburg und Leipzig, 1893, Leopold Vofs. 609 S. Preis 6 Mark.

II. Lassar-Cohn, Dr., Arbeitsmethoden für organisch-chemische Laboratorien. Zweite Auflage. Hamburg und Leipzig 1893, Leopold Vofs. 526 S. Preis 7,50 Mark.

III. Traube, Dr. J., Physikalisch-chemische Methoden. Hamburg und Leipzig, 1893, Leopold Vofs. 234 S. Preis 5 Mark.

IV. Krüss, G., Spezielle Methoden der Analyse. Zweite Auflage. Hamburg und Leipzig 1893, Leopold Vofs. 96 S. Preis 3,50 Mark.

Ref. stellt hier vier höchst preiswerte Bücher des um die chemische Litteratur hochverdienten Verlages von Leopold Vofs in Hamburg zusammen.

I. Die vierte Auflage wurde hier (XXIII, S. 270) bereits rühmend besprochen. Die vorliegende fünfte ist unverändert geblieben und zeigt nur stellenweise die bessernde Hand oder durch den Fortschritt der Wissenschaft bedingte Zusätze. Während Ref. dies schreibt, ist bereits die sechste Auflage erschienen. Vorliegendes Buch dürfte augenblicklich wohl das am meisten gekaufte Compendium der Chemie sein.

II. Auch von diesem trefflichen Werk ist nach verhältnismäfsig kurzer Zeit (3 Jahren) eine neue Auflage nötig geworden. Nach einem allgemeinen Teile, in dem Ausschütteln, Destillieren, Filtrieren, Sublimieren, Bestimmung der Molekülargewichte u. a. behandelt werden, folgt im zweiten speziellen Teile eine kritische Zusammenstellung der wichtigeren Methoden, nach denen die Gruppen der organischen Verbindungen gewonnen werden können (Bromieren, Diazotieren, Gewinnung von Estern, Nitrieren, Sulfonieren, Verseifen u. a.). Obgleich die Angaben über die zu befolgenden Methoden ziemlich detailliert sind, haben wir es doch mit nichts weniger als einer trockenen Zusammenstellung von Rezepten zu thun. Die Darstellung ist im Gegenteil ungemein frisch und anziehend, zahlreiche historische Bemerkungen sind eingeflochten, so dafs das Buch auch von denen durchstudiert werden kann, die sich nicht gerade in die eine oder andere Methode praktisch einarbeiten wollen. Dabei wiederholt der Leser einen bedeutenden Teil der organischen Chemie, und zwar von eigenartigen Gesichtspunkten aus.

Anhangsweise finden sich einige Angaben über Elementaranalyse, sowie über die Erkennung und Bestimmung des Schwefels und der Halogene in organischen Verbindungen.

III. Vorliegendes Buch ist in erster Linie für den Forscher auf dem Gebiete der organischen Chemie geschrieben. Bis vor nicht allzulanger Zeit genügte es, wenn von physikalischen Constanten Dampfdichte, Schmelz- und Siedepunkt, spezifisches Gewicht bestimmt wurden. In der Ära der synthetischen organischen Chemie haben wohl nur noch wenige Chemiker krystallographische Untersuchungen angestellt oder anstellen können; teils lag dies wohl an einer von meinem verehrten Lehrer Rammelsberg so oft beklagten Abneigung gegen die Krystallographie, teils auch an der fortwährenden Verfeinerung der krystalloptischen Methoden. So wurde denn die krystallographische Bearbeitung der dargestellten Körper dem Krystallographen und Mineralogen von Fach überlassen. In den letzten Jahren, in denen die früher meist auf wenigen Seiten abgehandelte physikalische Chemie einen so bedeutenden Aufschwung genommen hat, „machte sich mehr und mehr das Bestreben geltend, auch Eigenschaften, wie das elektrische Leitvermögen, die spezifische Refraktion, die thermischen Constanten, die Depressionen des Gefrierpunktes und Dampfdruckes etc. für die Entscheidung von Constitutionsfragen, Charakterisierung der Stoffe, Feststellung ihrer Identität und Reinheit, sowie Bestimmung des Molekülargewichtes zu verwerten“.

Da nun der organische Chemiker über die mafsgebenden Methoden nicht immer genügend unterrichtet ist, sucht Verfasser diesem Mangel durch vorliegendes Buch abzuhelfen. Neben älteren Methoden (z. B. Bestimmung der spezifischen Wärme Thermochemie u. a.) werden eine grofse Anzahl neuerer besprochen und durch gute Abbildungen erläutert. Auch ein kurzer Abschnitt über Krystallmessung ist vorhanden.

Ref. zweifelt nicht, dafs das klar geschriebene Buch in den Kreisen der Interessenten sich Freunde erwerben wird.

IV. War das soeben besprochene Werk für den Forscher, so ist dieses, das sich im Inhalte teilweise mit ihm deckt, für Anfänger, für Studierende, die ein Praktikum durchmachen, geschrieben. Es ist daher stofflich ärmer, im Gebotenen aber ausführlicher, anschaulicher. Der Verfasser zeigt sich in den eingestreuten Fragen, in der Disposition, in der klaren Gliederung durch den Druck, in der Hervorhebung dessen, worauf es eigentlich ankommt, als gewiegter Didaktiker. Mit besonderem Interesse hat Ref. die Kapitel über kolorimetrische Methoden und über quantitative Spektralanalyse durchgearbeitet.

Zerbst. K. Petzold.

Reyer, Ed., Geologische und geographische Experimente. Ausgeführt mit Unterstützung der kaiserl. Akademie der Wissenschaften. III. Heft: Rupturen. IV. Heft: Methoden und Apparate. In einem Bändchen. Leipzig 1894. Wilhelm Engelhorn. 32 S. 10 Tafeln. 8°.

Nachdem die ersten beiden Lieferungen des Reyerschen Werkes in dieser Zeitschrift*) von uns zur Anzeige gebracht worden sind, darf natürlich auch die Schlufsabteilung nicht unbesprochen bleiben. Wir heben nachdrücklich auch hier wiederum hervor, dafs die Bedeutung dieser Experimentalmethode, welche zwar schon vor Prof. Reyer bekannt war, durch ihn aber eine so wesentliche Vervollkommnung erfahren hat, durchaus nicht allein durch die theoretischen Ansichten bedingt ist, welche sich ihr Urheber über die Ursachen der Schichtendeformation gebildet hat, dafs ihr vielmehr ein davon völlig unabhängiger, selbständiger Wert zukommt. Aber wir glauben auch, obwohl wir persönlich ganz die unlängst vom Herrn Prof. Pröscholdt in diesen Blättern ausgesprochene Ansicht teilen, dafs die Kontraktionstheorie die beste Erklärung für die stratigraphischen Einzelphänomene darbiete, gleichwohl für eine entsprechende Berücksichtigung anderer Anschauungen — sogar beim Unterricht — eintreten zu sollen. Neben Reyers Ansichten seien nur diejenigen der amerikanischen Geologen („isostatische Hypothese") und ebenso diejenigen erwähnt, welche Rothpletz unlängst in einer besonderen Monographie vertreten hat.

Die Ausführungen des dritten Heftes sind den Rissen und Brüchen gewidmet, welche stets als Folgeerscheinungen von Spannungsunterschieden im Inneren einer nicht absolut starren Masse sich ergeben. Zerrung bringt klaffende Spalten, Pressung blofs Verschiebungen längs einer gleich wieder geschlossenen Rifslinie hervor. Die Modelle, welche der Verf. für alle die sehr verschiedenen Formen einer Ruptur vor Augen stellt, sind unter allen Umständen sehr belehrend, mag man nun den Entstehungsvorgang im einen oder anderen Sinne sich zurechtlegen. Sehr bemerkenswert erscheint uns vor allem die künstliche Erzeugung eines Einsturzkessels (Fig. 24. 25), weil neuerdings diese Art der Dolinenbildung, die uns noch immer als die wahrscheinlichste vorkommt, von Cvijić einigermafsen in Frage gestellt wurde. Auch sonst ist die Naturwahrheit der einzelnen Imitationen eine ganz unverkennbare. Persönlich glaubt der Unterzeichnete eine ihm vom Verf. erwiesene Ehre, dafs nämlich die Lehre vom gasförmigen Erdkern mit seinem Namen in Verbindung gebracht wird, ablehnen zu müssen; es kann wohl nur von einer „Ritter-Zöppritzschen Hypothese" die Rede sein, für deren allgemeinere Anerkennung und weitere Ausbildung Referent allerdings seit Jahren thätig gewesen ist.

*) s. Jahrg. XXV, Heft 6, S. 435 u. f. D. Red.

Im vierten Hefte verbreitet sich der Autor des näheren über die — durchweg höchst einfachen — Hilfsmittel, welche ihm bei seinen geotektonischen Versuchen gedient haben. Breiförmige Materien von allen möglichen Konsistenzgraden wurden gewöhnlich, trockengesiebte Stoffe in manchen Fällen angewendet, zumal dann, wenn es die Nachbildung von Bergstürzen, Erderschütterungen u. s. w. galt. Es ist bewundernswert, zu sehen, wie leicht sich Spalten in longitudinaler oder radialer Anordnung hervorbringen lassen: sogar Seebeben, die durch eine Schollensenkung des Meeresbodens entstanden, lehrt der Verf. zum Ausdruck zu bringen. Für die Faltungsversuche ist es von besonderer Wichtigkeit, die einzelnen Teile der blockförmigen Masse, welche man den störenden Kräften aussetzt, in unzweideutiger Weise zu bezeichnen, so dafs man nachher, wenn die Gestaltveränderung eingetreten ist, den Zusammenhang (oder Nicht-Zusammenhang) genau wiederzuerkennen vermag; gerade bei dieser Versuchsanordnung tritt die Überlegenheit der Reyerschen Methoden gegen die der älteren Experimentalgeologie recht klar hervor. Auch die Apparate zur Darstellung von Magma- und Gaseruptionen verdienen namentlich nach der didaktischen Seite hin gewürdigt zu werden. Gerade unter diesem letzteren, für Erörterungen in einem Unterrichtsjournale mafsgebenden Gesichtspunkte können die Äufserungen, welche wir früher schon bezüglich der Reyerschen Arbeiten machten, auch dieser Schlufsabteilung gegenüber nur vollinhaltlich aufrecht erhalten werden.

München. Dr. S. Günther.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Rheinprovinz und Hohenzollerns. Ostern 1889.

Berichterstatter: Dr. J. Norrenberg, Oberlehrer am Gymnasium und Realgymnasium zu Düsseldorf.

1. **Viersen,** Realprogymnasium. Progr. Nr. 478. Ostern 1889. Direktor Dr. Jos. Diekmann, *Zur Auflösung der dreigliedrigen irrationalen Gleichungen mit beliebigen Radikanden.* 25 S. 4°.

Während im allgemeinen einer jeden quadratischen Gleichung zwei Wurzelwerte genügen, kann bei solchen Gleichungen, in denen die Unbekannte im Radikanden vorkommt, der Fall eintreten, dafs jeder der beiden nach dem gewöhnlichen Verfahren gefundenen Wurzelwerte nur einem bestimmten Vorzeichen der vorhandenen Irrationalitäten entspricht, nicht aber beiden Vorzeichen gleichzeitig. Betrachtet man also die in der gegebenen Gleichung auftretenden Wurzeln als eindeutig, so läfst sich erst nach der Auflösung durch Einsetzen der beiden gefundenen Werte bestimmen, welcher von ihnen die Gleichung befriedigt. Die hierdurch hervorgerufene Unsicherheit bei der Auflösung irrationaler Gleichungen, die bekanntlich eine lebhafte Diskussion in dieser Zeitschrift Bd. XVII, 1886 hervorrief, wurde erst gehoben durch eine in Bd. XIX veröffentlichte Arbeit des Verfassers, der es durch ein besonderes Verfahren ermöglichte,

zuerst die Werte der Wurzelgröfsen durch die Koeffizienten der Gleichung darzustellen und hieraus nun die ihnen entsprechenden Werte der Unbekannten zu berechnen. Der Umstand, dafs derartige Gleichungen im Unterrichte vielfach behandelt werden, veranlafste den Verfasser, seine Untersuchungen, die sich in der angeführten Arbeit auf lineare Radikanden beschränkten, auf beliebige dreigliedrige irrationale Gleichungen auszudehnen. Solche Gleichungen haben die Form $a\sqrt[m]{R} + b\sqrt[m]{R_1} = A\sqrt[m]{R_2}$, lassen sich jedoch stets auf die Gestalt $\sqrt[m]{R} + \sqrt[m]{R_1} = A$ vereinfachen. Setzt man $\sqrt[m]{R} = y$ und $\sqrt[m]{R_1} = z$, so erhält man das System von Gleichungen:

$$y^m = R; \quad z^m = R_1; \quad y + z = A.$$

Aus diesen Gleichungen lassen sich nun die beiden Unbekannten y und z so eliminieren, dafs wir zwischen den drei Gröfsen R, R_1 und A eine rationale Beziehung erhalten, sodafs sich die Umwandlung der irrationalen Gleichung in eine rationale als eine Eliminationsaufgabe darstellt. Die Anwendung der Sylvesterschen Methode auf diese Elimination würde jedoch auf Determinanten so hohen Grades führen, dafs deren Ausrechnung unausführbar erscheint. Doch gelang es dem Verfasser für $m = 2$, 3, 4 und 5 durch geeignete Umformungen die Elimination so zu modifizieren, dafs die auftretenden Determinanten den Grad der Gleichung nicht übersteigen. Die auf diese Weise gewonnenen Gleichungen lassen sofort erkennen, in welchen Fällen dieselben durch elementare Hilfsmittel lösbar sind. Auch läfst sich stets zu der obigen Beziehung $y + z = A$ die entsprechende Gleichung für $y - z$ finden und zwar ohne Auflösung quadratischer Gleichungen, durch die ja wieder neue Irrationalitäten auftreten würden. Somit kann man für die in Betracht gezogenen Gleichungen auch die Werte y und z, also die Wurzelgröfsen selbst auf rein rationalem Wege durch ihre eigenen Radikanden und die Konstanten der Gleichung berechnen. Das Vorzeichen der Wurzeln bestimmt sich auf diese Weise durch die Gleichung selbst und haftet nicht mehr an der Mehrdeutigkeit der Wurzel.

2. **Köln**, Gymn. an Aposteln. Progr. Nr. 404. Ostern 1889. Ordentl. Lehrer Victor Mertens, *Über eine Verallgemeinerung der Schröterschen Multiplikationsformeln für Thetareihen.* 16 S. 4°.

Das von Schröter, *De aequationibus modularibus*, Königsberg 1894, angegebene Verfahren zur algebraischen Behandlung der Thetareihen wird in der vorliegenden Abhandlung seines heuristischen Charakters entkleidet und in dieser modifizierten Gestalt auf die Untersuchung der einfachen Wurzelfunktionen der Multiplikatorgleichung angewandt. Wie Schröter so geht auch der Verfasser aus von der Analogie der linearen Zerlegung:

$$\vartheta(\omega, s) = \sum_{b \bmod q} \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} e^{\pi i [\omega (qm+b)^2 + s(qm+b)]}$$

$$= \sum_{b \bmod q} e^{\pi i (\omega b^2 + sb)}\, \vartheta(q^2\omega, qs + 2\omega q b),$$

wobei die indexlose Bezeichnung

$$\vartheta(\omega, s) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} e^{\pi i (\omega n^2 + sn)}$$

gewählt ist. Die Lösung der gestellten Aufgabe wird erreicht durch eine lineare Transformation der Summationsindices eines Produktes von Theta-

reihen, wobei die Substitution so beschaffen ist, dafs wieder eine Summe von Thetaprodukten hervorgeht. Die Substitution, welche auf das Produkt von q Faktoren

$$\prod_{\nu \bmod q} \vartheta(p_\nu \omega, s_\nu) = \sum_{n_\nu=-\infty}^{n_\nu=+\infty} e^{\pi i \left(\omega \sum_{\nu=1}^{\nu=q} p_\nu n_\nu^2 + \sum_{\nu=1}^{\nu=q} s_\nu n_\nu\right)} \quad (p_\nu \text{ ganzzahlig})$$

angewendet wird, ist

$$n_\nu = \sum_{\varrho \bmod q} a_{\nu,\varrho} m_\varrho + q_\nu ,$$

worin q_ν ganzzahlige Transformationsreste bedeuten, die nach einem näher zu bestimmenden Modul so abzuändern sind, dafs der Gesamtbestand der Zahlen n_ν mit ihrer Hilfe durch die m_ν wiedererzeugt wird. Aus dieser Transformation resultieren die beiden Hauptformeln zur Transformation des Thetaprodukts:

$$\prod_{\nu \bmod q} \vartheta(p_\nu \omega, s_\nu)$$

$$= \sum_{Q_\varrho} \prod_{\varrho \bmod q} \left\{ e^{\pi i \left[\omega \frac{Q_\varrho^2}{P_\varrho} + \left(\sum_\nu a_{\nu,\varrho} s_\nu\right) \frac{Q_\varrho}{P_\varrho}\right]} \vartheta\left(P_\varrho \omega, \sum_{\nu \bmod q} a_{\nu,\varrho} s_\nu + 2\omega Q_\varrho\right) \right\}$$

und

$$\prod_{\nu \bmod q} \vartheta\left(p_\nu \omega, p_\nu \sum_{\varrho \bmod q} a_{\nu\varrho} \sigma_\varrho\right)$$

$$= \sum_{Q_\varrho} \prod_{\varrho \bmod q} \left\{ e^{\pi i \left(\omega \frac{Q_\varrho^2}{P_\varrho} + \sigma_\varrho Q_\varrho\right)} \vartheta(P_\varrho \omega, P_\varrho \sigma_\varrho + 2\omega Q_\varrho) \right\}.$$

Die Reste Q_ϱ lassen sich auf verschiedene Weise praktisch ermitteln. Von diesen Hauptgleichungen werden nun verschiedene Anwendungen gemacht, namentlich aber werden, wie schon erwähnt, mit ihrer Hilfe die Wurzeln der Multiplikatorgleichung untersucht.

8 Andernach, Progymn. Progr. Nr. 397. Ostern 1889. Ordentl. Lehrer Jos. Pauly, *Der erste Jahreskursus des planimetrischen Unterrichts.* 17 S. 4°.

Der Verfasser bezeichnet es als den Zweck seiner Abhandlung, streng wissenschaftliche Formen und systematische Starrheit von einer Lehrstufe fernzuhalten, auf welcher noch nicht die notwendige Reife für das Verständnis derselben vorausgesetzt werden kann. Vor allem will er aus dem für den Quartaner bestimmten Lehrbuche sowie überhaupt aus dem Schulunterrichte die Axiome, deren Erkenntnis dem Schüler schon angeboren sei, die zahlreichen Definitionen und den ganzen wissenschaftlichen Apparat, der gewöhnlich den mathematischen Lehrbüchern als Einleitung dient, entfernt wissen. Nach seiner Ansicht genügt es für den ersten Jahreskursus, wenn der Schüler, statt z. B. die Definition der Nebenwinkel zu kennen, solche auf die Tafel hinzeichnen kann. Auch solle man nicht verlangen, dafs der Schüler die im ersten Tertial besprochenen Lehrsätze schon in angemessener Form wiederhole, vielmehr sei hierauf erst bei Repetitionen zurückzukommen, nachdem das Wesen mathematischer Sätze an solchen von mehr greifbarer Schlufsfolgerung deutlicher erkannt sei. In der Hauptsache kann man diesen Ansichten zustimmen, namentlich was die Entbehrlichkeit der Axiome betrifft; jedoch würde es bedenklich sein, diese sogenannte „gemilderte Praxis" zu weit

ausdehnen. Der Verfasser scheint bezüglich der im mathematischen Unterrichte angewandten Methode etwas zu pessimistisch zu urteilen, wenn er annimmt, dafs dem Schüler zuerst der Wortlaut des Satzes mitgeteilt, ihm dann die Voraussetzung und Behauptung eingeprägt und hierauf erst der Beweis erklärt wird. Auch können wir die Befürchtung nicht teilen, dafs es unmöglich sei, dem Schüler beim ersten Unterrichte eine deutliche Einsicht in das Wesen einer Voraussetzung zu verschaffen. Es wird dies keine Schwierigkeiten machen, wenn man das auch vom Verfasser und gewifs von vielen Fachgenossen benutzte Verfahren anwendet, die Voraussetzung nicht aus der fertigen Zeichnung herauslesen zu lassen sondern durch eine möglichst korrekte Konstruktion der zu betrachtenden Figur zu versinnlichen. Bei der Behandlung der Kongruenzsätze z. B. werden die beiden Dreiecke nicht ohne weiteres hingezeichnet, sondern man läfst dieselben vor den Augen des Schülers aus den in Betracht kommenden Stücken entstehen. Durch geeignete Fragen, wie sie auch der Verfasser gestellt haben will, (z. B. „Wie habe ich diese beiden Dreiecke gezeichnet?") wird sich die Voraussetzung und damit auch ein Verständnis für das Wesen derselben von selbst ergeben. Es wird dann nicht nötig sein, diese notwendigen Grundlagen eines jeden Beweises durch die griechischen Ausdrücke Hypothesis und Thesis zu verdunkeln und dieselben erst in höheren Klassen durch die guten deutschen Bezeichnungen zu ersetzen. Der Verfasser widerlegt sich in dieser Beziehung selbst, wenn er z. B. sagt, „dafs, wenn es sich darum handelt, dem Knaben eine Sache verständlich zu machen, seine Muttersprache hierzu viel geeigneter ist."

4. **Crefeld**, Realschule. Progr. Nr. 448. Ostern 1889. Ordentl. Lehrer Georg Bohle, *Der vorbereitende geometrische Unterricht in Quinta.* 28 S. 4°.

Im Gegensatze zu der vorhin besprochenen Arbeit, welche streng logische Schlufsfolgerungen in dem planimetrischen Anfangsunterrichte vermieden wissen will, weist der Verfasser der vorliegenden Programmschrift schon dem früher üblichen vorbereitenden Unterrichte in Quinta die Aufgabe zu, in dem Schüler das Bedürfnis nach einem logischen Beweise und nach folgerichtiger Begründung zu wecken. Da die Beweise zunächst nur mit Hilfe des Mafsstabes und des Transporteurs zu gewinnnen sind, so ist, wie der Verfasser ausführt, an jeder Stelle auf die nur annähernde Genauigkeit unserer Sinnes- und Mefswerkzeuge hinzuweisen. Da aber die mathematischen Wahrheiten unbedingte Giltigkeit besitzen, so mufs sich an diese Einsicht notwendig die Frage anschliefsen, worin eine solche Allgemeingiltigkeit begründet sei. Auf diese Weise ist in Verbindung mit einer scharfen Gegenüberstellung von bedingenden und abgeleiteten Eigenschaften (Voraussetzung und Behauptung) die Einsicht in die Notwendigkeit und das Wesen mathematischer Beweise anzubahnen.

Das Hauptziel des vorbereitenden geometrischen Unterrichts bleibt natürlich die Einführung in die dem Schüler noch fremde geometrische Formen- une Begriffswelt. Diese aber ist nur auf rein induktivem Wege zu erreichen, also durch konstruktives Zeichnen, als dessen Ergebnis sich die Lehrsätze entwickeln. Bezüglich des Ausgangspunktes der Betrachtung steht der Verfasser auf Seite derjenigen, welche die Raumanschauung für die ursprünglichere halten und daher als Anschauungsmittel sich der körperlichen Modelle bedienen. „Vom Tetraeder gelangt man zum Dreieck, welches eingehend behandelt wird, vom Cylinder zum Kreis, welcher mit den geradlinigen Figuren fortlaufend in Verbindung gesetzt wird. Aus jeder der einzelnen Dreiecksarten wird die entsprechende Parallelogrammart abgeleitet. Den Schlufs bilden die Polygone und die parallelen Linien." Im Anhange findet sich eine Übersicht über die denselben Gegenstand behandelnde Litteratur.

5. **Linz a/R.**, Progymn. Progr. Nr. 421. Ostern 1889. Ordent. Lehrer Robert Ley, *Über die Schwingungen eines Massenpunktes auf einer unbegrenzten Geraden infolge der Anziehung durch eine gleichförmig mit Masse belegte Strecke.* 16 S. 4°.

Das im Titel angeführte Problem behandelt der Verfasser unter der Voraussetzung, dafs die Anziehung nach dem Newtonschen Gesetze erfolgt, und dafs aufser der Attraktion keine andere Kraft auf den Massenpunkt einwirkt. Bezüglich der Resultate der angestellten Untersuchung sei verwiesen auf das Referat in Lampes Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik Bd. XXI. 1889. p. 914.

6. **Elberfeld**, Realgymnasium. Progr. Nr. 451. Ostern 1889. Direktor Dr. Börner, *Methodischer Leitfaden der Experimentalphysik für höhere Schulen.* 57 S. 8°.

Das Börnersche Lehrbuch der Physik in zwei Stufen, von dem die vorliegende Arbeit eine die Mechanik und Akustik umfassende Probe liefert, ist in den Fachblättern so eingehend besprochen worden, dafs von einer nochmaligen Beurteilung an dieser Stelle abgesehen werden darf.

7. **Köln**, Realgymnasium. Progr. Nr. 445. Ostern 1889. *Geschichte und Inhalt der physikalischen und naturhistorischen Kabinette.* 85 S. 8°.

Die naturwissenschaftlichen Kabinette des Kölner Realgymnasiums, bekannt als Arbeitsstätte zweier namhaften Gelehrten, des Dr. Garthe und des Direktors Dr. Schellen, sind weit berühmt nicht allein wegen ihrer seltenen Reichhaltigkeit, sondern auch wegen ihrer mustergültigen Einrichtung und Verwaltung. Die Geschichte des physikalischen Kabinetts, welche uns der jetzige Kustos desselben Herr Prof. Dr. Herwegen schildert, zeigt uns, wie allmählich auf einem Grundstocke von 37 Apparaten, einem Geschenk des Ministers Altenstein, durch die rastlose Thätigkeit seiner Leiter und durch die hochherzige Liberalität der Stadtverwaltung sich eine Sammlung aufbaute, welche über 1100 Nummern aufweist und eine Zierde der Anstalt und der Stadt genannt werden darf. Von dem Inhalte dieser Sammlung giebt uns Herr Dr. Herwegen, der es in siebenjähriger unermüdlicher Arbeit unternahm, dieselbe nach wissenschaftlichen Grundsätzen zu ordnen und möglichst dem Gange des Unterrichts folgend aufzustellen, nicht allein eine Aufzählung, sondern auch bei jeder Nummer einen Litteraturnachweis, der die an der Anstalt wirkenden Fachgenossen in den Stand setzt, sich über Einrichtung und Handhabung der Apparate zu informieren. Hierdurch ist in dem einfachen Gewande eines Katalogs eine Arbeit entstanden, die sowohl für die Anstalt selbst von bleibendem Werte ist als auch über deren Grenzen hinaus das Interesse der Fachgenossen beanspruchen darf.

Nicht minder interessant sind die naturhistorischen Kabinette, die zum Teil in einem anderen Gebäude aufgestellt als naturhistorisches Museum allgemein zugänglich gemacht wurden. Namentlich enthält die zoologische Sammlung, entstanden durch reiche Vermächtnisse (z. B. des berühmten Physiologen Johannes Müller), durch die Freigebigkeit der Verwaltung des Kölner Zoologischen Gartens und durch die Unterstützung der Lehrer und Schüler Exemplare, die sich nicht leicht in einem anderen naturhistorischen Museum finden dürften.

8. **Düsseldorf**, Bürgerschule. Progr. Nr. 465. Ostern 1889. Oberlehrer Dr. Aug. Buckendahl, *Die flüssige Kohlensäure, ihre Darstellung, Eigenschaften und Verwendung.* 15 S. 4°.

Für den Unterricht in der anorganischen Chemie auf höheren Lehranstalten giebt es wohl keinen dankbareren Gegenstand als die Behandlung des Kohlendioxyds, da dieser Körper sowohl zu einer Reihe höchst

lehrreicher Versuche den geeigneten Stoff liefert, als auch in der Tier- und Pflanzenwelt und auf dem Gebiete der Technik eine hervorragende Rolle spielt. Aus diesem inhaltreichen Kapitel greift der Verfasser den auf die flüssige Kohlensäure bezüglichen Abschnitt heraus. Nach einer kurzen Einleitung über die Geschichte und die Gewinnung des gasförmigen Kohlensäureanhydrids erhalten wir eine Übersicht über die Versuche zu dessen Verflüssigung durch Faraday, Natterer, Pictet und durch Oberlehrer Dr. W. Raydt in Hannover, mit welch' letzterem Namen die Geschichte der flüssigen Kohlensäure untrennbar verbunden ist. Die physikalischen Eigenschaften werden hierauf zusammengestellt und nun entwirft uns der Verfasser in allgemein verständlicher Darstellung ein Bild von der praktischen Verwendbarkeit der flüssigen Kohlensäure, die sich in verhältnismäfsig kurzer Zeit ein ausgedehntes Wirkungsfeld in der Technik eroberte. Im Jahre 1878 erprobte Raydt, veranlafst durch den Untergang des „Grofsen Kurfürsten", ihre Expansivkraft zur Hebung grofser Lasten unter Wasser. Fast in dieselbe Zeit fallen die eben so erfolgreichen Versuche Krupps, die schweren Geschützrohre, die aus mehreren aufeinandergeschrumpften Rohren bestehen, durch Abkühlung des inneren Rohres wieder auseinander zu nehmen, und weitere Versuche, den Metallgufs durch Pressung mittelst Kohlensäure dichter, homogener und blasenfrei zu gestalten. Aber erst nachdem durch Benutzung des natürlichen Vorkommens der Kohlensäure im Brohlthal der Preis derselben gesunken war, konnte von einer allgemeinen Anwendung im Kleingewerbe die Rede sein, und so sind die übrigen Verwendungsarten, zur Eisbereitung, zum Bierausschank, zur Herstellung von Mineralwässern und zu Feuerlöschzwecken, erst jüngsten Datums.

Diese einzelnen Wirkungsweisen der flüssigen Kohlensäure werden recht eingehend und klar auseinandergesetzt und durch mehrere Abbildungen illustriert. Zum Schlusse giebt der Verfasser eine Zusammenstellung aller mit Hilfe der gasförmigen, flüssigen und festen Kohlensäure auszuführenden Unterrichtsversuche.

9. **Aachen**, Realschule mit Fachklassen. Progr. Nr. 440. Ostern 1889. Ordentl. Lehrer Dr. Alfred Polis, *Über aromatische Bleiverbindungen.* 16 S. 4°.

Die Versuche, die von dem Verfasser zur Darstellung aromatischer Siliciumverbindungen verwendete Methode (vgl. diese Zeitschrift Bd. XXV, S. 298) auch zur Herstellung aromatischer Bleiderivate zu benutzen, waren nicht von Erfolg gekrönt. Der Verfasser griff daher auf die zur Darstellung metall-organischer Verbindungen der Fettreihe von Frankland angegebene Methode zurück. 500 gr. Bleinatriumlegierung wurden mit 500 gr Brombenzol und 20 ccm Essigester 60 Stunden lang im Ölbade zum Sieden erhitzt. Die hierbei entstehende braune Flüssigkeit wurde mehrmals mit Benzol ausgezogen und die Lösungen von dem überschüssigen Brombenzol und Benzol durch Destillation befreit. Aus dem dickflüssigen braunen Rückstande schied sich nach Lösung in heifsem Benzol und darauffolgender Abkühlung die gesuchte Verbindung Bleitetraphenyl $Pb\ (C_6H_5)_4$ in kleinen, schwach gelben Nadeln aus. Durch vorsichtiges Krystallisieren gelang es, messbare Krystalle des tetragonalen Systems zu erhalten, welche mit den vom Verfasser dargestellten Zinn- und Siliciumtetraphenylkrystallen einen bemerkenswerten Isomorphismus aufwiesen. Aus dem gewonnenen Material, dessen physikalische und chemische Eigenschaften eingehend untersucht wurden, liefsen sich durch Einwirkung der Halogene, der anorganischen und organischen Säuren die entsprechenden Salze des Bleidiphenyls leicht herstellen.

In ganz entsprechender Weise stellte der Verfasser die Verbindung *p*-Bleitetratolyl $Pb\ (C_7H_7)_4$ und dessen Derivate her.

10. **Ruhrort,** Realgymnasium. Progr. Nr. 458. Ostern 1889. Oberlehrer Dr. Carl Stoltz, *Der abschließende biologische Unterricht in Sekunda.* 13 S. 4°.

Wie die früheren Lehrpläne von 1882 so weisen auch die jetzigen der Untersekunda des Realgymnasiums und der Oberrealschule die Anatomie und Physiologie als abschließenden naturbeschreibenden Unterricht zu. Wenn auch diese Gebiete zum Teil schon in früheren Klassen berührt werden, so hält der Verfasser doch einen solchen zusammenfassenden biologischen Kursus, durch welche das Verständnis für die Lebensbeziehungen und die das Leben beherrschenden Gesetze vermittelt wird, für unbedingt erforderlich und schreibt demselben eine große ethische Bedeutung zur Anbahnung einer wirklichen Bildung zu. Denn „erst durch solchen Abschluß wird das höhere Interesse für die Umgebung, in der wir leben, geweckt und gefördert; der Drang, überall nach der Ursache zu forschen, wachgerufen; das Streben nach steter Erforschung des Zusammenhangs und der Gesetzmäßigkeit zur Gewohnheit; die Geduld bei Vertiefung in die Rätsel des Lebens geübt; der Denker erzogen und der Charakter gebildet."

Da aber die Biologie selbst noch des Abschlusses entbehrt und auch der Sekundaner eben erst in Chemie und Physik, die notwendigen Grundlagen für das Verständnis der Lebenserscheinungen, eingeführt wird, so ist der Stoff dementsprechend zu beschränken. Tier- und Pflanzenchemie sind nach Ansicht des Verfassers ganz auszuschließen, auf Tier- und Pflanzengeographie nur wenige Stunden zu verwenden. Da die einfacheren biologischen Beziehungen (Schmarotzer, Symbiose, fleischfressende Pflanzen, Insektenbestäubung, Beziehungen zu Licht, Wärme, u. s. w.) auf die unteren Stufen verteilt sind, so bleibt dem Unterrichte in Untersekunda als Hauptaufgabe, in die Anatomie und in die Lebensvorgänge der Pflanzen, namentlich der höheren Cryptogamen, einen wirklichen Einblick zu verschaffen. Ein solcher Einblick ist aber nur zu erreichen durch eigene unmittelbare Anschauung. Der Schüler muß den Körper selbst sehen, daneben erst die Abbildung. Um die Anschauung zu einer deutlichen zu machen, ist es notwendig, bis zu einem dem Schüler bekannten Vorstellungskreis zurückzugreifen, d. h. die ganze Pflanze mitzubringen und das Präparat vor den Augen des Schülers entstehen zu lassen. Da die Anschauung außerdem eine recht vielseitige und reichhaltige sein soll, ist es unbedingt erforderlich, daß die Anstalt für mindestens je 3—5 Schüler ein Mikroskop zur Verfügung stellt, oder aber daß jeder Schüler ebenso wie seinen Atlas und sein Lexikon auch sein eigenes Mikroskop besitzt. Nach erfolgter Einsicht muß der Schüler von dem Objekte eine Skizze entwerfen, wenn nötig mit Hilfe einer von dem Lehrer bereits entworfenen Zeichnung. Auf diese Weise wird der Schüler zur Selbstthätigkeit angeregt und in den Stand gesetzt auch nach der Schulzeit sein Interesse für die ihn umgebende Organismenwelt zu bethätigen.

Zum Schlusse giebt der Verfasser eine Übersicht über die von ihm im Unterrichte benutzten, seinen Forderungen entsprechenden Objekte.

11. **Köln,** Bürgerschule. Progr. Nr. 462. Ostern 1889. Ordentl. Lehrer Eduard Wiepen, *Die geographische Verbreitung der Cochenillezucht.* 44 S. 4° und eine Karte.

Die vorliegende Dissertation, gleichsam eine Grabrede auf die einst blühende, durch die Erfindung der Theerfarbstoffe aber dem Aussterben nahe gebrachte Cochenillezucht, behandelt die Verbreitung dieser Kultur vom geographischen und sozialhistorischen Standpunkte aus. Der Charakter der den Farbstoff erzeugenden Schildlaus (*Coccus cacti L.*) und ihrer Nährpflanze (*Opuntia coccinellifera Mill.*, gewöhnlich Nopal genannt) bedingt die Beschränkung der Cochenillezucht auf bestimmte Gebiete, unter denen Mejico, Central-Amerika und die Canarischen Inseln besonders

hervorragen. Zwar wurden auch in anderen Ländern, so namentlich in den französischen Kolonien Ost- und Westindiens und selbst im südlichen Europa, Versuche gemacht die Cochenillelaus einzubürgern, doch waren dieselben nicht von Erfolg begleitet. Von den oben genannten die Anlage von Nopalerien begünstigenden Ländern giebt der Verfasser eine physikalisch-topographische und klimatologische Beschreibung und unterwirft auf Grund eigener Erkundigungen und der Berichte von Forschungsreisenden eine genaue Schilderung der Geschichte, des Zustandes und der örtlichen Ausdehnung der Cochenillekultur. Ergänzt wird dieses Bild durch eine ziffernmäfsige Statistik der Ausbeute und der Cochenillepreise in den drei Hauptproduktionsländern.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Provinz Westfalen, Ostern 1894.

Referent: Oberl. Dr. H. Leonhard in Bochum.

1. **Warendorf.** Königl. Gymnasium. Nr. 366. Prof. Dr. J. Temme. *Grundlehren der analytischen Planimetrie.* 48 S. und 4 Figuren-Tafeln mit 20 Fig. 8°.

Die Arbeit ist offenbar dazu bestimmt, dem neuerdings in den Gymnasiallehrplan eingeführten Unterricht in der analytischen „Planimetrie" (um mit dem Verf. zu reden) als Grundlage zu dienen, und zwar scheint sie dem Ref., um dies gleich vorauszuschicken, für diesen Zweck in hohem Grade geeignet zu sein. Der Stoff ist so reichhaltig, dafs er sicherlich nichts Notwendiges, kaum irgend etwas Wünschenswertes vermissen läfst, und dabei so wohlgeordnet, dafs er eine beliebige Auswahl gestattet, ohne dafs der innere Zusammenhang der Kenntnisse der Schüler eine Lücke aufwiese. Besonders zweckmäfsig ist (S. 11—13) die Reihe schöner Übungen, welche in hohem Mafse geeignet sind, dem Schüler den soeben gewonnenen Begriff der Gleichung einer Linie, der ihm ein zunächst durchaus fremdartiges Vorstellungsgebiet eröffnet, geläufig zu machen. Ebenso zeugt es von didaktischem Geschick, dafs (S. 15, 24 und 38) bei der Entwickelung der Tangentengleichungen die unbestimmte Form $\frac{0}{0}$ vermieden ist. Auch die Diskussion der Gleichungen der Kegelschnitte, namentlich (S. 21 und 22) der Ellipse, mit deren Ergebnissen der Schüler zum erstenmal ein ihm auch stofflich neues Gebiet betritt, verrät durch Knappheit der Form und Klarheit des Ausdrucks den geübten Schulmann. Als geradezu meisterhaft möchte Ref. die analytische Herleitung von Ellipse, Hyperbel und Parabel als Schnittlinien einer Ebene und eines schiefen Kegels am Schlusse der Arbeit bezeichnen, obwohl in derselben auffälligerweise die Grenzfälle des Kreises und der beiden sich schneidenden Geraden unerwähnt geblieben sind. Dafs gleich im Anfang (S. 3 u. 4) der Begriff der Bewegung eines Punktes zur Erzeugung einer Linie in Anspruch genommen wird, erscheint dem Ref. überflüssig, zumal da von demselben weiterhin nirgendwo Gebrauch gemacht wird. Die Darstellung des Zusammenhanges zwischen Linie und Gleichung (S. 5) ist wohl etwas zu abstrakt gehalten. S. 6 wäre eine wenn auch kurze Angabe der geometrischen Folgerung aus dem Auftreten imaginärer Werte, das hier zum erstenmal erfolgt, nicht überflüssig. Ebenso wäre es (S. 9) angezeigt gewesen, den Unterschied zwischen benannten und unbenannten Gröfsen nicht unbeachtet zu lassen, während er hier durch Wahl gleichartiger Bezeichnungen für beide (a und b) geradezu verwischt wird. Bei der Herleitung der Tangentengleichungen vermifst Ref. einen deutlichen Hinweis darauf, dafs x, y die laufenden Koordinaten der Tangente, x_1, y_1 die der betreffenden Kurve darstellen, um so mehr, da der Wortlaut der Anmerkung am Schlufs von S. 24 („die Gleichung der Tangente wird

zur Gleichung der Ellipse") einer etwa vorhandenen Unklarheit in den Köpfen der Schüler nur Vorschub leisten kann. Die Herleitung der Hyperbel-Asymptoten (S. 32 und 33) fällt unnötigerweise aus dem Rahmen der analytischen Geometrie heraus, da die betreffende Eigenschaft schon aus den zu Anfang entwickelten Werten für x und y ohne geometrische Betrachtungen ersehen werden kann. Die Herleitung der Parabel als Wurflinie endlich (S. 36—38) verliert recht eigentlich durch übergroſse Ausführlichkeit und Umständlichkeit an Deutlichkeit.

Von Einzelheiten mag noch Erwähnung finden, daſs (S. 5) die Lösung der Aufgabe, den Flächeninhalt eines Dreiecks durch die Koordinaten seiner Eckpunkte zu bestimmen, an dieser Stelle wohl etwas zu knapp dargestellt, zudem nur auf einen der möglichen Fälle beschränkt ist, während das Ergebnis Allgemeingiltigkeit in Anspruch nimmt; — daſs (S. 6—8) die „halbe" Einführung der Polarkoordinaten (nämlich y und φ bei konstantem r) um so überflüssiger erscheint, da von ihnen weiterhin kein Gebrauch gemacht wird; — daſs (S. 9) bei der Ableitung der Gleichung der Geraden die Lage eines erwähnten Punktes (A) nicht angegeben wird; endlich, daſs es (S. 19) heiſst „die Ellipse wird zur geraden Linie" statt Doppellinie.

Die Darstellung ist durchweg korrekt, klar und durchsichtig. Der (S. 25) gebrauchte Ausdruck „elliptische Fläche", und ebenso (S. 39) der Ausdruck „parabolische Fläche" hätte der Erläuterung bedurft; auch muſste (S. 35) von den Scheitelgleichungen der Ellipse und der Hyperbel, nicht von deren Gleichungen schlechthin, gesprochen werden, da jetzt der Schüler zunächst irrtümlich an die Mittelpunktsgleichungen denken wird. Auch ist es in hohem Grade auffallend, in der (S. 40) 12. Aufgabe (die durch einen Druckfehler als 11. Aufgabe bezeichnet ist) das durch einen Parabelbogen und die Koordinaten seiner Endpunkte begrenzte Flächenstück als Dreieck bezeichnet zu sehen. Daſs Verf. das Wort „Achse" mit „x" schreibt, ist bekanntlich zulässig, wenn auch wenig üblich; gegen den Ausdruck (S. 16) „wegen des Senkrechtseins" wird der Ästhetiker, gegen die Wendung (S. 23) „nimmt man daher ... die Punkte ... so, daſs ... ist, so sind A und B Punkte der Hyperbel und heiſsen Scheitel derselben" der Logiker Einspruch erheben müssen.

Die Figuren, an denen übrigens ziemlicher Mangel herrscht, sind leider nicht dem Text beigefügt (wohl typographischer Schwierigkeiten halber), sondern folgen, und zwar in sehr sauberer Ausführung, auf besonderen Tafeln am Schluſs. Auffälligerweise zeigen ihre Buchstaben den Index oben (z. B. P^1), die des Textes unten (P_1). In Fig. 1 fehlt die Bezeichnung P^4, in den Fig. 3—6 Q, obwohl beide im Text genannt sind. Fig. 2 entbehrt sogar jeder Bezeichnung durch Buchstaben, obwohl dieselben im zugehörigen Text auftreten. Einen sinnstörenden Druckfehler weist Fig. 13 auf, in welcher Punkt C, der auf die Verlängerung von FF_1, also die Abscissenachse, gehört, sich auf die Ordinatenachse verirrt hat.

C. Zeitschriftenschau.

I. Zeitschrift für den Physikalischen und Chemischen Unterricht.

Jahrg. VIII.

Heft 1. Aufsätze. W. Holtz. Kleine Beiträge zur experimentellen Optik. Robert Lüpke, Versuche zur Veranschaulichung der neueren Theorie der Elektrolyse. Hermann v. Helmholtz, Heinrich Rudolf Hertz. F. Poske, August Kundt †. Physikalische Aufgaben. — **Kleine Mitteilungen.** Friedrich C. G. Müller, Über eine einfache Art der

Tangentenbussole und deren Anwendung zur Ableitung des Ampèreschen Gesetzes. W. Weiler, Wirkung zweier magnetischer Felder auf einander. F. Niemöller, Über eine einfache Bestimmung der Maximalgeschwindigkeit eines Pendels. — **Berichte.** 1. *Apparate und Versuche:* Zeigerwage für Schülerübungen (F. Niemöller). Einfaches Volumenometer (F. Niemöller). Die Leydener Flasche als Aufspeicherungsbatterie (S. T. Moreland). Einige Beobachtungen mit einem neuen Geräteglas (A. Winkelmann u. O. Schott). 2. *Forschungen und Ergebnisse:* Über Ströme von hoher Spannung und grofser Wechselzahl (Tesla). 3. *Geschichte:* Die Sirenen (E. Robel). 4. *Unterricht und Methode:* Ein Beispiel wissenschaftlicher Methodik (P. Volkmann). Der Physikunterricht nach den neuen Lehrplänen (R. Schiel). Galileis Untersuchung der Fallbewegung (Aurel Kiebel). Die Verschiebung des Bildes in einem Spiegel (G. G. Longinescu). 5. *Technik und mechanische Praxis:* Die wissenschaftliche Elektrochemie der Gegenwart und die technische der Zukunft (W. Ostwald). Energie-Übertragung Lauffen-Frankfurt (H. F. Weber). — **Neu erschienene Bücher und Schriften.** H. Poincaré, Thermodynamik. Julius Petersen, Lyslaere (Lehre vom Licht). Felix Koerber u. Paul Spies, Physik. F. Oettel, Anleitung zu elektrochemischen Versuchen. Lothar Meyer, Grundzüge der theoretischen Chemie. Georg W. A. Kahlbaum, Die Siedekurven der normalen Fettsäuren $C_nH_{2n}O_2$. Etienne de Fodor, Experimente mit Strömen hoher Wechselzahl und Frequenz. Programm-Abhandlungen. — **Versammlungen und Vereine.** Verein zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften. Physikalische Gesellschaft zu Berlin. —

„Himmel und Erde". Illustrierte naturwissenschaftliche Monatsschrift, herausgegeben von der Gesellschaft Urania, Verlag von H. Paetel in Berlin. Jahrg. VII, 1894.

Heft 2. Das Novemberheft dieser sich eines immer ausgedehnteren Leserkreises erfreuenden Zeitschrift bringt an der Spitze einen interessanten Artikel von Dr. H. Samter aus Berlin „Seelenkunde und Himmelskunde", worin der Verfasser die Beziehungen der astronomischen Beobachtungskunst zur Physiologie und Psychologie an dem Beispiel der „persönlichen Gleichung" erläutert. Professor A. Penck aus Wien giebt den Schlufs seines instruktiven Aufsatzes über Bergformen, dem eine Reihe erklärender Abbildungen beigefügt sind. Die kleinen Mitteilungen sind wie gewöhnlich überaus vielfältig und anregend. Von besonderem Interesse ist die Kunde von einem neuen Riesen-Fernrohr in Amerika. Kaum ist der Yerkes-Refraktor, der ein Objektiv von 40 Zoll Durchm. hat, also das Lick-Fernrohr um 4 Zoll übertrifft und dessen Montierung auf der Chicagoer Ausstellung zu sehen war, aufgestellt, so will die Stadt Pittsburg mit der „schönsten Sternwarte" auch das „gröfste Fernrohr" (50 Zoll Weite) haben, wozu ein Millionär den gröfsten Teil der Kosten (1/2 Mill. M.) spendet. —

Heft 3. Das Alter und der Ursprung des Menschengeschlechts, die Mittel und Wege seines Aufschwunges und die ersten Etappen seiner Civilisation bieten eine Fülle fesselnder Probleme dar, zu deren Lösung in den letzten Jahrzehnten ein aufserordentlich reichhaltiges Material herbeigeschafft ist. Hierauf bezugnehmend bespricht Dr. Bayberger in dem vorliegenden Heft die Anfänge des Menschengeschlechts in einem Artikel „Der glaciale und tertiäre Mensch", woraus man ersieht, dafs der Mensch der Tertiärperiode sich noch unserer Betrachtung entzieht, aber sein quartärer und diluvialer Nachfolger glücklich gefunden ist. — Dr. Körber behandelt die optischen Erscheinungen im Luftmeer, soweit sie für ein gröfseres Publikum Interesse haben, und häufig be-

obachtet werden können, beispielsweise den Regenbogen, Höfe um Sonne und Mond, Nebensonnen und Nebenmonde, Brockengespenst u. s. w. Eine Reihe kleinerer astronomischer Mitteilungen (Gestalt und Aussehen der Jupitersmonde, Voltas Hageltheorie, d. Enkesche Komet) beschliefsen das reichhaltige Heft. Unter den nachfolgenden Rezensionen ist auch die der 4. (deutschen) Auflage des bekannten Buches, die Wärme etc. von dem kürzlich verstorbenen berühmten englischen Naturforscher Tyndall.

Natur und Haus. Jahrg. III.

Heft 1. Die Farbenpracht der exotischen Schmetterlinge führt eine wundervolle Reproduktion im Vogelschen Naturfarbendruck vor Augen, die in diesem ersten Heft des neuen Jahrgangs enthalten ist und alle früheren Darstellungen an Naturwahrheit aus dem Felde schlägt. Jeder Naturfreund wird von dieser prachtvollen Wiedergabe entzückt sein. Nicht minder aber fesselt der übrige Inhalt dieser einzig in ihrer Art dastehenden Zeitschrift, die es sich zur Aufgabe gestellt hat, den Sinn und das Verständnis für die Natur und ihre Gebilde in immer weiteren Volkskreisen zu verbreiten und dem Naturfreunde bei seinen Liebhabereien mit praktischen Anleitungen und Ratschlägen belehrend und anregend zur Seite zu stehen.

Das reizende Heft eröffnet der naturkundige Dichter Joh. Trojan mit einigen anmutigen Strophen und darau reihen sich Aufsätze und Anleitungen, die jeder Naturliebhaberei gerecht werden und mit ausgezeichneten lebenswahren Abbildungen versehen sind. Wir nennen davon: Zeisigzucht. Von Josef von Pleyel, — Dankbare Treibpflanzen. Von Max Hesdörffer, — Das Sammeln von versteinerten Konchylien. Von Bernhard Cronberger, — Ein neuer interessanter Aquarienfisch (Chanchito). Von Dr. L. Staby. — Herbstbilder. Von Fr. le Feubure. — Kleine Mitteilungen. — Monatskalender. — Fragen und Antworten.

Alle Naturfreunde seien auf diese treffliche Zeitschrift hingewiesen, besonders auch die Schul- und Volksbibliotheken, für die es kaum eine geeignetere Zeitschrift dieser Art geben kann. Der billige Preis von 1 M. 50 ₰ vierteljährlich ermöglicht auch den weniger Bemittelten ein Abonnement. Das Probeheft liefern alle Buchhandlungen sowie der Verlag von „Natur und Haus" Berlin SW., 46.

D. Bibliographie.

November 1894.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Franke, Lehrer, Die Entwickelungsgeschichte des sittlichen Gefühls und die Pädagogik. (25 S.) Bielefeld, Helmich. 0,50.

Baumeister, Dr., Handbuch der Erziehungs- und Unterrichtslehre für höhere Schulen. In Verb. mit Arendt, Brocks, Brunner u. A. herausg. 1. Bd. 1. Abt. Geschichte der Pädagogik mit bes. Rücksicht auf das höhere Unterrichtswesen von Prof. Dr. Theobald Ziegler. Nebst allg. Einleitung vom Herausgeber. (361 S.) Freiburg, Herder. 6,50.

Ostermann, Sem.-Dir. Dr. u. Sem.-Lehr. Wegener, Lehrbuch der Pädagogik. 6. Aufl. (243 S.) Lpz., Schulze 2,60.

Zollinger, Dr., Schule und Friedensbestrebungen. (24 S.) Dresden, Pierson. 0,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Keferstein, Dr., Leitfaden für den trigonometrischen Unterricht an Realschulen. (34 S.) Hamburg, Seitz. 0,80.
Haas, Prof. Dr., Lehrbuch der Differentialrechnung. III. Anwendung der Diff.-R. auf die ebenen Kurven. Bearb. nach dem System Kleyer. (272 S.) Stuttgart, Maier. 7,00.
Bork, Gymn.-Prof. Dr., Mathematische Hauptsätze für Gymnasien. Methodisch zusammengestellt. Pensum für das Untergymnasium (bis zur Abschlufsprüfung). (167 S.) Lpz., Dürr. Geb. 1,90.
Wiecke, Dr., Lehrproben. Geometrische u. algebraische Betrachtungen über Maxima u. Minima. Zum Gebrauch in den oberen Klassen höherer Lehranstalten. (180 S. u. 7 Taf.) Berlin, Reimer. 3,00.

2. Arithmetik.

Böcher, Über die Reihenentwickelung der Potentialtheorie. Mit einem Vorwort von Felix Klein. (258 S.) Lpz., Teubner. 8,00.
Grafsmann, Rob., Die Folgelehre oder Funktionenlehre streng wissenschaftlich in strenger Formel-Entwicklung. Nebst Formelbuch. (189 S. u. 27 S.) Stettin, Grafsmann. 3,50.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie, Geodäsie, Mechanik.)

Albrecht, Lehrer, Anweisung zum Gebrauche des Diesterwegschen astronomischen Tisches. (34 S.) Berlin, Schotte & Co. 0,60.
Láska, Dr., Lehrbuch der Vermessungskunde (Geodäsie). (204 S.) Stuttgart, Maier. 10,00.
Drach, Prof. v., Die zu Marburg im mathemat.-physikalischen Institut befindliche Globusuhr Wilhelms IV. von Hessen als Kunstwerk und astronomisches Instrument. Marburg, Elwert. 3,60.
Olbers, Sein Leben und seine Werke. Im Auftrage der Nachkommen herausg. v. Dr. Schilling. 1. Bd. Gesammelte Werke. (700 S. m. Bildnis.) Berlin, Springer. 16,00.
Schlieben, v., Vollständiges Hand- und Lehrbuch der gesamten Landmefskunst. Neu bearb. v. Caville. 1. Bd. Vorstudien und Instrumentenkunde. (96 S.) Halberstadt, Ernst. In Heften à 2,00.
Ziegler, v., Handbuch der Tacheographie zum praktischen Gebrauch für Ingenieure, Geometer, Professoren und Schulen. (117 S. m. Atlas) Metz, Even. 5,40.

Physik.

Winter, Gymn.-Prof., Der Vogelflug. Erklärung der wichtigsten Flugarten der Vögel mit Einschlufs des Segelns und Kreisens. (172 S.) München, Ackermann. 3,60.
Poincaré, Prof. Dr., Mathematische Theorie des Lichtes. Vorlesungen. Red. v. Privatdozent Blondin. Autor. deutsche Ausg. v. Dr. Gumlich und Dr. Jaeger. (295 S.) Berlin, Springer. 10,00.
Engelmann, Gedächtnisrede auf Hermann v. Helmholtz. (34 S.) Lpz., Engelmann. 0,60.
Zimmermann, Prof. Dr., Das Mikroskop. Ein Leitfaden der wissenschaftlichen Mikroskopie. (334 S. m. 231 Fig.) Wien, Deuticke. 9,00.
Kratzert, Ingenieur, Grundrifs der Elektrotechnik. II. Teil. Transformatoren, Akkumulatoren, elektr. Beleuchtung und Kraftübertragung. (344 S.) Ebda. 8,00.

Chemie.

Fischer, Prof. Dr., Die Chemie der Kohlenhydrate. Rede. (36 S. Berlin, Hirschwald. 1,00.
Meusel, Dr., Das Atomvolumen in chemischen Verbindungen. (127 S.) Liegnitz, Scholz. 4,00.
Helm, Prof. Dr., Grundzüge der mathematischen Chemie. Energetik der chemischen Erscheinungen. (138 S.) Lpz., Engelmann. 3,00.
Schulze, Lehrer Dr., Die Chemie der Küche und des Hauses. Ein Leitfaden für den Unterricht in der Chemie in Töchterschulen. (51 S.) Wittenberg, Herrosé. 0,50.
Gattermann, Prof. Dr., Die Praxis des organischen Chemikers. (304 S.) Lpz., Veit & Co. 6,00.
Exler, Reaktionsschema für die qualitative Analyse. Aufsuchung der häufiger vorkommenden Basen. 58 cm : 68 cm. Wien, Deuticke. 1,00.
Dammer, Dr., Handbuch der unorganischen Chemie. Unter Mitwirkung von Dr. Benedict, Gadebusch etc. herausg. II. (Schlufs-) Band. (966 S.) Stuttgart, Enke. 25,00.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Bannwarth, Dr., Anthropologische Wandtafeln. Für den Gebrauch in höheren Schulen und an Universitäten herausg. In 9 Taf. 80 cm : 60 cm. Lpz., Barth. à 4,00.
Bernstein, Prof. Dr., Lehrbuch der Physiologie des tierischen Organismus, im Speziellen des Menschen. (755 S.) Stuttgart, Enke. 16,00.
Fickert, Dr., Die Fische Süddeutschlands. (58 S.) Nebst farbiger Wandtafel. 83 cm : 92 cm. Stuttgart, Weise. 4,00.
Winter, Prof., Der Vogelflug. S. oben unter Physik.
Alsberg, Dr. med., Arzt, Rechtshändigkeit und Linkshändigkeit, sowie deren mutmafsliche Ursachen. (32 S.) Hamburg, Verlagsanstalt. 0,60.
Rörig, Ass., Doz. Dr., Leitfaden für das Studium der Insekten und entomologische Unterrichtstafeln. (43 S. u. 8 Taf.) Berlin, Friedländer. 3,00.

2. Botanik.

Loew, Realgymn.-Prof. Dr., Blütenbiologische Floristik des mittleren und nördlichen Europas, sowie Grönlands. Systematische Zusammenstellung des in den letzten 10 Jahren veröffentlichten Beobachtungsmaterials. (424 S.) Stuttgart, Enke. 11,00.
Giesenhagen, Doz. Dr., Lehrbuch der Botanik. (335 S.) München, Dr. Wolff. 8,00.

3. Mineralogie.

Heim, Alb. Prof. Dr. u. C. Schmidt, Prof. Dr., Geologische Karte der Schweiz. 1 : 500 000. Herausg. v. d. schweiz. geolog. Kommission. 51 cm : 72,5 cm. Bern, Schmid & Francke. 12,00.
Brezina, A., Vorschläge zu einer Reform des mineralogischen Unterrichts in den Mittelschulen. (18 S.) Wien, Verl. der Zeitschr. für Realschulwesen. 1,00.
Rothpelz, Geotektonische Probleme. (175 S.) Stuttgart, Schweizerbart. 8,00.
Weis, Prof. Dr., Lehrbuch der Mineralogie und Chemie. In 2 Teilen. (298 S. u. 240 S.) Bremen, Heinsius. 5,40.

(Fortsetzung folgt.)

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik. Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. dergl.)

Über Riemann und seine Bedeutung für die Entwickelung der modernen Mathematik.

Vortrag

von Prof. F. Klein aus Göttingen,

gehalten in der zweiten allgemeinen Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Wien,

Donnerstag, den 27. September 1894.*)

Hochgeehrte Anwesende!

Es hat gewiſs seine ganz besondere Schwierigkeit, über mathematische Dinge, oder auch nur über allgemeine Verhältnisse und Beziehungen innerhalb der Mathematik vor einem gröſseren Publikum zu sprechen. Diese Schwierigkeit resultiert daraus, daſs die Begriffe, mit denen wir uns beschäftigen und deren inneren Zusammenhang wir erforschen, selbst erst das Produkt fortgesetzter mathematischer Gedankenarbeit sind, daſs sie dem gewöhnlichen Leben fern liegen.

Trotzdem habe ich nicht angestanden, der ehrenvollen Aufforderung zu entsprechen, welche der Vorstand Ihrer Gesellschaft neuerdings an mich richtete, und den heutigen ersten Vortrag zu übernehmen.

Ich hatte das Beispiel des nun vollendeten groſsen Forschers vor Augen, welcher ursprünglich als Redner in Aussicht genommen war. Es ist zweifellos nicht das geringste Verdienst von Hermann v. Helmholtz, daſs er von Beginn seiner Laufbahn bemüht gewesen ist, die Probleme und Resultate der wissenschaftlichen Forschung auf allen den vielen von ihm berührten Gebieten in allgemein verständlichen Vorträgen dem Kreise der weiteren Fachgenossen vorzulegen; er hat dadurch jeden einzelnen von uns auf dessen eigenem Gebiete gefördert. Wenn es von vornherein unmöglich scheint, ein Gleiches im Hinblick auf reine Mathematik zu leisten, so drängen dafür die inneren Verhältnisse meines Faches immer zwingender darauf hin, zu versuchen, was sich erreichen lassen möchte. Ich spreche hier nicht als einzelner, ich spreche im Namen der sämtlichen Mitglieder der mathematischen Vereinigung, welche sich im An-

---

*) Abgedruckt mit ausdrücklicher, eingeholter Erlaubnis der Geschäftsführung der Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Wien und des Verfassers. Der Herr Verfasser hat den Aufsatz für unsere Zeitschrift noch besonders revidiert. Die Redaktion.

schlusse an die Gesellschaft der Naturforscher und Ärzte vor einigen Jahren gebildet hat und die, wenn nicht formal so doch thatsächlich, mit ihrer ersten Abteilung identisch ist. Wir empfinden, dafs unter dem Einflusse der modernen Entwickelung unsere fortschreitende Wissenschaft je länger je mehr Gefahr läuft, sich zu isolieren. Die enge Beziehung zwischen Mathematik und theoretischer Naturwissenschaft, wie sie zum Segen beider Gebiete seit dem Emporkommen der modernen Analysis bestand, droht zu zerreifsen. Hier liegt eine grofse, täglich wachsende Gefahr. Dem wollen wir Mitglieder der mathematischen Vereinigung nach Kräften entgegenwirken. In diesem Sinne war es, dafs wir uns an die Naturforscherversammlung angeschlossen haben. Wir wünschen von Ihnen im persönlichen Verkehre zu lernen, wie sich der wissenschaftliche Gedanke in Ihren Disziplinen entwickelt und wo dementsprechend der Ansatzpunkt für das Eingreifen des Mathematikers gegeben sein mag. Wir wünschen umgekehrt von Ihrer Seite für unsere Auffassungen und Bestrebungen einiges Interesse und Verständnis zu finden. In diesem Sinne stehe ich vor Ihnen und versuche von der Bedeutung desjenigen Forschers ein Bild zu entwerfen, der wie kein anderer für die Entwickelung der modernen Mathematik bestimmend gewesen ist, von Bernhard Riemann. Dabei hoffe ich, jedenfalls denjenigen unter Ihnen einiges bieten zu können, denen die Ideengänge der Mechanik und theoretischen Physik geläufig sind. Sie Alle aber müssen fühlen, dafs hier Verbindungspunkte mit dem naturwissenschaftlichen Denken vorliegen.

Der äufsere Lebensgang von Riemann wird vielleicht Ihre Teilnahme, aber kaum Ihr besonderes Interesse erregen. Riemann ist einer der stillen Gelehrten gewesen, welche ihre tiefen Gedanken langsam in sich ausreifen lassen. Als er 1851 in Göttingen mit einer allerdings sehr hervorragenden Dissertation promovierte, war er 25 Jahre alt; es dauerte weitere drei Jahre, bis er sich ebenda habilitierte. Um diese Zeit entstehen in rascher Aufeinanderfolge alle die bedeutenden Arbeiten, von denen ich zu berichten habe. Riemann ist 1859 nach dem Tode von Dirichlet dessen Nachfolger an der Göttinger Universität geworden, aber schon 1863 begann die unheilvolle Krankheit, der er 1866 zum Opfer gefallen ist, im Alter von nur 40 Jahren. Seine gesammelten Werke, welche zuerst 1876 von Heinrich Weber und Dedekind herausgegeben sind (und die bereits in zweiter Auflage vorliegen), sind nicht etwa besonders umfangreich; sie füllen einen Oktavband von ca. 550 Seiten, darunter nur etwa die Hälfte Arbeiten, die zu Riemanns Lebzeiten veröffentlicht worden sind. Die grofse Wirkung, welche von Riemann ausgegangen ist und fortwährend ausgeht, ist einzig eine Folge der Eigenartigkeit und selbstverständlich der eindringenden Kraft seiner mathematischen Betrachtungen.

Entzieht sich die letztere der heutigen Darlegung, so meine ich die Eigenart der Riemannschen Mathematik Ihnen allerdings vorweg erklären zu können, indem ich den einheitlichen Grundgedanken bezeichne, von dem aus alle seine Entwickelungen entspringen. Ich darf vorweg erwähnen, dafs Riemann sich viel und eingehend mit physikalischen Betrachtungen beschäftigt hat. Aufgewachsen in der grofsen Tradition, die durch die Vereinigung der Namen Gaufs und Wilhelm Weber bezeichnet ist, beeinflufst anderseits von der Herbartschen Philosophie, hat er immer wieder daran gearbeitet, in mathematischer Form eine einheitliche Formulierung der sämtlichen Naturerscheinungen zugrunde liegenden Gesetze zu finden. Diese Untersuchungen sind, wie es scheint, niemals zu einem bestimmten Abschlusse gekommen und liegen uns in Riemanns Nachlafs nur ganz bruchstückweise vor. Es handelt sich um verschiedene Ansätze, denen nur dies eine gemeinsam ist, was heute unter der Herrschaft von Maxwells elektromagnetischer Lichttheorie die allgemeine Grundanschauung wenigstens der jüngeren Physiker sein dürfte,

die Annahme nämlich, dafs der Raum von einer kontinuierlich ausgebreiteten Flüssigkeit erfüllt ist, welche gleichzeitig der Träger der optischen, wie der elektrischen und der Gravitationserscheinungen ist. Ich verweile nicht bei den Einzelheiten, umsomehr als dieselben heute nur noch historisches Interesse besitzen dürften. Was ich betonen will, ist dies, dafs eben hier die Quelle von Riemanns rein mathematischen Entwickelungen liegt. Was in der Physik die Verbannung der Fernwirkungen, die Erklärung der Erscheinungen durch die inneren Kräfte eines raumerfüllenden Äthers ist, das ist in der Mathematik das Verständnis der Funktionen aus ihrem Verhalten im Unendlich-Kleinen, insbesondere also aus den Differentialgleichungen, denen sie genügen. Und wie im übrigen die einzelne Erscheinung im Gebiete der Physik von der allgemeinen Anordnung der Versuchsbedingungen abhängt, so individualisiert Riemann seine Funktionen durch die besonderen Grenzbedingungen, die er ihnen auferlegt. Die Formel, deren man zur rechnerischen Beherrschung der Funktion bedarf, erscheint hier als Schlufsresultat der Betrachtungen, nicht als Ausgangspunkt. Wenn ich wagen darf, die Analogie so scharf zu betonen, so werde ich sagen, dafs Riemann im Gebiete der Mathematik und Faraday im Gebiete der Physik parallel stehen. — Diese Bemerkung bezieht sich zunächst auf den qualitativen Inhalt der beiderseitigen Gedankengänge; ich meine aber, dafs auch die Wichtigkeit der von den beiden Forschern erreichten Resultate, gemessen an den Bedingungen der einzelnen Wissenschaft, vergleichbar sei.

Indem ich mich jetzt dazu wende, an der Hand der hiemit gegebenen Auffassung mit Ihnen die einzelnen Hauptgebiete von Riemanns mathematischen Untersuchungen zu durchwandern, habe ich selbstverständlich mit derjenigen Disziplin zu beginnen, welche am innigsten mit seinem Namen verbunden erscheint, wenn er sie selbst auch nur als einen Beleg für sehr viel weiter ausgreifende, umfassende Tendenzen betrachten möchte: — mit der Funktionentheorie komplexer Variabler.

Der fundamentale Ansatz dieser Theorie ist wohlbekannt; bei Untersuchung der Funktionen einer Variablen z substituiert man für diese Variable eine zweiteilige Gröfse $x + iy$, mit der so gerechnet wird, dafs man für i^2 allemal -1 einträgt. Der Erfolg ist, dafs die Eigenschaften der Funktionen einfacher Variabler, die wir gewöhnlich betrachten, in sehr viel höherem Mafse verständlich werden, als ohne eine solche Mafsnahme. Um die eigenen Worte Riemanns aus seiner Dissertation von 1851 zu gebrauchen (in welcher er die Grundlinien für die ihm eigentümliche Behandlungsweise unserer Theorie gezogen hat): es tritt beim Übergange zu komplexen Werten eine sonst versteckt bleibende Harmonie und Regelmäfsigkeit hervor.

Der Begründer dieser Theorie ist der grofse französische Mathematiker Cauchy*); aber erst in Deutschland hat dieselbe ihr modernes Gepräge erhalten, durch welches sie sozusagen in den Mittelpunkt unserer mathematischen Überzeugungen gerückt wird. Das ist der Erfolg der gleichzeitigen Bestrebungen der beiden Forscher, die wir noch wiederholt nebeneinander zu nennen haben, nämlich von Riemann und anderseits von Weierstrafs.

---

*) Ich sehe bei der Darstellung des Textes von Gaufs ab, der hier wie in anderen Gebieten seiner Zeit vorauseilend zahlreiche Entdeckungen antizipiert hat, ohne hierüber irgend etwas an die Öffentlichkeit zu bringen. Es ist besonders merkwürdig, dafs man bei Gaufs funktionentheoretische Ansätze findet, die ganz in der Richtung der späteren Riemannschen Methoden liegen, und als habe in unbewufster Form von dem älteren Forscher auf den jüngeren eine Übertragung leitender Ideen stattgefunden.

Auf dasselbe Ziel gerichtet, sind die Methoden dieser beiden Mathematiker im einzelnen so verschieden wie möglich; sie scheinen sich fast zu widerstreiten, was, von einem höheren Standpunkte gesehen, selbstverständlich dahin führt, dafs sie einander ergänzen.

Weierstrafs definiert die Funktionen einer komplexen Veränderlichen analytisch durch eine gemeinsame Formel, nämlich die unendlichen Potenzreihen; er vermeidet auch weiterhin nach Möglichkeit geometrische Hülfsmittel und sucht seine spezifische Leistung in der durchgebildeten Schärfe der Beweisführung.

Riemann dagegen beginnt — dem allgemeinen Ansatze entsprechend, den ich vorhin bezeichnete — mit gewissen Differentialgleichungen, denen die Funktionen von $x + iy$ genügen. Es nimmt das hier unmittelbar physikalische Form an. Man setze $f(x + iy) = u + iv$. Dann erscheint vermöge der genannten Differentialgleichungen der einzelne Bestandteil, u wie v, als ein Potential in dem Raume der zwei Veränderlichen x und y, und man kann Riemanns Entwickelungen kurzweg dahin bezeichnen, dafs er auf diese einzelnen Bestandteile die Grundsätze der Potentialtheorie zur Geltung bringt. Sein Ausgangspunkt liegt hienach auf dem Gebiete der mathematischen Physik. Sie sehen, dafs auch innerhalb der Mathematik der Individualität ein breiter Spielraum bleibt.

Wollen Sie übrigens bemerken, dafs die Potentialtheorie, welche nach ihrer Unentbehrlichkeit in der Elektricitätslehre und anderen Kapiteln der Physik heutzutage ein allgemein gekanntes und benutztes Instrument ist, damals noch jung war. Allerdings hat Green bereits 1828 seine grundlegende Abhandlung geschrieben, aber diese ist lange unbeachtet geblieben. Dann folgt Gaufs 1839. Die Weiterverbreitung und Entwickelung der hier gegebenen Grundsätze ist, soweit Deutschland in Betracht kommt, wesentlich das Verdienst der Vorlesungen von Dirichlet, und an diese knüpft Riemann unmittelbar an.

Als spezifische Leistung von Riemann erscheint in diesem Zusammenhange zunächst selbstverständlich die Tendenz, der Potentialtheorie eine grundlegende Bedeutung für die ganze Mathematik zu geben, weiter aber eine Reihe geometrischer Konstruktionen, oder, wie ich lieber sage, geometrischer Erfindungen, über die Sie mir ein paar Worte gestatten wollen.

Ein erster Schritt ist, dafs Riemann die Gleichung $u + iv = f(x + iy)$ durchwegs als eine Abbildung der Ebene x, y auf eine Ebene u, v auffafst. Diese Abbildung erweist sich als konform, das heifst winkeltreu, und kann geradezu durch diese Eigenschaft charakterisiert werden. Wir haben so ein neues Hülfsmittel zur Definition der Funktionen von $(x + iy)$. Riemann entwickelt in dieser Hinsicht den glänzenden Satz, dafs es immer eine Funktion f giebt, welche ein beliebiges, einfach zusammenhängendes Gebiet der x, y-Ebene auf ein beliebig gegebenes, einfach zusammenhängendes Gebiet der u, v-Ebene überträgt; diese Funktion ist bis auf drei Konstante, die willkürlich bleiben, völlig bestimmt.

Hierüber hinaus aber begründet er die Vorstellung der Riemannschen Fläche (wie wir es heute ausdrücken), das heifst einer Fläche, welche sich mehrblättrig über die Ebene ausbreitet und deren Blätter in sogenannten Windungspunkten zusammenhängen. Das ist ohne Zweifel der schwierigste, aber auch der erfolgreichste Schritt gewesen. Wir sehen noch täglich, wie hart es dem Neuling ankommt, das Wesen der Riemannschen Fläche zu begreifen, und wie er auf einmal die ganze Theorie besitzt, wenn er diese fundamentale Vorstellungsweise erfafst hat. Die Riemannsche Fläche bietet das Mittel, um die mehrwertigen Funktionen von $(x + iy)$ in ihrem Verlaufe zu verstehen. Denn auf ihr existieren ebensolche Potentiale, wie auf der schlichten Ebene, deren Gesetzmäfsig-

keiten mit denselben Mitteln erforscht werden können; nicht minder bleibt die Methode der konformen Abbildung hier in Geltung. Einen ersten Haupteinteilungsgrund giebt dabei die Zusammenhangszahl der Flächen, das heifst die Zahl der Querschnitte, die man ausführen kann, ohne die Fläche in getrennte Teile zu zerlegen. Auch dies ist eine geometrisch ganz neue Fragestellung, die vor Riemann trotz ihres elementaren Charakters von niemand berührt worden war.

Vielleicht bin ich mit diesen Ausführungen bereits zu sehr ins einzelne gegangen. Um so lieber will ich gleich hinzufügen, dafs alle diese Hülfsmittel, welche Riemann von der physikalischen Anschauung aus für die Zwecke der reinen Mathematik geschaffen hat, rückwärts für die mathematische Physik die gröfste Bedeutung gewonnen haben. Überall zum Beispiel, wo es sich um stationäre Strömungen von Flüssigkeiten in Gebieten von zwei Dimensionen handelt, kommen die Riemannschen Ansätze jetzt allgemein zur Verwendung. Hierdurch sind eine Reihe der interessantesten Aufgaben, die früher unlösbar schienen, erledigt worden. Sehr bekannt ist in dieser Hinsicht Helmholtz' Bestimmung der Gestalt eines freien Flüssigkeitsstrahls. Vielleicht weniger beachtet ist eine andere Art der physikalischen Anwendung, bei welcher die Riemannschen Vorstellungsweisen in besonders reizvoller Kombination zur Geltung kommen. Ich meine die Theorie der Minimalflächen. Riemanns eigene Untersuchungen hierüber sind erst 1867 nach seinem Tode publiziert worden, ziemlich gleichzeitig mit parallellaufenden Untersuchungen von Weierstrafs über denselben Gegenstand. Seitdem ist die Fragestellung durch Schwarz und andere sehr viel weiter verfolgt worden. Es handelt sich darum, die Gestalt der kleinsten Fläche zu bestimmen, die in einen festen Rahmen eingespannt werden kann, — sagen wir die Gleichgewichtsfigur einer Flüssigkeitslamelle, die in eine gegebene Kontour pafst. Da ist das Merkwürdige, dafs auf Grund der Riemannschen Ansätze die in der Analysis bekannten Funktionen gerade ausreichen, um die einfachsten Fälle zu erledigen.

Diese Anwendungen, die ich heute voranstelle, sind selbstverständlich nur die eine Seite der Sache. Die Hauptbedeutung der funktionentheoretischen Methoden, um die es sich handelt, liegt zweifellos nach Seiten der reinen Mathematik. Ich mufs versuchen, dies genauer zu entwickeln, wie es der Wichtigkeit des Gegenstandes entspricht, ohne doch dabei besondere Vorkenntnisse vorauszusetzen.

Lassen Sie mich mit der ganz allgemeinen Frage beginnen, wie es überhaupt mit dem Fortschritt im Gebiete der reinen Mathematik bestellt ist. Die Weiterbildung der reinen Mathematik erscheint dem Fernerstehenden vielleicht als etwas ganz Willkürliches, weil die Konzentration auf einen von Haus aus gegebenen bestimmten Gegenstand wegfällt. Und dennoch giebt es einen Regulator, der in beschränkterem Sinne innerhalb aller anderen Disciplinen wohlbekannt ist — die historische Kontinuität: Die reine Mathematik wächst, indem man alle Probleme mit neuen Methoden durchdenkt. In dem Mafse, wie wir die früheren Aufgaben besser verstehen, bieten sich neue von selbst.

Von dieser Auffassung geleitet, müssen wir zunächst einen Blick auf das funktionentheoretische Material werfen, welches Riemann zu Beginn seiner Laufbahn entgegentrat. Man hatte gefunden, dafs unter den analytischen Funktionen einer Variablen, das heifst eben unter den Funktionen der von $x + iy$, drei Klassen der Beachtung ganz besonders wert sind. Es sind dies zunächst die algebraischen Funktionen, die durch eine endliche Zahl von Elementaroperationen, das heifst von Additionen, Multiplikationen und Divisionen definiert werden — im Gegensatze zu den transcendenten Funktionen, bei deren Festlegung unendliche Reihen der genannten Operationen benötigt werden. Unter den transcendenten

Funktionen stehen natürlich die Logarithmen und anderseits die trigonometrischen Funktionen, also Sinus und Cosinus etc., als die einfachsten voran. Aber die Forschung war über diese bereits fortgeschritten, einerseits zu den elliptischen Funktionen, die aus der Umkehr der elliptischen Integrale erwachsen, dann zu den anderen Funktionen, welche mit der Gaufsschen hypergeometrischen Reihe zusammenhängen, den Kugelfunktionen, Besselschen Funktionen, Gammafunktionen etc.

Die Riemannsche Leistung kann nun am kürzesten dahin bezeichnet werden, dafs er für eine jede dieser drei Funktionsklassen ganz neue Resultate und neue Auffassungen gefunden hat, welche bis heute fortschreitend die Quelle nachhaltigster Anregung geblieben sind. Einige wenige Bemerkungen mögen dies mehr ins einzelne vorführen.

Das Studium der algebraischen Funktionen fällt dem Wesen nach zusammen mit dem Studium der algebraischen Kurven, deren Eigenschaften die Geometer studieren, mögen sie sich zu den „Analytikern" zählen, welche die Formel voranstellen, oder zu den „synthetischen Geometern" im Sinne Steiners und v. Staudts, die mit der Erzeugung der Kurven durch Strahlbüschel operieren. Der wesentlich neue Gesichtspunkt, den Riemann hier eingeführt hat, ist der Gesichtspunkt der allgemeinen eindeutigen Transformation. Von hier aus erscheinen die vielgestaltigen algebraischen Kurven in grofse Kategorien zusammengefafst, und es entsteht, indem man von den Eigentümlichkeiten der einzelnen Kurvenform absieht, eine Lehre von den allgemeinen Eigenschaften, die allen zusammengehörigen Kurven gemeinsam sind. Die Geometer haben nicht gezögert, die solcherweise entspringenden Resultate von ihrem Standpunkte aus abzuleiten und weiter zu verfolgen, — allen voran Clebsch, der gleich auch begann, die entsprechenden Untersuchungen bei mehrdimensionalen algebraischen Gebilden in Angriff zu nehmen. Aber es wird darauf ankommen, dafs die Kurvengeometrie auch die Methoden Riemanns nach ihrem inneren Gehalte zu assimilieren sucht. Ein erster Schritt dazu ist, dafs man an der Kurve selbst das Gegenbild für die zweifach ausgedehnte Riemannsche Fläche konstruiert, was in mannigfacher Weise gelingt. Der weitere Fortschritt müfste sein, dafs man auf dem so definierten Gebilde funktionentheoretisch operieren lernt.

Die Theorie der elliptischen Integrale findet ihre Weiterbildung in der Betrachtung der allgemeinsten Integrale algebraischer Funktionen, über welche der Norwege Abel in den Zwanzigerjahren dieses Jahrhunderts die ersten grundlegenden Untersuchungen publiziert hat. Man wird es immer als eine der gröfsten Leistungen Jacobis ansehen müssen, dafs er durch eine Art von Divination für diese Integrale ein Umkehrproblem aufstellte, welches, ebenso wie im Falle der elliptischen Integrale die direkte Umkehr, eindeutige Funktionen ergiebt. Die wirkliche Durchführung dieses Umkehrproblems ist die zentrale Aufgabe, welche auf verschiedenen Wegen gleichzeitig von Weierstrafs und Riemann gelöst worden ist. Man hat die grofse Abhandlung über die Abelschen Funktionen, in welcher Riemann 1857 seine Theorie veröffentlichte, unter allen Leistungen seines Genius immer als die glänzendste betrachtet. Denn das Resultat kommt nicht auf mühsamem Wege, sondern durch unmittelbare Betrachtungen hervor, einfach, indem Riemann in geeigneter Ideenverbindung die geometrischen Hülfsmittel heranzieht, von denen soeben andeutungsweise die Rede war. Ich habe bei einer früheren Gelegenheit gezeigt, dafs man seine Resultate betreffend die Integrale, sowie die daraus folgenden Ergebnisse betreffend die algebraischen Funktionen, in übersichtlicher Weise erhält, indem man stationäre Flüssigkeitsströmungen, sagen wir Strömungen der Elektricität, auf beliebig im Raume gelegenen geschlossenen Flächen betrachtet. Doch betrifft das nur die erste Hälfte der Riemannschen Abhandlung. Die zweite Hälfte, welche sich auf die Thetareihen bezieht, ist vielleicht noch bemerkenswerter. Es ergiebt sich

da das merkwürdige Resultat, daſs die Thetareihen, deren man zur Erledigung des Jacobischen Umkehrproblems bedarf, nicht die allgemeinen sind, womit die neue Aufgabe gegeben ist, die Stellung der allgemeinen Theta in dieser Theorie zu bestimmen. Nach einer Notiz von Hermite hat Riemann bereits den Satz gekannt, der später von Weierstraſs publiziert und neuerdings von Picard und Poincaré behandelt wurde, nämlich daſs die Thetareihen ausreichen, um die allgemeinsten periodischen Funktionen mehrerer Variablen aufzustellen.

Doch ich darf auf diese Einzelfragen nicht zu weit eingehen. Eine zusammenhängende Darstellung der Entwickelung zu geben, welche an Riemanns Abelsche Funktionen anschlieſst, ist darum miſslich, weil die weitgehenden Untersuchungen von Weierstraſs über denselben Gegenstand immer erst nur aus Vorlesungsheften bekannt sind. Ich werde mich also auf die Bemerkung beschränken, daſs das wichtige Buch von Clebsch und Gordan, das 1866 erschien, im wesentlichen bezweckte, die Riemannschen Resultate an der algebraischen Kurve mit den Hülfsmitteln der analytischen Geometrie zur Ableitung zu bringen. Die Riemannschen Methoden waren damals noch eine Art Arcanum seiner direkten Schüler und wurden von den übrigen Mathematikern fast mit Miſstrauen betrachtet. Ich kann demgegenüber nur wiederholen, was ich soeben bei den Kurven bemerkte, daſs nämlich die fortschreitende Entwickelung ersichtlich mit Notwendigkeit dahin führt, auch die Riemannschen Methoden dem Allgemeinbesitz der Mathematiker einzufügen. Es ist interessant, in dieser Hinsicht die neuesten französischen Lehrbücher zu vergleichen.*)

Die dritte Funktionsklasse, die wir nannten, sollte diejenigen Abhängigkeitsgesetze umfassen, welche sich an die Gauſssche hypergeometrische Reihe anschlieſsen. Es sind dies im weiteren Sinne diejenigen Funktionen, die durch lineare Differentialgleichungen mit algebraischen Koëfficienten definiert werden können. Riemann hat hierüber bei seinen Lebzeiten nur eine erste einleitende Arbeit veröffentlicht (1856), welche sich ausschlieſslich mit dem hypergeometrischen Falle selbst beschäftigt und in überraschender Weise zeigt, wie alle die früher bekannten merkwürdigen Eigenschaften der hypergeometrischen Funktion ohne alle Rechnung aus dem Verhalten der Funktion bei Umkreisung der singulären Punkte abgeleitet werden können. Wir wissen jetzt aus seinem Nachlasse, in welcher Form er sich die entsprechende allgemeine Theorie der linearen Differentialgleichungen $n$ter Ordnung ausgeführt dachte: auch hier sollte die Gruppe der linearen Substitutionen, welche die Lösungen bei Umkreisung der singulären Punkte erleiden, voranstehen und das oberste Merkmal der Klassifikation abgeben.

Dierer Ansatz, welcher gewissermaſsen der von Riemann gegebenen Behandlung der Abelschen Integrale entspricht, ist in der umfassenden von Riemann beabsichtigten Weise noch nicht durchgeführt worden; die zahlreichen Untersuchungen über lineare Differentialgleichungen, welche in den letzten Jahrzehnten anderweitig publiziert worden sind, haben im wesentlichen nur erst einzelne Teile der Theorie geordnet. Es sind in dieser Hinsicht insbesondere die Untersuchungen von Fuchs zu nennen. Übrigens ist die Theorie, sofern man sich auf lineare Differentialgleichungen der zweiten Ordnung beschränkt, einer einfachen geometrischen Interpretation fähig. Man hat die konforme Abbildung zu betrachten, welche der Quotient zweier Partikularlösungen der Differentialgleichung von dem Gebiet der unabhängigen Veränderlichen entwirft. Im einfachsten Falle der hypergeometrischen Funktion erhält man hier die Abbildung einer Halbebene auf ein Kreisbogendreieck und damit einen merkwürdigen Übergang zur sphärischen Trigonometrie. Allgemein giebt es Fälle, welche

---

*) Vergleiche Picard, Traité d'Analyse, Apell und Goursa, Théorie des fonctions algébriques et de leurs intégrales.

eindeutige Umkehr gestatten und damit zu jenen bemerkenswerten Funktionen einer Variablen Anlaſs geben, die gleich den periodischen Funktionen durch unendlich viele lineare Transformationen in sich übergehen und die ich dementsprechend als automorphe Funktionen bezeichne. Alle diese Entwickelungen, welche die Funktionentheoretiker der Neuzeit beschäftigen, treten mehr oder minder explicite bereits in den hinterlassenen Papieren Riemanns auf, insbesondere in der Arbeit über die Minimalflächen, von welcher oben die Rede war. Ich verweise übrigens auf Schwarz' Abhandlung über die hypergeometrische Reihe und auf die bahnbrechenden Untersuchungen von Poincaré zur Theorie der automorphen Funktionen. Hier rubricieren auch die Untersuchungen über die elliptischen Modulfunktionen und die Funktionen der regulären Körper.

Ich darf die Besprechung von Riemanns funktionentheoretischen Arbeiten nicht schlieſsen, ohne einer isoliert stehenden Abhandlung zu gedenken, in welcher derselbe interessante Beiträge zur Theorie der bestimmten Integrale giebt, die aber zumal durch die Anwendung, welche Riemann auf ein zahlentheoretisches Problem macht, berühmt geworden ist. Es handelt sich um das Gesetz der Verteilung der Primzahlen innerhalb der natürlichen Zahlenreihe. Riemann giebt für dasselbe Annäherungsausdrücke, welche sich wesentlich näher an die Ergebnisse der empirischen Abzählungen anschlieſsen, als die bis dahin aus diesen Abzählungen induktiv abgeleiteten Regeln. Zwei Bemerkungen sind es, die sich hier aufdrängen. Erstlich wollen Sie beachten, wie merkwürdig die einzelnen Teile der höheren Mathematik zusammenhängen, indem hier ein Problem, welches in die Elemente der Zahlenlehre zu gehören scheint, aus den Entwickelungen der feinsten funktionentheoretischen Fragen eine ungeahnte Förderung erfährt. Zweitens aber habe ich hervorzuheben, daſs die Beweise der Riemannschen Abhandlung, wie er übrigens selbst bemerkt, nicht ganz vollständig sind, und daſs dieselben trotz zahlreicher Bemühungen der neuesten Zeit noch nicht lückenlos haben hergestellt werden können. Riemann muſs vielfach mit der Intuition gearbeitet haben. Es gilt dies auch, wie ich nicht verfehlen darf, nachträglich anzugeben, für seine Grundlegung der Funktionentheorie selbst. Riemann verwendet dort eine in der mathematischen Physik oft gebrauchte Schluſsweise, die er seinem Lehrer Dirichlet zu Ehren als Dirichletsches Prinzip bezeichnet. Es handelt sich darum, eine stetige Funktion zu bestimmen, welche ein gewisses Doppelintegral zu einem Minimum macht, und hier behauptet nun das genannte Prinzip, daſs die Existenz einer solchen Funktion aus der Fragestellung selbst evident sei.*) Weierstraſs hat gezeigt, daſs hier ein Fehlschluſs vorliegt; es könnte sein, daſs das Minimum, welches wir suchen, nur eine Grenze bezeichnet, welche man innerhalb des Gebietes der stetigen Funktionen nicht erreichen kann. Hiermit wird ein groſser Teil der Riemannschen Entwickelungen hinfällig. Trotzdem aber sind die weitreichenden Resultate, welche Riemann auf das genannte Prinzip stützt, alle richtig, wie dies Karl Neumann und Schwarz durch strenge Methoden später ausführlich gezeigt haben. Man muſs sich wohl die Idee bilden, daſs Riemann die Theoreme selbst ursprünglich der physikalischen Anschauung entnommen hat, die sich hier wieder einmal als heuristisches Prinzip bewährte, und nur hinterher auf die genannte Schluſsweise bezog, um einen in sich geschlossenen mathe-

---

*) Ich verstehe hier also unter dem „Prinzip“ entgegen einem vielfach verbreiteten Sprachgebrauche die Schluſsweise, nicht die daraus abgeleiteten Resultate. Bei der Gelegenheit möchte ich auf einen Aufsatz von W. Thomson aufmerksam machen, der in Liouvilles Journal, Bd. XII, 1847 abgedruckt ist und von den deutschen Mathematikern zu wenig beachtet erscheint. Das fragliche Prinzip ist dort in groſser Allgemeinheit ausgesprochen.

matischen Gedankengang zu haben. Hiebei hat er, wie längere Entwickelungen seiner Dissertation zeigen, gewisse Schwierigkeiten sehr wohl gefühlt, aber im Hinblicke darauf, dafs er die Schlufsweise in analogen Fällen von seiner Umgebung, selbst von Gaufs, anstandslos angenommen sah, nicht so weit verfolgt, als erforderlich gewesen wäre.

So viel über die Funktionen komplexer Variabler. Sie repräsentieren das einzige Gebiet, welches Riemann im Zusammenhange bearbeitet hat; alles andere sind Einzeluntersuchungen. Aber man würde doch ein sehr unzureichendes Bild von dem Mathematiker Riemann erhalten, wenn man darum diese anderen Arbeiten zur Seite schieben wollte. Denn abgesehen von den sehr bemerkenswerten Resultaten, welche er in denselben gewinnt, lassen sie erst die allgemeine Auffassung hervortreten, die ihn beherrschte, und das Arbeitsprogramm, welches er auszuführen dachte. Auch hat eine jede dieser Untersuchungen in hervorragendem Mafse anregend und bestimmend auf die Weiterentwickelung der Wissenschaft eingewirkt, wie ich sofort des näheren ausführen werde.

Sagen wir es vor allen Dingen, was wir schon oben andeuteten, dafs die von Riemann gegebene Behandlung der Funktionentheorie komplexer Variabler, welche von der partiellen Differentialgleichung des Potentials beginnt, nach seiner Auffassung nur ein Beispiel für eine analoge Behandlung aller anderen physikalischen Probleme sein sollte, die auf partielle Differentialgleichungen — oder überhaupt auf Differentialgleichungen — führen; allemal soll gefragt werden, welches die mit den Differentialgleichungen verträglichen Unstetigkeiten sind und wie weit die Lösungen durch die bei ihnen hervortretenden Unstetigkeiten und zutretende Nebenbedingungen bestimmt sein mögen. Die Durchführung dieses Programmes, welches seitdem von verschiedenen Seiten wesentlich gefördert ist und in den letzten Jahren mit besonderem Erfolge von den französischen Geometern aufgenommen wurde, kommt auf nichts Geringeres als eine systematische Neubegründung der Integrationsmethoden der Mechanik und mathematischen Physik hinaus. Riemann hat selbst in dieser Hinsicht nur ein einzelnes Problem eingehender behandelt. Es geschieht dies in der Abhandlung über die Fortpflanzung ebener Luftwellen von endlicher Schwingungsweite, 1860. Man mufs bei den linearen partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik zwei Haupttypen unterscheiden: den elliptischen und den hyperbolischen Typus, für welche beziehungsweise die Differentialgleichung des Potentials und die Differentialgleichung der schwingenden Saite die einfachsten Beispiele bilden; — ihnen tritt als ein Übergangsfall der parabolische Typus zur Seite, unter den die Differentialgleichung der Wärmeleitung rubriziert. Neuere Untersuchungen von Picard haben gezeigt, dafs man die Integrationsmethoden der Potentialtheorie ziemlich ungeändert auf die elliptischen Differentialgleichungen überhaupt übertragen kann. Aber wie ist es bei den anderen Typen? In dieser Hinsicht giebt Riemanns Arbeit einen ersten wichtigen Beitrag. Riemann zeigt, welche merkwürdigen Modifikationen an der aus der Potentialtheorie bekannten Randwertaufgabe und ihrer Lösung durch die Greensche Funktion angebracht werden müssen, damit die Entwickelung für die hyperbolischen Differentialgleichungen gültig bleibe. Aber auch nach anderer Seite ist die Riemannsche Abhandlung besonders bemerkenswert. Schon die Reduktion des in der Überschrift genannten Problems auf eine lineare Differentialgleichung ist eine besondere Leistung. Und daneben zieht sich durch die Abhandlung eine Betrachtungsweise, die dem Physiker allerdings kaum überraschend sein wird: die graphische Behandlung des Problems. Ich möchte hierauf ganz besonders aufmerksam machen. Denn die in Rede stehende Methode wird seitens der an abstraktere Überlegungen gewöhnten Mathematiker heutzutage vielfach unterschätzt. Um so erfreulicher ist es, dafs eine mathematische Autorität wie Riemann

deren Gebrauch an geeigneter Stelle vertritt und aus ihr die merkwürdigsten Folgerungen zu ziehen weiſs.

Es bleiben nun noch die beiden groſsen Entwürfe zu besprechen, welche Riemann 1854, im Alter von 28 Jahren, bei seiner Habilitation vorgelegt hat: der Aufsatz über die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen, und die Schrift über die Darstellbarkeit einer Funktion durch eine trigonometrische Reihe. Es ist merkwürdig, wie verschieden diese beiden Arbeiten bisher von dem allgemeinen wissenschaftlichen Publikum gewertet worden sind: Die Hypothesen der Geometrie haben seit lange die ihnen gebührende allgemeine Beachtung gefunden, hauptsächlich jedenfalls durch das Eintreten von Helmholtz, wie viele von Ihnen wissen; die Untersuchung über die trigonometrische Reihe aber ist bislang nur im engeren Kreise der Mathematiker bekannt. Dies hindert nicht, daſs die Resultate, welche sie enthält, oder, ich will lieber sagen, die Betrachtungen, zu denen sie Anlaſs gegeben hat, oder mit denen sie im Zusammenhange steht, vom allgemeinen erkenntnistheoretischen Standpunkte aus das höchste Interesse beanspruchen.

Was die Hypothesen der Geometrie angeht, so werde ich hier mich nicht weiter über die philosophische Bedeutung der Sache verbreiten, über die ich nichts Neues zu sagen habe. Es handelt sich bei dieser Discussion für den Mathematiker weniger um den Ursprung der geometrischen Axiome, als um deren gegenseitige logische Abhängigkeit. Die berühmteste Frage ist jedenfalls die nach der Stellung des Parallelenaxioms. Die Untersuchungen von Gauſs, Lobatscheffsky und Bolyai (um nur die hervorragendsten Namen zu nennen) haben bekanntlich gezeigt, daſs das Parallelenaxiom gewiſs keine Folge der übrigen Axiome ist, daſs man eine allgemeine in sich konsequente Geometrie aufbauen kann, welche die gewöhnliche Geometrie als Spezialfall enthält, indem man vom Parallelenaxiom absieht. Diesen wichtigen Betrachtungen hat Riemann dadurch eine neue und spezifische Wendung gegeben, daſs er die Ideenbildungen der analytischen Geometrie voranstellt: der Raum erscheint ihm als ein besonderer Fall einer dreifach ausgedehnten Zahlenmannigfaltigkeit, in welcher sich das Quadrat des Bogenelementes durch eine quadratische Form der Differentiale der Koordinaten ausdrückt. Die speziellen geometrischen Resultate, welche er von hier aus gewinnt, werde ich nicht weiter besprechen und noch weniger auf die Weiterentwickelung eingehen, welche die Theorie in der Zwischenzeit von anderer Seite gefunden hat. Das Wesentliche in dem vorliegenden Zusammenhange ist, daſs Riemann auch hier seinem Grundgedanken treu geblieben ist: die Eigenschaften der Dinge aus ihrem Verhalten im Unendlichkleinen zu verstehen. Er hat dabei den Grund zu einem neuen Kapitel der Differentialrechnung gelegt: zur Lehre von den quadratischen Differentialausdrücken beliebiger Variabler, beziehungsweise von den Invarianten, welche diese Differentialausdrücke gegenüber beliebigen Transformationen der Variabeln besitzen. Ich will hier, in Ergänzung der sonstigen Betrachtungen meines Vortrages, einmal diese abstrakte Seite der Sache hervorheben. Gewiſs ist es bei der Auffindung mathematischer Beziehungen nicht gleichgültig, ob man den Symbolen, mit welchen man operiert, eine bestimmte Bedeutung beilegt oder nicht, indem sich gerade aus der konkreten Auffassung diejenigen Gedankenverbindungen ergeben, welche weiterführen. Beleg hierfür ist so ziemlich alles, was wir bisher über die innere Verwandtschaft der Riemannschen Mathematik und der mathematischen Physik sagten. Aber unabhängig davon steht das schlieſsliche Resultat der mathematischen Untersuchung oberhalb aller derartiger spezieller Ansätze; es ist ein allgemeines logisches Schema, dessen besonderer Inhalt gleichgültig bleibt und je nachdem in verschiedener Weise gewählt werden kann. Von

diesem Standpunkte aus hat es nichts Überraschendes, dafs Riemann später (1861) in einer der Pariser Akademie eingereichten Preisaufgabe von seiner Untersuchung über die Differentialausdrücke eine Anwendung auf ein Problem der Wärmeleitung macht, also auf einen Gegenstand, der mit den Hypothesen der Geometrie gewifs nichts zu thun hat. In demselben Sinne schliefsen sich hier moderne Untersuchungen über die Äquivalenz und Klassifikation der allgemeinen mechanischen Probleme an. In der That kann man die Differentialgleichungen der Mechanik nach Lagrange und Jacobi in der Weise darstellen, dafs sie von einer einzigen quadratischen Form der Differentiale der Koordinaten abhängen.

Ich komme nun zu der Arbeit über die trigonometrische Reihe, die ich mit Vorbedacht an das Ende gesetzt habe, weil sie einen letzten wesentlichen Charakter der Riemannschen Auffassung hervortreten läfst. Bei meiner bisherigen Darstellung konnte ich allemal kurzweg an die geläufigen Vorstellungsweisen der Physik oder doch der Geometrie anknüpfen. Aber der eindringende Geist Riemanns hat sich nicht damit begnügt, die geometrisch-physikalische Anschauung zu benutzen; er ist dazu übergegangen, dieselbe zu kritisieren und nach der Notwendigkeit der aus ihr fliefsenden mathematischen Beziehungen zu fragen. Es handelt sich, kurz gesagt, um die Prinzipien der Infinitesimalrechnung. Riemann hat in seinen sonstigen Arbeiten zu den in dieser Richtung vorliegenden Problemen immer nur beiläufig oder versteckt Stellung genommen. Anders in der Arbeit über die trigonometrische Reihe. Er behandelt ja da leider nur einzelne Probleme: die Frage, ob eine Funktion in jedem Punkte unstetig sein könne, und ob bei Funktionen von so allgemeiner Beschaffenheit unter Umständen noch von einer Integration möchte gesprochen werden können. Aber diese Probleme behandelt er in so überzeugender Weise, dafs von hier aus die Untersuchungen anderer über die Grundlagen der Analysis den mächtigsten Impuls erhalten haben. Die Tradition berichtet, dafs Riemann in späteren Jahren seinen Schülern denjenigen Punkt bezeichnete, der als das merkwürdigste Ergebnis der modernen Kritik dasteht: die Existenz stetiger Funktionen, die in keinem Punkte differentiierbar sind. Ausführlicheres über derartige „unvernünftige" Funktionen (wie man lange sagte) ist dann freilich erst durch Weierstrafs bekannt geworden, der überhaupt wohl das meiste dazu beigetragen hat, um die Theorie reeller Funktionen reeller Variabler (wie man das ganze hier vorliegende Gebiet zu nennen pflegt) in seine heutige strenge Gestalt zu bringen. Ich verstehe die Riemannschen Entwickelungen über die trigonometrische Reihe so, dafs er mit der Weierstrafsschen Darstellungsweise, welche in den hier vorliegenden Fragen die räumliche Anschauung verbannt und ausschliefslich mit arithmetischen Definitionen operiert, was die Grundlegung angeht, einverstanden sein würde. Aber ich kann mir nicht denken, dafs Riemann darum in seinem Herzen die räumliche Anschauung, wie es jetzt wohl von übereifrigen Vertretern der modernen Richtung geschieht, als etwas der Mathematik Widerstreitendes, welches notwendig zu Fehlschlüssen verleiten müfste, angesehen hat. Er mufs daran festgehalten haben, dafs in der Schwierigkeit, welche hier vorliegt, ein Ausgleich möglich ist.

Wir berühren hier eine Frage, welche für die Weiterentwickelung der Mathematik gerade in der Gegenwart von entscheidender Wichtigkeit sein dürfte: Unsere Studierenden wachsen zur Zeit heran, indem sie gleich anfangs alle die intrikaten Verhältnisse kennen lernen, welche die moderne Analysis als möglich aufgedeckt hat. Das ist gewifs gut, aber es hat eine bedenkliche Folgeerscheinung, dafs nämlich die jungen Mathematiker sich vielfach scheuen, überhaupt bestimmte Sätze zu formulieren, dafs ihnen die Frische fehlt, ohne welche auch in der Wissenschaft kein Erfolg errungen werden kann. Auf der anderen Seite glaubt die Mehrzahl der Praktiker sich den angedeuteten schwierigen Untersuchungen einfach

entziehen zu dürfen. Sie lösen sich dadurch von der strengen Wissenschaft ab und entwickeln für ihren Hausgebrauch eine besondere Mathematik, die wie ein Wurzelschöfsling neben der veredelten Pflanze emporschiefst. Wir werden alles einsetzen wollen, dafs die hier vorliegende gefährliche Spaltung überwunden wird. Sei es dementsprechend gestattet, mit zwei Sätzen meine eigene Stellung in dieser Sache zu präzisieren:

Erstlich glaube ich, dafs die von mathematischer Seite gerügten Mängel der räumlichen Anschauung nur temporäre sind, dafs man die Anschauung üben kann, so dafs man mit ihrer Hülfe die abstrakten Entwickelungen der Analytiker in ihrer Tendenz versteht.

Ich glaube ferner, dafs bei der so geforderten Ausbildung der Anschauung die Anwendung der Mathematik auf Gegenstände der Aufsenwelt in der Hauptsache ungeändert bestehen bleiben, sofern man sich nur entschliefst, dieselben durchwegs als eine Art von Interpolation gelten zu lassen, welche die Verhältnisse mit einer den praktischen Anforderungen genügenden, aber doch nur begrenzten Genauigkeit darstellt.

Mit diesen Bemerkungen darf ich meinen Vortrag, der Ihre Geduld schon zu lange in Anspruch genommen hat, schliefsen. Sie mögen erkannt haben, dafs auch innerhalb der Mathematik kein Stillstand ist, dafs eine ähnliche Bewegung herrscht, wie in den Naturwissenschaften. Und auch dieses ist ein allgemeines Gesetz, dafs zwar viele zur Entwickelung der Wissenschaft beitragen, dafs aber die wirklich neuen Anregungen nur auf wenige hervorragende Forscher zurückgehen. Deren Wirksamkeit ist dann nicht auf die kurze Spanne ihres Lebens beschränkt; sie wirken nach, indem sie allmählich in immer vollerem Mafse verstanden werden. So ist es zweifellos mit Riemann. Ich möchte, dafs Sie meine heutigen Ausführungen nicht als die Schilderung einer zurückliegenden Zeit ansehen, der wir die Empfindungen der Pietät widmen, sondern als eine Wiedergabe lebender Momente, welche die Mathematik der Gegenwart erfüllen.

Verhandlungen der 40. Sektion (Mathematischer und naturwissenschaftlicher Unterricht) der 66. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Wien.

Referent: Prof. Dr. K. Haas-Wien.

1. Tag. 24. September 1894. Nachmittag.

Hofrat Dr. A. Beer-Wien begrüfst die 40. Sektion als jüngstes Kind der Naturforscher-Versammlung*); die Existenzberechtigung dieser Sektion erfordere keinen Beweis. Besitzen wir doch schon seit nahezu 50 Jahren einen ausgedehnteren Unterricht in den Naturwissenschaften als anderwärts und wünschen doch die Lehrer der Naturwissenschaften die Gelegenheit, Männer der Wissenschaft persönlich kennen zu lernen. Die Sektion hat übrigens schon durch ihre Vorarbeiten ihre Sporen verdient durch die Ausstellung der Lehrmittel, der die Aussteller einen Teil ihrer Erholung und ihrer Ferien geopfert hatten, und durch die Anregung von Vorträgen. Redner spricht dafür den Beteiligten seinen Dank aus. Hierauf meldet er einen Vortrag von Direktor Dr. J. Petelenz: „*Über den zoologischen Unterricht in den höheren Klassen der Mittelschulen*“ an und

*) Dies ist ein bedauerlicher Irrtum. Man sehe unsere Nachschrift am Ende dieses Berichts S. 74. Die Redaktion.

bringt eine Einladung der Centralstelle für Umtausch naturwissenschaftlicher Objekte (Naturhistorisches Hofmuseum, I. Burgring) für Mittwoch Vormittag zur Kenntnis.

Hierauf wird Hofrat Dr. Matthias Ritter von Wretzschko-Wien zum Vorsitzenden der Sektion und Landes-Schulinspektor Dr. J. Sprängler-Wien zu dessen Stellvertreter gewählt.

Nach einer Besprechung unter den Vortragenden wurde bestimmt, daſs Montag Prof. Dr. Alois Höfler-Wien; daſs Dienstag vormittags Dr. Pick-Pohrlitz, Dr. Nitzsch-Wien und Direktor Hans Januschke-Teschen; nachmittags Dr. Haas-Wien und Prof. Bazala-Bielitz: Mittwoch nachmittags Prof. Lanner-Olmütz und Direktor Petelenz-Lemberg; Donnerstag vormittags Prof. Wittek-Baden und Dr. Maiſs-Wien vortragen sollen.

Den Reigen der Vorträge eröffnet Dr. Alois Höfler, Prof. am Theresianum (Wien): *Einige nähere und fernere Ziele für die Weiterbildung des physikalischen Unterrichtes am Gymnasium.*

Gegenüber den 39 der Forschung dienenden Abteilungen hat die 40. für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht die bedeutsame Aufgabe zu erfüllen, aus jenen Reichtümern wieder die allerbesten Saatkörner auszuwählen und den Geistern einer heranwachsenden Generation einzupflanzen. Wieviel speziell für den physikalischen Unterricht, das jüngste Glied im Organismus unserer mittleren Schulen, schon geschehen ist, bezeugen u. a. die reichhaltigen Lehrmittelausstellungen aus Wiener Anstalten; desgleichen die sieben Jahrgänge der Berliner Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht. Welches rege Leben, welcher alseitiger Eifer für die Ausbildung unseres Gegenstandes, welches tiefe Verständnis für die erziehliche Bedeutung eines richtig erteilten physikalischen Unterrichts bekundet sich in diesen ausgezeichnet geleiteten Blättern!*)

Dennoch bleibt noch viel zu thun. Von „näheren Zielen“ werden die in den letzten Jahren öfters erwähnten Beziehungen zwischen mathematischem und physikalischem Unterricht erörtert.

a) Häufig werden im physikalischen Unterrichte mathematische Begriffe gebraucht, die im Zusammenhang des mathematischen Unterrichtes höchst vorübergehend erwähnt werden, z. B. der Begriff des Krümmungshalbmessers, dessen man bei den krummlinigen Bewegungen, den Linsen, der Oberflächendichte elektrischer Ladungen u. s. w. bedarf. Dürfte etwa bei den Schülern als bekannt vorausgesetzt werden, daſs der Krümmungshalbmesser der Parabel $y^2 = 2py$ im Scheitel den Wert p hat, wie einfach und durchsichtig würde sich dann die Begründung der Formel für die centripetale Beschleunigung $b = \frac{c^2}{r}$ beim Kreis und allgemeiner $w = \frac{v^2}{C}$ gestalten! Für den horizontalen Wurf leitet man aus $y = ct$ und $x = \frac{g}{2} t^2$ die Parabelgleichung $y^2 = 2\frac{c^2}{g} x$ ab. Hier ist also $p = \frac{c^2}{g}$ und $g = \frac{c^2}{p}$. Für das g oder allgemeiner b der Kreisbewegung wird, wenn

*) Und diese unsere Zeitschrift? Und die Zeitschrift für d. Realschulwesen in Österreich? Verdienten diese nicht auch erwähnt zu werden? Sie haben doch auch viel für den physikalischen Unterricht gethan, wenn sie ihn auch nicht, wie die Poskesche Ztschr., speziell und vorzugsweise behandelten und nicht behandeln konnten. Sollte dies dem Herrn Vortragenden nicht bekannt gewesen sein? Die Redaktion.

man $p = r$ setzt, sofort $b = \frac{c^2}{r}$. Und wie leicht wäre doch jene Beziehung $p = r$ für den Scheitel der Parabel auf Grund dessen, was ohnedies unseren Schülern in analytischer Geometrie beigebracht wird, zu gewinnen! Die Subnormale ist für alle Punkte der Parabel gleich p. Im Scheitel stellt die eine Normale die Axe dar, eine unendlich benachbarte — auf diese Weise definiert man ja den Krümmungshalbmesser — gewinnt dennoch selbst die Länge der Subnormale. Oder auch: die Scheitelgleichung des Kreises ist $y^2 = 2rx - x^2$; für verschwindende y geht sie in die Parabelgleichung $y^2 = 2rx$, wo wieder $r = p$, über.

b) Ein wunder Punkt sind die Annäherungen. Nicht selten kann man, wenn bald Glieder höherer Ordnung vernachlässigt, bald für den Sinus je nach Bedarf der Bogen oder die Tangens eingesetzt wird. u. s. f. von „Schwindel“ flüstern hören. Eine summarische Berufung auf höhere Mathematik, die das genauer macht, imponiert gar nicht.

c) Ohne einige Übung, gemäfs dem Funktionsbegriff zu denken, sind gewisse Formeln wie z. B. $s = \frac{g}{2}t^2$ gar nicht physikalisch sinngemäfs aufzufassen.

d) Ein schwerer Mifsbrauch ist das Definieren physikalischer Gröfsen durch blofse mathematische Formeln: Geschwindigkeit „ist“ $\frac{s}{t}$, Arbeit $p \cdot s$, lebendige Kraft $\frac{mv^2}{2}$ u. s. w. Was Geschwindigkeit wirklich ist, wäre nur auf Grund feinerer psychologischer Analysen (Redner verweist auf Ehrenfels' Gestaltqualitäten) zu definieren. Für die Schule genügt es, ausdrücklich zu betonen, dafs Geschwindigkeit in der Physik ganz dasselbe „ist“ wie im gewöhnlichen Leben, nur kommt das indirekte Messen durch die zwei Gröfsen s und t hinzu.

Nach Ausführungen über die Pflege der Aufgaben, über die Notwendigkeit neuer Instruktionen an Stelle der von 1884 u. a. geht Redner zu den ferneren Zielen über, anknüpfend an die Forderung des Organisations-Entwurfes von 1849 einer „wechselseitigen Beziehung aller Unterrichtsgegenstände aufeinander, einer sorgfältigen Benutzung der humanistischen Elemente, welche auch in den Naturwissenschaften in reicher Fülle vorhanden sind.“ Wie dieser Forderung die neueste Entwicklung der Physik entgegenkommt, wird unter Hinweis auf Boltzmann's Bericht „über die Methoden der theoretischen Physik“ (1892), auf Forderungen Mach's, Stefan's und Helmholtz' erläutert. Der gröfste Physiker des Jahrhunderts, dessen Heimgang auch der physikalische Unterricht ganz unmittelbar zu beklagen hat (man vergleiche Helmholtz' Anteilnahme an den Berliner Verhandlungen 1890) hat diese Ziele 1892 unter neuerlichem Hinweis auf Goethe's Naturlehre („Goethe's Vorahnungen naturwissenschaftlicher Ideen“) erläutert. Helmholtz sagt von Goethe: „Er erklärt es für seine feste Überzeugung, dafs man in jedem Zweige der Physik ein 'Urphänomen' zu suchen habe, um darauf alle übrige Mannigfaltigkeit der Erscheinungen zurückzuleiten. Der Gegensatz, der ihn abstöfst, ist gegen die Abstraktionen anschauungsleerer Begriffe gerichtet, mit denen die theoretische Physik damals zu rechnen gewohnt war. Materien — ihrem reinen Begriff nach ohne Kräfte, also auch ohne Eigenschaften — und doch wieder in jedem speziellen Beispiele Träger von ihnen einwohnenden Kräften . . . Mit solchen übersinnlichen, unausdenkbaren Abstraktionen wollte er nichts zu thun haben, und man mufs zugeben, dafs sein Widerspruch nicht unberechtigt war, und dafs diese Abstraktionen, wenn sie auch von den grofsen theoretischen Physikern des 17. und 18. Jahrhunderts durchaus widerspruchslos und sinngemäfs gebraucht wurden, doch den Keim zu den wüstesten Mifsverständnissen enthielten . . . In dieser Beziehung aber hat gegenwärtig die Physik schon

ganz die Wege eingeschlagen, auf die Goethe sie führen wollte. Der unmittelbare, historische Zusammenhang mit dem von ihm ausgegangenen Anstofse ist leider durch seine unrichtige Interpretation des von ihm gewählten Beispiels und die darauffolgende erbitterte Polemik gegen die Physiker unterbrochen worden ... Die mathematische Physik empfing den Anstofs zu dem besprochenen Fortschritt, ohne erkennbaren Einflufs von Goethe, hauptsächlich durch Faraday, der ein ungelehrter Autodidakt war und wie Goethe ein Feind der abstrakten Begriffe, mit denen er nicht umzugehen wufste. Seine ganze Auffassung der Physik beruhte auf Anschauung der Phänomene, und auch er suchte aus den Erklärungen derselben alles fern zu halten, was nicht unmittelbarer Ausdruck beobachteter Thatsachen war. Vielleicht hing Faraday's wunderbare Spürkraft in der Auffindung neuer Phänomene mit dieser Unbefangenheit und Freiheit von theoretischen Vorurteilen der bisherigen Wissenschaft zusammen. Jedenfalls war die Zahl und Wichtigkeit seiner Entdeckungen wohl geeignet, auch andere, zunächst die fähigsten unter seinen Landsleuten, in dieselbe Bahn zu lenken; bald folgten auch deutsche Forscher derselben Richtung. G. Kirchhoff beginnt sein Lehrbuch der Mechanik mit der Erklärung: Die Aufgabe der Mechanik ist: „die in der Natur vor sich gehenden Bewegungen vollständig und auf die einfachste Weise zu beschreiben". Was Kirchhoff hier unter der „einfachsten Weise" der Beschreibung versteht, dürfte meines Erachtens nicht weit von dem Goethe'schen Urphänomen abliegen."

Aus dieser Würdigung Goethe's kann auch der physikalische Unterricht wichtige Mahnungen entnehmen; z. B. nicht, wie es jüngst wieder vorgeschlagen wurde, den Wärmeerscheinungen, ja selbst der Aeromechanik die kinetische Gastheorie vorauszuschicken. Solche Ablenkung von den Phänomenen wird immer wieder ähnliche Wirkungen haben, wie jene, welche Goethe in „Dichtung und Wahrheit" als die grofse Enttäuschung schildert, die ihm und seinen Strafsburger Genossen Lamettries *Système de la nature* bereitete: „System der Natur ward angekündigt und wir hofften also wirklich etwas von der Natur, unserer Abgöttin zu erfahren. Physik und Chemie, Himmels- und Erdbeschreibung, Naturgeschichte und Anatomie und so manches andere hatte nun seit Jahren und bis auf den letzten Tag uns immer auf die geschmückte grofse Natur hingewiesen und wir hätten gern von Sonnen und Sternen, von Planeten und Monden, von Bergen, Thälern, Flüssen und Meeren und von allem, was darin webt und lebt, das Nähere, sowie das Allgemeine erfahren ... Allein wie hohl und leer ward uns in dieser tristen, atheistischen Halbnacht zu Mute, in welcher die Erde mit all ihren Gebilden, der Himmel mit all seinen Gestirnen verschwand. Eine Materie sollte sein von Ewigkeit, und von Ewigkeit her bewegt, und sollte nun mit dieser Bewegung rechts und links und nach allen Seiten, ohne weiters, die unendlichen Phänomene des Daseins hervorbringen. Dies alles wären wir sogar zufrieden gewesen, wenn der Verfasser wirklich aus seiner bewegten Materie die Welt vor unsern Augen aufgebaut hätte. Aber er mochte von der Natur so wenig wissen, als wir: denn indem er einige allgemeine Begriffe hingeworfen, verläfst er sie sogleich, um dasjenige, was höher als die Natur, oder als höhere Natur in der Natur erscheint, zur materiellen, schweren, zwar bewegten, aber doch richtungs- und gestaltlosen Natur zu verwandeln und glaubt dadurch recht viel gewonnen zu haben."

Die grofse geschmückte Natur mufs der Ausgangspunkt und das Ziel unserer Wege sein. Dann können wir, das Wort Huttens paraphrasierend, von unserer Thätigkeit sagen:

„Es ist eine Lust zu lehren!!"

An den Votrag des Prof. Dr. A. Höflers anknüpfend macht Prof. Basala-Bielitz einige Bemerkungen über die elementare Berechnung des Krümmungshalbmessers eines Kegelschnittes.

Professor Dechant-Wien stellt den Antrag, die Sektion wolle Herrn Hofrat Dr. A. Beer, der die vorbereitenden Schritte gethan und für den Mittelschulunterricht das gröfste Interesse gezeigt habe, den Dank votieren. (Geschieht.)

Hofrat Dr. A. Beer will in Mittelschulangelegenheiten weder als Fachmann, noch als Laie gelten, sondern sich am liebsten mit dem Lessing'schen Ausdrucke: Liebhaber bezeichnet hören. Er habe von jeher für die Verbreitung und Erweiterung des naturwissenschaftlichen Unterrichtes sein Wort eingelegt und keine Mühe gescheut, sein Schärflein zu dessen Förderung beizutragen.

II.

2. Tag. 25. September, Vormittags.

Vorsitzender: Hofrat Dr. Mathias Ritter von Wretschko.
Stellvertreter: Landesschulinspektor Dr. J. Spängler.

Der Vorsitzende dankt für seine Wahl und teilt mit, dafs Professor Rosenfeld telegraphiert habe, dafs er zu seinem Leidwesen verhindert sei, den angekündigten Vortrag zu halten. Die Direktion der Handelsakademie lädt für Mittwoch Vormittag zur Besichtigung des Warenmuseums, des Laboratoriums und des Skioptikons ein, mit welchem eine Reihe interessanter Bilder vorgeführt werden soll. Der Vorsitzende macht insbesondere die Herren aus der Provinz auf diese Gelegenheit, sich von dem Nutzen und der Wirksamkeit eines Skioptikons durch Augenschein zu überzeugen, aufmerksam. Der Direktor der k. k. Sternwarte Professor Dr. Edmund Weifs lädt zum Besuche dieses Institutes für Dienstag Nachmittag ein. Endlich liegt noch eine Einladung von Direktor Poruba im Namen des Vereins „Skioptikon" vor. Derselbe veranstaltet vom 24.—29. September täglich von 5—6 Uhr Nachmittags Demonstrationen mit dem Skioptikon in der städtischen Bürgerschule I. Stubenbastei 3.

Hierauf werden die Professoren Dechant, Dr. Haas und Dr. Maifs per acclamationem zu Wahlmännern der Sektion bestimmt.

Auf Antrag des Professors Dr. Höfler wird für Mittwoch Nachmittag der Besuch des Theresianums und dann des k. k. akademischen Gymnasiums beschlossen:

Hierauf folgt der Vortrag des Herrn Dr. Adolf Josef Pick (Pohrlitz, Mähren): *Über Unterricht in der astronomischen Geographie.* (Im Auszuge.)

Da die astronomische (mathematische) Geographie Frfahrungswissenschaft ist, so wird man den Schülern vor allem Erfahrungsthatsachen zur Anschauung zu bringen haben. Von diesem Grundsatze wird man auf keiner Stufe des Unterrichtes abweichen dürfen, wenn man sich nicht der Gefahr aussetzen will, leeren Worten — verbalem Realismus — und damit einem Heere falscher Ansichten Thür und Thor zu öffnen. Wohin die Mifsachtung dieses Grundsatzes führe, das möge aus den Worten einer anerkannten Autorität auf dem Gebiete der mathematischen Geographie, Professor Siegmund Günthers*) entnommen werden: „Uns sind Studierende vorgekommen, welche mit den Formeln vortrefflich umzugehen wufsten und doch zu falschen Resultaten gelangt waren, weil sie eben mit den primitivsten Erscheinungen der täglichen Bewegung der Sonne und des gestirnten Himmels nicht bekannt genug waren, dieselben nur durch Bücher und nicht durch den Augenschein kennen gelernt hatten." Bei einem Besuche der hiesigen Sternwarte erzählte mir einer der Astronomen, er habe einem Besucher, — täuscht mich mein Gedächtnis nicht —

*) Professor Dr. Siegmund Günther. (München.): Die physikalische Geographie als Unterrichtsgegenstand. Diese Zeitschr. 5. Heft, S. 321 ff. 1894.

einem Doktor juris, einen Planeten im Fernrohre gezeigt. Da nun dieser alsbald das Rohr verliefs, rief der Beschauer voll Erstaunen: „Ich hätte nicht gemeint, dafs sich die Planeten so rasch bewegen.“ Solche Früchte zeitigt der dogmatische Unterricht! Bei Auswahl und Abgrenzung des Stoffes sind zwei Momente zu beachten, 1) dafs die astronomische Geographie der Thorweg zur allgemeinen Geographie ist und sich derselben anzugliedern habe 2) das Lehrziel der Schule, für welche der Lehrplan entworfen wird. Fassen wir das Gymnasium ins Auge, so wird man zugeben müssen, dafs dieses weder Philologen, noch Mathematiker, weder Physiker noch Geschichtsforscher etc. heranzubilden habe. Es hat vielmehr die Elemente aller dieser Fächer derart zu behandeln, es hat seine Zöglinge im Anschauen und Denken derart zu schulen, dafs sie jedes der genannten Fächer auf der Hochschule mit Erfolg wissenschaftlich betreiben können, und weiters derart, dafs sie sich in der sie umgebenden Natur- und Menschenwelt heimisch fühlen. Daraus ergiebt sich folgender Lehrgang:

Erste Stufe. Vor allem hat man die tägliche Umdrehung der Himmelskugel zur Anschauung zu bringen, wie selbe einem unbefangenen Kinde erscheint. Ein Gnomon mufs im Beisein der Schüler aufgestellt werden. Nach Betrachtung der täglichen Bewegung der Sonne wird die Nacht zu Hilfe genommen. Die Kenntnis einiger weniger Sternbilder ist *conditio sine qua non*. So gelangt man zur Anschauung der täglichen Umdrehung der Himmelskugel um eine gegen den Gesichtskreis schief stehende Achse. Zur klaren Auffassung der weiteren Vorgänge ist das Verständnis der Beziehungen einer rotierenden Kugel an sich und zu einem gröfsten, an der Rotation unbeteiligten Kreise nötig. Nun wird es leicht sein darzuthun, wie man die Polhöhe und mit ihrer Hilfe Deklination und Rektascension bestimmen und einen Himmelsglobus anfertigen kann.

Zweite Stufe. Nun folgt die Beobachtung der Erscheinungen im Laufe eines Mondmonates. Natürlich kann man nicht verlangen, dafs der Lehrer bei Nacht mit den Schülern spazieren gehe*), um ihnen die Stellung des Mondes zwischen den Fixsternen zu zeigen. Sehr erleichtert würde die Sache, wenn unsere Lehrgebäude zu derartigen Zwecken eine auf dem Dache befindliche Terrasse hätten. Unter den jetzigen Verhältnissen mufs der Lehrer sich begnügen, die Schüler zur Selbstbeobachtung anzuleiten. Er zeigt ihnen an einem Himmelsglobus den Ort, wo der Mond (am besten 3—4 Tage nach Neumond) zwischen den Fixsternen steht. Schüler, die mit regem Interesse den Weisungen des Lehrers folgen, werden unter günstigen Umständen den Eifer der ganzen Klasse wachrufen. Nach den Beobachtungen wird auf dem Globus die Mondbahn eingezeichnet und es wird die Länge des siderischen Monates bestimmt. Gleichzeitig wird man die Aufmerksamkeit auf die Änderung der Lichtgestalt lenken und nach Ablauf des siderischen Monates finden lassen, dafs der Phasencyklus noch nicht vollendet ist. Zunächst mufs gezeigt werden, dafs die Phasen sich nur erklären lassen, wenn man annimmt der Mond sei eine Kugel**). Die verschiedene Länge des

---

*) Warum nicht? In kleinen Orten geht das recht gut. Nur darf es natürlich nicht zu spät geschehen. (Noch vor Mitternacht.) Wir haben es an einem sächs. Gymnasium ausgeführt, freilich nur unter Teilnahme der fleifsigeren Schüler. An einer Realschule haben wir zur Zeit des Sommersolstitiums früh (ca. 4 Uhr) mit den Schülern den Sonnenaufgang (sowie abends den Sonnenuntergang) beobachtet, um zugleich die Morgen- und die Abendweite zu erkennen. In einer Grofsstadt dürfte das freilich Schwierigkeiten haben. Anm. d. Redaktion.

**) Selbstverständlich ist das nicht. Dem Auge des nicht Vorein-

siderischen und synodischen Monates beweist, daſs sich auch die Sonne bewege, was dann auch am Sternenhimmel seine Bestätigung findet.

Dritte Stufe. So gelangt man zur Bewegung der Sonne in der Ekliptik. Hier wird man, weil die Bewegung des Mondes schon voranging, schon ein schnelleres Tempo einschlagen können.

Bei verschiedenen Gelegenheiten wird man auch Anlaſs gefunden haben, eines Planeten, vielleicht auch eines Kometen Erwähnung zu thun und darauf hinzuweisen, daſs sich auch diese zwischen den Fixsternen bewegen, aber nicht so regelmäſsig wie Sonne und Mond.

Vierte Stufe. In Form fingierter Reisen werden dann in lebendigen Schilderungen die Erscheinungen über anderen Horizonten vorgeführt, zunächst in nord-südlicher, dann in ost-westlicher Richtung. Aus dem Vergleiche dieser Erscheinungen erschlieſsen, konstruieren die Schüler selbst die Kugelgestalt der Erde. Nun kann man zum Übertragen des Gradnetzes auf die Erdkugel schreiten und zeigen wie Länge und Breite gefunden wird.

Man geht nun daran, die Gröſse der Erde, die Entfernung der Sonne und des Mondes von der Erde zu finden; daraus ergiebt sich, daſs Sonne und Mond und wohl auch die Planeten nicht an der Himmelskugel fixiert sein können, sondern im Weltraume, in verschiedenen Entfernungen vor uns schwebende Körper sind, wodurch auch die Annahme einer täglichen Umdrehung der Himmelskugel unstatthaft wird, da bei Annahme einer Rotation der Himmelskugel jene Himmelskörper, die nicht Fixsterne sind, infolge ihrer Eigenbewegung, durch welche sie in andere und andere Parallelkreise gelangen, ihre Geschwindigkeit ohne Ursache fort und fort ändern würden. Hiermit ist der Glaube an die ruhende Erde erschüttert, sie rotiert und es ist nun ein Leichtes auch den Übergang zur Bewegung der Erde um die Sonne zu finden.

Das bisher Angeführte ist der Lehrstoff für die Unterstufe; alles Weitere: die Keppler'schen Gesetze u. s. w. gehört auf eine höhere Stufe.

Der Einwand, daſs dieser Lehrgang nicht der historischen Entwicklung der Astronomie folge, (da nicht an der Bewegung von Sonne und Mond, sondern an der Bewegung der Planeten sich die geometrische Anschauung in die heliocentrische umsetze, ist vom Standpunkte der Astronomie richtig, aber nicht von jenem der astronomischen Geographie. Die historische Entwicklung der Wissenschaft ist ein Wegweiser für die Methode beim Unterricht, der aber keineswegs die sklavische Verfolgung aller Irrgänge verlangt.

Wie läſst sich nun der geschilderte Lehrgang dem bestehenden Lehrplane für Gymnasien und Realschulen angliedern? Wären im Volksschulunterrichte die ersten drei Stufen d. i. die Erscheinungen über dem heimatlichen Gesichtskreise schon absolviert worden, so könnte die Mittelschule sofort mit den Erscheinungen über den verschiedenen Gesichtskreisen einsetzen und der Stoff, der bewältigt sein muſs, soll der Unterricht in der allgemeinen Geographie nicht auf Sand gebaut sein, (Kugelgestalt der Erde, Länge und Breite, Zonen u. s. w.) könnte im Laufe des halben ersten Semesters absolviert werden. Da aber der Schüler in die Mittelschule nur eine (noch dazu meist unklare) Anschauung über die Weltgegenden, das Höher- resp. Tieferstehen der Sonne in den einzelnen Jahreszeiten mitbringt, so muſs die Mittelschule von vorn anfangen und, da die ersten Anschauungen in der astronomischen Geographie sich nur langsam festigen, so ist langsames Vorgehen und die Verteilung des

---

genommenen erscheint der Mond als Scheibe (Mondscheibe). In meiner Heimat zeigten vor einem halben Jahrhundert Kindermädchen den Kindern den Mond mit den Worten: „Gott backt Fladen“.

Anm. d. Vortragenden.

Stoffes auf ein ganzes Schuljahr geboten. Man könnte aber immerhin noch einen Teil der allgemeinen Geographie beginnen, wozu sich am besten die Vaterlandskunde, natürlich dieser Stufe angepaſst, eignen würde, wobei sich die physikalisch-geographischen, sowie die socialen und politischen Grundbegriffe an Anschauungen knüpfen lieſsen.

Für die Absolvierung des noch übrigen Lehrstoffes der mathematischen Geographie (Präcession, Zeitgleichung u. s. w.) würde sich am besten die Einführung einer populären kosmischen Physik in der obersten Klasse eignen*); sonst wäre dieser Lehrstoff in der Physik vorzunehmen.

Die verkehrte, dogmatische Methode hat viele Apparate erfunden durch deren Gebrauch die Aufmerksamkeit der Schüler noch mehr von der Natur abgezogen wird. Für den ersten Unterricht genügt ein Gnomon, der vor den Schülern construiert wird; ein Himmelsglobus, auf welchem nur die mit unbewaffnetem Auge leicht sichtbaren Sterne verzeichnet sind, ein Winkelmesser aus zwei, durch ein Charniergelenk verbundenen Stäben von 2—3 dm Länge und ein Theodolith einfachster Construktion, wie solchen jeder Drechsler herstellen kann (die Teilung wäre vom Lehrer aufzutragen).

Richtig behandelt verlangt der Unterricht in der astronomischen Geographie ein sehr langsames Vorgehen und bitdet ein treffliches Gegengewicht gegen die Hast und nervöse Aufregung unserer Zeit, in der wir fast keine Jugend mehr haben in der es vor lauter Hasten und Streben kaum mehr eine Gegenwart giebt.

Gelangt nun einmal die Überzeugung zur Geltung, daſs man in der astronomischen Geographie auf dem langsamen Wege bessere Resultate erzielt, als wenn man den Schülern die sublimsten und neuesten Errungenschaften der Astronomie dogmatisch beibringt; findet man, daſs auf diesem Wege der Schulung zum Selbstbeobachten zum Selbstschlieſsen sich eine reiche Quelle von reinen Genüssen eröffnet, die für manchen Verzicht auf materielle Erfolge entschädigt, dann steht zu hoffen, daſs diese Behandlung der astronomischen Geographie nicht ohne Einfluſs auf den Unterricht in allen andern Fächern bleiben wird. Denn trotz den Bibliotheken, die schon gegen die alten Methoden geschrieben worden sind, stecken wir noch immer tief im dogmatischen Realunterricht; unterrichten wir noch immer mehr für die Inspektion als für die Lernenden; gehen die Prüfungen noch immer darauf hinaus die Masse des eingeprägten Wissensmateriales statt das Maſs der Tüchtigkeit im Selbst-sich-bilden festzustellen.

Der Vortragende schlieſst mit den Worten:

Ich gebe mich nicht der Hoffnung hin, daſs dies so bald sich ändern werde. Eine Änderung setzt ja sozusagen eine Umstimmung der Gesellschaft, eine Läuterung der Vorstellungen vom Glück, eine Reinigung des Begriffes „Bildung" voraus. Richtig verstanden besteht Bildung in moralischer und intellektueller Tüchtigkeit, in der Einheitlichkeit und in eigener Durcharbeitung eines, wenn auch geringen Wissensmateriales und nicht in einer bloſsen Aufspeicherung von Wissen. Dazu ist aber der Geist unserer Zeit, in der das schlaue Schlagwort irgend eines Strebers die gedankenlosen Massen hinreiſst, in der nicht bloſs sich begegnende Auguren lachen müssen, nicht geeignet. Sollte es mir gelungen sein, durch meine Worte auch nur ein kleines Sandkörnchen zu einem künftigen Aufbau beigetragen zu haben, dann werde ich mich von dem heutigen Tage nicht bloſs belohnt, sondern beglückt fühlen.

(Lauter, langanhaltender Beifall).

---

*) Ein solcher Kurs wurde unter dem Titel: Naturkunde an der obersten Klasse des Mariahilfer und des Leopoldstädter Kommunal- Real- und Obergymnasiums vorgetragen. Anm. d. Ref.

Diskussion
im Anschlufs an den vorstehenden Vortrag des Dr. A. Pick „Über den Unterricht in der mathematischen Geographie."

Professor Feyerabent (Thorn): Es ist klar, dafs wir nur dann Erfolge erzielen werden, wenn wir verstehen, uns ganz und voll in den Gedankenkreis des Kindes einzuleben. Dafs man in jungen Jahren die Ziele höher steckt, ist ein erfreuliches Zeichen dafür, dafs der Idealismus in unserem Stande nicht ausgestorben ist. Wenn man aber auf eine dreifsigjährige Laufbahn zurückblickt, so weifs man das Dichterwort zu beherzigen

In den Ocean schifft mit tausend Masten der Jüngling
Still auf gerettetem Boot treibt in den Hafen der Greis.

Professor Dr. Alois Höfler (Wien): Dem Herrn Vortragenden gebürt unser Dank dafür dafs er uns Gymnasiallehrern vorangegangen ist im Anknüpfen des Unterrichtes an die scheinbaren Bewegungen am Himmel. Aus Bescheidenheit hat er vergessen, sein Büchlein*) zu nennen, das Beste, was wir Mittelschullehrer auf diesem Gebiete haben. Ihm gebürt der beste Dank für das, was er für den Unterricht in der astronomischen Geographie gethan hat. (Lauter Beifall.)

Dr. A. Pick. Ich spreche der Versammlung meinen herzlichsten Dank aus. Ich habe eine so freundliche Aufnahme nicht erwartet. Bezüglich des Buches mufs ich die, welche es nicht kennen, darauf aufmerksam machen, dafs es kein Schulbuch ist und keines sein will, sondern es ist ein Buch, aus welchem sich jeder Laie unterrichten kann. (Beifall.)

Dr. Naběl̆ek (Kremsier). Es ist gewifs notwendig, dafs an den Gymnasien Astronomie vorgetragen wird. Dazu ist aber das Lehrzimmer nicht passend. Man mufs die Schüler fort und fort hinausführen und ihnen selbst alles zeigen. Das ist aber eine Mehrbelastung für den Lehrer; darauf sollte Rücksicht genommen werden und es sollten ihm diese Stunden eingerechnet werden. Ich hebe noch den ethischen Wert solcher astronomischer Exkursionen hervor, welche der Jugend lehren, dafs der Schein trügt, und welche die eigene Kleinheit gegenüber dem Weltall fühlbar werden lassen.

Damit wird die Diskussion über den Vortrag Pick geschlossen. Die Nachmittagssitzung wird auf zwei Uhr festgesetzt. Über den Vorschlag des Vorsitzenden Herrn Hofrats Dr. Mathias Ritter von Wretschko werden für Nachmittag Professor Feyerabent (Thorn) als Vorsitzender und Direktor Klekler (Wien) als Stellvertreter gewählt.

(Fortsetzung folgt im nächsten Heft.)

Nachschrift der Redaktion. Der Irrtum, dafs die 40. Sektion („Sektion für mathem. u. naturw. Unterricht") das „jüngste Kind" d. Naturf.-Versammlung sei, wie der Hr. Hofrat Dr. Beer (S. 66) behauptet, ist geradezu unbegreiflich. Diese Sektion wurde schon gegründet im Jahre 1868 auf der Dresdner Naturf.-Vers., (damals die 15. Sektion), wo Virchow-Berlin in der allgemeinen Vers. in Gegenwart Sr. Majestät des Königs Johann eine fulminante, freilich mehr kulturgeschichtliche als pädagogische, Rede über die notwendige Pflege des naturw. Unterrichts hielt. S. den Bericht des Herausgebers ds. Ztschr. „Über die Bestrebungen und die bisherige Thätigkeit der

*) Die elementaren Grundlagen der astronomischen Geographie gemeinverständlich dargestellt von Dr. Adolf Jos. Pick vormals Assistent an der k. k. Sternwarte in Wien. Verlag von Julius Klinkhardt in Wien 1898.
Anmerkung des Referenten.

drei pädagogischen Sektionen für Mathematik und Naturwissenschaft, in d. allgem. Versammlungen der deutschen Lehrer, Philologen und Naturforscher. Leipzig, bei Teubner 1869. (Abdr. aus: „Neue Jahrb. f. Philolog. u. Paedagogik" II. Abt. 1869. Heft 7, S. 358—372 bes. S. 367 ff.) Die weiteren Berichte sind von 1869 ab fortlaufend in ds. Ztschr. gegeben. Eine Zusammenstellung derselben findet sich bis zum Jahre 1878 (Natf.-Vers. in Kassel) in Bd. X (1879), S. 3. Die übrigen Berichte sind dann fortlaufend in den nächsten Jahrgängen gegeben. Der letzte von der Nürnberger Versammlung in Jahrgang XXV (1894), S. 69 u. f. Die Sektion besteht also schon seit 1868 d. i. seit ca. 26 (sage sechs und zwanzig) Jahren. Dafs dies den Wienern, resp. Österreichern, unbekannt war, ist um so auffallender, als unsere Ztschr. in Österreich viel gelesen wird und sogar eine Serie derselben — wie wir wissen — in der Bibliothek des österr. Kultus-Ministeriums steht; und dafs dieser Irrtum auch von keinem einzigen der Mitglieder aufgedeckt wurde, könnte beinahe glauben machen, dafs die österr. Lehrer um wichtige Vorgänge im Unterrichtswesen des deutschen Reichs seit 26 Jahren sich wenig gekümmert, bezw. an den Naturforscher-Versammlungen nicht teilgenommen haben. —

Über die Einführung neuer Schulbücher.*)

Die neuen Bestimmungen über die Einführung neuer Schulbücher sind von verschiedenen Seiten, zum Teil auch von der nichtfachmännischen Presse, mit Beifall aufgenommen worden. Eine objektive, das Beste der Schule ganz besonders berücksichtigende Abwägung der durch jenen Erlass bewirkten Vorteile und Nachteile läfst aber doch mancherlei Bedenken über den Nutzen desselben und den etwa wünschenswerten Fortbestand seiner Geltung aufkommen.

I. „Die Zahl der für jedes Fach und jede Provinz vorzuschlagenden Schulbücher ist erheblich einzuschränken." — Warum? Sicherlich, um eine gewisse Uniformität hervorzubringen, die den von einer Schule zu einer anderen übergehenden Knaben und nicht am letzten dem Geldbeutel der Eltern derselben zu gute kommen soll. Gewifs ist es z. B. für einen Quartaner angenehm, wenn er, von X nach Y ziehend, hier dieselbe lateinische oder französische Grammatik, hier wie dort das gleiche deutsche Lesebuch oder Rechenbuch vorfindet. Er ist in demselben zu Hause und weifs bei Vornahme verlangter Wiederholungen schneller Bescheid. Seinen Eltern wird, wenn viele Bücher fast überall gebraucht werden, eine gewisse Ausgabe erspart. Wer sind aber die Schüler, die gewöhnlich eine andere Anstalt aufsuchen? Es sind dies drei verschiedene Klassen. Die einen finden den Boden ihrer bisher besuchten Schule zu heifs; sie wollen sich einer drohenden Strafe entziehen**) oder meinen, ihre Lehrer seien zum Teil oder sämtlich zu streng, einer oder der andere derselben gar „ungerecht" oder „nachtragend". Es kommt vor, dafs kleine und kleinste Anstalten, um ihrem Magistrat zuliebe die Schülerzahl zu steigern oder auch um anderer Gründe willen, jedweden, der wo anders nicht gedieh, nach Art mancher Privatschulen, aufnehmen, wenn es nur irgend geht. Solche „Einjährig-Freiwilligen-Zeugnis-Fabriken" sind gesucht; sie sind das Ziel derer, welche zu den „Armen im Geiste" gehören. Es ist ein Akt ausgleichender

---

*) Aus dem pädag. Wochenblatt, Jahrg. IV Nr. 7. Es wäre uns erwünscht, wenn innerhalb der beteiligten Kreise unserer Leser und bezügl. der in ds. Z. vertretenen Unterrichtsfächer die Ansichten hierüber ausgetauscht würden. D. Red.

**) oder sind dimittiert. D. Red.

Gerechtigkeit, welche das Schicksal zuweilen walten läfst, dafs gerade die vermögenden Bevölkerungsschichten Überflufs an Knaben dieser Art haben, die mehr Erziehungsgelder kosten als der Durchschnitt fordert. Um solcher Schülerelemente willen wäre aber eine Bestimmung voranstehender schwerwiegender Art mit nichten gerechtfertigt. Solche Bestandteile der Schulbevölkerung wären am besten ganz auszuscheiden. Nicht um der Sache, nur „um des Scheines" willen, auf dem sie wie Shylock bestehen, sitzen diese Unglücklichen, die nicht selten in vier Fächern mangelhafte Kenntnisse besitzen, auf der ihnen mit Recht hart erscheinenden Bank der Schule. Es wäre um die Nation besser bestellt, sie wären auf der Elementarschule geblieben oder, wenn dies der eigene und der Eltern Ehrgeiz zugelassen hätte, auf eine solche zurück- oder hinübergegangen. Sie sind mit und ohne Schein Menschen von wertlosester Halbbildung.

Die zweite Klasse der auf eine andere Anstalt gehenden Schüler bilden diejenigen, welche von ihrer Nichtvollanstalt aus eine Obersekunda und Prima besuchen wollen. Die dritte setzt sich aus den Söhnen der Beamten und Offiziere zusammen, welche nach einem anderen Orte versetzt werden. Jenen wird ein Wechsel der Lehrbücher nicht viel Unbequemlichkeit bringen; sie sind ja oft besserer Qualität als die Kameraden, welche sich mit der Erlangung des bewufsten Militärzeugnisses begnügen und ins Leben hinaustreten oder den naturwissenschaftlichen Studien eines Chemikers u. dgl. sich widmen. Auch materiell ist der Verlust, den die Anschaffung neuer Bücher bedeutet, für diese Kategorie nicht von Belang, da der Unterricht der obersten Klasse so wie so andere Bücher fordert. Was endlich die Kinder versetzter Staatsbeamter anbetrifft, die gar wohl in die Lage kommen, drei- bis viermal verschiedene Anstalten zu besuchen, so ist die Zahl derselben für jede Schule nicht grofs, andererseits der Vater durch Ersatz mannigfacher Umzugskosten oder auch erhöhte Gehaltsbezüge in den Stand gesetzt, eher jene Bücheranschaffung zu ertragen, so dafs um ihretwillen obige Bestimmung auch nicht ins Leben gerufen worden sein kann. Übrigens ist nicht selten ein Beamten- oder Offizierssohn zur Umzugszeit in eine höhere Klasse versetzt, so dafs sie auch so manches Markstück für neue Bücher verbraucht hätten.

Waren also die Vorteile, welche Schüler und Eltern von der ersten Bestimmung haben, nicht besonders wertvoller Art, so sind die allgemeinen Nachteile, die aus derselben sich entwickeln müssen, ganz bedeutend. Ich sage nicht zu wenig, wenn ich behaupte, der ganze höhere Schulbetrieb leidet darunter. Die Zeiten, in denen man ohne Lehrbuch auszukommen glaubte, wo man auch meinte, es sei das Zeichen eines souveränen Geistes, die Schüler ohne ein solches tüchtig vorwärts zu bringen, wo man aber oft in abscheulicher Weise die Schüler zu Diktatschreibern erniedrigte*), sind vorüber. Die neuen Lehrpläne erheischen nun ge-

*) Das Diktieren war allerdings unmethodisch, bzw. unpädagogisch. Dagegen war das Ausarbeiten von Heften vorzüglich, da nur hierdurch der Schüler klar und sicher wurde. Diese „gute alte" Methode ist aber längst, teils aus Bequemlichkeit der Schüler, teils wegen Häufung der Fächer (Überbürdung) über Bord geworfen worden. Wenn die eingeführten Lehrbücher nicht sehr geschickt abgefafst sind (nur Anleitungen sollten sie sein), so gehören sie mehr oder weniger in das Gebiet der „Eselsbrücken". Damit soll aber nicht gesagt sein, dafs nicht auch ausführliche, gute Lehrbücher benutzt werden sollen, wie etwa das von Helmes und die Geometrie von Junghans u. a. Aber diese sollen in der Schulbibliothek zum Gebrauche der fleifsigeren Schüler und zwar in mehreren Exemplaren vorhanden sein. Man sehe übrigens unsern Artikel „Über schriftliche etc. Schülerarbeiten etc." ds. Ztschrift Bd. I, S. 216 u. f., bes. S. 222. D. Red.

bieterisch in allen Disziplinen neue Lehrbücher, die ihnen entsprechen oder angepaſst sind. Ist nun die Zahl der für jedes Fach und jede Provinz vorzuschlagenden Schulbücher erheblich einzuschränken, so wird manches ausgezeichnete Buch, das ein alter, erfahrener Schulmann, der sich mit jugendlicher Frische den Forderungen der neuen Zeit angepaſst hat oder der schon längst im Sinne derselben unterrichtete, aus der Praxis heraus erstehen lieſs, oder jüngere Kräfte von gediegener pädagogischer Schulung und mächtigen Eifers geschrieben haben, umsonst geschaffen sein. Verfasser und Verleger haben damit vergeblich groſse Opfer an Zeit und Geld gebracht. Wohl möchte mancher Fachmann, mancher Direktor ein oder das andere Buch in seiner Klasse oder Schule benutzen, wohl schlägt es dieser oder jener, vielleicht eine ganze Schar beim Provinzial-Schulkollegium vor, aber der Wortlaut der ersten Bestimmung hindert jegliche Berücksichtigung. Es sollen ja nur einige Bücher jeglichen Faches in jeder Provinz beantragt werden! Wie schwer wird es halten, bis Fachlehrer, Direktoren und Schulräte sich auf einige Bücher einigen! Wie leicht kann es kommen, daſs übereifrige Beamte in der erheblichen Beschränkung zu weit gehen! Wie viele treffliche Schulwerke giebt es aber gerade jetzt in fast jedem Unterrichtszweig! Wohl mag manches Stück Dutzendware mit unterlaufen, aber die sorgfältige Auswahl seitens der betreffenden ausschlaggebenden Kreise wird sie schwerlich besonders beachten oder gar der Einführung für wert halten. Mit unglaublicher Energie sind ganz und gar neue Unterrichtswerke aus dem Nichts hervorgezaubert, mit groſser Thatkraft und Schnelligkeit haben Verfasser bereits eingeführter geschätzter Bücher eine sach- und zeitgemäſse Umarbeitung vorgenommen, mit erstaunlicher Leistungsfähigkeit die Verlagsfirmen die Drucklegung besorgt und billige, die Augen schonende und geschmackvolle Arbeit geliefert. Mit Stolz rühme ich mich einem Volke anzugehören, das soviel Tüchtigkeit auf dem Gebiete des Schulwesens und des Buchhandels besitzt.

Und welche Methode soll bei der Auswahl ausschlaggebend sein? Innerhalb der neuen Lehrordnung führt ja noch mancher Weg nach Rom. Auch ist mit Sicherheit zu erwarten, daſs die Methoden der verschiedenen Fächer sich bessern oder ändern, daſs ein gut philosophisch geschulter Kopf mit Hilfe pädagogischen Studiums allem Denken und Schaffen auf unserem Gebiete neue Wege weist. Schwer oder unmöglich wird es dann seinen Jüngern sein, ihre nach dem neuen Ideal zugeschnittenen Werke zu erwünschter Einführung gelangen zu sehen. Werden sie überhaupt einen Verleger finden? Wer soll, vom geschäftlichen Standpunkt aus betrachtet, und danach geht und muſs der Verleger gehen, seine Arbeit und sein Kapital einem voraussichtlich fast erfolglosen Unternehmen hingeben? Die Schulbücher, die bei starkem Begehr guten Ertrag bringen, sie sind es gerade gewesen, die vielen Firmen die Mittel gewährten, auch solche Werke herauszugeben, die, nur für wenige Leser geschaffen, wie z. B. die rein wissenschaftlichen und pädagogischen Zeitschriften, wenig oder nichts einbringen können. Mit der Zeit werden sich immer weniger Verfasser und Verleger finden, die sich mit der Herstellung eines neuen Schulbuches befassen wollen. Das wäre ein nicht auszudenkender Schaden für die pädagogische Welt, für die Schule besonders. Nicht das sichere Behagen der paar beati possidentes, derer, deren Bücher zu der erheblich eingeschränkten Minderheit gehören, sondern der Kampf ums Dasein, der Konkurrenzkampf bringt die Sache vorwärts. Und die produzierenden Faktoren, geistige wie materielle, müssen die Hoffnung hegen dürfen, daſs ihre gemeinsame Arbeit nicht bloſs anerkannt oder wertgeschätzt oder auch bewundert, sondern von solchen Schulen, für die sie bestimmt ist, auch benutzt werden wird. Darum ist es wünschenswert, ja notwendig, auch dem Ansehen des höheren Lehrerstandes angemessener und der jeder Uniformität aus seinem innersten Wesen heraus wider-

strebenden Schulwissenschaft entsprechender, es falle die erste Bestimmung! Für die Firmen mittleren und kleinen Umfanges ist dies wohl geradezu eine Lebensfrage. Sonst ist Gefahr vorhanden, dafs nur noch die gröfsten, kapitalkräftigsten Geschäfte die Kraft und den Willen haben, sich mit Herausgabe neuer Lehrbücher zu befassen, die aus leicht einzusehenden Gründen dann auch nur ein Buch jeder Art verlegen werden. Auf die thätige Mitwirkung jener Geschäfte ist aber die Pädagogik, also auch die Schule, also die Schüler, um derentwillen ja die Bücher verfafst, gedruckt und eingeführt werden, angewiesen. Lehrer können weder noch wollen sie den kaufmännischen Vertrieb ihrer Geistesprodukt oder überhaupt das Risiko übernehmen, und dafs gar der Staat eine Art centrale also auch uniforme Bücherfabrik schaffe, das wäre zuletzt zu wünschen.

2. „Die Provinzial-Schulkollegien sollen, wenn zwischen zwei benachbarten Provinzen häufiger Schüleraustausch stattfindet, sich gegenseitig ins Vernehmen setzen, um eine Vereinbarung über bestimmte Schulbücher nach Möglichkeit zu erreichen.“ — Wenn demnach viele Kölner oder Düsseldorfer, denen es auf ihren vollen Anstalten zu strenge ist, ein benachbartes Gymnasium oder Realgymnasium oder eine einfache Realanstalt in Westfalen und andere solche in Hessen-Nassau, andererseits wieder westfälische Progymnasiasten die Kasseler Gymnasien, Wiesbadener Söhne eine kleinere Anstalt in einer Rheinstadt „häufig“ aufsuchen — was ist häufig? — so müssen die drei Provinzen dieselben Lehrbücher haben. Auf diese Weise wäre es möglich, dafs alle zwölf Provinzen wie eine Bibel, so auch eine lateinische, eine griechische, eine französische Grammatik u. s. w., also alle dasselbe Buch im Unterricht gebrauchen. Davor bewahre uns ein gnädiges Schicksal!

3. „Über neue Religionsbücher ist vorher die Zustimmung der kirchlichen Organe einzuholen.“ Von Herzen hoffe ich, dafs diese Organe nur über „die Rechtgläubigkeit“, wenn ich so sagen darf, des betreffenden Buches zu urteilen haben, nicht über die in demselben eingeschlagene Methode; denn dies ist Sache der Schulmänner, welche allein, aber auch ganz allein darüber ein Urteil zu fällen vermögen. —

Nicht um unnötig, etwa aus innerer Streitlust zu opponieren, sondern um der Sache selbst willen, die mir am Herzen liegt, habe ich, niemand zu Leid, niemand zu Gefallen, diese Zeilen niedergeschrieben.

Hieran schliefsen wir die aus Lehrerkreisen gestellte und in ders. Nr. des p. W. enthaltene

Anfrage.

An mehreren Voll-Anstalten der Provinz Hessen-Nassau, sowie auch anderer Provinzen, ist man geneigt: 1) die zur Abschlufsprüfung nötige Trigonometrie ohne Logarithmen zu behandeln und: 2) an der Schule überhaupt vierstellige Logarithmen statt der fünfstelligen zu benutzen. Man fragt nun an: Welche Anstalten (auch sechs-klassige) wollen sich einer dieser Neuerungen oder beiden anschliefsen?

Fragekasten.

Nr. 82. X. Y. in Z. Wo findet sich etwas publiziert über das „Gesetz der grofsen Zahlen“? Es giebt auch eine kleine Einzelschrift darüber. Wie heifst der Verfasser und wann ist sie erschienen?

Antwortkasten.

I. Zur Frage im Briefkasten Jahrg. XXV, Heft 7, S. 560.

Geehrte Redaktion! Als Antwort auf die Mitteilung im Briefkasten Ihrer geschätzten Zeitschrift erkläre ich: Die Frage, den Magister Matheseos betreffend, kann ohne absolute Geometrie beantwortet werden.

Lahr. Hochachtungsvoll

TRAUB.

II. Auf die Anfrage Nr. 81 in Heft 8 des vorigen Jahrgangs S. 636 erhielten wir folgende Auskunft:

1) Vor 30—31 Jahren ist eine Tetraedrometrie von Prof. Dr. Junghann (oder Junghanns?) erschienen. (Oberlehrer Dr. Gercken in Perleberg.)
2) Prof. Dr. Praetorius in Konitz (Westpr.) hat im Jahresbericht des dortigen Gymn. 1873 veröffentlicht: „Analoga der ebenen und der sphär. Trigonometrie". (Anonym, Postk. Konitz.)

Vielleicht wären auch noch folgende Aufsätze in ds. Z. zu berücksichtigen:

Günther, die merkwürdigen Linien im sphär. Dreieck. Jahrg. XI (1880), S. 421 u. f.

Derselbe, Versuch einer schulmäfsigen Behandlung der Lehre von den Kreisen des sphär. Dreiecks. XVII (1886), S. 241.

Diekmann, Wie erleichtert man den Schülern den Eingang in die sphär. Trigonometrie? XIV (1883), S. 567.

S. auch das Inh.-Verz. von Grunerts Archiv (Greifswald 1858, 1864 u. 1873.)

Bei der Redaktion eingelaufene Druckschriften.

(Ende November 1894.)

Mathematik.

Wiecke, Lehrproben. Geometrische und algebraische Betrachtungen über Maxima und Minima. Berlin, Reimer. 1894.

Graf, Einleitung in die Theorie der Gammafunktion u. d. Eulerschen Integrale. Bern, Wyss. 1895.

Naturwissenschaften.

Budde, Physikalische Aufgaben etc. 2. Aufl. Braunschweig, Vieweg. 1894.

Roscoe-Schorlemmer, Kurzes Lehrbuch der Chemie etc. 10 Aufl. mitbearb. von Prof. Classen ebd.

Kreusler, Einführung in die qualitative chemische Analyse. Bonn, E. Webers Verlag (J. Flittner). 1894.

Schlemüller, Fortpflanzungs-Geschwindigkeit des Schalles. Prag, Dominicus. 1894.

Zeitschriften, Programme, Separat-Abdrücke.

a) Zeitschriften: Mathem. Annalen Bd. 45, Hft. 3. (1894). — Zeitschr. f. Math. u. Phys. Jahrgang 39. (1894). Hft. 6. — Periodico di Mathematica etc. IX, 6. — Zeitschr. f. phys. u. chem. Unt. VIII, 1. — Himmel u. Erde (Urania) VII, 2. — Zeitschr. f. Schulgeogr. XVI, 1. — Zeitschr. f. lateinlose h. Schulen VI, (1894) 1. (Verlag v. Teubner). — Pädagogisches Wochenblatt IV, 4—6. — Gymnasium XII, 21. — Süddeutsche Blätter f. höhere Unterr.-Anstalten II, 19—20. (Einzelne Nr. zugesandt, wegen eines Art. „Praktische Arbeiten i. Laboratorium der Realanstalten".) —

Allgem. deutsche (Volksschullehrer-) Zeitung 1894. Nr. 43. 45 (44 fehlt). — b) Separat-Abdrücke aus Programmen. Schilling, die Astronomie u. mathem. Geogr. an Realschulen (Olmütz, Staats-Ob.-R. 1893/94). — Derselbe, der osmotische Druck ebd. 1894.

(Dezember).

Mathematik.

Mann, die logischen Grundoperationen der Mathematik (Repetitionsmittel für obere Kl. d. Mittelschulen). Erlangen und Leipzig, Deichertsche V.-H. 1895.

Fink, *Lazare-Nicolas-Marguerite* Carnot. Sein Leben und seine Werke. (Nach d. Quellen dargest.) Tübingen, Lauppsche V.-H. 1894.

Naturwissenschaften.

Turner, Kraft und Materie im Raume. 4. Aufl. (mit 80 Taf.) Leipzig, Thomas. 1894 (schön gebundnes Exemplar).

Ralph Abercromby, das Wetter. Eine populäre Darstellung der Wettererfolge. Deutsch von Perntner aus d. Englischen übertragen. Freiburg i/B. Herdersche V.-B. 1894.

Strafsburger-Noll-Schenk-Schimper, Lehrbuch der Botanik für Hochschulen. Jena, Fischer. 1894.

Landsberg, Streifzüge durch Wald und Flur. Eine Anleitung zur Beobachtung der heimischen Natur in Monatsbildern. Leipzig, bei Teubner. 1895.

Zeitschriften, Programme, Separat-Abdrücke, Kataloge.

Memoire della Reale Accademia delle science di Torino. Ser. II. t. 44. (Science fisiche, matematiche e naturali) Torino. Clausen. 1894. — Himmel und Erde (Urania), VII, 3. — Natur u. Haus, III, 2—4. — (Österr.) Zeitschr. f. R.-W. XIX, 11. — Bair. Zeitschr. f. R.-W. II, 4. — Pädag. Archiv XXXVI, 11. — Zeitschrift f. lateinlose h. Sch. VI, 2. — Pädag. Wochenblatt IV, 8—10. — Gymnasium XII, 22—23. — Zeitschr. f. weibl. Bildung, XXII, 21/22. 23. — Allgem. d. Lehrerzeitung. 1894. 46—49. — Teubners Mitt. 1894. 5/6. — Katalog Calvary u. C. Berlin (exakte W.) Nr. 174.

Berichtigungen.

Zu Jahrgang XXV, Heft 8.

(Eingesandt von einem Leser.)

S. 595, Z. 10 v. u. Arbeiter.
„ 629, oben Rubner statt Rübner.

(Es ist doch der bis vor kurzem an der Marburger Universität thätig gewesene Hygieniker Max R., jetzt Dir. am Krankenhaus in Hamburg?)

Frankel soll wohl heifsen Fränkel (Carl, s. Z. Prof. d. Hygiene in Königsberg und jetzt in Marburg geb. 1861).

Mufs es S. 561, Z. 5 v. u. nicht heifsen 1892 st. 82.?

S. 572, Z. 3 v. u. in d. Anmerkungen: Ist **Geometrie** (!) der Schichtenstörungen nicht ein error calami?

Auf eine Anfrage bei dem Herrn Verfasser erhielten wir bezüglich der beiden letzten angeblichen Druckfehler die Antwort, dafs die Jahreszahl 1882 und der Ausdruck „Geometrie" d. Sch. richtig seien. Die erstere Jahreszahl bezeichne das „Gründungsjahr" des Real-G., der angezweifelte Ausdruck aber rühre von Günther her (XXV, S. 332). — D. Red.

(Der Briefkasten mufste aus Mangel an Raum fortbleiben.)

Lehrprobe an dem geometrischen Satze:

„Durch einen Punkt aufserhalb einer geraden Linie läfst sich nur eine Parallele zu derselben ziehen."

(Boyman-Vering, Lehrbuch der Math., I. Teil, § 26 Zusatz 1.)

Zweck: Einführung der Schüler der Quarta in das Verständnis eines indirekten Beweises.*)

Von Heinrich Janssen, Rektor in Aachen.

(Mit 4 Figuren im Text.)

Vorbemerkungen.

1) Die Ausarbeitung der nachstehenden Lehrprobe ist so sehr eine selbständige, dafs ich sie einzig als die Frucht der eignen Lehrthätigkeit erklären darf. Mit dieser Erklärung verbinde ich die Versicherung, dafs die Praxis diese Lehrprobe auch als bewährt erwiesen hat, wenngleich einzelne Ausführungen die ganze Denkkraft des Schülers herausfordern.

2) Mit dem eingangs aufgestellten pädagogischen Grundsatze trete ich in bewufsten Gegensatz zu der Ansicht derer, die mit Rücksicht auf das praktische Leben nichts Bedenkliches darin finden, wenn auf Quarta geometrische Lehrpunkte behandelt werden, deren Verständnis zu schwierig oder zu hoch sei. Das Neueste in dieser Richtung schreibt Dr. Gust. Holzmüller, Direktor der Gewerbeschule zu Hagen, in einem Begleitwort zu seinem jüngst erschienenen — wirklich vorzüglichen — methodischen Lehrbuche der Elementar-Mathematik (B. G. Teubner in Leipzig 1894) S. III: „Beim Lesen des Quartanerpensums möchte nun vielleicht mancher Lehrer den Eindruck gewinnen, als ob diese oder jene räumliche Betrachtung

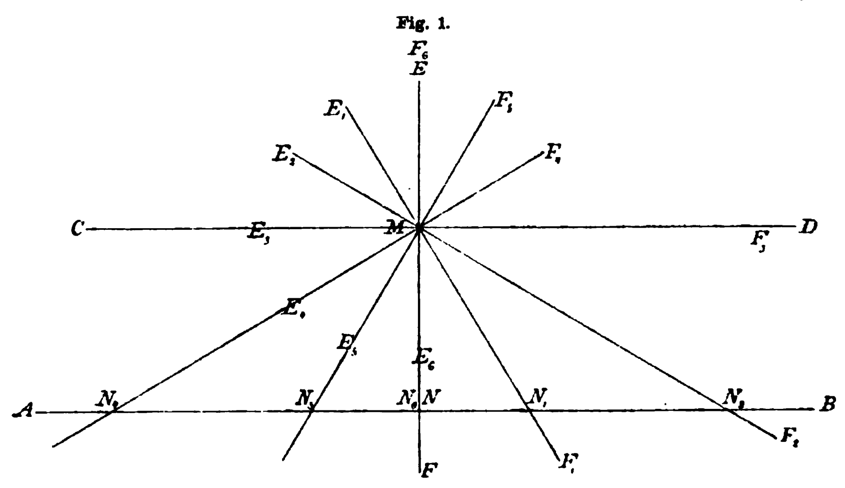
*) Die Breite in der Ausführung ist eine beabsichtigte, teils damit ein möglichst abgerundetes Ganze gewonnen, teils damit dem jüngeren Lehrer eine schulgemäfse Induktion für Anfänger in der Geometrie vorgeführt werden sollte.

zu schwierig oder zu hoch sei. Aber selbst wenn diese Bemerkung an sich berechtigt sein sollte, würde ich trotzdem die Durchnahme empfehlen, weil der Gegenstand für das praktische Leben von allzugroſser Bedeutung ist.“

Wenn derselbe Verf. auf S. IV bemerkt, daſs „seine propädeutische Beweismethode der Kritik derjenigen, die als Fanatiker der logischen Strenge mit philosophischen Anforderungen an den Unterricht des Quartaners herantreten wollen, einfach unterliege, dies aber kein Unglück sei, da man nicht auf Sperlinge mit Kanonen schieſsen solle,“ so vertrete auch ich den Standpunkt, daſs man in der Mathematik alle wirklich unnötigen Beweisführungen streichen soll, verbleibe aber auch ebenso entschieden auf dem Standpunkte, daſs, wo eigentliche Beweisführungen notwendig sind, diese mit aller logischen Strenge geführt werden sollen. Zur Rechtfertigung dieser Forderung weiſs ich nichts Besseres zu thun, als die nachstehende Lehrprobe mit derjenigen Ausführung in Vergleich zu stellen, die der genannte Verf. des erwähnten Buches auf grund seiner Anschauungen gebracht hat und die also lautet:

„Das Wesen der parallelen Geraden klärt sich durch Fig. 4*)

Fig. 1.



genauer auf. Hier seien AB und CD unbegrenzte Gerade, beide senkrecht auf der unbegrenzten Geraden EF, also parallel.

*) Hier mit Fig. 1 bezeichnet.

M und N seien die Schnittpunkte mit EF. Man erteile jetzt der Geraden EF in der Zeichnungsebene eine Drehung um M, so weit, bis sie wieder mit der Anfangslage zusammenfällt, aber in entgegengesetzter Richtung. Nahm EF so die Lagen E_1F_1, E_2F_2, E_3F_3, E_4F_4, E_5F_5 an, so wanderte der Durchschnitt N über N_1 und N_2 nach rechts. Näherte sich EF der Lage E_3F_3, wo es mit CD zusammenfällt, so entzog sich der weit fortgerückte Schnittpunkt allmählich der Beobachtung, und in der Lage CD selbst konnte er nicht mehr vorhanden sein. Dreht man EF über die Lage CD hinaus, so kommt der Schnittpunkt links aus großer Entfernung heranrückend wieder zum Vorschein und geht über N_4 und N_5 nach dem Ausgangspunkte N zurück.

Aus der Anschauung entnimmt man dabei Folgendes: EF hat in allen Lagen mit AB einen Schnittpunkt, nur in der parallelen Lage nicht. Je näher EF der parallelen Lage kommt, in um so größerer Entfernung liegt der Schnittpunkt, (Bei unendlicher Annäherung an die parallele Lage sagt man der Schnittpunkt sei unendlich fern.) Das Passieren der parallelen Lage läßt den Schnittpunkt plötzlich einen unendlich großen Sprung von rechts nach links (oder umgekehrt) machen. Im Übrigen ist seine Bewegung bei stetiger Drehung eine stetige. Weil die Parallelen gegen das gemeinschaftliche Lot gleichweit gedreht sind (um 90°), gelten sie als gleichgerichtet. Ist z. B. die eine horizontal, so ist es auch die andere, ist die eine vertikal, so ist es auch die andere.

Ferner entnimmt man aus der Anschauung dieses Drehungsverfahrens Folgendes:

Durch einen Punkt (M) läßt sich zu einer Geraden (AB) nur eine einzige Parallele legen.“ (S. Holzmüller a. a. O. S. 15 u. 16.)

Lehrprobe.

* * *

Wenn schon in jeglichem Unterrichtsfache der pädagogische Grundsatz zur Durchführung kommen soll, daß nichts gelehrt werden darf, dessen Verständnis dem Schüler zu schwer oder gar unmöglich ist, und daß dasjenige, was gelehrt wird, auch zum vollen Verständnis des Schülers gebracht werden muß,

dann gilt dieser Grundsatz erst recht für den Unterricht in der Mathematik. Einer Begründung dieser Behauptung wird es wohl schwerlich bedürfen.

Nun werden zumal in der Geometrie gar manche Beweise von Lehrsätzen indirekt geführt. Indirekte Beweise aber bieten erfahrungsgemäfs die gröfsten Schwierigkeiten bezüglich des Verständnisses ihrer logischen Schlufsrichtigkeit. Dieses Verständnis mufs jedoch dem Schüler schon beim ersten indirekt zu führenden Beweise vermittelt werden, und sollte der Weg zu demselben auch noch so weitläufig sein. Im Nachstehenden soll nun einmal der Versuch gemacht werden, diesen Weg zu zeigen und zu ebnen.

* * *

Ihr kennt ja noch — so etwa wird der Lehrer beginnen — nach eurem Lehrbuche (Boyman) die Erklärung von allgemeinen Grundsätzen. Wiederholt mir: Was sind allgemeine Grundsätze? — „Allgemeine Grundsätze sind solche Sätze, deren Wahrheit unmittelbar einleuchtet und welche daher ohne weiteres als wahr zugegeben werden müssen.“

In dieser Antwort kommt ein Wort vor, von dem wir ebenfalls die Erklärung zu wiederholen haben. Ich meine das Wort 'unmittelbar'. Was ist euch früher gesagt worden? Von welchem Substantiv ist das Adjektiv 'unmittelbar' eigentlich und ursprünglich abgeleitet? „Von 'Mitte'.“*)

Ich bilde folgenden Satz: Auf die Regierungszeit des Cyrus folgte unmittelbar die Regierungszeit des Cambyses. Ersetzt in diesem Satze das Wörtchen 'unmittelbar' durch ein einfaches anderes Wörtchen! „Auf die Regierungszeit des Cyrus folgte sofort . . .“

Denkt jetzt an die Ableitung von 'unmittelbar' und ersetzt es durch einen Nebensatz mit 'ohne dafs'! „Auf die Regierungszeit des Cyrus folgte die Regierungszeit des Cambyses, ohne dafs noch ein anderer König zwischen beiden in der Mitte war.“

Was will demgemäfs der Satz besagen: 'Auf den Cambyses folgte mittelbar Dareus'? „Auf den Cambyses folgte nicht

*) Aus mehrfachen Gründen ist von der schulgemäfsen Vollständigkeit der Antworten Abstand genommen worden.

sofort Dareus; es war noch zwischen beiden in der Mitte die Regierungszeit des falschen Smerdis."

Was bedeutet also das Wörtchen 'unmittelbar'? „So viel wie 'sofort' oder 'ohne dafs etwas in der Mitte liegt."

Jetzt komme ich zurück auf unsere Erklärung von allgemeinen Grundsätzen. Da habt ihr gesagt: Allgemeine Grundsätze sind solche Sätze, deren Wahrheit unmittelbar einleuchtet. Was will das also heifsen, dafs die Wahrheit dieser Sätze unmittelbar einleuchtet? „Das will heifsen, dafs die Wahrheit dieser Sätze sofort einleuchtet, ohne dafs noch etwas in der Mitte liegt."

So ist es zwar richtig; aber noch immer ist die Erklärung von 'unmittelbar' nicht ganz vollständig. Ein Beispiel! Ihr wifst: 1 ℳ = 100 ₰. Wenn ich euch nun sage: Folglich dürft ihr überall, wo ihr mit 1 ℳ zu rechnen habt, dafür auch mit 100 ₰ rechnen, — leuchtet euch das ein? „Ja."

Wie leuchtet euch das ein? „Unmittelbar, sofort."

Erinnert euch jetzt an die Stunde, in welcher ihr zum ersten Male den Begriff eines gestreckten Winkels gelernt habt! Wenn ich damals zwei gestreckte Winkel neben einander gezeichnet hätte, z. B. ∢ AOB und ∢ $\alpha\omega\beta$ (vgl. die Fig. 2), und

Fig. 2.

A O B α ω β

wenn ich euch dann gesagt hätte, diese beiden Winkel seien einander gleich, würdet ihr das unmittelbar d. h. sofort eingesehen haben? „Nein."

Warum seht ihr es aber jetzt ein? „Weil es uns bewiesen worden ist."

Wenn ihr also die Wahrheit denkt: 'Die dort gezeichneten zwei Winkel AOB und $\alpha\omega\beta$ sind gestreckte Winkel', und wenn ihr daraus die weitere Wahrheit bildet: 'Dann sind diese Winkel einander gleich', ist in diesem Falle zwischen die Erkenntnis der ersten und zweiten Wahrheit noch etwas in die Mitte getreten? „Ja, der Beweis."

Wodurch ist euch also die Erkenntnis dieser Wahrheit vermittelt worden? „Durch den Beweis."

Was für eine Erkenntnis ist also die Erkenntnis dieser Wahrheit? „Eine mittelbare."

Wenn ihr nun aber nochmals an die Wahrheit denkt: '1 ℳ = 100 ₰', und wenn ihr daraus die weitere Wahrheit bildet: 'Dann darf ich überall statt mit 1 ℳ mit 100 ₰ rechnen', ist dann auch in diesem Falle zwischen die Erkenntnis der ersten und zweiten Wahrheit etwas in die Mitte getreten? „Nein."

Wird euch also die Erkenntnis dieser Wahrheit ebenfalls nur durch einen Beweis vermittelt? „Nein."

Was für eine Erkenntnis ist also die Erkenntnis dieser Wahrheit? „Eine unmittelbare."

Für den Ausdruck 'unmittelbar' hattet ihr nun vorhin schon den andern Ausdruck 'sofort' gefunden. Welchen neuen Ausdruck könnt ihr jetzt für 'unmittelbar' einsetzen? „Ohne Beweis."

Nun wiederholt noch einmal die Beantwortung der Frage: 'Was sind allgemeine Grundsätze'? Wendet aber alle drei Ausdrücke an! „Allgemeine Grundsätze sind solche Sätze, deren Wahrheit unmittelbar einleuchtet, welche also sofort, ohne Beweis als wahr zugegeben werden müssen."

Wie nennt man aber diejenigen Sätze, deren Wahrheit nur mittelbar, nur durch einen Beweis einleuchtet? Denkt an die Überschrift eures Lehrbuches über dem Satze: Alle gestreckten Winkel sind einander gleich! „Lehrsätze."

Was sind also Lehrsätze? „Lehrsätze sind . . ."

Aber noch eines! Aus dem Satze 'deren Wahrheit unmittelbar einleuchtet' hätte ich noch gern die Frage beantwortet: Was tritt also bei Grundsätzen unmittelbar ein? „Das Einleuchten."

Anderes Wort dafür! „Das Begreifen, das Erkennen."

Und was tritt bei Lehrsätzen nur mittelbar ein? „Ebenfalls das Erkennen."

Merkt euch das! Ich sage wohl: Das Erkennen ist bei jedem Lehrsatz mittelbar; ich sage aber nicht, der Beweis sei bei jedem Lehrsatz mittelbar. Das Letztere werdet ihr bald, so hoffe ich, noch besser verstehen können.

Es bleibt auch noch die Frage zu beantworten übrig: 'Woher kommt es, dass wir die allgemeinen Grundsätze unmittelbar, sofort, ohne Beweis als richtig erkennen? — aber

die Antwort hierauf will ich euch geben. Das kommt daher, daſs Gott der Herr diese Erkenntnis in unsere Seele, in unsere Vernunft gelegt hat.

Ich gehe jetzt weiter.

Wie viele allgemeine Grundsätze zählt die Geometrie auf? „10 allgemeine Grundsätze."

Zählt sie noch einmal rasch auf! „1) Jede Gröſse ist sich selbst gleich . . ." u. s. w.

Nun aber glaubt nicht, daſs diese 10 die einzigen Grundsätze seien, die in unsere Vernunft gelegt sind. Wir suchen jetzt einen neuen Grundsatz. Ihr wiſst ja noch, was Behauptungssätze sind. Bildet einmal einen Behauptungssatz, indem ihr zum Subjekte hier diese Wand nehmt. „Diese Wand ist weiſs."

Nun stelle ich dieser Behauptung die andere Behauptung entgegen: 'Diese Wand ist nicht weiſs', und frage jetzt: Können sich diese zwei Behauptungen freundschaftlich neben einander vertragen? „Nein."

Wie stehen sie also zu einander? „Feindschaftlich."

Ich will diese letzte Frage jetzt einmal anders ausdrücken: In welchem Verhältnisse stehen diese zwei Behauptungen zu einander? „Im Verhältnisse der Feindschaft."

Anderes Wort für 'Feindschaft'! „Im Verhältnisse des Gegensatzes."

Man nennt nun solche Sätze 'sich widersprechende Gegenteile' oder kurz 'Gegenteile'. Was versteht man also unter Gegenteilen? „Unter Gegenteilen versteht man zwei Sätze, welche im Verhältnisse des Gegensatzes zu einander stehen."

Nun aber seht euch noch einmal die beiden Behauptungen an: Diese Wand ist weiſs. Diese Wand ist nicht weiſs. Wie unterscheiden sich diese Behauptungen? „Die eine ist bejahend, die andere verneinend."

Schon richtig, aber es muſs ein noch genauerer Unterschied festgestellt werden. Ich nenne euch zwei andere Behauptungen, von denen ebenfalls die eine bejahend, die andere verneinend ist: 'Diese Wand ist weiſs. Diese Wand ist nicht schwarz'. Merkt ihr die Verschiedenheit? Wer kann also jetzt in dem Beispiele 'Diese Wand ist weiſs; 'Diese Wand ist nicht weiſs'

genau angeben, was die zweite Behauptung verneint? „Sie verneint dasjenige, was die andere Behauptung bejaht."

Also jetzt nochmals die Frage: Was versteht man unter Gegenteilen? „Zwei Behauptungen, welche im Verhältnisse des Gegensatzes so zueinander stehen, dafs die eine dasselbe verneint, was die andere bejaht."

Nun bildet jetzt einmal selbst Beispiele für solche Gegenteile! „Die Tafel ist schwarz. Die Tafel ist nicht schwarz. Der Schüler schreibt. Der Schüler schreibt nicht."

Genug! Wir gehen zurück zu unserm ersten Beispiele: 'Diese Wand ist weifs. Diese Wand ist nicht weifs. Nun prüft einmal den Inhalt dieser Sätze, dieser Behauptungen in bezug auf ihre Richtigkeit! Drücken beide Sätze etwas Richtiges aus? „Nein."

Drücken beide Sätze etwas Falsches aus? „Nein."

Wie steht es denn mit der Richtigkeit dieser Behauptungen? „Die eine drückt etwas Richtiges, die andere etwas Unrichtiges aus."

Ist das auch bei den andern Beispielen, die ihr aufgezählt habt, der Fall? Wiederhole eines! „Die Tafel . . ."

Ist auch hier die eine der Behauptungen richtig und die andere falsch? „Ja."

Wiederhole das andere Beispiel! „Der Schüler schreibt . . ."

Ist wiederum eine der Behauptungen richtig und die andere falsch? „Ja."

Erkennt ihr hieraus etwas? Was ist also von zwei Gegenteilen zu sagen? „Von zwei Gegenteilen ist immer das eine richtig und das andere falsch."

Nun hört! Was wir da gefunden haben, ist wieder ein Grundsatz; denn wenn ich euch sage: 'Diese Wand ist weifs. Diese Wand ist nicht weifs', seht ihr dann unmittelbar, sofort, ohne Beweis ein, dafs von diesen zwei Gegenteilen das eine richtig und das andere falsch sein mufs? „Ja."

Also haben wir einen neuen Grundsatz gefunden. Nun wiederholt noch einmal den neuen Grundsatz! „Von zwei Gegenteilen . . ."

Aber noch etwas! In dem Geographie-Unterrichte habt ihr gehört, dafs man in früheren Jahrhunderten geglaubt hat, die

Erde sei eine flache Scheibe, keine Kugel, dafs man aber seit den drei letzten Jahrhunderten das Gegenteil glaubt, die Erde sei wohl eine Kugel. Alsdann ist euch die Richtigkeit des Letzteren wirklich bewiesen worden. Sobald ihr nun erkannt hattet, dafs es richtig ist, die Erde sei eine Kugel, was habt ihr da sofort von der andern Behauptung gedacht, die Erde sei keine Kugel? „Dafs diese Behauptung falsch sein müsse."

Wifst ihr auch, welche Thätigkeit des Denkens wir üben, wenn wir z. B. also denken: 'Es ist richtig, dafs die Erde eine Kugel ist; folglich ist es falsch, dafs die Erde keine Kugel sei'? Ich will's euch sagen. Wir üben da eine Thätigkeit des Denkens, die wir nennen 'eine Folgerung oder einen Schlufs ziehen'. An welchem Wörtchen konntet ihr das schon hören? „An dem Wörtchen 'folglich'.

Merkt euch einmal recht gut: So oft man aus einer ersten Behauptung (z. B. aus der ersten Behauptung: Es ist richtig, dafs die Erde eine Kugel ist) eine neue Behauptung bildet, welche mit der Konjunktion 'folglich' anfängt oder anfangen kann, so folgert man etwas, oder: so zieht man eine Folgerung, einen Schlufs. Welche Folgerung habt ihr also gezogen aus der ersten Behauptung: 'Es ist richtig, dafs die Erde eine Kugel ist'? „Die Folgerung, dafs es falsch ist, die Erde sei keine Kugel."

Nun gehen wir nochmals zurück auf unser Beispiel. Wie nennen wir zwei solche Behauptungen wie: 'Die Erde ist eine Kugel. Die Erde ist keine Kugel'? „Gegenteile."

Welchen Grundsatz von zwei Gegenteilen hatten wir vorher gefunden? „Von zwei Gegenteilen . . ."

Aber ich meine, wir hätten eben noch etwas Neues hinzugefunden. Denkt euch, ihr hörtet zum ersten Male den Lehrer von der Gestalt der Erde sprechen und also sich ausdrücken: 'In bezug auf die Gestalt der Erde sind die zwei Behauptungen aufgestellt worden: 'Die Erde ist eine Kugel, und: Die Erde ist keine Kugel'! Denkt euch dann weiter, ihr wüfstet noch nicht, welche von diesen zwei Behauptungen richtig sei, dann könntet ihr bis dahin nur den einen Grundsatz anwenden: Von zwei Gegenteilen mufs das eine richtig und das andere falsch sein. Aber nun denkt euch endlich, ihr würdet belehrt

und kämet zur Erkenntnis, daſs die erste Behauptung 'Die Erde ist eine Kugel' richtig sei, dann würdet ihr sofort wieder einen neuen Grundsatz anwenden. Ihr würdet aus der Richtigkeit des einen Gegenteils — wer kann fortfahren? „Die Unrichtigkeit des andern Gegenteils folgern."

Wie heiſst also der neue Grundsatz? „Aus der Richtigkeit des einen Gegenteils kann man die Unrichtigkeit des andern Gegenteils folgern (kann man auf die Unrichtigkeit des andern Gegenteils eine Folgerung, einen Schluſs ziehen)."

Ich habe gesagt, das sei wieder ein Grundsatz. Gebt acht, ob das recht war! Ihr seht die Wahrheit der Behauptung ein: 'Die Erde ist eine Kugel'. Wie seht ihr nun die Wahrheit der Folgerung ein: 'Folglich ist es falsch, daſs die Erde keine Kugel sei'? „Unmittelbar, sofort, ohne Beweis."

Was für Sätze sind das aber, deren Wahrheit unmittelbar einleuchtet? „Grundsätze."

Wiederholt jetzt noch einmal die beiden gefundenen Grundsätze! „1) Von zwei Gegenteilen..." „2) Aus der Richtigkeit..."

Nun bleibt noch eines übrig. Ich denke aber, daſs wir recht bald damit fertig sind. Ein Beispiel: 'Die Erde bewegt sich. Die Erde bewegt sich nicht'. Angenommen, ihr wüſstet nicht, welches von diesen Gegenteilen richtig und welches falsch sei. Angenommen weiter, ich würde euch beweisen, daſs die Behauptung, die Erde bewege sich nicht, falsch ist und ihr würdet dies auch vollständig begreifen, — welche Folgerung würdet ihr daraus ziehen? „Daſs das andere Gegenteil richtig sei."

Wenn ihr nun vorhin den Grundsatz gefunden hattet: 'Aus der Richtigkeit des einen Gegenteiles kann man die Unrichtigkeit des andern Gegenteiles folgern', was für einen neuen, dritten Grundsatz könnt ihr hinzufügen? „Aus der Unrichtigkeit (Falschheit) des einen Gegenteils kann man die Richtigkeit des andern Gegenteils folgern."

Merkt euch diesen dritten Grundsatz recht gut! Er wird schon bald in einem geometrischen Satze zur Anwendung kommen. Ihr werdet nämlich vor die zwei Gegenteile gestellt werden: 'Durch einen Punkt, etwa P, lässt sich keine zweite Parallele zu einer gegebenen Linie ziehen. Durch den Punkt P läſst sich wohl noch eine zweite Parallele zu einer gegebenen

Linie ziehen'. Alsdann wird euch gezeigt werden, dafs das letzte Gegenteil falsch, die Behauptung nämlich, dafs sich durch den Punkt *P* wohl noch eine zweite Parallele ziehen lasse. Wenn ihr das nun werdet verstanden haben, wie werdet ihr dann weiter folgern? „Dann mufs das andere Gegenteil richtig sein."

Welchen Grundsatz wendet ihr dabei an? „Aus der Unrichtigkeit ..."

Also sage ich nochmals: Merkt euch den dritten Grundsatz recht gut! Wovon haben nun eigentlich alle drei Grundsätze gehandelt? „Von zwei Gegenteilen."

Nun hört! Man fafst auch wohl alle drei Grundsätze in einen einzigen zusammen und nennt ihn den Grundsatz von den Gegenteilen. Wenn man das thut, dann hat man einen Grundsatz mit drei Teilen. Nennt mir jetzt den einen Grundsatz von den Gegenteilen mit seinen drei Teilen! „Von zwei Gegenteilen ... Aus der Richtigkeit ... Aus der Unrichtigkeit ..."

Was haben wir nun bis hieher teils wiederholt teils neu gelernt? Erstens? „Was ein Grundsatz ist."

Zweitens? „Was ein Lehrsatz ist."

Drittens? „Dafs es in der Mathematik zehn allgemeine Grundsätze giebt."

Viertens? „Dafs es aufserdem noch andere Grundsätze giebt."

Fünftens? „Dafs es einen besondern Grundsatz über die Gegenteile giebt."

So, nun schreibt euch einmal den Grundsatz von den Gegenteilen auf! Überschrift: Grundsatz von den Gegenteilen. Jetzt gehen wir zu etwas Neuem über. Ich schreibe die Behauptung hin: $7 + 5 = 12$. Ich schreibe darunter: Folglich ist $12 - 5 = 7$. Was habe ich hier aus der obigen Behauptung gebildet? „Eine Folgerung."

Betrachtet die Behauptung: $7 + 5 = 12$! Ist sie richtig? „Ja."

Betrachtet die Folgerung daraus: $12 - 5 = 7$! Ist sie richtig? „Ja."

Ein anderes Beispiel! $72 : 12 = 6$. Ist diese Behauptung richtig? „Ja."

Zieht selber die Folgerung daraus! „6 × 12 = 72.“

Ist auch diese Folgerung richtig? „Ja.“

Ein drittes Beispiel! Angenommen, es behaupte jemand: 11 — 7 = 5. Welche Folgerung würde sich aus dieser Behauptung ergeben? „5 + 7 = 11.“

Nun die Frage: Wie ist die Behauptung '11 — 7 = 5' beschaffen? „Falsch.“

Wie ist die Folgerung '5 + 7 = 11' beschaffen? „Ebenfalls falsch.“

Wer hat schon wieder etwas Neues gefunden? „Wenn eine Behauptung richtig ist, dann sind auch die Folgerungen aus derselben richtig; wenn aber eine Behauptung falsch ist, dann sind auch die Folgerungen aus derselben falsch.“*)

Wie habt ihr nun wieder diese neue Wahrheit erkannt? „Unmittelbar, sofort, ohne Beweis.“

Was für einen Satz haben wir also in der neuen Wahrheit wieder gefunden? „Einen Grundsatz.“

Wie haben wir den vorhin gefundenen aufgeschriebenen Grundsatz genannt? „Grundsatz von den Gegenteilen.“

Wie können wir dann wohl diesen neu gefundenen Grundsatz nennen? „Grundsatz von den Folgerungen.“

Aber ehe wir ihn aufschreiben, mufs ich euch noch näher in diesen Grundsatz einführen. Die vorhin gebrachten Beispiele waren so beschaffen, dafs ihr auf den ersten Blick sehen konntet, ob die aufgestellten Behauptungen richtig oder falsch waren. Jetzt ein neues Beispiel: 1260 : 36 = 35. Könnt ihr auf den ersten Blick erkennen, ob diese Behauptung richtig ist? „Nein.“

Nun sollt ihr aber die Aufgabe bekommen zu prüfen, ob diese Division richtig ist. Wie würdet ihr das im gewöhnlichen Leben machen? „Wir würden die Division nachrechnen.“

Aber könntet ihr nicht auch noch etwas anderes thun als die Division nachrechnen, um zu prüfen, ob diese Behauptung richtig ist? „Ja, wenn wir nachrechnen, ob 35 × 36 = 1260.“

---

*) Die genaue Fassung dieses Grundsatzes müfste freilich lauten: ...... dann werden auch die aus ihr richtig gezogenen logischen Schlufsfolgerungen richtig bezw. falsch. Es sind hier und im Folgenden unter „Folgerungen“ immer nur „logische Schlufsfolgerungen“ gemeint.

Thut das! Wie rechnet ihr im Kopfe 35×36? „Statt 35×36 rechne ich 70×18. $7 \times 18 = 70 + 56 = 126$. $70 \times 18 = 1260$. Also ist $35 \times 36 = 1260$.“

Was war aber die neue Behauptung '$35 \times 36 = 1260$' in bezug auf die erste Behauptung '$1260 : 36 = 35$'? „Sie war die Folgerung daraus.“

Wie kann man also prüfen, ob eine Behauptung richtig ist? „Indem man die Folgerung aus dieser Behauptung prüft.“

Wenn es sich hierbei ergiebt, dafs die Folgerung aus einer Behauptung richtig ist, was dann? „Dann mufs auch die Behauptung selbst richtig sein.“

Wenn es sich aber ergeben würde, dafs die Folgerung aus einer Behauptung falsch ist, was dann? „Dann mufs auch die Behauptung selbst falsch sein.“

Also: Ob eine Behauptung richtig oder falsch ist, wie kann man das immer prüfen? „Indem man prüft, ob die Folgerungen richtig oder falsch sind.“

Nun wiederholt mir noch einmal den Grundsatz von den Folgerungen, so weit ihr ihn vorher gefunden hattet! „Wenn eine Behauptung richtig ist . . .“

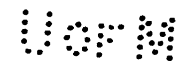
Jetzt vervollständigt diesen Grundsatz, indem ihr hinzufügt, was ihr zu allerletzt gefunden hattet! „Wenn die Folgerungen aus einer Behauptung richtig sind, dann mufs auch die Behauptung selbst richtig sein. Wenn die Folgerungen aus einer Behauptung falsch sind, dann mufs auch die Behauptung selbst falsch sein.“

So, nun schreibt euch auch diesen neuen Grundsatz auf! Überschrift soll lauten: Grundsatz von den Folgerungen*).

---

*) Wer es für zweckmäfsig hält, ein anderes Unterrichtsgebiet zu berühren, der könnte etwa noch Folgendes einfügen: Damit ihr aber nicht glauben möget, dafs dieser Grundsatz blofs für die Mathematik gelte, will ich euch zum Schlufs noch ein Beispiel aus einem andern Unterrichtsgegenstande geben. Ich nenne euch die zwei Gegenteile 'Es giebt einen Gott. Es giebt keinen Gott.' Wie nennt man diejenigen Menschen, welche glauben und behaupten; 'Es giebt keinen Gott'? „Gottesleugner.“

Nun gebt einmal acht! Wir prüfen zuerst die Folgerungen, welche sich aus der Behauptung der Gottesleugner ergeben. Wir hätten uns



Nun wollen wir das alles, was wir jetzt gefunden und erkannt haben, auch einmal anwenden auf den geometrischen

---

also zu fragen: Was würde daraus folgern, wenn es keinen Gott gäbe? Ich will euch behilflich sein.

Gut ist dasjenige, was Gott wohlgefällig ist und zwar darum wohlgefällig ist, weil es mit seiner Heiligkeit übereinstimmt. Böse oder Sünde ist dasjenige, was Gott mifsfällig ist und zwar darum mifsfällig ist, weil es seiner Heiligkeit widerstrebt. Wer ist es also eigentlich, der uns den Unterschied von Gut und Bös lehrt? „Gott."

Hört weiter! Gott ist es auch, der uns im besondern sagt: Diese und diese Handlungen sind gut, jene und jene Handlungen sind böse. Er hat es nämlich in den bekannten zehn Geboten uns genau gesagt, welche Handlungen wir thun sollen, weil sie gut sind, und welche wir unterlassen sollen, weil sie Sünde sind.

Wenn es also keinen Gott gäbe, dann würden wir auch keinen Unterschied zwischen Gut und Bös, würden keine zehn Gebote kennen, würden sagen müssen: Diebstahl ist geradeso berechtigt wie Ehrlichkeit; Unkeuschheit ist geradeso berechtigt wie Keuschheit; Geiz ist geradeso berechtigt wie Wohlthätigkeit; Totschlag ist geradeso berechtigt wie Menschenfreundlichkeit; Elternmord ist geradeso berechtigt wie Elternliebe. Wenn nun alle Menschen so denken und wenn schliefslich alle Menschen thun würden, wozu sie nur Lust hätten, wäre es auch noch so schlecht, dann würde die ganze Menschheit eine grofse Gesellschaft von Treulosen, Dieben, Räubern und Mördern werden und was es dann mit der Menschheit werden würde, kann man sich kaum vorstellen. Seht, das wären einige Folgerungen aus der Behauptung der Gottesleugner, es gebe keinen Gott. Nun, was sagt eure Vernunft von diesen Folgerungen? „Diese Folgerungen sind falsch (enthalten Falsches)."

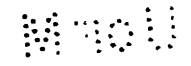
Wenn aber die Folgerungen aus einer Behauptung falsch sind, dann — „muss auch die Behauptung selbst falsch sein."

Welche Behauptung? „Die Behauptung: 'Es giebt keinen Gott'.

Wenn aber die eine Behauptung falsch ist: 'Es giebt keinen Gott', was dann weiter? „Dann mufs das Gegenteil richtig sein."

Welches Gegenteil? „Es giebt einen Gott."

Schüler, ich habe euch dieses Beispiel vorgeführt, gewifs, um euch noch einmal in die Anwendung der beiden Grundsätze von den Folgerungen und den Gegenteilen einzuführen; aber ich habe auch dabei die Absicht gehabt, euch einmal zu zeigen, wie leichtsinnig die Gottesleugner gegen die Grundsätze ihrer eignen Vernunft verstofsen, wie leichtfertig sie Behauptungen aufstellen, die in ihren Folgerungen zum Verderben der ganzen Menschheit führen. Begreift es, wie sie gegen sich selbst freveln und gegen andere! Seid gewarnt für euer ganzes Leben vor der Gottesleugnung! Seid gewarnt auch vor denjenigen Menschen, die die fluchwürdige Lehre der Gottesleugnung verbreiten! Seid gewarnt! — ich sage



Zusatz, bei dem wir stehen geblieben waren. Wie lautet der Lehrsatz, den wir zuletzt durchgenommen und bewiesen hatten? „Zwei gerade Linien, welche derselben dritten Geraden parallel sind, sind unter sich parallel.“

Zu diesem Lehrsatze hat euer Lehrbuch zwei Zusätze. Wiederholt mir noch einmal, welche geometrischen Sätze man Zusätze zu Lehrsätzen nennt? „Zusätze sind solche Sätze, welche durch einfache Anwendung eines Lehrsatzes bewiesen werden.“

Schlagt das Lehrbuch auf, und es lese einer den 1. Zusatz zu dem genannten Lehrsatz! „Durch einen Punkt aufserhalb einer geraden Linie läfst sich nur eine Parallele zu derselben ziehen.“

Wenn ich schon jetzt die Figur zeichnen will, was mufs ich dann wohl zuerst zeichnen? „Eine Gerade.“

Ich zeichne also die Gerade *AB* (vgl. die Figur 3). Was mufs ich dann zeichnen? „Einen Punkt.“

Aber wo soll dieser Punkt liegen? „Aufserhalb der Geraden.“

Fig. 3.

Ich zeichne also aufserhalb der Geraden *AB* den Punkt *P*. Was mufs ich nun noch thun? „Durch den Punkt *P* eine Parallele zu *AB* ziehen.“

Ich zeichne also die Gerade *CPD* so, dafs sie mit *AB* parallel ist. Was wird nun nach dem Zusatz behauptet? „Durch den Punkt *P* läfst sich keine zweite Parallele zu *AB* mehr ziehen.“

Läfst sich denn überhaupt keine zweite Parallele mehr zu *AB* ziehen? „Jawohl.“

Wie viele denn? „Unzählige.“.

Aber durch den Punkt *P*, durch welchen schon eine Parallele gezogen ist, läfst sich keine zweite mehr ziehen — so wenigstens lautet die Behauptung unseres Zusatzes, die nun bewiesen werden mufs. Damit ihr nun die Voraussetzung und Behauptung (Hypothesis und Thesis) richtig bilden könnt, so

es nochmals. (So oft die Umstände es ratsam erscheinen lassen, knüpfe ich hieran auch eine Warnung vor der Sozialdemokratie, die ihren Anhängern zuerst den Glauben an das Dasein eines Gottes raubt und sie dann zu den unglaublichsten Verirrungen des menschlichen Geistes treibt.)



ändert, wie ihr das auch früher schon immer habt thun müssen, den Zusatz so, dafs wir Bedingungssätze mit 'wenn' erhalten! „Wenn ein Punkt aufserhalb einer geraden Linie liegt und wenn durch denselben schon eine Parallele zu der Linie gezogen ist, dann läfst sich durch diesen Punkt keine zweite Parallele zu derselben mehr ziehen."

Wie viele Voraussetzungen haben wir nun zu bilden? „Zwei."

Warum das? „Weil wir auch zwei Bedingungssätze gebildet hatten."

Wie heifst also die Voraussetzung und Behauptung? „1. Vor.: Punkt *P* liegt aufserhalb der Geraden *AB*. 2. Vor.: *CPD* ⫲ *AB*. Beh.: Durch den Punkt *P* läfst sich keine zweite Parallele zu *AB* mehr ziehen."

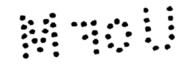
Ob nun diese Behauptung richtig ist, wifst ihr einstweilen noch nicht. Denkt jetzt an die durchgenommenen Grundsätze, und ich sage: Angenommen, sie wäre falsch; welche Behauptung müfste dann ganz sicher richtig sein? „Das Gegenteil, dafs sich durch den Punkt *P* wohl noch eine zweite Parallele zu *AB* ziehen liefse."

Warum das? „Wenn von zwei Gegenteilen das eine falsch ist, dann ist das andere richtig."

Angenommen aber, die Behauptung wäre richtig, dafs sich nämlich durch den Punkt *P* keine zweite Parallele zu *AB* ziehen läfst, was dann? „Dann wäre das andere Gegenteil falsch, dafs sich wohl noch eine zweite Parallele zu *AB* durch *P* ziehen liefse."

Ich schreibe die beiden Gegenteile einmal neben einander hin: Es läfst sich keine ..... es läfst sich wohl noch eine zweite Parallele ziehen.

Damit keine Verwirrung entsteht, wollen wir das erste Gegenteil von nun ab 'unsere Behauptung' nennen, dagegen das zweite Gegenteil einfach 'das Gegenteil unserer Behauptung', kurz 'das Gegenteil'. Wir wenden dann einstweilen dem Gegenteil der Behauptung unsere Aufmerksamkeit zu und wollen prüfen, ob es richtig oder falsch ist. Wiederholungsfrage: Ob eine Behauptung richtig oder falsch ist, woran kann man das immer prüfen? „An den Folgerungen aus der Behauptung."



Gut; dann ziehen wir jetzt einmal die Folgerungen aus dem Gegenteile, welches erklärt, es liefse sich wohl noch eine zweite Parallele zu AB durch den Punkt P ziehen! Ich zeichne also durch den Punkt P noch irgend eine beliebige zweite Gerade und denke mir, auch sie sei parallel zu AB. Das sei die Gerade EPF. Welche zwei Linien wären dann mit AB parallel? „Linie EPF und Linie CPD."

Warum ist $CPD \parallel AB$? „Nach unserer Voraussetzung."

Ich schreibe das Gefundene hin: $EPF \parallel AB$ (so haben wir es uns ja einmal gedacht). $CPD \parallel AB$ (nach unserer Voraussetzung).

Wer entdeckt hier etwas? „Hier sind zwei Linien derselben dritten parallel."

Was könnt ihr also hier anwenden? „Den Lehrsatz: Zwei Linien, welche derselben dritten parallel sind, sind auch unter sich parallel."

Dann wendet ihn jetzt wirklich an! „Wenn $EPF \parallel AB$, und wenn auch $CPD \parallel AB$, dann ist auch $EPF \parallel CPD$."

Seht, das ist die Folgerung, zu der wir gekommen sind. Nun schaut auf die Figur! Da soll also EPF parallel sein CPD.

Was sagt ihr zu dieser Folgerung? „Diese Folgerung ist falsch."

Warum denn? „Diese geraden Linien schneiden einander. Gerade Linien, die einander schneiden, sind niemals parallel."

Ehe wir nun weiter gehen, wollen wir noch einmal rasch den Weg übersehen, den wir zurückgelegt haben, damit ihr klar erkennet, was wir schon gefunden haben und was wir noch finden können. Wovon sind wir ausgegangen? „Von der Behauptung, dafs sich keine zweite Parallele zu AB durch den Punkt P ziehen läfst."

Was haben wir aus dieser Behauptung gebildet? „Das Gegenteil: Es läfst sich wohl noch eine zweite Parallele ziehen."

Was haben wir an diesem Gegenteile geprüft? „Die Folgerungen, welche sich aus demselben ergaben."

Was haben wir von den gefundenen Folgerungen erkannt? „Dafs sie etwas Falsches enthielten."

Seht, bis dahin waren wir gekommen. Nun gehen wir frisch weiter. Wenn aber die Folgerungen — wer kann fort-



fahren? „Wenn aber die Folgerungen aus einer Behauptung falsch sind, dann mufs auch die Behauptung selbst falsch sein."

Welche Behauptung mufs also falsch sein? „Die Behauptung, dafs sich wohl noch eine zweite Parallele ziehen liefse."

Was bildet aber diese Behauptung zu der andern Behauptung, dafs sich keine zweite Parallele mehr ziehen lasse? „Das Gegenteil davon."

Nun nochmals einen von den durchgenommenen Grundsätzen angewandt, und wir sind am Ziele! „Wenn von zwei Gegenteilen das eine falsch ist, dann mufs das andere richtig sein."

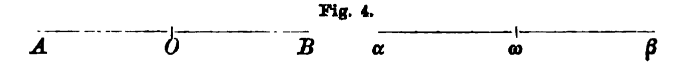
Also was mufs richtig sein? „Die Behauptung, dafs sich keine zweite Parallele zu AB durch den Punkt P mehr ziehen läfst."

Somit ist denn bewiesen, was unser Zusatz behauptet: Durch einen Punkt aufserhalb einer geraden Linie läfst sich nur eine Parallele zu derselben ziehen.

Nun, ist dieser Beweis den Beweisen der bisherigen Sätze gleich gewesen? „Nein."

Dann müssen wir uns auch noch darüber klar werden, worin die Verschiedenheit besteht. Denkt wieder einmal an den ersten Lehrsatz von den Winkeln: Alle gestreckten Winkel sind einander gleich. Ich zeichne rasch die Figur (vgl. Fig. 4).

Fig. 4.

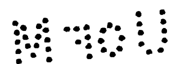


Wie heifst die Voraussetzung und Behauptung? „Vor.: $\sphericalangle AOB$ ein gestreckter Winkel. $\sphericalangle \alpha\omega\beta$ ein gestreckter Winkel. Beh.: $\sphericalangle AOB = \sphericalangle \alpha\omega\beta$."

Jetzt wiederhole einer den Beweis! „Nach unserer Voraussetzung ist $\sphericalangle AOB$ ein gestreckter Winkel, desgleichen $\sphericalangle \alpha\omega\beta$."

Halte ein! Wovon hast du den Beweis ausgehen lassen? „Von der Voraussetzung."

Merkt euch das einmal! Nun fahre fort! „Gestreckte Winkel sind aber solche Winkel, deren Schenkel vom Scheitelpunkte aus in gerade entgegengesetzter Richtung sich erstrecken, also eine einzige gerade Linie bilden. Folglich bilden die Schenkel des $\sphericalangle AOB$ die einzige gerade Linie AB und die Schenkel des Winkels $\alpha\omega\beta$ die einzige gerade Linie $\alpha\beta$. Ein Mittel aber



zum Untersuchen, ob Winkel gleich sind, besteht darin, dafs man sie in gehöriger Weise aufeinander legt. Darum nehme man den $\sphericalangle\, \alpha\omega\beta$ und lege ihn mit seinem Scheitel ω auf den Scheitel O und mit dem Schenkel $\omega\alpha$ auf den Schenkel OA. Da nun aber die Schenkel beider Winkel je eine einzige gerade Linie bilden, und da gerade Linien, wenn sie mit einem Stücke zusammengefallen sind, auch ganz zusammenfallen müssen, so mufs auch der Schenkel $\omega\beta$ in den Schenkel OB fallen. Es sind also die Schenkel beider Winkel beim Aufeinanderlegen vollständig zusammengefallen; folglich sind die Winkel einander gleich: $\sphericalangle\, AOB = \sphericalangle\, \alpha\omega\beta$."

Wo sind wir mit diesem Schlufssatze des Beweises angelangt? „An unserer Behauptung."

Nun, das wifst ihr ja schon längst, dafs die Behauptung immer das Endziel des Beweises sein mufs. Was mufs denn jeder Beweis in bezug auf die Behauptung zeigen? „Dafs die Behauptung richtig ist."

Jetzt überschaut einmal den ganzen Weg, den wir so eben bei dem Beweise gemacht haben. Wir sind ausgegangen von der Voraussetzung, haben dieselbe näher entwickelt und haben zum Zwecke des eigentlichen Beweises die zu untersuchenden Winkel auf einander gelegt — und was hat uns da der Beweis sofort gezeigt? „Die Richtigkeit der Behauptung."

Wenn nun dieser Beweis sofort die Richtigkeit der Behauptung zeigt, was für ein Beweis ist er darum? „Ein unmittelbarer Beweis."

Hier mufs ich noch einmal zurückgreifen auf etwas, was wir schon vordem besprochen, was ihr aber wahrscheinlich nicht vollständig begriffen hattet. Es handelte sich da um den Satz: Das Erkennen der Richtigkeit einer Behauptung ist bei den Lehrsätzen ein mittelbares; der Beweis aber für die Richtigkeit einer Behauptung kann bei den Lehrsätzen ein unmittelbarer sein. Als ihr zum ersten Male zwei gestreckte Winkel sahet, habt ihr da wie bei einem Grundsatze unmittelbar, sofort die Erkenntnis gehabt, dafs diese Winkel auch notwendig gleich seien? „Nein."

Wodurch hat euch denn diese Erkenntnis vermittelt werden müssen? „Durch den Beweis."

Wie ist also das Erkennen der Richtigkeit zu stande gekommen? „Nur mittelbar."

Wie ist aber der Beweis für die Richtigkeit zu stande gekommen? „Unmittelbar."

Warum unmittelbar? „Weil er sofort die Richtigkeit der Behauptung gezeigt hat."

Jetzt, hoffe ich, werdet ihr auch über diese Sache klar sein. Nun vergleicht einmal mit dem Beweise für den Lehrsatz von den gestreckten Winkeln den Beweis für den neu durchgenommenen Zusatz! Wovon ging der letzte Beweis aus? „Von der Behauptung."

Was wurde neben die Behauptung hingestellt? „Ihr Gegenteil."

Was wurde aus dem Gegenteile gesucht? „Die Folgerungen."

Was zeigte sich an den Folgerungen? „Daſs sie etwas Falsches aussagten."

Was wurde daraus bewiesen? „Daſs dann auch das Gegenteil selbst falsch sein müsse."

Was wurde dann endlich aus der Falschheit des Gegenteiles bewiesen? „Die Richtigkeit der zu beweisenden Behauptung."

Ich will euch nun einmal den Gang dieses Beweises an der Tafel veranschaulichen:

1.		2.
Es läſst sich keine	—	es läſst sich wohl noch eine zweite Parallele ziehen
		|
		3.
		Folgerung.

Was muſste, wie bei allen Beweisen, so auch hier der Beweis zeigen? „Die Richtigkeit der Behauptung."

Also die Richtigkeit von Nr. 1. Hat nun der Beweis aus den gezogenen Folgerungen, also aus Nr. 3, die Richtigkeit von Nr. 1 sofort dargethan? „Nein."

Was hat denn der Beweis aus Nr. 3 zuerst dargethan? „Die Unrichtigkeit von Nr. 2."

Was hat dann erst aus der Unrichtigkeit von Nr. 2 nachgewiesen werden können? „Die Richtigkeit von Nr. 1."



Hat also der ganze Beweis die Richtigkeit der zu beweisenden Behauptung sofort nachgewiesen? „Nein."

Was für ein Beweis ist demgemäfs der neue Beweis? „Ein mittelbarer Beweis."

Nun sollt ihr auch noch die Fremdwörter lernen, die man für 'unmittelbar' und 'mittelbar' oft gebraucht. Für 'unmittelbar' gebraucht man das Fremdwort 'direkt', für 'mittelbar' das Fremdwort 'indirekt'. Ihr habt das Fremdwort 'direkt' sicherlich schon oft gehört z. B. in dem Ausdrucke 'direkter Weg'. Ich zeichne die drei Städte Aachen, Köln und Neufs:

° Neufs

° Köln

° Aachen

Wer zeigt mir nun den direkten und den indirekten Eisenbahnweg von Aachen nach Neufs? —

Ganz ähnlich ist es so mit direkten und indirekten Beweisen. Beim direkten Beweise geht man von der Voraussetzung aus und gelangt auf ununterbrochenem Wege zum Ziele, nämlich zur Richtigkeit der Behauptung. Beim indirekten Beweise sucht man zuerst aus dem Gegenteile der Behauptung die Folgerungen. Wenn sich diese Folgerungen als falsch ergeben, dann geht man von der Falschheit der Folgerungen aus und schliefst zunächst auf die Falschheit des Gegenteiles. Sodann erst schliefst man von der Falschheit des Gegenteiles auf die Richtigkeit der zu beweisenden Behauptung.

Nun erübrigt noch, dafs wir den indirekten Beweis für unsern Zusatz in eine möglichst kurze Form fassen, und das will ich euch jetzt vormachen, so jedoch, dafs ich den ganzen Lehrsatz mit seinem Beweise nochmals vor euren Augen entstehen lasse.

Oben links auf der Tafel zeichne ich die Gerade AB, aufserhalb derselben den Punkt P; durch diesen Punkt ziehe ich zu AB die Parallele CPD, und nun behaupte ich: Durch den Punkt P läfst sich keine zweite Parallele mehr zu AB ziehen. Seht jetzt in euer Lehrbuch und lest euch den Zusatz noch einmal aufmerksam durch! — Wer kann ihn schon mit den Worten des Buches auswendig? — Wer kann den Zusatz so ändern, dafs wir Bedingungssätze mit 'wenn' erhalten? — Wie

heifst also die Voraussetzung und Behauptung? — Ich schreibe beides hin, und zwar oben rechts. Nun ziehe ich noch durch den Punkt *P* irgend eine zweite Linie, etwa *EPF*, und schreibe zum besseren Verständnisse des Beweises auch noch Behauptung und Gegenteil neben einander hin.

So, nun beginne ich den Beweis.

Angenommen, das Gegenteil der Behauptung wäre richtig, es liefse sich wohl noch eine zweite Parallele zu *AB* durch den Punkt *P* ziehen, etwa die Linie *EPF*. Dann wäre also

1) $EPF \nparallel AB$.

2) $CPD \nparallel AB$ (nach unserer Voraussetzung).

Folglich wären hier zwei Linien derselben dritten parallel; also müfsten sie auch nach dem 2. Lehrsatze*) unter sich parallel sein; es wäre also $EPF \nparallel CPD$. Diese Folgerung ist aber offenbar falsch; denn diese beiden Linien schneiden einander. Wenn aber die Folgerung aus dem Gegenteile der zu beweisenden Behauptung falsch ist, dann mufs auch das Gegenteil selbst falsch sein, dafs sich nämlich wohl noch eine zweite Parallele zu *AB* durch den Punkt *P* ziehen läfst. Wenn aber das Gegenteil falsch ist, dann mufs die zu beweisende Behauptung richtig sein. Folglich läfst sich durch den Punkt *P* keine zweite Paralle zu *AB* mehr ziehen.

Nachschrift des Herausgebers.

Da aus unserem Leserkreise mehrfach der Wunsch laut wurde, es möchten nach dem Vorgange des Frickschen Unternehmens auch in dieser dem Unterrichte in den exakten Wissenschaften gewidmeten Zeitschrift mitunter Muster-Lehrproben gegeben werden, so glaubten wir, diesem Wunsche durch die Aufnahme der vorstehenden (nicht erbetenen, sondern freiwillig dargebotenen) Lehrprobe willfahren zu sollen. Zwar schwärmt der Herausgeber nicht gerade für solche katechetische Ausarbeitungen, da er vielmehr der Meinung ist, dafs gereiftere und geübte Lehrer ihrer nicht bedürfen, sie vielmehr aus eigener Kraft ihren Unterricht so logisch unanfechtbar und kunstgerecht gestalten werden, dafs er anregend und fruchtbar wirkt. Dennoch möchten wir solche Darstellungen von Lehrübungen nicht zurückweisen, da sie angehenden Lehrern — zumal bei dem immer noch fühlbaren Mangel an pädagogischen Seminaren — nützlich sein können. Freilich müssen sie dann wirkliche Musterleistungen sein. Den Exkurs der vorstehenden Lehrprobe in das religiöse Gebiet haben wir — mit Zustimmung des Herrn Verfassers — aus leicht begreiflichen Gründen in eine Anmerkung verwiesen. Einer objektiv gehaltenen kritischen Aussprache (Diskussion) über diese Arbeit stehen wir nicht ablehnend gegenüber. —

*) Boyman-Vering § 26, Lehrsatz 2.

Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert von Prof. Dr. LIEBER-Stettin und C. MÜSEBECK-Waren.

A. Auflösungen.

1288. (Gestellt von Emmerich XXV_4, 278.) Unter welcher Bedingung sind die Wurzeln der Gleichung $(x^2 + ax - 1)(a - x) = a^2 x$ reell?

Auflösung. Löst man die Gleichung nach x auf, so ergiebt sich $x = \frac{1 - a^2 \pm \sqrt{(1 - a^2)(1 - 5a^2)}}{2a}$. Damit x reell werde, mufs also zugleich $a^2 < 1$ und $a^2 < \frac{1}{5}$ oder zugleich $a^2 > 1$ und $a^2 > \frac{1}{5}$ sein. D. h. es mufs a unter der Voraussetzung, dafs es reell ist, weder zwischen 1 und $\sqrt{\frac{1}{5}}$, noch zwischen -1 und $-\sqrt{\frac{1}{5}}$ liegen.

DREXLER (Niesky). EMMERICH (Mülheim-Ruhr). FRANZ (Cassel). FUHRMANN (Königsberg i. Pr.). GLASER (Homburg v. d. H.). KOBBKE (Berlin.) MASSINGER (Karlsruhe). REISKY (Gleiwitz). SCHULTE-TIGGES (Barmen). SIEVERS (Frankenberg i. S.). STECKELBERG (Witten). STEGEMANN (Prenzlau). STOLL (Bensheim).

1289. (Gestellt von Niseteo XXV_4, 278.) $S = 1 \cdot 2 \cdot 3 - 3 \cdot 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 \cdot 7 - 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdots \pm (2n - 1)\, 2n\, (2n + 1)$ zu berechnen.

Auflösung. a) n sei gerade, also $= 2\nu$, so ist $S_1 = 3(1 \cdot 2 - 4 \cdot 5) + 7(5 \cdot 6 - 8 \cdot 9) + 11(9 \cdot 10 - 12 \cdot 13) \cdots + (4\nu - 1)[(4\nu - 2)(4\nu - 3) - 4\nu(4\nu + 1)] = -3 \cdot 18 - 7 \cdot 42 - 11 \cdot 66 \cdots - 6(4\nu - 1)^2 = -6(3^2 + 7^2 + 11^2 + \cdots + (4\nu - 1)^2) = -6\Sigma(4\nu - 1)^2 = -6(16\Sigma\nu^2 - 8\Sigma\nu + \nu) = -2\nu(16\nu^2 + 12\nu - 1)$. Hierin $\nu = \frac{1}{2}n$ gesetzt giebt $S_1 = -n(4n^2 + 6n - 1)$. Z. B. für $n = 2$, erhält man $1 \cdot 2 \cdot 3 - 3 \cdot 4 \cdot 5 = -2 \cdot 27 = -54$. b) n sei ungerade, so hat man zu der oben gefundenen Funktion von ν noch $(4\nu - 1) 4\nu (4\nu + 1) = 64\nu^3 - 4\nu$ zu addieren und erhält $S_2 = -2\nu(16\nu^2 + 12\nu - 1) + 64\nu^3 - 4\nu = 32\nu^3 - 24\nu^2 - 2\nu = 2\nu(16\nu^2 - 12\nu - 1)$. Wird $2\nu = n + 1$ gesetzt, so erhält man $S_2 = (n + 1)(4n^2 + 2n - 3)$. Z. B. für $n = 3$ erhält man $1 \cdot 2 \cdot 3 - 3 \cdot 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 \cdot 7 = 4 \cdot 39 = 156$.

BERMBACH (Münstereifel). BESEKE (Wolfenbüttel). DREXLER. EMMERICH. GLASER. KOBBKE. MERKEL (Gütersloh)? NISETEO (Zara). SIEVERS. STEGEMANN. STOLL. WRZAL (Wien)?

1290. (Gestellt von Bücking XXV$_4$, 279.) $\triangle A_1B_1C_1$ sei das Brocardsche Dreieck von $\triangle ABC$ und AB_1 schneide BA_1 in C', BC_1 schneide CB_1 in A' und CA_1 schneide AC_1 in B'. Dann gehen AA', BB' und CC' durch einen Punkt D', welcher auf der Verbindungslinie des Grebeschen Punktes K und des Mittelpunktes M des Umkreises liegt.

Beweis. CB_1 geht durch den ersten Brocardschen Punkt O und ist daher Gegentransversale von der durch den zweiten Brocardschen Punkt O' gehenden Geraden CA_1. Ebenso ist BC_1 Gegentransversale von BA_1. Demnach ist AA' Gegentransversale von AA_1. In gleicher Weise ergiebt sich, dafs BB' Gegentransversale von BB_1 und CC' Gegentransversale von CC_1 ist. Der Punkt D', in welchem sich die Geraden AA', BB', CC' schneiden, ist hiernach der Winkelgegenpunkt des Projektionscentrums D der Dreiecke ABC und $A_1B_1C_1$. Wie bekannt ist, liegt D' auf der Geraden MK und ist der Pol der Geraden OO' in Bezug auf den Brocardschen Kreis. Bücking (Metz). Emmerich. Fuhrmann. Stegemann. Stoll.

Anmerkung. Die Aufgabe ist nur eine Einkleidung des bekannten Satzes, dafs der Winkelgegenpunkt D' des Punktes D auf der Geraden MK liegt. Siehe Fuhrmann. Synthetische Beweise. Anh. S. 143 ff. Nr. 46 u. 47. — Emmerich. Die Brocardschen Gebilde. § 47, 3.

1291. (Gestellt von Emmerich XXV$_4$, 279.) Während für jedes Dreieck die Beziehung $r \geqq 2\varrho$ gilt, ist beim stumpfwinkligen und beim ungleichschenklig-rechtwinkligen Dreieck $r > (1 + \sqrt{2})\,\varrho$.

1. Beweis. Ist O der Mittelpunkt des Umkreises, M der Inkreismittelpunkt eines solchen Dreiecks, so ist $MO > \varrho$, denn beim ungleichschenklig-rechtwinkligen Dreieck ist MO Hypotenuse und ϱ Kathete, beim stumpfwinkligen Dreieck ist MO Hypotenuse und ϱ ein Teil einer Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen andere Kathete parallel der gröfsten Seite des gegebenen Dreiecks ist. Nun ist $MO = \sqrt{r(r - 2\varrho)}$, also $r^2 - 2r\varrho > \varrho^2$, mithin $r > (1 + \sqrt{2})\,\varrho$. Drexler. Emmerich. Franz.

2. Beweis. Aus $\varrho = 4r \sin\frac{1}{2}\alpha \sin\frac{1}{2}\beta \sin\frac{1}{2}\gamma = r(\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma - 1)$ folgt für $\alpha = 90^0$ $r = \frac{\varrho}{\cos\beta + \sin\beta - 1} = \frac{\varrho}{\sqrt{2}\cos(45^0 - \beta) - 1}$. Mithin wird r ein Minimum für $\cos(45^0 - \beta) = 1$, d. h. für ein gleichschenkliges Dreieck. Für ein ungleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck wird also $r > \frac{\varrho}{\sqrt{2} - 1}$ oder $r > \varrho(\sqrt{2} + 1)$. Ist bei einem stumpfwinkligen Dreieck

$\alpha = 180^0 - \varepsilon$, wo ε höchstens gleich 90^0 werden darf, so ist
$r = \frac{\varrho}{-\cos\varepsilon + \cos\beta + \cos(\varepsilon - \beta) - 1} = \frac{\varrho}{2\sin\frac{1}{2}\beta\sin\left(\varepsilon - \frac{1}{2}\beta\right) - 2\sin\frac{1}{2}\beta^2}$
$= \frac{\varrho}{2\sin\frac{1}{2}\beta\left(\sin\left(\varepsilon - \frac{1}{2}\beta\right) - \sin\frac{1}{2}\beta\right)}$. Dieser Ausdruck erlangt für $\varepsilon = 90^0$ seinen gröfsten Wert. Man hat daher $r > \frac{\varrho}{\cos\beta + \sin\beta - 1}$, also beim stumpfwinkligen Dreieck um so mehr $r > \frac{\varrho}{\sqrt{2} - 1}$.

Besske. Fuhrmann. Sievers. Steckelberg. Stegemann. 'Stoll. Weinmeister (Leipzig).

1292. (Gestellt von Krüger XXV_4, 279). Ein gleichschenkliges Dreieck zu zeichnen aus der Basis c und der Halbierungslinie m des Basiswinkels.

1. Auflösung. Sind AD und BE die Halbierungslinien der Basiswinkel, so ist $AD = BE = m$. Wird ferner $DE \parallel AB$ gezogen, so ist $AE = ED = DB$ und $DF \parallel EB$ bis zum Schnittpunkt mit AB; ferner ist auch $DF = m$ und $BF = ED = DB$. Da ferner $\triangle FBD \sim FDA$, so ist $FB \cdot FA = FD^2 = m^2$. Da aufserdem $FB = FA = c$ ist, so lassen sich FA und FB konstruieren. Errichtet man auf FD in D eine Senkrechte $DM = \frac{1}{2}c$, schlägt man ferner den Kreis (M, MD) und zieht die Sekante FM, welche den Kreis zuerst in G, dann in H trifft, so ist $FA = FH$ und $FB = FG$.

Drexler. von Lühmann (Königsberg i. Nm.). Steinbart (Duisburg).

2. Auflösung. Figur zunächst wie in der 1. Auflösung. Zieht man $AK \parallel EB$ bis zum Schnittpunkt mit CB, so ist $\sphericalangle AKB = EBD = EBA = BAK$, also $BK = c$. Ferner ist $\triangle DAB \sim DKA$, also $DK \cdot DB = DA^2 = m^2$ und $DK - DB = c$. Die Konstruktion von $DKDB$ geschieht ähnlich wie die von FA und FB in der 1. Auflösung.

Haberland (Neustrelitz). Krüger (Plefs). von Lühmann.

3. Auflösung. Ist α der Basiswinkel des Dreiecks, so ist $\frac{\sin\alpha}{\sin\frac{3}{2}\alpha} = \frac{m}{c}$, woraus sich ergiebt: $2c\cos\frac{1}{2}\alpha = m\left(4\cos\frac{1}{2}\alpha^2 - 1\right)$, also $\cos\frac{1}{2}\alpha = \frac{c + \sqrt{c^2 + 4m^2}}{4m}$. (Siehe Lieber und von Lühmann. Trig. Aufg. § 13. Nr. 67.) Konstr. Auf $AB = c$ trage man $AD = \frac{1}{4}c$ ab, errichte in A das Lot $AE = \frac{1}{2}m$, zeichne den Kreis (D, DE), welcher AB in F trifft, ziehe durch F die Senkrechte zu AB, welche von dem Kreise (A, m) in G getroffen wird. Dann ist $\sphericalangle GAB = \frac{1}{2}\alpha$.

Besske. Emmerich. Fuhrmann. Korbke. Krüger. Massinger. Ritgen (Schlettstadt). Sievers. Steckelberg. Stegemann. Vollhering (Bautzen). Zander (Osnabrück)?

1293. (Gestellt von Pappit XXV_4, 279.) In jedem Dreieck ist das Produkt der beiden Abschnitte, in welche die Höhe durch den Höhenschnittpunkt geteilt wird, konstant $= 2P$. Wie grofs ist P ausgedrückt durch die Dreiecksseiten a, b, c?

Auflösung. Im ΔABC seien AA_1, BB_1, CC_1 die Höhen, H der Höhenschnittpunkt, M der Umkreismittelpunkt, $MD \perp BC$. Dann ist $AH = 2MD = a \cot\alpha$; $A_1H = HB \cos\gamma = b \cot\beta \cos\gamma$; mithin $2P = ab \cot\alpha \cot\beta \cos\gamma = 2\Delta \cot\alpha \cot\beta \cot\gamma$. Nun ist $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ und $\sin\alpha = \frac{2\Delta}{bc}$, also $\cot\alpha$ $= \frac{b^2+c^2-a^2}{4\Delta}$, also $2P = \frac{(b^2+c^2-a^2)(a^2+c^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)}{32\Delta^2}$,

$$P = \frac{(b^2+c^2-a^2)(a^2+c^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)}{64s(s-a)(s-b)(s-c)}, \text{ wo } 2s = a+b+c \text{ ist.}$$

Beseke. Drexler. Franz. Fuhrmann. Glaser. Haberland. von Jettmar (Wien). Koebke. Massinger. Pappit (Wunsiedel). Reisky (Gleiwitz). Ritgen. Sievers. Schulte-Tigges. Steckelberg. Stegemann. Switalski (Braunsberg). Weinmeister (Leipzig). Zander.

1294. (Gestellt von Pappit XXV_4, 279.) Durch P sollen ausgedrückt werden a) das Produkt der Entfernungen des Umkreismittelpunktes von den drei Seiten; b) das Produkt der drei oberen Höhenabschnitte; c) das Produkt der drei unteren Höhenabschnitte; d) das Produkt der drei Seiten des Höhenfufspunktdreiecks; e) das Verhältnis des letzten Produktes zu dem der drei Höhen.

Auflösung. a) Von M seien auf AB, AC, BC bez. die Senkrechten MD, ME, MF gefällt; dann ist $MD = \frac{1}{2} a \cot\alpha$ u. s. w.; mithin $MD \cdot ME \cdot MF = \frac{1}{8} abc \cot\alpha \cot\beta \cot\gamma = \frac{1}{8} abc \cdot \frac{P}{\Delta}$. b) $AH \cdot BH \cdot CH = abc \cot\alpha \cot\beta \cot\gamma = abc \cdot \frac{P}{\Delta}$. c) $HA_1 \cdot HB_1 \cdot HC_1$ $= abc \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \cot\alpha^2 \cot\beta^2 \cot\gamma^2 = \frac{8\Delta^3}{abc} \cot\alpha^2 \cot\beta^2 \cot\gamma^2$ $= \frac{8\Delta}{abc} P^2$. d) $B_1C_1 \cdot C_1A_1 \cdot A_1B_1 = abc \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma$ $= abc \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \cot\alpha \cot\beta \cot\gamma = \frac{8\Delta^3}{abc} \cdot \frac{P}{\Delta} = \frac{8\Delta^2}{abc} P$. e) $\frac{8\Delta^2 P}{abc} : AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = \frac{8\Delta^2 P}{abc} : \frac{8\Delta^3}{abc} = \frac{P}{\Delta}$.

Beseke. Franz. Fuhrmann. Glaser. von Jettmar. Koebke. Pappit. Reisky. Ritgen. Sievers. Steckelberg. Stegemann. Switalski. Weinmeister. Zander.

1295. (Gestellt von Pappit XXV_4, 279.) Der Umfang eines Dreiecks verhält sich zum Umfange des Höhenfufspunktdreiecks, wie der Radius des Umkreises zu dem des Inkreises.

Beweis. $B_1C_1 : a = AC_1 : b = b\cos\alpha : b$; mithin $B_1C_1 = a\cos\alpha$; also

$$\frac{a+b+c}{a\cos\alpha+b\cos\beta+c\cos\gamma}=\frac{2s}{r(\sin 2\alpha+\sin 2\beta+\sin 2\gamma)}=$$

$$\frac{8r\cos\frac{1}{2}\alpha\cos\frac{1}{2}\beta\cos\frac{1}{2}\gamma}{4r\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma}=\frac{r}{4r\sin\frac{1}{2}\alpha\sin\frac{1}{2}\beta\sin\frac{1}{2}\gamma}=\frac{r}{\varrho}$$

Bermbach. Beseke. Drexler. Franz. Fuhrmann. Glaser. Haberland. von Jettmar. Kobbke. Massinger. Pappit. Reisky. Ritgen. Sievers. Steckelberg. Stegemann. Switalski. Zander.

1296. (Gestellt von Pappit XXV_4, 279.) In einem Dreieck, dessen Inhalt mit $\triangle$ bezeichnet werden möge, ist die Summe der Produkte je einer Seite und a) dem zugehörigen unteren Höhenabschnitt $= 2\triangle$; b) dem entsprechenden oberen Höhenabschnitt $= 4\triangle$; c) der zugehörigen Höhe $= 6\triangle$.

Beweis. a) $\frac{1}{2}a\cdot MD+\frac{1}{2}b\cdot ME+\frac{1}{2}c\cdot MF=\triangle$; also $a\cdot MD+b\cdot ME+c\cdot MF=2\triangle$. c) $ah_a+bh_b+ch_c=3\cdot 2\triangle = 6\triangle$. b) $a\cdot AH+b\cdot HB+c\cdot CH=6\triangle-2\triangle=4\triangle$.

Beseke. Drexler. Franz. Fuhrmann. Glaser. Haberland. von Jettmar. Kobbke. Massinger. Pappit. Reisky. Ritgen. Sievers. Steckelberg. Stegemann. Switalski. Weinmeister (Leipzig). Zander.

1297. (Gestellt von Pappit XXV_5, 351.) Das Produkt der drei Seiten des Höhenfufspunktdreiecks ist gleich dem Produkt der nicht zusammenhängenden Seitenabschnitte des ursprünglichen Dreiecks.

Beweis. Die Seiten des Höhenfufspunktdreiecks sind $B_1C_1 = a\cos\alpha$, $C_1A_1 = b\cos\beta$, $A_1B_1 = c\cos\gamma$ (s. Nr. 1295), also ihr Produkt $= abc\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma$. Drei nicht aneinander hängende Projektionen der Seiten des ursprünglichen Dreiecks sind z. B. $AC_1 = b\cos\alpha$, $BA_1 = c\cos\beta$, $CB_1 = a\cos\gamma$; ihr Produkt ist ebenfalls $abc\cdot\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma$.

Bermbach. Beseke. Bökle. Franz. Glaser. Haberland. von Jettmar. Massinger. Pappit. Beseke. Reisky. Ritgen. Sievers. Steckelberg. Stegemann. Switalski. Zander.

1298. (Gestellt von Pappit XXV_5, 351.) Das Produkt einer Höhe und ihres unteren Abschnittes ist gleich dem Produkt der Projektionen zweier Seiten auf die zur Höhe gehörenden Seite.

1. Beweis. $\triangle BA_1A \backsim HA_1C$; also $AA_1 : BA_1 = CA_1 : HA_1$.

Massinger.

2. Beweis. Es ist $HA_1 = b\cot\beta\cos\gamma$ (s. Nr. 1293), ferner $AA_1 = c\sin\beta$; also $AA_1\cdot HA_1 = bc\cos\beta\cos\gamma$. Ferner ist $BA_1 = c\cos\beta$ und $CA_1 = b\cos\gamma$ und $CA_1 = b\cos\gamma$, also $BA_1\cdot CA_1 = bc\cos\beta\cos\gamma$.

Beseke. Bökle. Fuhrmann. Glaser. Haberland. von Jettmar. Pappit. Reisky. Ritgen. Sievers. Steckelberg. Stegemann. Switalski. Zander.

Zusatz. Das erwähnte Produkt ist auch gleich dem Produkt der entsprechenden Seiten des Fuſspunktdreiecks. VON JETTMAR.

1299. (Gestellt von Pappit XXV$_5$, 351.) Den Inhalt des Fuſspunktdreiecks durch die Seiten und den Inhalt Δ des gegebenen Dreiecks auszudrücken.

Auflösung. Werden die Seiten des Fuſspunktdreiecks mit a_1, b_1, c_1, die ihnen gegenüberliegenden Winkel mit α_1, β_1, γ_1 bezeichnet und sein Inhalt mit Δ_1, so ist $\Delta_1 = \frac{1}{2} b_1 c_1 \sin\alpha_1 = \frac{1}{2} b \cos\beta \cdot c \sin\gamma \cdot \sin(180^0 - 2\alpha) = bc \sin\alpha \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma =$

$$\frac{2\Delta\,(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2)}{8a^2b^2c^2}$$

$$= \frac{\Delta\,(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2)}{4a^2b^2c^2}$$

BERMBACH. BESEKE. BÖKLE. FUHRMANN. GLASER. HABERLAND. VON JETTMAR. PAPPIT. REISKY. RITGEN. SIEVERS. STECKELBERG. STEGEMANN. SWITALSKI. ZANDER.

Anmerkung. Die Formeln, welche zur Berechnung der von einem gegebenen Dreieck abhängigen Gröſsen dienen, werden durchsichtiger und eleganter, wenn man nicht die Seiten des Dreiecks, sondern den Umkreisradius und die Winkel als ursprünglich gegebene Elemente einführt. Die mannigfaltigsten Beziehungen werden auf diese Weise leicht erkannt. (Diese Methode ist z. B. in der Sammlung Trigonometrischer Aufgaben von Lieber und von Lühmann streng durchgeführt). VON JETTMAR.

1300. (Gestellt von Stoll XXV$_5$, 351.) Die Simsonschen Geraden zweier diametral gegenüberliegender Umkreispunkte P und P' schneiden sich bekanntlich rechtwinklig in einem Punkte S des Umfanges des Feuerbachschen Kreises; wenn sich nun P auf dem Umkreise mit einer gewissen Winkelgeschwindigkeit bewegt, so geschieht die Umdrehung von S auf dem Feuerbachschen Kreise in entgegengesetzter Richtung und mit doppelter Winkelgeschwindigkeit.

Beweis. Im Dreieck ABC bezeichne H den Höhenschnittpunkt, die den beiden Umkreispunkten P und Q zugehörigen Fuſspunktlinien seien mit (P) und (Q), die Mittelpunkte von HP und HQ mit M und N bezeichnet. Dann liegen bekanntlich M und N auf dem Feuerbachschen Kreise und es ist Bogen $MN \sim PQ$. Ferner geht die Gerade (P) durch M und schneidet den Feuerbachschen Kreis zum zweiten Mal in S, und (Q) geht durch N. Bekannt ist ferner, daſs wenn sich (P) und (Q) in R schneiden, $\sphericalangle MRN$ gleich dem zum Bogen PQ (oder MN) gehörigen Peripheriewinkel ist. Bewegt sich nun Punkt P auf dem Umkreise von ABC bis Q, so bewegt sich gleichzeitig M auf dem Feuerbachschen Kreise bis N und S bis T, wenn man mit T den zweiten Schnittpunkt von (Q) mit dem Feuer-

bachschen Kreise bezeichnet. Dann ist nach Vorstehendem $\sphericalangle MTR = MRT$, also $\Delta\, MRT$ gleichschenklig; mithin $\sphericalangle SMT = 2\, MTR$, folglich auch Bogen $ST = 2\, MN$. Stegemann.

Von Stoll mittels trimetrischer Koordinaten bewiesen.

1301. (Gestellt von Stoll XXV_5, 351.) Die Inverse irgend eines Durchmessers des Umkreises eines Dreiecks ist eine gleichseitige, dem Dreieck umgeschriebene Hyperbel, deren Asymtoten die Simsonlinien der Endpunkte des Durchmessers sind.

Beweis siehe Progr. des Friedr. Wilh. Realgymnasiums in Stettin 1888, § 129 und Fuhrmann. Synthetische Beweise S. 175, § 86.

Bewiesen von Stegemann und Stoll, von letzterem mittels trimetrischer Koordinaten.

B. Neue Aufgaben.

1362. Wenn e_1, e_2, e_3 die Entfernungen eines Punktes von den Ecken eines Dreiecks ABC und α', β', γ' die Sehwinkel bedeuten, unter denen dieselben von diesem Punkt aus erscheinen, so ist $e_1 = 2r \sin\beta \sin\gamma \sin(\alpha' - \alpha) : W$, $e_2 = 2r \sin\gamma \sin\alpha \sin(\beta' - \beta) : W$, $e_3 = 2r \sin\alpha \sin\beta \sin(\gamma' - \gamma) : W$, wo man unter W einen der beiden identischen Ausdrücke

$$\overline{\sin\alpha' \sin\beta \sin\gamma \sin(\alpha' - \alpha) + \sin\beta' \sin\gamma \sin\alpha \sin(\beta' - \beta) + \sin\gamma' \sin\alpha \sin\beta \sin(\gamma' - \gamma)}$$

oder

$$\overline{\sin\alpha \sin\alpha' \sin(\beta' - \beta) \sin(\gamma' - \gamma) + \sin\beta \sin\beta' \sin(\gamma' - \gamma) \sin(\alpha' - \alpha + \sin\gamma \sin\gamma' \sin(\alpha' - \alpha) \sin(\beta' - \beta)}$$

zu verstehen hat. Wenn man die Sehwinkel so ausdeutet, dafs immer $\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^0$ ist, so gilt der Satz auch für Punkte aufserhalb des Dreiecks. Derselbe ist eine neue Form der Lösung der Pothenotschen (Snellschen) Aufgabe. Stoll (Bensheim).

1363. Bei welchen unter allen Dreiecken, die dieselbe Grundlinie und denselben Winkel an der Spitze haben, erreicht die Entfernung der beiden Brocardschen (Crelleschen) Punkte ein Maximum? Stoll (Bensheim).

1364. In ein Dreieck soll eine Ellipse so gezeichnet werden, dafs sie die Seiten desselben in ihren Mittelpunkten berührt. Wie grofs ist die Fläche der Ellipse, wenn die Seiten a, b, c des Dreiecks gegeben sind? Rulf (Wien).

1365. Die Kreise, welche über den Brennstrahlen eines Kegelschnitts als Durchmesser gezeichnet werden, werden vom Hauptkreise des Kegelschnitts umhüllt. Steckelberg (Witten).

1366. Gegeben $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n = a$ und $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \ldots x_n^2 = b$. Man soll ganze positive Zahlen für x suchen, die beide Gleichungen befriedigen. Bettich (Stuttgart).

1367. Läſst eine Zahl a sich in eine gerade Menge dreistelliger Klassen teilen, so daſs die erste Klasse links nur eine oder zwei Ziffern zu enthalten braucht, und wird durch Vertauschung der ersten mit der zweiten, der dritten mit der vierten u. s. w. oder der ersten mit der vierten, der zweiten mit der dritten überhaupt je einer Geraden mit einer ungeraden Klasse eine Zahl b gebildet, so ist $\frac{a+b}{13}$ eine ganze Zahl. Man gebe den Grund davon an und suche ein ähnliches allgemeines Gesetz für andere Primzahlen als 13. Vollhering (Bautzen).

1368. (Im Anschluſs an Nr. 1248, XXV$_6$, 426.) Eine Strecke $BC = a$, die in den Punkten F und D im Verhältnis $b:c$ harmonisch geteilt ist, so daſs sich verhält $CF:BF = CD:BD = b:c$, wird durch die gemeinschaftliche Sehne der beiden Kreise, die BC und DF zu Durchmessern haben, nach dem Verhältnis $b^2:c^2$ geteilt. Beseke (Wolfenbüttel).

1369. Welche Beziehungen müssen zwischen den Funktionen der Winkel bestehen, welche vier durch einen Punkt gehende Strahlen bilden, damit sich ein Quadrat mit seinen Ecken auf die Strahlen legen läſst? Wie wird die entsprechende Aufgabe für ein regelmäſsiges n-Eck gelöst, dessen Ecken auf n durch einen Punkt gehenden Strahlen liegen? Bökle (Reutlingen).

1370. Innerhalb eines Winkels, dessen Schenkel spiegelnd gedacht werden sollen, befindet sich ein leuchtender Punkt. Es soll der Gang der Strahlen ermittelt werden, die nach einmaliger Reflektion einander parallel weiter gehen. Handel (Reichenbach in Schles.).

1371. Im rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat der Höhe gleich dem Produkt der Projektionen der Katheten. Wie lautet der Satz auf der Kugel? Massinger (Karlsruhe).

1372. Wie lautet der Satz von dem Quadrat der Kathete auf der Kugel? Massinger (Karlsruhe).

1373. Um das Dreieck $A_1A_2A_3$ sei ein Kegelschnitt gezeichnet und die durch einen Punkt P gelegten Ecktransversalen A_1P, A_2P, A_3P treffen diesen Kegelschnitt nochmals bez. in B_1, B_2, B_3. Die durch B_2 und B_3 gelegte Gerade schneide A_1A_3 in C_{12}, A_1A_2 in C_{13}; ferner schneide B_3B_1 die Seite A_1A_2 in C_{23}, die Seite A_2A_3 in C_{21}; endlich schneide B_1B_2 die Seite A_2A_3 in C_{31}, die Seite A_3A_1 in C_{32}. Es ist zu beweisen, daſs sich die Geraden $C_{23}C_{32}$, $C_{31}C_{13}$, $C_{12}C_{21}$ einander in P schneiden. von Jettmar (Wien).

1374. In $\triangle a_1 a_2 a_3$ sei ein Kegelschnitt K gezeichnet und von den Fufspunkten einer Geraden g seien an diesen Kegelschnitt noch bez. die Tangenten b_1, b_2, b_3 gezogen. Die durch die Schnittpunkte $b_2 b_3$ und $a_1 a_3$ gelegte Gerade sei c_{12}; die durch $b_2 b_3$ und $a_1 a_2$ gelegte Gerade c_{13}; ferner heifse die durch $b_3 b_1$ und $a_1 a_2$ gelegte Gerade c_{23}, die durch $b_3 b_1$ und $a_2 a_3$ gelegte Gerade c_{21}; endlich heifsen die durch $b_1 b_2$ und $a_2 a_3$ bez $a_3 a_1$ gelegten Geraden c_{31}, bez. c_{32}. Es ist zu beweisen, dafs die Schnittpunkte $c_{23} c_{32}$; $c_{31} c_{13}$; $c_{12} c_{21}$ in der Geraden g liegen. von Jettmar (Wien).

1375. Für alle Ellipsen, die in ein gegebenes Rechteck gezeichnet werden können, ist der Umfang des durch die Scheitel bestimmten Rhombus konstant. Handel (Reichenbach in Schles.)

1376. Sind die Punktpaare A, A_1; B, B_1; C, C_1; D, D_1 konjugiert in Bezug auf einen Kegelschnitt, dann sind die Punktpaare: (AB, CD), $(A_1 D_1, B_1 C_1)$; (AD, BC), $(A_1 B_1\ C_1 D_1)$ zu gleicher Zeit konjugiert oder nicht konjugiert in Bezug auf denselben Kegelschnitt. (Anmerk. Ist $A \equiv C_1$, $B \equiv D_1$, $C \equiv A_1$, $D \equiv B_1$, dann fallen die zwei letzten Punktpaare zusammen und sind infolge des Hesseschen Satzes immer konjugiert.) Klug (Budapest).

1377. Nach was für Kurven schneiden sich zwei Rotationsflächen II. O., deren Rotationsachsen einander schneiden und die den Schnittpunkt als Brennpunkt der Meridiane haben?
Bökle (Reutlingen).

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Lösungen sind eingegangen von Bökle 1327. Emmerich 1331. 1342. 1343. Fuhrmann 1321. 1326. 1331. 1339. 1340. 1342. 1343. 1346. 1347. 1349. Glaser 1325. 1331. 1338—1340. 1343. Mafsinger 1302. 1305—1307. Rummler 1329. 1338—1343. 1348. 1349 Bem. zu 680 u. 691. Schulte-Tigges 1285—1287 (zu spät) 1288. 1293. Steckelberg 1268. 1305—1313. 1315—1320. 1322. 1323. 1325—1329. 1331—1334. 1336. Stegemann 1322. 1325. 1327. 1328. 1331—1338. 1343. 1348. 1349. Steinbart 1338. Stoll 1322. 1323. 1325. 1326. 1329—1338. 1341—1343. 1345. 1348. 1349. Weinmeister (Leipzig) 1348. Zander 1292—1299. 1310—1312. 1315—1318. 1325.

Neue Aufgaben haben eingesendet: a) Mit Lösung: Bökle (4). Emmerich (1). Steckelberg (1). Stoll (8). b) Ohne Lösung Bökle (8). Hermes (3). Kücker (1). Schwatt (1).

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen und Anzeigen.

Vacat.*)

B. Programmschau.

Programme der preufs. Provinz Hessen-Nassau. Ostern 1893 und 1894.

Ref.: Dr. Ackermann-Kassel.

Ostern 1893.

Kassel. OR.-Progr. Nr. 415. — Dir. Karl Ackermann, *Statistische Rückschau auf 100 Semester der Realschule in der Hedwigstrafse (Oberrealschule).* 4°. (58 S. mit 1 lith. Taf.).

Am 4. Mai 1893 feierte die Anstalt, deren erste Anfänge zurückreichen in die Tage des sel. Hieronymus, weil. Königs von Westphalen, ihr 50jähriges Jubiläum als selbständige Realschule. Als vorläufige Festschrift wurden die vorliegenden statistischen Rückblicke herausgegeben. Sie umfassen zunächst die Lebensskizzen der 132 von Mai 1843 bis Ostern 1893 an der Anstalt beschäftigt gewesenen Lehrer. An sie schliefst sich eine Übersicht über die den Jahresprogrammen von 1856 bis jetzt beigegebenen wissenschaftlichen Abhandlungen an. Wir zählen darunter 11 Arbeiten mathematischen Inhalts, 9 aus den verschiedenen naturwissenschaftlichen Disziplinen, 6 pädagogische und 14 sprachlich-historische. In mehreren Jahren sind zwei Abhandlungen dem Programme beigegeben worden. Es folgt eine Übersicht über die Themata der bei den öffentlichen Schulfeiern (50 Regentengeburtstagen und 7 aufserordentlichen Feiern) gehaltenen Reden, endlich Frequenzübersichten. Die Anstalt wurde eröffnet mit 8 Klassen (darunter drei Vorschulklassen), 16 Lehrern und 320 Schülern. Sie ist im Laufe des Semisäkulums ihres Bestehens herausgewachsen zu einem Schulkolofs von 20 Klassen (ohne Vorschule) und rund 600 Schülern; an ihm unterrichten 36 Lehrer. Von Ostern 1843 bis dahin 93 wurde die Schule besucht von 6888 Schülern. Eine angehängte Tafel läfst in graphischer Darstellung die Frequenz in den einzelnen Jahren mit einem Blick überschauen. Die Zahl der Abiturienten beträgt im ganzen 795 (Max. 25, Min. 3, durchschnittlich 15); die Zahl derjenigen, die von 1866 an das Einj.-Freiw.-Zeugnis erworben haben, 819. Die 785 Schüler, welche die

*) Diese Abteilung mufste diesmal ausfallen.

oberste Klasse rite absolviert und damit das Ziel der Schule erreicht haben, sind mit ihrem Nationale aufgeführt. Als eigentliche Jubiläums-Festschrift gab die Anstalt heraus:

Dr. Karl Knabe, *Vorgeschichte und Entwicklung der Oberrealschule zu Kassel.* 4°. (178 S.).

Die Schrift zerfällt in zwei Teile: I. Die Vorgeschichte der Anstalt mit den Unterabteilungen: 1) Das Unterrichtswesen während der französischen Fremdherrschaft. 2) Die Bürgerschule in Kassel (1814—1836). 3) Die Gründung von Realklassen in Kassel und in Kurhessen überhaupt. II) Die Geschichte der Realschule und ihrer Organisation etc. von 1843—93. — Diese Festschrift ist nicht zu allgemeinem Versand gelangt. Interessenten steht sie bei dem Direktorium zur Verfügung.

Eschwege. Pg. mit R.-Progr. Nr. 387. — Oberl. Dr. Bernhard Pontani, Vergleichende Zusammenstellung über die Schüler der ersten 50 Jahre des Bestehens der Anstalt. (19 S.)

Diese Anstalt hat im Herbst 1890 ihr 50jähriges Jubiläum gefeiert. Nachträglich wird die vorliegende statistische Arbeit veröffentlicht. Nach einer Betrachtung über die Häufigkeit des Vorkommens der Schülernamen folgen Tabellen über Anzahl, Religion, Alter, Heimatsverhältnisse, Stellung der Väter etc. der aufgenommenen Schüler, Dauer des Schulbesuchs u. a. 37 Schüler haben die Anstalt mit dem Reifezeugnis verlassen, 198 haben sich die Berechtigung zum einj.-freiw. Militärdienst erworben.

Frankfurt a. M. Staatsgymnasium. Progr. Nr. 388. — Oberl. Dr. Karl Heinr. Müller, *Stereometrische Konstruktionen. Projektionslehre für die Prima des Gymnasiums.* 4°. (32 S. mit 6 Fig.-Taf.)

Verf. beklagt das Zurücktreten der geometrischen Ausbildung unserer Schüler gegen die algebraische Schulung, ganz besonders aber erscheint dies als ein Mifsstand bei der Behandlung der Stereometrie, die nach den neuen Lehrplänen das Hauptpensum der Gymnasialprima bildet. Er will die stereometrischen Flächen- und Körperberechnungen in den Hintergrund geschoben und statt derselben auf Konstruktionsaufgaben gröfseres Gewicht gelegt sehen. Doch meint er damit nicht Aufgaben, wie sie Reidt, Kommerell u. a. in ihren Lehrbüchern geben, sondern Aufgaben im Sinne der Projectionslehre. Dafs so viele Gymnasialmathematiker der deskriptiven Geometrie ganz und gar fern stehen, daran trägt die Universität die Schuld. Nur wenige Professoren verstehen sich dazu ein Kolleg darüber zu lesen, und wer sich in diese Disziplin unter Anleitung eines Lehrers einarbeiten will, dem bleibt nichts übrig, als einige Semester auf einer technischen Hochschule zu studieren. Als einer rühmlichen Ausnahme gedenkt Verf. des Marburger Universitätsprofessors Fr. Ludw. *Stegmann.* In das warme Lob dieses hervorragenden Universitätslehrers stimmt Ref. aus vollem Herzen mit ein. Auch er hat vor mehr denn einem Menschenalter die ausgezeichneten Vorlesungen Stegmanns (oder wohl besser gesagt Privatstunden, denn bei der damaligen Mathematiker-Ebbe galt das *„tres faciunt collegium“* in des Wortes buchstäblicher Bedeutung) in der gedachten Disziplin besucht.*)

---

*) Stegmann, Dr. med. und phil., (geb. 28. VI. 1813 zu Frankfurt a. M., 1837—40 Gymnasiallehrer zu Marburg und von 1840 bis zu seinem am 7. VI. 1891 erfolgten Tode Professor der Mathematik an der Universität daselbst) zählte im J. 1848 und 49 zu seinen Schülern Englands nachmaligen berühmten Physiker John Tyndall. Dieser hat in einem köstlich gezeichneten Porträt seinem Lehrer ein ehrendes Denkmal gesetzt in seinen ‚Erinnerungen aus meinem Leben“ in Fleischers Revue X, 1885, S. 179, auch abgedruckt in der Zeitschrift „Hessenland“ Bd. V, S. 179. Kassel 1891.

Zur Erfüllung des oben geäufserten Wunsches des Verf., Einführung der darstellenden Geometrie in das mathematische Lehrpensum unserer Gymnasialprimen, ist natürlich eine Erweiterung in dem gewöhnlichen Wissen und Können unseres Mathematikernachwuchses, soweit er von Gymnasien stammt, unbedingt nötig. Es ist bedauerlich, dafs die Prüfungsordnung für das höhere Schulamt von 1887 das Studium der deskriptiven Geometrie nicht fordert.

Nach der ausführlichen Einleitung legt Verf. den von ihm als probat erfundenen Lehrgang dar, der sich in folgenden Stufen aufbaut: Vorübungen, anknüpfend an die freie Perspektive des Zeichenunterrichts — Gegenseitige Lage von Punkt, Gerade und Ebene bis zum Schnitt dreier Ebenen — Begriff der Projektion — Der Punkt und seine Koordinaten — Das aufgeklappte Dreikant — Strecke, Dreieck, Quadrat — Reguläres Viereck und Kreis — Unbegrenzte Gerade — Unbegrenzte Ebene — Körper in einfacher Lage — Kartenprojektionen — Ebene Schnitte an Körpern (Kegelschnitte) — Durchdringungen von Körpern — Schattenkonstruktionen — Zentralprojektion, Malerperspektive — Verbindung von Zentralperspektive mit Schattenkonstruktion.

Wiesbaden. OR. Progr. Nr. 421. — Oberl. Dr. Eduard Wickel, *Über die Entwicklung des chemischen Unterrichts.* 4°. (24 S.)

Nach einem kurzen Abrifs der Geschichte der Chemie überhaupt (S. 1—8) folgt die Entwicklung des Unterrichts in der Chemie auf den Hochschulen. Frankreich allein bot gegen Ende des vorigen Jahrhunderts Gelegenheit für den Chemiker, sich eine theoretische und praktische Ausbildung zu verschaffen. Morveau, Berthollet, Fourcroy, Vauquelin, Thénard ragten hervor als bedeutende Lehrer. Noch im Anfang unseres Jahrhunderts sah es mit Experimentalvorlesungen auf Deutschlands Hochschulen recht scheu aus, fast keine deutsche Universität hatte einen besonderen Lehrstuhl für Chemie. Liebig und Wöhler, müde der spekulativen Auseinandersetzungen der deutschen Philosophen, die damals auch über Naturwissenschaft lasen, gingen ins Ausland, um dort ihre Studien fortzusetzen. Wie hart, aber gerecht klagt Liebig, der zwei Jahre lang als Schüler zu den Füfsen Schellings, des grofsen Erlanger Philosophen, gesessen hatte: „Ich selbst brachte einen Teil meiner Studienzeit auf einer Universität zu, wo der gröfste Philosoph und Metaphysiker des Jahrhunderts die studierende Jugend zur Bewunderung und Nachahmung hinrifs. Wer konnte sich damals vor Ansteckung sichern? Auch ich habe diese, an Worten und Ideen so reiche, an wahrem Wissen und gediegenen Studien so arme Periode durchlebt; sie hat mich um zwei kostbare Jahre meines Lebens gebracht; ich kann den Schreck und das Entsetzen nicht schildern, als ich aus diesem Taumel zum Bewufstsein erwachte. Wie viele der Begabtesten und Talentvollsten sah ich in diesem Schwindel(!) untergehen, wie viele Klagen über ein völlig verfehltes Leben habe ich nicht später vernehmen müssen! Die falsche Richtung, welche der edelste, kräftigste Teil der Nation, die studierende Jugend der damaligen Zeit, von den Philosophen erhielt, ein zweck- und zielloses Wissen, die Unfähigkeit, in irgend einer Weise der menschlichen Gesellschaft nützlich zu sein, erzeugte die demagogischen Umtriebe, diese kranken wahnsinnigen Ideen vom Staate, von Verbesserungen, von Pflichten. Selbstüberschätzung, Hochmut, Eitelkeit und Anmassung, ein lahmer Ehrgeiz, der sich selbst die Anerkennung im Übermafse spendet, die ihm die Welt versagen mufs: sie gehen aus den Lehrsälen dieser Männer hervor.“

Lange hat es gedauert, bis hierin Wandel eintrat. Noch Ende der dreifsiger Jahre gab es in Deutschland blofs zwei Universitäten, die den Studierenden der Chemie eine allseitige und gründliche Ausbildung möglich machten, diejenige zu Giefsen und die zu Göttingen. Keine der sechs preufsischen Universitäten bot den Chemikern Gelegenheit, sich praktisch

auszubilden. 1840 folgte Marburg mit der Errichtung eines Laboratoriums. Sein Vorstand war Robert Bunsen. Bei ihm hörte und laborierte zwei Jahre lang John Tyndall.*) 1843 erhielt Leipzig ein Laboratorium (O. L. Erdmann), 1848 eröffnete Fresenius in Wiesbaden sein Unterrichts-Laboratorium, dann kamen erst in den fünfziger Jahren die Hochschulen zu Heidelberg, Karlsruhe, Breslau, Greifswald und Königsberg, noch später erst Berlin (A. W. Hofmann). Zum Schlufs erörtert dann Verf. die Stellung des chemischen Unterrichts an Gymnasien und Reallehranstalten, der bis zur Einführung der neuen Lehrpläne von 1892, an den Gymnasialanstalten wenigstens, meist sehr stark nach der Null hin konvergierte.

Verf. kommt dann auf die Methodik des chemischen Unterrichts zu sprechen. „Die Thatsache, dafs die Chemie erst seit wenigen Jahren einen Unterrichtsgegenstand unserer Schulen bildet, erklärt es auch, dafs sich für dies Fach noch keine so bestimmte Methode ausgebildet hat, wie für die meisten übrigen Gegenstände. . . . . Wie in jedem anderen Fach, so ist auch der chemische Unterricht in zweierlei Hinsicht von Bedeutung. Zunächst soll er die Schüler mit einem wertvollen Stoff bekannt machen, aufserdem aber, und das ist vielleicht die wichtigere Aufgabe, soll er als formales Bildungsmittel dienen. Wenn der Hauptzweck der wäre, den Schüler mit einem möglichst grofsen Vorrat von Kenntnissen auszustatten, so wäre demselben ohne Zweifel am besten mit der früher fast ausschliefslich herrschenden Methode gedient, die in streng systematischer Behandlung der Elemente und deren Verbindungen nach Vorkommen, Darstellung und Eigenschaften besteht. Wird aber als erster Zweck des Schulunterrichts der angesehen, den Schüler selbst mitarbeiten zu lassen und die Wahrheiten der Wissenschaft selbst zu erkennen, dann mufs ihm unbedingt der Stoff in anderer Weise vorgeführt werden wie bisher.“ Wie der Unterricht dieser Forderung am besten gerecht wird, ist immer noch eine viel umstrittene Frage. Als die bis jetzt besten Methoden sind zu bezeichnen die von Arendt und die von Wilbrandt. Die letztere verdient den Vorzug, einerseits weil sie bezüglich der Ausdehnung des zu behandelnden Stoffs geringere Anforderungen stellt als die Arendtsche und andererseits weil sie das Inductionsverfahren am schärfsten zum Ausdruck bringt. Wie Wilbrandt den Anforderungen eines fruchtbringenden Unterrichts gerecht wird, kommt an einem Beispiel zur Erörterung, das sich allerdings ganz besonders gut zur Darlegung dieser Methode eignet: die Erklärung des Verbrennungsprozesses, die Entdeckung von Sauerstoff und Stickstoff, die Fixierung der Begriffe, „Element“ und „Verbindung“. Die Schlufszeilen sind dem „Leitfaden von Levin“ gewidmet, der sich im wesentlichen an die Wilbrandtsche Methode anschliefst, und den Verf. seinem Unterrichte zu Grunde gelegt hat, welches Buch er als brauchbar empfiehlt, wenn ihm auch die Ausdehnung des Stoffes als etwas zu grofs erscheint.

Ostern 1894.

Kassel. RG. Progr. Nr. 403. — Dir. Dr. Wilhelm Wittich, *Rückschau auf die 25jährige Geschichte des Kasseler Realgymnasiums.* (63 S.) 4°.

Die Gründung einer Realschule I. O. war die Folge der politischen Veränderungen, die das vormalige Kurfürstentum Hessen im Jahre 1866 erfahren hatte. Die Vorverhandlungen, die Wahl und Berufung von Direktor und Lehrern zogen sich in die Länge, stiefsen z. T. auf Schwierigkeiten, sodafs die Eröffnung der Schule erst 1869 vor sich gehen konnte. Sie fand statt mit 299 Schülern in acht Klassen und mit zwölf Lehrern. Geschichte der Anstalt innerhalb der verflossenen 25 Jahre, ihre Entwicklung zu einer 16klassigen Schule, an der jetzt 33 Lehrer wirken, und

*) Hierzu vergl. „Hessenland“ Bd. IX, S. 4—7. Kassel 1895.

die 400 Schüler zählt, beschliefst den ersten Teil der Arbeit. Es folgt ein Verzeichnis der 113 Lehrer, die überhaupt an der Anstalt thätig gewesen sind mit Abrifs ihres Lebens und Bildungsganges, sodann eine Tabelle der 1265 Schüler, welche der Sekunda und Prima angehört haben mit ihren Personalien.

Homburg v. d. Höhe. Rpg. Progr. Nr. 394. — Prof. Dr. Wilhelm Glaser, *Über die Bestimmung der Elemente eines Kegelschnittes aus den Koeffizienten der homogenen Gleichungen zweiten Grades.* (15 S.) 4°.

Die Untersuchungen, die sich mit dem hier vorliegenden Problem beschäftigen, finden sich in gröfseren Werken über analytische Geometrie, wie z. B. Salmon-Fiedler, zerstreut, nicht einheitlich in einem besonderen Kapitel zusammengefafst, wodurch natürlich die Übersicht über die gewonnenen Resultate erheblich erschwert ist. Andere Mathematiker, die sich mit dem Gegenstand in Rede beschäftigt haben, wie Köhler in seinem Lehrbuch Exercises de géométrie analytique et de géométrie supérieure und Stoll in einer einschlagenden Abhandlung in der Schlömilchschen Zeitschrift für Math., Jahrg. 38, Heft 5, schlagen andere Wege ein, als hier geschehen ist. Verf. ist dann auch auf dem von ihm betretenen Wege zur Lösung des Problems zu einigen neuen Resultaten, namentlich in Bezug auf die geometrische Bedeutung der Koeffizienten gelangt.

Kassel. OR. Progr. Nr. 418. — I) Oberl. Dr. Karl Völker, *Anschauliche Darstellung vom Bau und Laub der Holzgewächse.* (10 S.) — II) Oberl. Dr. Karl Knabe, *Über Schulmünzen im ehemaligen Kurhessen.* (S. 11—28.) 4°.

I) Nach Art der Situsphantome für den Anatomie-Unterricht hat Verf. zwei Modelle für den Unterricht in der Botanik, in der Pflanzenanatomie, ersonnen, die ganz vorzüglich geeignet sind, den Schülern ein klares Bild vom innern Bau der höheren Pflanzen zu geben. Sie bezwecken, eine anschauliche Darstellung der verschiedenen Schichten eines Baumstammes, eine solche der Zusammensetzung der einzelnen Schichten und ermöglichen eine vergleichende Betrachtung der letzteren unter einander. — Das eine Modell wird hergestellt aus acht Zeichenblockblättern (27 : 44). Aufs erste Blatt, welches das äufserste werden soll, wird ein Stück eines Baumstammes mit seiner äufseren braunen Rinde und deren Querschnitt gezeichnet. Dann wird das innerhalb des letzteren befindliche Papier so herausgeschnitten, dafs das Blatt nur die äufserste Schicht des Stammes und den ihr zugehörigen kreisförmigen Teil des Querschnitts darstellt. Mit von Schicht zu Schicht entsprechend abnehmendem Durchmesser stellt man auf dem nächsten Blatt die innere Rinde mit ihrem Querschnitt, wie vorher, dar und achtet darauf, dafs letzterer sich an jenen der ersten Schicht als der nächste innere konzentrische Ring anlegt. So verfährt man weiter mit dem Bast, dem Cambium, dem ersten und zweiten Holzring, der Markscheide und dem Mark als dritter u. s. w. bis achter Schicht. Den so hergestellten Schichten giebt man mittels Wasserfarben einen möglichst natürlichen aber unterscheidbaren Farbenton. In geeigneter Vergröfserung zeichne man dann in den Umfang und in den Querschnitt jeder Schicht die betreffenden Elemente als Zellen, Gefäfse, Fasern etc. ein. Die acht Blätter werden in der natürlichen Reihenfolge auf die Pappunterlage des Zeichenblocks aufgeklebt, das letzte (Mark darstellend) der ganzen Fläche nach, die 7 übrigen an den Längswänden mit Leinenfälzen und zwar so, dafs die Querschnitte der einzelnen Schichten genau an einander liegen. In der Mitte der 7 obersten Schichten wird dann ein Längsschnitt gemacht, der das Aufklappen nach rechts und links ermöglicht, und das erste Modell ist fertig.

In ähnlicher Weise wird auch das zweite Modell konstruiert. Um in unserm Referat nicht zu weitläufig zu werden, verweisen wir auf die

Abhandlung selbst und stellen selbe, soweit die Restauflage reicht, den obtanischen Kollegen gern zur Verfügung.

Zum Schlufs giebt Verf. fünf neue, von ihm erfundene Methoden, Blattformen, ja ganze Pflanzen mittels Naturselbstdrucks herzustellen z. T. mit Hilfe der Photographie. Es ist dazu aber kein besonderer Apparat nötig, vielmehr kann sich jeder Schüler für einige Nickel ein schönes und instruktives künstliches Blattherbarium, ja ein künstliches Pflanzenherbarium herstellen. — Sowohl jene beiden Unterrichtsmodelle, wie sechs Tafeln dieser Blattabdrücke waren seitens unseres Unterrichts-Ministeriums der vorjährigen Chicagoer Ausstellung übersandt worden und finden sich in deren amtlichem Katalog S. 13 unter Nr. 98 und 99 verzeichnet.

II) Die Knabesche Arbeit über *Schulmünzen* behandelt einen Gegenstand, der nicht nur in numismatischer, sondern auch schulgeschichtlicher Beziehung unser Interesse in Anspruch zu nehmen berechtigt ist. Es giebt zwei Arten von Münzen, die von oder für Schulen geprägt worden sind und noch geprägt werden: 1) solche, die als Prämien für Fleifs und gute Führung an Schüler verteilt werden, sog. Brabeonen, die in einzelnen Ländern und Städten, wie in der Schweiz, in Hamburg, Bayreuth, Frankfurt, Augsburg etc. sich bis in's 16. Jahrhundert zurück verfolgen lassen, und 2) solche, die als Erinnerungs-Zeichen für bestimmte Ereignisse, wie Gründungs- oder Jubiläumstage oder zum Gedächtnis hervorragender Lehrer und Leiter, geprägt worden sind. Münzen beiderlei Art sind im ehemaligen Kurfürstentum Hessen in unverhältnismäfsig grofser Anzahl vorhanden, und kaum dürfte es ein Ländchen gleicher Gröfse geben, das Kurhessen in dieser Hinsicht überträfe. Es lohnt sich deshalb, diese Münzen einmal zusammenzustellen und an der richtigen Stelle — in einem Schulprogramm — zu veröffentlichen.*) Verf. hat nun diese Münzen nicht nur mit numismatischer Akribie beschrieben, sondern auch jeder in Betracht kommenden Anstalt einen historischen Exkurs über Gründung und Entwickelung und über die verschiedenen Anlässe zur Ausprägung der Medaillen vorausgeschickt. — Die Arbeit zerfällt in 7 Abschnitte. Im ersten und zweiten werden die Medaillen der Hochschulen abgehandelt, der Universitäten und wissenschaftlichen Akademien. Unser Hessenland hat von ersteren die erstaunlich grofse Zahl vier zu verzeichnen: Kassel (2. Januar 1633 bis 16. Juni 1653), Fulda, Rinteln und Marburg. Von der nur 20 Jahre in Bestand gewesenen Kasseler Universität sind Prägungen nicht vorhanden. Fulda, eröffnet als Kollegium am 20. Oktober 1572 vom Fürstabt Balthasar von Dermbach, mit Genehmigung Papst Clemens XII. vom Primas Freiherrn Adolf von Dalberg zu einer Universität mit vier Fakultäten (1734) erweitert, bestand bis zum Jahre 1804, in welchem sie von Wilhelm I., Fürst von Corvey und Dortmund, aufgehoben wurde. Eine grofse, 60 mm im Durchmesser haltende silberne M., wurde bei der Einweihungsfeier am 19. Sept. 1734 an die Anwesenden verteilt. Als dritte Universität reihte sich an die zu Rinteln, gegründet 1620 von Graf Ernst von Schaumburg, aufgehoben vom westphälischen König Hieronymus Napoleon am 1. Mai 1810. Bei ihrem 100jährigen Jubiläum, das Mitte Juli 1721 gefeiert wurde, wurden verschiedene goldene und silberne Denkmünzen geprägt. Als vierte Universität macht den Beschlufs Marburg, die altberühmte Alma mater Philippina, eröffnet am 30. Mai 1527. Sie weist goldene und silberne, gelegentlich des 100-, 200- und 300jährigen Jubelfestes ausgegebene, sowie einige auf

*) Mit Genehmigung der Schule und des Verf. hat auch die bekannte von Dr. Brendicke in Berlin herausgegebene Zeitschrift „Der Sammler" die Abh. vollinhaltlich zum Abdruck gebracht. Auszüge sind erschienen in der Wiener Numismatischen Monatsschrift und in dem Numismatisch-sphragistischen Anzeiger (Hannover).

den s. Z. berühmten Mathematiker und Philosophen Christian (seit 1745 Freiherrn von) Wolf geprägte Medaillen auf.

Von akademischen Instituten wissenschaftlichen Charakters kommen hier in Betracht das Collegium Carolinum zu Kassel, gegründet 1595 von dem Gelehrten Landgraf Moritz, erweitert 1599 unter dem Namen Collegium Mauritianum zu einer Akademie, dann 1618 unter dem Namen Collegium Adelphicum Mauritianum zu einer Ritterakademie „zur Beförderung der studierenden rittermäſsigen Jugend in Künsten und Sprachen, sodann zur Anführung in allen ritterlichen Tugenden und Übungen" ausgebaut, 1633—1653 Universität (siehe oben), dann 1657—61 Gymnasium, 1661 aufgelöst, im Jahre 1709 als Collegium illustre Carolinum wieder auflebend und endlich 1791 durch Wilhelm IX. mit der Marburger Universität vereinigt. Preismedaillen finden sich hier aus den einzelnen Jahren 1761—1785. Weiter gehört hierher ein medizinisches Institut, das Chirurgische Wilhelms-Institut, das ebenfalls Landgraf Moritz in's Leben gerufen hatte und erst am 29. Juni 1821 vom Kurfürsten Wilhelm II. geschlossen wurde, nachdem es bereits während der Fremdherrschaft des corsischen Königs eingegangen war.

Im dritten Abschnitt kommen die Mittelschulen: Gymnasium, Reallehranstalten und höhere Bürgerschulen an die Reihe. Die jüngste hier erwähnte Schulmünze ist die Erinnerungsmedaille von Aluminium und übersilberter Zinkzinnkomposition, die gelegentlich des 50jährigen Jubiläums der Kasseler Oberrealschule der Direktor in der berühmten Münzanstalt von Chr. Lauer in Nürnberg hat prägen lassen.

In den Abschnitten 3 bis 7 werden die von Volks-, Handwerks-, Zeichenschulen und Kunstakademien geprägten Medaillen beschrieben, in einem letzten Teil endlich diejenigen, die gelehrte Gesellschaften, wie z. B. die societas agriculturae et artium, herausgegeben haben.

Im ganzen führt uns Verf. in seiner sorgsamen Arbeit 84 Münzen der gedachten Art vor.

C. Zeitschriftenschau.

Vacat.*)

D. Bibliographie.

November 1894.

(Fortsetzung.)

Geographie.

Philippson, Dr. und Prof. Dr. Neumann, Europa. Eine allgemeine Landeskunde. Herausg. v. Prof. Dr. W. Sievers. Mit 168 Abb., 14 Karten u. 28 Taf. Lpz., Bibl. Institut. In 14 Liefgn. à 1,00.

Barry, Ritter v., Zwei Fahrten in das nördliche Eismeer nach Spitzbergen und Novaja Zemlja in den J. 1891 u. 92. Mit 7 Portraits, 12 Lichtdr.-Taf., 2 Karten, 21 Plänen u. 4 Fig. (169 S.) Pola und Wien, Gerold. 9,00.

Umlauft, Prof. Dr., Landschaftsbilder aus der österreichisch-ungarischen Monarchie. Zur Belebung des Unterrichts in der Vaterlandskunde an Gymnasien und zur häusl. Lektüre. (74 S.) Wien, Hölder. 1,20.

*) Muſste diesmal, gleichwie die Rezensionen, ausfallen.

Güſsfeldt, Der Montblanc. Studien im Hochgebirge. Mit 8 Lichtdr. u. 1 Karte. (280 S.) Berlin, Gebr. Paetel. 12,00.
Krause, Aphorismen zur geschichtswissenschaftl. Erdkunde nebst 1 Karte. Aus dem Nachlasse des Verf. herausg. von Oberl. Vetter. (78 S.) Weimar, Felber. 1,60.
Götz, Prof. Dr., Geographisch-historisches Handbuch von Bayern. München, Franz. In ca. 30 Heften à 0,50.
Günther, Prof. Dr. S., Adam von Bremen, der erste deutsche Geograph. (68 S.) Prag, Rivnáč. 1,20.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Henke, Oberl. Prof. Dr., Über die Methode der kleinsten Quadrate. 2. Aufl. (77 S.) Lpz., Teubner. 2,00.
Hochheim, Prof. Dr., Aufgaben aus der analytischen Geometrie der Ebene. 1. Heft: die gerade Linie, der Punkt, der Kreis. 2. Aufl. (86 S.) Lpz., Teubner. 1,60.
—, Aufl. zu Vorigem. (106 S.) Ebda. 1,60.
Stiller, Dir. Prof. Dr., Leitfaden für das Zirkelzeichnen an gewerblichen Fortbildungsschulen. 3. Aufl. (18 S. m. 4 Taf.) Düsseldorf, Bagel. 0,60.
—, Leitfaden für das geometrische Körperdarstellen. (10 S. m. 5 Taf.) 2. Aufl. Ebda. 0,60.
Wrobel, Gymn.-Lehrer Dr., Leitfaden der Stereometrie nebst einer groſsen Anzahl von Übungsaufgaben. 2. Aufl. (104 S.) Rostock, Werther. 1,40.
Jordan, Prof. Dr., Handbuch der Vermessungskunde. 1. Bd. Ausgleichungs-Rechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. 4. Aufl. (352 S.) Stuttgart, Metzler. 6,60.
Streiſsler, Prof., Elemente der darstellenden Geometrie (Projektionslehre). Für Oberrealschulen. 3. Aufl. (181 S.) Brünn, Winiker. 2,60.

2. Naturwissenschaften.

Pinner, Repetitorium der organischen Chemie. 10. Aufl. (422 S.) Berlin, Oppenheim. 7,50.
de Bary, Botanik. 4. Aufl., besorgt von Prof. H. Graf zu Solms-Laubach. (Nr. 8 der naturwissenschaftlichen Elementarbücher) (138 S.) Straſsburg, Trübner, 0,80.
Hartwig, Baumeister, Das Gasglühlicht. 3. Aufl. (88 S.) Dresden, Henkler. 2,00.
Pfitzner, Die elektrischen Starkströme, ihre Erzeugung und Anwendung. 2. Aufl. (69 S.) Lpz., Selbstverlag (Oststraſse 26). 1,50.
Fresenius, Geh. Hofr. Prof. Dr., Anleitung zur qualitativen chemischen Analyse. Für Anfänger und Geübtere. 16. Aufl. (464 S.) Braunschweig, Vieweg. 9,00.
Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik. 1. Bd. Allgemeine Physik und Akustik. 5. Aufl. (1000 S.) Lpz., Teubner. 12,00.
Frank, Prof. Dr., Die Krankheiten der Pflanzen. 2. Aufl. 1. Bd. Die durch organische Einflüsse hervorgerufenen Krankheiten. (344 S.) Breslau, Trewendt. 6,00.
Rammelsberg-Friedheim, Privatdoz. Dr., Einführung in das Studium der qualitativen Analyse. 8. Aufl. von Rammelsbergs Leitfaden der qualitativen chemischen Analyse. (347 S.) Berlin, Habel. 7,40.
Roscoe-Schorlemmers kurzes Lehrbuch der Chemie nach den neuesten Ansichten der Wissenschaft von Prof. Roscoe u. Prof. Dr. Classen. 10. Aufl. (541 S.) Braunschweig, Vieweg. 7,50.

Budde, Realgymn.-Prof., Physikalische Aufgaben für die oberen Klassen höherer Lehranstalten. Aus den bei Entlassungsprüfungen gestellten Aufgaben ausgewählt und mit Hinzufügung der Lösungen zu einem Übungsbuche vereinigt. 2. Aufl. (149 S.) Braunschweig, Vieweg. 2,50.
Braun, Prof. Dir. Dr., Die tierischen Parasiten des Menschen. 2. Aufl. (283 S. m. 147 Abb.) Würzburg, Stuber. 6,00.
Nietzki, Prof. Dr., Chemie der organischen Farbstoffe. 2. Aufl. (329 S.) Berlin, Springer. Geb. 8,00.
Meyer, Prof. Dr. v., Geschichte der Chemie von den ältesten Zeiten bis zur Gegenwart. Zugleich Einführung in das Studium der Chemie. 2. Aufl. (522 S.) Lpz., Veit & Co. 10,00.
Zirkel, Prof. Dr., Lehrbuch der Petrographie. 2. Aufl. 3. (Schlufs-)Band. (833 S.) Lpz., Engelmann. 17,00.
Arendt, Prof. Dr., Grundzüge der Chemie. Methodisch bearb. mit einer system. Übersicht der wichtigsten Mineralien und Gesteine. 5. Aufl. (367 S.) Hamburg, Vofs. 2,40.
—, Unorganische Chemie in Grundzügen. Methodisch bearb. [Aus dem vorigen.] 2. Aufl. (250 S.) Ebda. 1,60.
Wilke, Die Elektrizität, ihre Erzeugung u. ihre Anwendung in Industrie u. Gewerbe. 2. Aufl. (627 S. m. 311 Abb.) Lpz., Spamer. 8,50.
Götz, Lehrbuch der Physik für Realschulen. (415 S.) München, Franz. 3,60.

3. Geographie.

Wagner, H., Lehrbuch der Geographie. 6. Aufl. von Guthe-Wagners Lehrbuch der Geographie. Hannover, Hahn. In ca. 7 Liefg. à 3,00.
Brandt, P., Eine Fahrt in die neue Welt. 2. Aufl. (119 S.) St. Gallen, Wirth, 0,80.
Penck, Prof. Dr., Morphologie der Erdoberfläche. 2 Teile. (471 S. und 696 S. m. 67 Abb.) Stuttgart, Engelhorn. 32,00. (Bildet einen Teil von „Bibliothek geographischer Handbücher. Herausg. v. Prof. Dr. F. Ratzel.“)
Ratzel, Prof. Dr., Völkerkunde. 2. Aufl. 1. Bd. (748 S. m. 590 Textabbild., 15 Farbendr., 13 Holzschn.-Taf. u. 2 Karten.) Lpz., Bibl. Inst. Geb. 16,00.

Dezember 1894 und Januar 1895.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Schiller, Geh. Ob.-Sch.-R. Dr., Lehrbuch der Geschichte der Pädagogik. Für Studierende und junge Lehrer höherer Lehranstalten. 3. Aufl. (400 S.) Lpz., Reisland. 6,60.
Herbart, weiland Prof. Joh. Fr., Allgemeine Pädagogik, aus dem Zweck der Erziehung abgeleitet. Neue billige Ausg. (136 S.) Lpz., Siegismund u. Volkening. 1,20.
Boesser, Prof. Dr., Erziehung u. Unterricht im kgl. preufs. Kadettenkorps. (32 S.) Berlin, Mittler u. Sohn. 0,60.
Kraus, Vict. v., Wie kann durch die Schule dem zur Unsitte gewordenen Mifsbrauch geistiger Getränke entgegengewirkt werden? Preisgekrönte Studie. (48 S.) Wien, Graeser. 0,60.
Gesetz, veränderte Bestimmungen des Regulativs vom 15. Februar 1884, über die Realschulen (in Sachsen), sowie Bekanntmachung, die Lehr- u. Prüfungsordnung für die Realgymnasien (in S.) betr., vom 13. Nov. 1893. (54 S.) Dresden, Meinhold. 0,40.
Mosso, Prof., Die körperliche Erziehung der Jugend. Übers. v. Johann Glinzer. (157 S.) Hamburg, Vofs. 3,00.

Schulenburg, Graf v., Ein Wort zur Schulfrage. Vortrag. (12 S.) Berlin, Akadem. Buchh. 0,80.

Bergemann, Oberl. Dr., Zur Klarstellung des Begriffes der Apperzeption. (20 S.) Wiesbaden, Behrend. 0,60.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Lener, P., Die Mathematik u. ihre Axiome (38 S.) 8. Heft der Volksschriften zur Umwälzung der Geister. (38 S.) Bamberg, Handelsdruckerei. 0,20.

Gut, Wandtafeln zur Projektionslehre. 20 Taf., 63 cm : 83 cm, Farbendruck. Nebst Textbuch: Das geometrische Darstellen von Körpern etc. (43 S.) Wiesbaden, Bechtold. 15,00.

Cranz, Prof., Lehrbuch der analyt. Geometrie der Ebene. 2. Tl. Die einzelnen Linien zweiten Grades. Bearb. nach System Kleyer. (428 S.) Stuttgart, Maier. 8,00.

Sachs, Prof. Dr., Lehrbuch der ebenen Elementar-Geometrie. 7. Tl. Die Ähnlichkeitslehre der geradlinigen Fig., bearb. nach System Kleyer. (165 S.) Stuttgart, Maier. 4,00.

2. Arithmetik.

Graf, Prof. Dr., Einleitung in die Theorie der Gammafunktion und der Eulerschen Integrale. (64 S.) Bern, Wyſs. 1,60.

Zermelo, E., Untersuchungen zur Variationsrechnung. (97 S.) Berlin, Mayer u. Müller. 2,50.

Groissl, Die Absolutorialaufgaben aus der Mathematik u. Physik an den humanistischen Gymnasien Bayerns. Zur Selbstübung u. Vorbereitung f. d. Absolutorium bearb. (88 S.) München, Zipperer. 2,00.

Schubert, Prof. Dr. H., Zwölf Geduldspiele. Zauberquadrate, Rösselsprungbildungen, Boſspuzzle, Nonnenspiel, Umfüllungsaufgaben, Rundreisespiele u. s. w. für Nichtmathematiker zum Zwecke der Unterhaltung historisch und kritisch beleuchtet. (152 S.) Berlin, Dümmler. Geb. 2,40.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Rohrbach, Dr., Sternkarten in gnomonischer Projektion. Atlas v. 12 Bl. Berlin, Dümmler. 1,00.

Tagebuch für die Aufnahme mit der Kippregel. (20 S.) Berlin, Mittler. 0,50.

Haerdtl, Prof. Dr., Zur Frage der Perihelsbewegung des Planeten Merkur. (13 S.) Wien, Tempsky. 0,30.

Physik und Chemie.

Voigt, Prof. Dr., Kompendium der theoretischen Physik. 1. Bd. Mechanik starrer und nichtstarrer Körper. Wärmelehre. (610 S.) Leipzig, Veit u. Co. 14,00.

Abercromby, Das Wetter. Eine populäre Darstellung der Wetterfolge. Aus dem Engl. übers. v. Prof. Dr. Pernter. (326 S.) Freiburg, Herder. 5,00.

Kreusler, Prof. Dr., Einführung in die qualitative chemische Analyse. (78 S.) Bonn, Weber. Geb. 1,50.

Blücher, Chem., Die Analyse der Biere, Spirituosen u. des Essigs. (291 S.) Kassel, Brunnemann. 6,00.

(Fortsetzung und Schluſs folgt.)

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik. Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. dergl.)

Bericht über die dritte Versammlung des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften zu Wiesbaden am 15. und 16. Mai 1894

im Anschlufs an den offiziellen Bericht von einem Teilnehmer.

Erste Hälfte.

Übersicht über den Verlauf der Versammlung.

Dienstag, den 15. Mai.

Erste allgemeine Sitzung: Eröffnung und Begrüfsungen. — Vortrag des Herrn Universitäts-Professor Dr. Wiedemann über die Wechselbeziehungen zwischen dem physikalischen Hochschulunterricht und dem physikalischen Unterricht an höheren Lehranstalten.

Erste Sitzung der vereinigten Abteilungen für Mathematik und Physik: Vortrag des Herrn Oberlehrer Dr. C. H. Müller über die Einführung stereometrischer Konstruktionen in den Gymnasial-Unterricht. — Vortrag des Herrn Oberlehrer Presler über die Ausbildung der Mathematiker im Zeichnen. — Vortrag des Herrn Professor Dr. A. Richter über das Thema: Wie ist das physikalische Pensum der Gymnasien zu umgrenzen?

Sitzung der vereinigten Abteilungen für Natur- und Erdkunde: Vortrag des Herrn Oberlehrer Dr. Endemann über politische und volkswirtschaftliche Belehrungen im geographischen Unterricht. — Vortrag des Herrn Dr. Kienitz-Gerloff über die Gestaltung des Unterrichts in der Naturgeschichte, zunächst in der Botanik, nach historischen und heuristischen Grundsätzen. — Besprechung von Leitsätzen des Herrn Professor Dr. Reichenbach über Forderungen für den Unterricht in der Biologie.

Besichtigung der Schmetterlingssammlung des Herrn Röder und des chemischen Laboratoriums des Herrn Geh. Hofrat Professor Dr. R. Fresenius.

Mittwoch, den 16. Mai.

Zweite allgemeine Sitzung: Vortrag des Herrn Oberlehrer Lüddecke über den Beobachtungsunterricht in Natur- und Erdkunde als Unterricht im Freien. — Berichte der Herren Direktor Professor Dr. Schwalbe, Oberlehrer Dr. Kadesch, Oberlehrer

Dr. Bode und Universitäts-Professor Dr. Klein über naturwissenschaftliche Ferienkurse. — Verhandlungen über geschäftliche Angelegenheiten.

Besichtigung des chemischen Laboratoriums des Königlichen Realgymnasiums.

Zweite Sitzung der vereinigten Abteilungen für Mathematik und Physik: Vortrag des Herrn Direktor Dr. Kaiser über die Behandlung der Maxima und Minima in der Prima der Oberrealschule. — Vortrag des Herrn Professor Dr. Hermes über die Behandlung der Kongruenzsätze in der Quarta der höheren Lehranstalten. — Bericht des Herrn Professor Pietzker über die Ausführung des in Braunschweig angenommenen Leitsatzes über die Umgestaltung des mathematischen Unterrichts im Anschlufs an die neuen preufsischen Lehrpläne. — Vortrag des Herrn Professor Pietzker über die Notwendigkeit der Aufstellung gewisser Normen für die Einrichtung der physikalischen Sammlungen an den höheren Schulen.

Ausflug nach Frankfurt a. M. am Donnerstag, den 17. Mai, zum Besuche der dortigen naturwissenschaftlichen Institute.

Bericht*) über die Versammlung.

Am 14. Mai, abends $8^1/_2$ Uhr, vereinigten sich die bereits eingetroffenen Teilnehmer von auswärts mit den in Wiesbaden wohnhaften im Damensaale des Nonnenhofes zu geselligem Zusammensein. Die Verhandlungen wurden im Festsaale der Oberrealschule abgehalten. Die Zahl der Teilnehmer betrug 75.

Die erste allgemeine Sitzung nahm am 15. Mai vormittags 8 Uhr ihren Anfang. Sie wurde von dem Vorsitzenden des Ortsausschusses, Herrn Oberrealschul-Direktor Dr. Kaiser, mit folgender Ansprache eröffnet:

Hochgeehrte Versammlung!

Namens des Ortsausschusses habe ich die Ehre, den Verein zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissen-

---

*) Wir empfehlen diesen Bericht zur aufmerksamen und eingehenden Lektüre allen denjenigen unter unseren Lesern, die nicht oder noch nicht Mitglieder des gen. Vereins sind und daher den offiziellen Bericht nicht besitzen; denn, abgesehen von der grofsen Anzahl der behandelten Themen, enthält er eine Fülle von Anregungen und Belehrungen. Ältere Lehrer, die, wie wir, im 5. und 6. Dezennium unseres Jahrhunderts die traurigen Zeiten der Zersplitterung und die Isoliertheit unserer Fachgenossen, gegenüber der geschlossenen Phalanx der Philologen, noch mit erlebt haben, müssen sich doch in der Seele freuen, dafs der Verein, zu dem wir zwar oftmals vergeblich, endlich aber doch noch mit Erfolg die Anregung gegeben haben (s. Jahrg. XXI [1890], S. 389—394), nun zu so herrlicher Blüte gediehen ist, dafs er selbständig dasteht und sich nicht mehr notgedrungen an eine andere Versammlung (Naturforscher, Philologen etc.) anschliefsen, dort so zu sagen zur Miete wohnen mufs.

Von noch weit gröfserem Gewicht aber und geradezu die Hauptsache ist der Umstand, dafs von nun an die Pflege und der Schutz der sogen. exakten Unterrichtsfächer nicht mehr, wie früher, von Einzelnen übernommen zu werden braucht, sondern, dafs gegenüber der Phalanx der Vertreter der sprachlich-geschichtlichen Lehrfächer, diese wichtige Seite des Unterrichts von einem zahlreichen, die besten Kräfte in sich schliefsenden, Vereine geschickt und kraftvoll vertreten wird.

Der Herausgeber d. Z.

schaften zu seiner diesjährigen Hauptversammlung auf das herzlichste zu begrüfsen und willkommen zu heifsen. Als Ostern v. J. in Berlin der Wunsch geäufsert wurde, die nächste Versammlung in einer Stadt des westlichen Deutschlands abzuhalten, um auch hier, wo der Verein bisher noch wenig Wurzel geschlagen, die Teilnahme für seine Bestrebungen zu wecken, da habe ich keinen Augenblick Bedenken getragen, ihn zu seiner nächsten Tagung nach Wiesbaden einzuladen. War ich mir auch wohl bewufst, dafs wir in grofsartigen Darbietungen mit der Reichshauptstadt nicht würden wetteifern können, so durfte ich doch auf die bewährte Anziehungskraft unserer lieblichen Bäderstadt, auf die Schönheit ihrer Umgebung, die herrlichen Wälder des Taunusgebirges und die Rebenhügel des Rheingaues mein Vertrauen setzen, und diese stattliche Versammlung liefert mir heute den Beweis, dafs ich mich in diesem Vertrauen nicht getäuscht habe. Weiter aber durfte ich annehmen, dafs gerade Wiesbaden nicht unwert sein werde der Ehre, die Hauptversammlung des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften zu begrüfsen. Ist doch der Sinn für gründliche und weitgehende Pflege gerade dieses Unterrichts schon vor Jahrzehnten hier heimisch und lebendig gewesen, haben doch an den hiesigen Schulen Männer gewirkt, von denen eine lebhafte Anregung und nachhaltige Wirkung gerade auf die heutige Generation von Lehrern ausgegangen ist, ich nenne nur Traugott Müller, Casselmann, Kirschbaum, Unverzagt, Männer, deren wir heute mit aufrichtiger Anerkennung und dankbarer Verehrung gedenken. Darum ist auch die Mitteilung von der Wahl Wiesbadens zum Ort der heutigen Versammlung von den hiesigen Fachkollegen mit lebhafter Freude begrüfst worden. —

M. H.! Wer der geistigen Entwickelung unserer Tage ohne Voreingenommenheit folgt, der wird gewahr, wie die sogenannten exakten Wissenschaften eine von Jahr zu Jahr wachsende Bedeutung für die Aufgabe des höheren Unterrichts gewinnen. Von Kant haben wir das stolze Wort, dafs jede Wissenschaft soviel Wahrheit enthalte, als Mathematik in ihr enthalten sei, und in der That sehen wir die einzelnen Disziplinen bei aller Fülle der empirisch zu Tage geförderten Thatsachen nach einfachen Grundvorstellungen ringen, die es gestatten, die Mannigfaltigkeit der Erscheinungen in die mathematische Formel zu fassen. Was Newtons Gravitationsgesetz der Mechanik der Himmelskörper, was Huyghens' Undulationstheorie der Lehre vom Lichte, das hat in unseren Tagen Hertz durch den Nachweis der elektrischen Wellen der Elektrizitätslehre geleistet, der Lehre von jener allgegenwärtigen, unser ganzes Dasein immer enger umspinnenden Kraft, von der Goethe vorahnend sagte, man könne sie unbefangen als die Weltseele betrachten. Will die Schule dem Gang dieser Entwickelung folgen, will sie ihre Schüler befähigen, den ruhenden Pol in der Erscheinungen Flucht zu verstehen, sich bei dem ungeheuren Reichtum der naturwissenschaftlichen Thatsachen eine einheitliche Auffassung zu machen, dann sieht sich gerade der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht vor eine Aufgabe gestellt, an deren Lösung man eben erst heranzutreten beginnt. Wenn ich die Bestrebungen unseres Vereins richtig verstehe, so erblickt er diese Aufgabe nicht in einem immer weitergehenden Auf- und Ausbau des mathematischen Systems, sondern vielmehr in einer tieferen Auffassung und fruchtbareren Anwendung der mathematischen Lehren. Der junge Mensch soll gewahr werden, was er durch Mathematik zu leisten vermag, er soll seine Raumanschauung entwickeln, Mafs und Zahl beherrschen, er soll die Qualität der Erscheinungen auflösen in quantitative Beziehungen, er soll jedem Problem die mathematische Seite abgewinnen, mit einem Worte, er soll mathematisch denken lernen. Diese tiefere Auffassung der Mathematik mehr denn ihre Erweiterung, ihre innige Durchdringung mit den exakten Naturwissenschaften, das ist es, worin unser Verein die besondere und wesentliche

Aufgabe dieses Unterrichts erblickt. Mögen die Verhandlungen, die heute und morgen hier gepflogen werden sollen, in Verbindung mit dem, was wir übermorgen in Frankfurt sehen werden, dazu beitragen, gerade diese Bestrebungen unseres Vereins energisch zu fördern.

Aber wir wünschen unserer Versammlung noch einen weiteren Erfolg, wir wünschen, daſs sich zwischen den Vereinsgenossen durch das gesprochene Wort, durch den Blick Auge in Auge auch ein engeres persönliches Verhältnis bilden möge. Wir hoffen, daſs die Tage, die Sie hier im Rhein- und Weinlande verbringen werden, auch die Herzen fröhlich machen und einander näher bringen, daſs sie dazu beitragen werden, alte Beziehungen und Freundschaften zu befestigen, neue zu knüpfen. Möge auch in dieser Hinsicht unsere Versammlung vom besten Erfolge gekrönt sein, möge sich auch bei unserem Vorhaben und Beginnen das Zauberwort bewähren:

Tages Arbeit, Abends Gäste,
Saure Wochen, frohe Feste!

Das sind die Wünsche, mit denen ich namens des hiesigen Ortsausschusses die Versammlung auf das herzlichste begrüſse und willkommen heiſse.

Herr Stadtrat Dr. v. Heyden begrüſste sodann die Versammlung im Namen des Magistrats der Stadt Wiesbaden, indem er hervorhob, daſs die städtischen Behörden der Versammlung das gröſste Interesse entgegenbrächten, und derselben sowohl für die Wissenschaft als auch für die Jugend, die später ihre Schulkenntnisse praktisch verwerten solle, den besten Erfolg wünschte.

Hierauf ergriff Herr Professor Pietzker aus Nordhausen als das gegenwärtig geschäftsführende Mitglied des Vorstandes das Wort, erwiderte mit herzlichen Dankesworten die warme Begrüſsung, die der Verein soeben von Seiten des Vertreters der Stadt Wiesbaden erfahren hatte, und begrüſste zugleich die anderen Ehrengäste, insbesondere den Vertreter des Königlichen Provinzial-Schul-Kollegiums zu Kassel, Herrn Geheimrat Dr. Lahmeyer, sowie den Direktor des Gymnasiums, Herrn Dr. Pähler, und den Vertreter des Nassauischen Vereins für Naturkunde, Herrn Sanitätsrat Dr. Pagenstecher. Er sprach die Hoffnung aus, die Anwesenheit aller dieser Herren als ein beredtes Zeichen dahin auslegen zu dürfen, daſs das Interesse an den Vereinsbestrebungen und die Überzeugung von dem Werte der exaktwissenschaftlichen Lehrfächer als eines unentbehrlichen Elements der allgemeinen Bildung über die Kreise der Fachmänner hinaus immer weiter sich verbreite.

Er teilte der Versammlung mit, daſs leider manche werte Mitglieder fehlten, so vom Vorstande die Herren Detmer und Krumme, welch letzterer ihn beauftragt habe, der Versammlung seine Grüſse und das Bedauern über sein Fernbleiben auszudrücken.*)

Im Anschluſs an diese Mitteilungen gab der Redner kurz die Gründe an, die den Vorstand bewogen haben, in Gemäſsheit der ihm satzungsgemäſs beiwohnenden Befugnis statt des ursprünglich in Aussicht genommenen Ostertermins die Pfingstwoche für die Abhaltung der Versammlung zu wählen. Diese Verlegung habe zugleich die Folge gehabt, daſs das gesegnete Stück Erde, auf dem man zusammenkomme, sich in seinem schönsten Schmucke zeige, die Frühlingspracht, die uns überall

---

*) Mit Herrn Direktor Krumme, der auch an der Vorbereitung der Versammlung namentlich durch persönliche Verhandlung mit den Frankfurter Herren einen wesentlichen Anteil hatte, wurden im Laufe der Versammlung Begrüſsungstelegramme gewechselt; auch von anderer Seite waren Begrüſsungen eingelaufen, ein Telegramm von Professor Bail in Danzig und ein Schreiben von Professor Iwkowits in Nisch in Serbien.

umgebe, lasse sich als Ausdruck der Hoffnungen deuten, die wir für unseren jungen, aufblühenden Verein hegen.

So trage die Umgebung dazu bei, der Versammlung ihr eigentümliches Gepräge zu verleihen, denn jede Versammlung habe ihre besondere, durch Ort, Zeit und Umstände bedingte Signatur, die sie von ihren Vorgängerinnen und Nachfolgerinnen unterscheide. Der Charakter der gegenwärtigen Versammlung sei noch durch einige andere Momente bedingt. Das eine derselben sei die Anknüpfung einer engeren Verbindung mit der Universität; von ganzem Herzen danke der Verein dem Herrn Professor Dr. Wiedemann aus Erlangen für die freundliche Bereitwilligkeit, mit der er der Aufforderung zur Übernahme eines Vortrags entsprochen habe; die Thatsache, dafs ein hervorragender Vertreter des Hochschulunterrichts, der Träger eines gefeierten Namens, zu uns rede, dazu auch die Wahl des Themas, der Wechselbeziehungen zwischen der Hochschule und den für dieselbe vorbildenden Anstalten, erwecke in uns die frohe Hoffnung, dafs wir eine immer engere Fühlung des exaktwissenschaftlichen Unterrichts mit der wissenschaftlichen Forschung und deren Vertretern, den Hochschuldozenten, gewinnen werden.

Das andere Moment sei die, auch bei keiner früheren Versammlung so stark in den Vordergrund getretene Betonung des Zusammenhanges, der zwischen den mathematisch-naturwissenschaftlichen Lehrfächern und der allgemeinen Bildungsaufgabe der Schule, beziehungsweise den Aufgaben des Lebens bestehe, für dessen werkthätiges Verständnis die lernende Jugend reif zu machen ja auch der exaktwissenschaftliche Unterricht zu seinem Teile berufen sei. Bei einem grofsen Teile der auf dem Versammlungsprogramm stehenden Vorträge liege ja gerade der Schwerpunkt in der Betonung dieses Zusammenhanges.

Da sei es denn auch noch besonders bedeutungsvoll, dafs die Versammlung ihren Abschlufs in Frankfurt finden werde, der Stadt, deren Namen man nicht aussprechen könne, ohne ihres gröfsten Sohnes, Goethes, zu gedenken. Denn in der Person dieses reichsten Geistes unserer Nation komme es zum vollendetsten Ausdruck, dafs die Naturforschung der allgemeinen Menschenbildung nicht feindlich gegenüberstehe, dafs die höchste Bethätigung schöner Menschlichkeit, die Dichtkunst, sogar von der forschenden Beschäftigung mit der Natur und ihren Gesetzen fruchtbare, selbst bestimmende Anregung erfahre.

Das seien die Einzelzüge in dem Charakter unserer Versammlung, die Hoffnungen, die wir an ihren Verlauf knüpfen, Gewinnung engerer Fühlung mit der Wissenschaft, der wir die Grundlagen unserer Thätigkeit entlehnen, engerer Fühlung auch mit dem Leben, für das wir die uns anvertraute Jugend zu unserem Teile vorbilden, beides vereinigt durch das Bewufstsein, dafs die Erkenntnis der Natur und ihrer Gesetzmäfsigkeit, deren Elemente wir unsern Schülern vermitteln, die Freude an der Schönheit dieser Natur, die volle Erfassung des Lebens, das sich in dieser Natur abspielt, nicht beeinträchtigt, sondern nur erhöht.

Mit dem Wunsche, dafs die bevorstehenden Verhandlungen zur Erreichung dieser Ziele wirksam beitragen möchten, erklärte nun der Redner Namens des Hauptvorstandes die dritte Versammlung des Vereins für eröffnet, zugleich übernahm er den Vorsitz in der ersten allgemeinen Sitzung. Als Schriftführer war Herr Escher, wiss. Hilfslehrer aus Wiesbaden, thätig. Dann erbat sich Herr Geheimrat Dr. Lahmeyer das Wort, um im Namen des Königlichen Provinzial-Schulkollegiums zu Kassel die Versammlung willkommen zu heifsen.

Derselbe bemerkte, es liege der Unterrichtsverwaltung sehr am Herzen, für die von dem Verein gepflegten Fächer unterrichtlich und wissenschaftlich voll durchgebildete Lehrer zu erhalten. Wenn der Verein in dieser Richtung wirke, so begrüfse die Unterrichtsverwaltung in ihm einen willkommenen Bundesgenossen.

Dem Herrn Geheimrat erwiderte der Vorsitzende nochmals mit kurzen Worten des Dankes für das von Seiten der Unterrichtsverwaltung dem Verein entgegengebrachte Wohlwollen; darauf erteilte er das Wort Herrn Professor Wiedemann zu nachstehendem Vortrag über:

Die Wechselbeziehungen zwischen dem physikalischen Hochschulunterricht und dem physikalischen Unterricht an höheren Lehranstalten:

„Wenn ich — so begann der Redner — der ehrenvollen Aufforderung Ihres Vorstandes gefolgt bin, vor Ihnen die Anschauungen zu entwickeln, die sich mir im Laufe der Jahre über die Beziehungen des Unterrichts in den mir zunächst liegenden Gebieten an den Hochschulen und den Schulen, welche zu denselben vorbereiten, aufgedrängt haben, so geschieht dies nicht ohne ein gewisses Bedenken, da ich niemals selbst als Lehrer an einem Gymnasium thätig gewesen bin. Sollten meine Anschauungen über den Physik- und Mathematikunterricht an den Schulen, die mit denen vieler meiner Kollegen übereinstimmen, auch scheinbar von denen mancher gewiegter Pädagogen abweichen, so bitte ich doch, sie nicht ohne Prüfung zu verwerfen; der Grund für die Abweichung liegt darin, daſs Sie als Schulmänner die Resultate des Unterrichts unmittelbar nach Abschluſs desselben prüfen und mit Recht ein Hauptgewicht darauf legen, daſs gewisse pädagogische Maximen gewahrt werden, während wir als Dozenten an den Hochschulen sehen, was von den auf der Schule erworbenen Kenntnissen in Fleisch und Blut übergegangen und noch nach mehreren Jahren dem Studenten gegenwärtig ist. Unsere Erfahrungen stützen sich dabei zunächst auf die verschiedenen Examina, vor allem die Doktorprüfungen und die Tentamina physica der Mediziner. Gegen die Ergebnisse von Prüfungen läſst sich einwenden, daſs dabei stets eine gewisse Befangenheit vorhanden ist. Indessen habe ich durch die Art, wie in Erlangen die praktischen Übungen organisiert sind, reichlich Gelegenheit gehabt, die betreffenden Erfahrungen nach den verschiedensten Richtungen hin zu ergänzen, auch habe ich mich bemüht, im Verkehr mit den Studenten im Laboratorium und im Repetitorium die Lücken in ihrer Vorbildung und in ihrer Ausbildung an der Universität aufzufinden; meine Assistenten haben mich getreulich unterstützt. Dabei habe ich für meinen eigenen Unterricht sehr viel gelernt. Manche meiner Illusionen sind zerstört worden; ich habe aber auch die Freude gehabt, daſs die im Unterricht erzielten Resultate von Jahr zu Jahr besser geworden sind. Vielleicht darf ich daher hoffen, durch meinen Bericht etwas zu der Förderung der uns gemeinsam am Herzen liegenden Fragen beizutragen. In demselben möchte ich darlegen, einmal welche Vorbereitung wir uns von den Schülern, die auf die Hochschule kommen, wünschen — denn in der richtigen Vorbildung auf der Schule liegt ja auch die Gewähr, daſs unsere Bestrebungen erfolgreich sind — und dann, wie wir wohl am besten an den Hochschulen die Lehrer zum Unterricht der Schüler vorbilden.

Der Unterricht in der Schule soll nach zwei Richtungen wirken, er soll einmal ganz unabhängig von dem behandelten Stoff gewisse geistige Fähigkeiten der Schüler entwickeln, die Fähigkeit Schlüsse zu ziehen, das logische Denken fördern, oder aber dem Schüler spezielle Kenntnisse für das spätere Leben, für den späteren Beruf mitgeben. Zu untersuchen, wie für die erstere Aufgabe etwa die Naturwissenschaften oder die Mathematik zu verwenden sind, das ist vor allem Sache des Schulmannes; ich werde mich daher nur mit der zweiten Aufgabe befassen und dabei selbstverständlich mit ein paar Worten neben der Physik auch auf ihre Schwesterwissenschaft, die Mathematik, eingehen. Decken sich die Erfahrungen bei Ihrer Thätigkeit und bei der der akademischen Lehrer, so ist selbstverständlich mit doppeltem Nachdruck dahin zu streben, daſs der Unterricht dementsprechend gestaltet wird. Ich glaube daher schon jetzt

eine Reihe von Punkten berühren zu dürfen, die nach der Tagesordnung uns noch in den Sitzungen der einzelnen Abteilungen beschäftigen werden.

Für den Dozenten an der Hochschule ist in bezug auf den mathematischen Unterricht vor allem wichtig, dafs die mathematischen Formeln nicht blofs verstanden worden sind und bei ihrer Ableitung zur Bildung des mathematischen Denkens gedient haben, sondern dafs sie dem Studenten zum Gebrauch stets gegenwärtig sind, d. h. dafs neben dem theoretischen Gesichtspunkt auch der praktische berücksichtigt wird. Es ist geradezu unglaublich, wieviel von den Gegenständen, die in der Elementarmathematik gelehrt worden sind, schon innerhalb eines Universitätsjahres weit unter die Schwelle des Gedächtnisses gesunken ist, oder doch nur einen absolut unfruchtbaren Formelkram darstellt.

Einige wenige besonders häufig vorkommende Beispiele seien hier angeführt. Zunächst möchte ich auf die Mühe hinweisen, welche die meisten jungen Herren schon bei der Lösung der einfachsten Aufgaben aus der Regel de tri haben. Die Bedeutung der umgekehrten Proportionalität ist für viele Studenten ganz unklar. Der gewöhnliche Schlufs aus dem Gravitationsgesetz ist der, dafs bei doppelter Entfernung die Kraft die vierfache ist; erst ganz allmählich gelingt es, diese Vorstellung auszumerzen, am besten, wenn man betont, dafs von allen Kräften allein die Sehnsucht mit der Entfernung wächst.

Vor der Benutzung der Logarithmentafel haben fast alle eine Scheu; einen Teil des Grundes hierfür sehe ich in der Anwendung der viel zu umständlichen siebenstelligen Tafeln*) auf der Schule; sie sollten dort absolut verbannt werden; solange man nur mit Zahlen rechnet, reichen vierstellige aus, bei der Trigonometrie fünfstellige.

Die für uns so wichtigen Begriffe von Sinus und Tangente und Kosinus sind verwischt. Wie oft erhalte ich von einem Mediziner bei der Frage nach dem Sinus die Definition hergeschnarrt: „Verhältnis der gegenüberliegenden Kathete zur Hypotenuse“; den Sinus eines gegebenen Winkels zu ziehen ist er aber nicht imstande, und darauf kommt es doch an. Verbände man die Trigonometrie mit Vermessungskunde, so würde so etwas weit seltener vorkommen. Der Gegenstand bekäme auch für den zukünftigen Juristen und Theologen Interesse, da sie mit Problemen der Praxis vertraut werden, deren Unkenntnis ihnen später recht lästig werden kann.

Ähnliche Erfahrungen könnte ich noch viele anführen. Sie liefsen sich zum grofsen Teil vermeiden, wenn man in der Schule im mathematischen Unterricht nicht hauptsächlich mathematische Sätze entwickelte und eine Fertigkeit im Rechnen ausbildete, sondern vor allem die im Leben vorkommenden Anwendungen erläuterte. Man mufs dabei die Aufgabe äufserst einfach wählen, damit die Aufmerksamkeit nicht vom Wesentlichen aufs Unwesentliche abgelenkt werde. Vor allem mufs man sich hüten Beispiele zu geben, die in Wirklichkeit unmöglich sind. Beispiele für die Mathematik bietet die Physik in reicher Fülle; ich meine, man sollte die Physik selbst in den ihr angewiesenen Stunden wesentlich experimentell behandeln und dafür aus ihr und eventuell aus der Chemie die mathematischen Aufgaben entnehmen. Wird z. B. Optik gelehrt, so wären in der Physikstunde die Erscheinungen an den Linsen experimentell abzuleiten, in der Mathematikstunde dagegen als Beispiele für Trigonometrie und die Sätze über ähnliche Dreiecke zu benutzen. In der Lehre von

---

*) Diese Klage dürfte kaum mehr Berechtigung haben. Man vgl. übrigens die betr. Artikel im letzten Jahrgang ds. Z. — Überhaupt dürften manche der hier vorgebrachten Klagen nicht überall zutreffen.

D. Referent.

der Kongruenz der Dreiecke wäre die Lage des Bildes in einem ebenen Spiegel zu behandeln.

Wie oft kommt es mir vor, dafs Studenten nicht wissen, dafs die Bilder in ebenen Spiegeln hinter denselben gelegen sind. Beispiele für ähnliche Dreiecke lassen sich ferner aus den Erscheinungen am Hebel, an der schiefen Ebene, für die Stereometrie aus der Berechnung der spezifischen Gewichte aus Rauminhalt und Gewicht gewinnen. Durch solche Aufgaben werden sowohl die mathematischen Sätze, als auch die physikalischen Erscheinungen klarer, als bei einer rein theoretischen Entwickelung.

Bei dem Unterricht in der Mathematik darf man nicht vergessen, dafs eine formale Behandlung derselben, abgesehen von ihrem logischen Bildungswert, noch weit unfruchtbarer ist, als eine entsprechende Behandlung der Grammatik. Letztere erleichtert die Beschäftigung mit anderen Sprachen, während erstere bei den meisten von der Schule abgehenden Studenten doch nur eine äufserst geringe Verwendung findet. Sehen aber Schüler und Eltern, wie das scheinbar so krause Formelwerk sich verwenden läfst, so gewinnt der ganze Unterricht an Bedeutung und so manche scharfe Äufserung über die Nutzlosigkeit der Mathematik und die Weltfremdheit derselben fällt fort.

Behandeln wir jetzt den Unterricht der Physik auf der Schule! Bei der Frage, welche Gegenstände hier aus dem Gebiet der Physik besonders zu erörtern sind, kommt zunächst ganz besonders die pädagogische Aufgabe in Betracht, bei der es sich darum handelt, die Schüler zum Beobachten anzuleiten, und dann die rein praktische Frage nach der Vorbereitung für das spätere Leben und die späteren Studien. In erster Hinsicht ist es meiner Ansicht nach eine Sache der persönlichen Neigung ob ein Lehrer den Schülern elektrische oder akustische Versuche vorführen will, oder ob er dazu eher optische Erscheinungen auswählt. In bezug auf den Gesamtunterricht wäre es mir am sympathischsten, wenn dem Schüler in einer Reihe von Einzeldarstellungen die hauptsächlich in der Technik und im Leben angewandten Teile der Physik vorgeführt würden. Von wenigen experimentellen Thatsachen und einfachen Versuchen ausgehend und mit wenig Formeln lassen sich grofse Gruppen derselben darstellen, so die einfachen Maschinen, die Erscheinungen des Verdampfens, des Siedens und Schmelzens mit Berücksichtigung der Meteorologie, die optischen Instrumente, das Ohm'sche Gesetz, die Erscheinungen der Induktion und die Dynamomaschinen u. a. m.

In der Optik würde ich aber z. B. für gewöhnlich nicht die Polarisation behandeln, sondern nur die jetzigen Anschauungen über das Wesen des Lichts als Schwingungen mitteilen.

Eine solche Einzeldarstellung würde auch die Besprechung des Planetensystems im Anschlufs an die Gesetze der Fernewirkung zu umfassen haben, erläutert an Versuchen und Modellen. Wie wünschenswert dies ist, zeigt die Erfahrung, dafs Mediziner vor dem Physikum noch an der Anschauung festhalten, dafs die Erde feststehe und die Sonne sich um sie bewege.*) Dafs bei den wichtigsten Erscheinungen und Gesetzen auch die Namen der Entdecker zu nennen sind, wie Copernikus, Kepler, Newton, braucht wohl eigentlich nicht hervorgehoben zu werden: wohl 30% der Mediziner, welche ich befragte, haben nichts von Copernikus gewufst. Auch die Verdienste der bedeutendsten Zeitgenossen, eines Siemens und Helmholtz, wären zu betonen.

---

*) Ist doch kaum glaublich! Zumal in Bayern (der Vortragende wirkt ja an einer bayr. Universität — Erlangen) für das zweite Semester der Oberprima die Elemente der astronomischen Geographie vorgeschrieben sind. S. Günther, Grundlehren d. mathem. Geographie etc. München 1886, Vorwort S. IV. D. Red.

Man könnte ja meinen, dafs die Universität den Studierenden diese Kenntnisse mitteilen sollte, sie thut dies auch bei einzelnen Klassen derselben, so bei den Studierenden der Medizin und Naturwissenschaften, bei anderen aber doch nur in Ausnahmefällen.

Eine Behandlung der Physik in dem eben geschilderten Sinne würde auch zugleich der Stellung derselben als allgemeinem Bildungselement entsprechen.

In keinem Falle kann es aber, glaube ich, Aufgabe der Schule sein, eine systematische Übersicht über das ganze Gebiet der Physik zu geben oder auch nur einzelne Teile derselben erschöpfend darzustellen. Ja, ich meine, man sollte selbst viele theoretisch wichtige Gebiete, die nicht ins Leben eingreifen, vollkommen fortlassen; diejenigen Studierenden, für die diese Gebiete von Bedeutung sind, lernen sie später doch kennen. In vollständiger Übereinstimmung mit einem mir nahestehenden Gelehrten, der sich gerade mit Elektrizität auf das Eingehendste befafst hat, scheint mir z. B. eine zu ausgedehnte Beschäftigung mit Elektrostatik nicht zweckmäfsig zu sein, und zwar ganz abgesehen von der Unsicherheit des Gelingens der betreffenden Versuche, wie sie uns wenigstens oft genug entgegentritt. Hier ist für Selbstbeschäftigung des Schülers das beste Feld geboten.

Von allgemeinen Begriffen sind aufser denen der Kinematik, dem der Kraft und der Masse, nur die des Arbeitsvorrates, der Energie in ihren beiden Formen als potentielle und kinetische Energie einzuführen, unter sorgfältiger Vermeidung des Wortes Spannkraft.

Nicht genug kann das Prinzip von der Erhaltung der Energie (nicht Kraft) in seinen verschiedenen Anwendungen betont werden. Entwickelt man den Begriff der Arbeit gleich nach Einführung der Kräfte, etwa an der Arbeit, die beim Heben von Gewichten geleistet wird, so kann man zeigen, wie bei allen Maschinen, einschliefslich der schiefen Ebene, die geleistete Arbeit gleich der verbrauchten ist. Hierin liegt auch ein grofses pädagogisches Moment.

Hat der Schüler erst bei einer kleinen Anzahl von Thatsachen gesehen, wie diese sich dem allgemeinen Satz der Äquivalenz der Engergien unterordnen, so wird er von selbst später auf die Gültigkeit desselben achten. Zugleich wird ihm viel geistige Arbeit erspart; statt lauter Einzelthatsachen zu merken, genügt es, ein allgemeines Prinzip zu erfassen, und sich seine Bedeutung an einer Reihe typischer Fälle zu vergegenwärtigen, um alle anderen ihrem Wesen nach zu verstehen. Ich erinnere nur daran, wie einfach der Flächensatz in der Planetenbewegung aus obigem Prinzip folgt. Wir haben, mit Mach zu reden, eine „Ökonomie des Denkens."

Bringen die Schüler die oben genannten Begriffe klar auf die Universität, so wird uns unser Unterricht in hohem Grade erleichtert, ja ich glaube, er wird in vielen Fällen erst wirklich nutzbringend. Die Einführung des Begriffs des Potentials würde ich dagegen in Übereinstimmung mit vielen Physikern aus der Schule verbannen. Lassen sich gewisse Erscheinungen ohne Einführung desselben nicht erklären, so mufs man sich mit einer experimentellen Vorführung begnügen. Um wirklich den Begriff des Potentials nutzbringend zu verwenden, mufs derselbe in ganz anderer Weise geistig verarbeitet werden, als dies für einen Schüler möglich ist, da bei ihm die in der Schule und zu Hause zu verarbeitenden Gegenstände viel zu schnell wechseln. Ich weifs, welche Mühe meinen Schülern noch auf der Universität die Beherrschung dieses Begriffs gemacht hat. Wirkliches Verständnis haben wir erst erhalten, als wir ihn selbst in Vorlesungen entwickeln mufsten. Mit der Einprägung der Definition des Potentials und der Möglichkeit dasselbe rechnerisch zu verwerten, ist für den Schüler absolut nichts gewonnen.

Ich weifs wohl, dafs manche der hier anwesenden Herren anderer

Ansicht sind; ob aus pädagogischen Gründen die Behandlung des Begriffs Potential von Wert ist, möchte ich nicht entscheiden, als Vorbereitung für das spätere Studium scheinen mir aber andere Dinge wichtiger zu sein.

Noch eine Bitte möchte ich aussprechen. Bei der Behandlung der Kinematik, der Beziehung zwischen Weg und Zeit, sollte man die graphische Darstellung der Abhängigkeit zweier Gröſsen von einander durch Koordinatensysteme erläutern, also hier von Weg und Zeit, und dies, wo es irgend möglich, wiederholen. Man gelangt so leicht zu dem eminent wichtigen Begriff der Funktion. Diese graphischen Darstellungen gewinnen von Tag zu Tag gröſsere Bedeutung und bilden einen der Gegenstände, deren Kenntnis beim Studium der meisten Wissenschaften, nicht nur der Naturwissenschaften, ohne weiteres vorausgesetzt wird. Nichtsdestoweniger fand ich die Zahl der Studierenden, welche dieselben kennen, recht klein. Natürlich ist die graphische Darstellung an möglichst vielen Beispielen zu erläutern, so an den Temperatur- und Barometerstandskurven in der Meteorologie, an den Fieberkurven in der Medizin u. s. w. Besonders ist die Kurve für eine periodische Bewegung, die ja in der Kinematik zu besprechen ist, hervorzuheben.

Ein einheitliches Lehrbuch,*) das in der oben skizzierten Weise die Physik darstellt, fehlt uns noch, wie mir scheint, wenn auch in den Helmholtz'schen populären Abhandlungen, in Tyndalls Werken und an anderen Stellen einzelne Gebiete in wahrhaft klassischer Weise vorgeführt werden.

Besonders möchte ich hier noch gegen zu ausführliche Lehrbücher zum Gebrauch in der Schule meine Bedenken nicht verhehlen; weder der junge Schüler noch der Lehrer weiſs die Auswahl zu treffen. Häufig übersteigt in den für die Schule bestimmten Büchern der behandelte Stoff weit den an Universitäten in der Experimentalphysik vorgetragenen.

Eine vorzügliche Ergänzung des mathematischen und physikalischen Unterrichts liegt in der Ausführung praktischer Übungen; vor allem würden dabei zwei Richtungen zu beachten sein. Einmal soll die Fähigkeit des Schülers zu beobachten gefördert werden, seine Geschicklichkeit in der Zusammensetzung von Apparaten gehoben, also eine Art Handfertigkeitsunterricht mit naturwissenschaftlichen Zielen gegeben werden. Gebiete, die sich hierzu eignen, sind in allen Teilen der Physik vorhanden. Indes muſs man der freiwilligen und freien Thätigkeit des einzelnen möglichst viel Spielraum lassen und möglichst wenig vorzuschreiben suchen. Ein schief stehender, mit allen möglichen Fehlern von dem Schüler ohne feine Werkzeuge konstruierter Apparat ist mir zehnmal lieber, als wenn er elegant aussieht und überall die Hand des Lehrers erkennen läſst. „Der Physiker muſs mit der Feile sägen und mit der Säge hobeln" sagt ein groſser Experimentator. Ein Gebiet eignet sich besonders zu solchen Versuchen, das ist die Elektrostatik; als Elektrizitätsquelle diene dabei der Elektrophor, und zwar der alte Harzelektrophor.

Eine zweite sehr wichtige Aufgabe haben die praktischen Übungen insofern, als sie dem Schüler die Grundbegriffe der Physik und Mathematik durch experimentelle Beispiele einprägen. Die auszuführenden Versuche müssen die denkbar einfachsten sein. Die Dichte eines Körpers

*) Bei einem Ferienkursus wandten sich die Teilnehmer an den Professor der Physik und baten ihn um ein Urteil über die gebräuchlichsten Lehrbücher der Physik für Schulen. Es stellte sich heraus, daſs ihm überhaupt ein derartiges Buch nicht bekannt war. Sollte einer derartigen vollkommenen Gleichgültigkeit der Hochschulprofessoren an dem Bildungsmaterial der höheren Schulen nicht auch ein wesentlicher Teil der Schuld beizumessen sein, wenn über die Vorbereitung auf den höheren Schulen geklagt wird? Der Referent.

bestimmt man am besten aus der Messung des Gewichts und des Volums aus seinen Dimensionen, wobei die Formeln der Stereometrie eine gute Wiederholung finden.

Aber wie es auf der Universität nicht die Aufgabe sein kann, einen Studenten in den Semestern in eine Methode mit ihren Feinheiten einzuführen, so soll die Schule überhaupt nur die Gesetze und die auftretenden Gröfsen kennen lehren, aber nicht die Schüler zu Messungen von Konstanten anleiten. Derartige Arbeiten müssen der Hochschule vorbehalten bleiben.

Noch nach einer Seite kann der Schulunterricht unsere Thätigkeit auf der Universität unterstützen, nämlich im Zeichenunterricht. So oft als möglich lasse ich die Studenten an die Tafel kommen, um dort ihre Kenntnisse darzulegen. Die Unbehilflichkeit aber, selbst die einfachsten Apparate mit ein paar Strichen wiederzugeben, die einfachsten Konstruktionen ohne Zirkel und Lineal zu zeichnen, ist geradezu erbarmungswürdig, und doch ist es für alle Menschen von hohem Wert derartige Skizzen zu entwerfen und bei der Wiedergabe des Gesehenen das Wesentliche vom Unwesentlichen zu trennen. Dazu sollte ihm der Unterricht auf der Schule helfen; kann er aufserdem dem Schüler noch ästhetische Förderung zukommen lassen und ihn in die verschiedenen Stilformen einführen, um so besser.

Die Lehrer an den Gymnasien können aber noch in einer Hinsicht der Universität in gar nicht genug zu schätzender Weise vorarbeiten und zugleich den Fortschritt der Wissenschaft fördern. Einem jeden von Ihnen sind gewifs Schüler begegnet, die ein besonderes Interesse für das von Ihnen vertretene Gebiet haben. Nehmen Sie sich derselben persönlich an und unterweisen Sie dieselbe aufserhalb der vorgeschriebenen Stunden, so können Sie ihrer und der Wissenschaft Dank versichert sein. Ich weifs, mit wie grofser Freude sich mein Vater der Anregungen erinnert, die ihm von den bekannten Gelehrten Dr. Seebeck und Direktor August geworden, und wenn ich selbst heute vor Ihnen sprechen darf, so verdanke ich das nicht zum mindesten meinem hochverehrten Lehrer, Professor Treutlein, der manchen Sonntag vormittag geopfert, um mich in die Geheimnisse der Kristallographie einzuweihen.

Auch eines anderen, freilich dahingegangenen Lehrers, eines Herrn Olfe in Braunschweig, möchte ich gedenken. Wie Professor Treutlein mich in Mathematik und Kristallographie, so hat er mich in Botanik und gewisse Teile der Zoologie eingeweiht. Er hat mich gelehrt, Pflanzen und Tiere zu sammeln und zu bestimmen. Aus jener Zeit habe ich eine Vorliebe für die alte Richtung des botanischen Unterrichts, für das Anlegen von Herbarien behalten und die Freude an der Systematik. Ich möchte nach meinen eigenen Erfahrungen auch noch jetzt vor allem in den mittleren Klassen die Hauptaufgabe der naturgeschichtlichen Disziplinen darin sehen, dafs sie den Knaben lehren, die ihnen entgegentretenden Naturobjekte zu unterscheiden und zu ordnen; die Dinge mit offenen Augen zu betrachten und dadurch einen erhöhten Genufs an denselben zu gewinnen. Jetzt habe ich als Vater noch die Freude, Dank jenem längst verflossenen Unterricht, die Namen der Pflanzen und Tiere meinen Kindern nennen zu können, und bin nicht wie so viele andere genöthigt, stets abzuweisen: „Fragt doch nicht so viel!“ Ein solcher Unterricht in den beschreibenden Naturwissenschaften mag ja relativ elementar erscheinen, er trägt aber bei einem jeden in seinen Kindern Früchte, zugleich lehrt er alle diejenigen, die später Naturwissenschaften oder Medizin studieren, sehen, wie dies bei nichts Anderem der Fall ist.

Wenn ich in meinen Ausführungen nur Wünsche geäufsert habe, und nicht auch den Dank für die Leistungen unserer Gymnasien ausgesprochen, so kommt wohl darin eine allgemeine Neigung des Menschen zum Ausdruck, die das Gute als selbstverständlich hinnimmt, aber eben weil es

so gut ist, hofft, dafs sich mit ihm noch das verbinden läfst, was ihm speziell als besonders wünschenswert erscheint. Sind meine Wünsche ganz oder zum Teil berechtigt, so sind sie gewifs auch schon Ihnen selbst entgegengetreten; da Sie aber nicht durch Ihre Thätigkeit in die Notwendigkeit versetzt waren, gerade auf Berücksichtigung dieser Seite hinzuarbeiten, so erschienen sie Ihnen vielleicht weniger wichtig.

Wir wollen uns nun zur Besprechung der Verhältnisse an den Universitäten wenden.

Betrachten wir zunächst die mathematischen Studien, so nehmen dieselben in der Ausbildung des zukünftigen Lehrers eine ganz überwiegende Stelle ein, die zum Teil durch die historische Entwicklung bedingt ist; denn bis vor kurzem traten ja in den Schulen die naturwissenschaftlichen Studien sehr in den Hintergrund. Mir scheint aber, dafs unter den jetzigen Verhältnissen auf erstere (die mathem. St.) ein zu grofses Gewicht gelegt wird und ein zu kleines auf Physik und Chemie. Dies spricht sich schon in den Verordnungen für die Prüfungen aus.

Die Mathematik soll in den Staatsprüfungen der Oberlehrer nach allen möglichen Richtungen und bis in die höchsten Gipfel von dem Examinanden beherrscht werden, bis in Gebiete, die zu den in der Schule gelehrten auch nicht die geringste Beziehung haben, deren Schwierigkeit auch eine so grosse Zeit des Studiums beansprucht, dafs für die übrigen Disziplinen nur wenig Raum bleibt. In der Physik dagegen wird kaum eine experimentelle Gewandheit verlangt. Die Chemie wird nur so nebenbei geprüft.

Wenn der mathematische Unterricht sich auf der Universität so entwickelt hat und wohl, da von aufsen, etwa von den Nachbarwissenschaften keine Beeinflussung eintrat, auch derart entwickeln mufste, dafs er oft sich selbst unbewufst mehr die Aufgabe betont, mathematische Forscher als zukünftige Lehrer der Mathematik und Physik auszubilden, so liegt dies in der eigenartigen Stellung des Studiums der Mathematik sowohl an der Universität selbst, als auch im Verhältnis derselben zu der Mathematik an der Schule.

Der Dozent der Mathematik hat, wie zur Zeit die Dinge liegen, schon in seinen Anfangsvorlesungen nur solche Studierende vor sich, für die seine Wissenschaft ein Spezialstudium bildet, oder die derselben, wie die Physiker, als eines absolut notwendigen Hilfsmittels für ihre zukünftigen Studien bedürfen; er kann daher von ihnen erwarten, dafs sie seinen Entwicklungen mit gröfster Aufmerksamkeit folgen und dieselben zu Hause ausarbeiten. Der Dozent der Mathematik braucht so von vornherein nicht daran zu denken, dem Studierenden bestimmte Kenntnisse mitzuteilen, sondern er richtet oft sein Hauptaugenmerk darauf, ihn mathematisches Denken zu lehren, ohne Rücksicht auf die Verwendbarkeit der Probleme, die ihm dazu gedient haben. Der Dozent der Physik mufs dagegen stets berücksichtigen, dafs er Studierende aller Art, so z. B. Mediziner und Chemiker, vor sich hat, für deren Bedürfnisse er Sorge tragen mufs. Er kann nur ganz ausnahmsweise spezielle Fragen behandeln; davor schützt ihn auch im Vergleich mit den Dozenten der anderen Naturwissenschaften, dafs er zu ihrer Lösung stets der höheren Mathematik bedarf. Der Dozent der Physik ist also schon durch äufsere Gründe verhindert, seine Wissenschaft in einseitiger Weise zu lehren.

Die Stellung des mathematischen Unterrichts an der Universität ist aber auch im Verhältnis zu dem späteren Unterricht in der Schule im Vergleich mit der entsprechenden Stellung fast aller anderen Wissensgebiete eine eigenartige. Während in den Naturwissenschaften und auch in den philologischen Gebieten die höheren Vorlesungen im allgemeinen eine Erweiterung und tiefere Begründung der elementaren darstellen, so treten in den hohen Gebieten der Mathematik fast durchweg ganz neue Probleme zu den in der Schule behandelten hinzu, deren Kenntnis daher

auch für das Verständnis der letzteren nicht durchaus erforderlich ist. Eine Ausnahme machen die elementaren Teile der höheren Mathematik, die Differential- und Integralrechnung, analytische Geometrie und Mechanik; doch werden auch sie aus den eben angegebenen Gründen oft als rein mathematische von allen Beziehungen zu realen Dingen losgelöst behandelt, so daſs auch für sie die Brücke zu der Schulmathematik abgebrochen erscheint. Diese Gebiete bilden aber einmal den Abschluſs der elementaren Mathematik im engeren Sinne des Wortes; für viele in letzter aufgestellte Sätze geben sie die strenge Begründung, zugleich sind sie die Grundlage für die eigentlich hohe Mathematik.

Ihre Kenntnis ist sowohl von dem Mathematiker wie von dem Physiker absolut zu fordern, denn letzterer hat fort und fort ihre Sätze und Entwickelungen zu benutzen. Im Interesse der zukünftigen Lehrer sowohl, als auch im Interesse unserer jungen Physiker würde ich es sehr wünschen, daſs die eben genannten Fächer zunächst in einfacherer Form ohne die vielen neuen, hochinteressanten Betrachtungen über Einzelheiten, die doch erst in höheren Semestern gewürdigt werden können, vorgetragen würden, und zwar z. B. die Geometrie nicht als ein Teil der Algebra mit Determinanten etc., sondern als wirkliche Geometrie. Die Beispiele sollten thunlichst den Problemen der Physik entnommen werden. Dadurch wird auch der Verstand der jungen Leute weit mehr geübt als durch rein formale mathematische Entwickelungen. Hier können uns die Engländer als Muster dienen, die einen ganz ausnehmend groſsen Wert darauf legen, daſs ihre Studenten stets imstande sind, die mathematischen Ansätze für physikalische Aufgaben zu finden und zu lösen. Der englische Student muſs diese Richtung pflegen, da darauf das Bestehen der zahlreichen Examina an den Kollegs beruht. Ausdruck gewinnt diese ausnehmend praktische Tendenz in den zahlreichen Beispielen, die den englischen Lehrbüchern beigefügt sind.

Etwas, wenn auch lange nicht in dem Maſse, findet sich diese Richtung in Frankreich wieder. Ich glaube, wohl nicht mit Unrecht, zum Teil die Erfolge Lord Kelvins, Lord Rayleighs, J. J. Thomsons, Taits und vieler anderer englischer Physiker gerade dieser Schulung zuschreiben zu sollen.

Um auch für uns diese Ausbildung mit ihren Vorteilen zu erzielen, wäre es nötig, die elementareren mathematischen und mathematisch-physikalischen Seminare an der Universität mehr zu betonen und in beiden die Probleme weniger abstrakt zu behandeln.

Für den zukünftigen Lehrer ist auf der Universität auch eine eingehende Beschäftigung mit der eigentlichen Elementar-Mathematik, wie er sie später auf der Schule braucht, wesentlich und nötig; geschieht dies in besonderen Vorlesungen, so ist Gefahr vorhanden, daſs die Theorie zu sehr überwiegt. Schon im Interesse der Chemiker und Mediziner ist aber zu hoffen, daſs mehr und mehr eine elementare Vorlesung, eine Wiederholung der Schulmathematik mit Übungen auf der Universität gehalten wird, die ein Hauptgewicht auf das Nötige legt. Diese ebenso wie die Anfangs-Seminare, wären zweckmäſsig, wenigstens zum Teil, den Privatdozenten der Physik zu übertragen, da sie vor allen die späteren Anwendungen kennen; sie sollte auch stets von dem zukünftigen Lehrer besucht werden.

Im Anschluſs an die Experimentalphysik wären noch rechnerische Übungen von einem Assistenten zu halten. In den dabei auftretenden Problemen finden die Sätze der Elementarmathematik fort und fort Anwendung, sie gehen dadurch mehr und mehr in Fleisch und Blut über als bei einer rein theoretischen Behandlung. Der zukünftige Lehrer sieht auch, wenn er sich so selbst in der Behandlung elementarer mathematischer Sätze üben muſs, wo ihm Schwierigkeiten entgegentreten; sein Unterricht auf der Schule wird dadurch viel sicherer.

Um aber etwaigen Mifsverständnissen zu begegnen, möchte ich betonen, dafs es durchaus nötig ist, dafs der zukünftige Lehrer der Mathematik und Physik neben diesen Vorlesungen auch in der höheren Mathematik eine Reihe Vorlesungen hört und in einem hohen mathematischen Seminar mitarbeite, da dadurch sein mathematisches Denken in besonderem Grade geschärft wird.

Wie soll sich nun das Physikstudium gestalten? Ganz naturgemäfs hört der Student in den ersten 2 Semestern Experimentalphysik. Es ist für alle Kreise der Studierenden sehr bedauerlich, dafs nicht als Regel gilt, die Vorlesungen gerade in diesen Semestern selbst dann nicht zu schwänzen, wenn die jungen akademischen Bürger im übrigen die Absicht haben, zu Hause nichts zu arbeiten; denn die hier vorgeführten Erscheinungen können sie unmöglich aus Büchern lernen. Gar leicht kommen freilich Studenten, die auf der Schule von der Physik zu viel und nicht in richtiger Weise gehört und auch verstanden zu haben glauben, zu der Vermutung, in einer elementaren Vorlesung über Physik nichts mehr lernen zu können. Die Thorheit dieser Auffassung rächt sich später in empfindlicher Weise. Die Experimental-Physik hören Studenten der verschiedensten Vorbildung und der mannigfachsten Lebensziele, fast so mannigfach, wie sie auf der Schule dem späteren Lehrer entgegentreten, Mathematiker und Physiker, Chemiker, Pharmazeuten und bei uns in Bayern nicht selten auch Juristen und Theologen. Dementsprechend stellt der Dozent das Experiment durchaus in den Vordergrund und meidet möglichst mathematische Rechnungen. Die Ableitung der Gesetze wird in den meisten Fällen durch allgemeine Betrachtungen ersetzt, die, wenn sie auch nicht die spezielle Formel ergeben, doch die Abhängigkeit der einzelnen Gröfsen von einander erkennen lassen. Es ist mir immer interessant zu sehen, wie die Augen der Studierenden aufmerksam auf den Dozenten gerichtet sind, so lange er experimentiert und durch allgemeine Schlüsse die Fragen klar zu legen sucht, wie aber in dem Moment die Gedanken abirren, sobald er beginnt, Formeln an die Tafel zu schreiben.

Aber auch aus prinzipiellen Gründen wäre sowohl in diesen einleitenden Vorträgen, als auch auf der Schule ein Zurückdrängen der mathematischen Entwickelungen wünschenswert. Es kann hier oft das Wort Goethes mutatis mutandis angewandt werden: „Da wo die Begriffe fehlen, stellt sich zur rechten Zeit die Formel ein. Sind auch implicite in der formalen mathematischen Abteilung aus einem Grundsatze die einzelnen zum Ziel führenden Schlüsse enthalten, welche die aus ihm folgenden Erscheinungen bestimmen, so treten sie dem Schüler doch nicht ohne weiteres entgegen. Wenn aus einer Differentialgleichung ein bestimmtes Gesetz folgt, und in den Prozessen der Integration derselben alles enthalten ist, was sich aus den der Gleichung zu Grunde liegenden Annahmen folgern läfst, so sagt doch die Formel und die Integration derselben zunächst nichts über die wirklichen Vorgänge aus. Ich brauche wohl nicht noch einmal zu betonen, wie hoch ich die Anwendung der Mathematik für die Physik schätze, ich möchte in derselben aber nicht ein Universalheilmittel sehen und wünschte, dafs in den elementaren Teilen des Unterrichts nicht mehr als nötig von derselben Gebrauch gemacht würde. Denn hier handelt es sich darum, die Vorstellungen und die Begriffe, welche die Grundlage für den späteren Unterricht bilden, festzulegen.

Eine Hauptaufgabe des Dozenten ist, neben der Mitteilung der einzelnen gefundenen Thatsachen zu zeigen, wie sich um dieselben ein einheitliches Band schliefst, welche Hypothesen über das Wesen der Materie aufgestellt sind, und wie aus ihnen die Einzelgesetze fliefsen. Besonderes Gewicht mufs auf das Prinzip der Erhaltung der Energie gelegt werden. Zugleich zeigt er, wie die gewonnenen Erfahrungen im

Leben Anwendung finden, und wie die Gesetze in den verschiedenen anderen Naturwissenschaften zur Geltung kommen.

Für den zukünftigen Lehrer hat diese Vorlesung einen ganz besonderen Wert, es ist ja sein späteres Lehrgebiet in etwas anderer Form. Viele der Versuche kann er wiederholen, manche Entwickelungen benutzen; dabei darf er allerdings nicht vergessen, dafs er Schüler vor sich hat, die neben seinem Gebiet gar viel anderes lernen müssen, und dafs er gewisse experimentelle Hilfsmittel nur im Notfall benutzen soll, so vor allem die Projektion etwa mit dem Skioptikon. Die Anwendung derselben und zwar vor allem in der Schule möchte ich möglichst vermieden sehen. Denn um sie zu benutzen, mufs das Zimmer verdunkelt werden; dafs dies für die Disziplin nicht gerade von Vorteil ist, weifs jeder, der sich noch seiner Jugend erinnert oder sich von augenblicklich auf der Schulbank sitzenden unbefangen berichten läfst. Ausnahmen bei besonders guten Klassen und einzelnen Lehrern kommen sicher vor. Aber ganz abgesehen davon, hat die Projektion den Nachteil, dafs der Schüler den Mechanismus des Versuchs nicht verfolgen kann und daher oft über Nebendingen die Hauptsache übersieht, und dafs ferner die Erscheinungen zu schnell an ihm vorübergleiten. Ich selbst vermeide daher, soweit ich kann, die Projektion und lasse lieber die Apparate so grofs konstruieren, dass sie von dem ganzen Auditorium gesehen werden können, oder lasse grofse Zeichnungen von den Studierenden anfertigen. Es ist dies in den meisten Fällen mit einem kleinen Kostenaufwand möglich. Das Skioptikon mufs aber naturgemäfs da Anwendung finden, wo es sich darum handelt, für die optischen Versuche hinlänglich starke Lichtstrahlen zu gewinnen, wie sie sonst nur die Sonne liefert, die uns ja leider nur selten zur Verfügung steht.

An die Vorlesung über Experimentalphysik schliefsen sich naturgemäfs solche über theoretische Physik an; vor allem ist eine einleitende Vorlesung von grofser Bedeutung, in der unter Benutzung der Elemente der Differential- und Integralrechnung die Grundgleichungen der verschiedenen Zweige entwickelt werden, aus denen dann auch die Hauptresultate abzuleiten sind.

Mit gröfster Dankbarkeit denke ich an eine Vorlesung dieser Art, die ich in den ersten Semestern bei meinem unvergefslichen Lehrer Kirchhoff in Heidelberg gehört habe. Er gab uns in einem dreistündigen Kolleg einen Überblick über die theoretische Physik, die uns in den Stand setzte, alle nicht gar zu schwierigen Originalarbeiten zu lesen. Wie es von ihm geschah, so mufs stets in einer solchen Vorlesung das Hauptgewicht auf der Physik und nicht auf der Mathematik liegen. Erstere darf also nicht nur Beispiele für die Integration von Differentialgleichungen liefern. Ich selbst habe, von denselben Grundgedanken geleitet, später alle meine Vorlesungen über theoretische Physik mit Versuchen verbunden und mich bemüht, jeden Schritt in der mathematischen Entwickelung auch physikalisch zu deuten.

Diese experimentelle und theoretische Übersichtsvorlesung ist durch Vorlesungen über einzelne Gebiete zu ergänzen, in denen auch die wichtigsten neu auftauchenden Fragen zu besprechen wären.

Neben diesen rein physikalischen Vorlesungen müssen aber kleinere Vorlesungen gehört werden über die Anwendungen der Physik in den verschiedensten Gebieten, so über Elektrotechnik, physikalische Technologie mit Exkursionen, Astrophysik und Spektralanalyse. Hier liegt für den Privatdozenten ein grofses Feld der Thätigkeit. Erfahrungen in Erlangen haben mir gezeigt, wie grofs das Interesse an solchen Vorlesungen ist. Junge Füchse haben sich von ihren Korpsverpflichtungen dispensieren lassen, um sie zu hören. Für den jungen Dozenten liegt in solchen allgemeinen Vorlesungen die Notwendigkeit, auf die Form des Vortrags mehr Gewicht zu legen, als dies bei den rein theoretischen Vorträgen der Fall ist.

Die praktischen Übungen sollen womöglich schon im zweiten Semester, sicher aber im dritten beginnen und zwar etwa in der Weise, wie dies in dem von Herrn Professor Ebert und mir herausgegebenen Buche geschildert ist. Das Hauptgewicht wird darauf gelegt, dafs der Student selbst an Versuchen und an einfachen Messungen mit übersichtlichen Apparaten die physikalischen Begriffe und die Prinzipien der Methoden sich klar macht. Wir haben also gleichsam ein experimentelles Repertorium der Experimentalphysik. Schon hier werden solche Versuche die den späteren Lehrer interessieren, besonders berücksichtigt. Die Berechnungen werden nicht durch Einsetzen der gefundenen Daten in die gegebene Formel, sondern Schritt für Schritt durchgeführt, dann tritt der Gedankengang, der zum Endresultat führt, deutlich hervor. Dabei findet sich auch Gelegenheit, die einfachsten technischen Handgriffe, wie Glasblasen, Löten, Amalgamieren, ferner Wägen und anderes kennen zu lernen. Die Erfolge, die wir in Erlangen mit dieser Art des Praktikums bei den verschiedensten Kategorieen von Studenten erzielt haben, sind in hohem Grade ermutigend.

An dieses einleitende Praktikum müssen sich Übungen anschliefsen aus dem einen oder anderen Gebiet, bei denen auf eine tiefere Durchdringung des Gegenstandes, sei es in theoretischer, sei es in experimenteller Hinsicht, zu sehen ist. Die Übungen brauchen dabei durchaus nicht auf Präzisionsmessungen hinauszulaufen, ich würde sogar eine Durcharbeitung des Gebiets der elektrischen Schwingungen oder der verschiedenen Methoden zur Prüfung der Linsen oder, bei mehr chemischen Neigungen des Studenten, der verschiedenen Methoden zur Bestimmung der Affinitätskoeffizienten für weit nutzbringender halten als etwa genaue Messungen der magnetischen Erdkonstanten oder der Schwere an einem Ort.

In den elementaren Prakticis, bei denen man meist zwei Studenten zusammen arbeiten läfst, sollen nicht etwa zukünftige Mathematiker und Physiker eine Gruppe bilden, sondern ein solcher sollte stets einem Chemiker oder anderen Studenten zugesellt sein.

Ebenso würde ich dem Studierenden der Mathematik in hohem Grade empfehlen, an den Repetitorien für Mediziner teilzunehmen. In beiden Fällen ist ihm Gelegenheit gegeben, zu sehen, wie grofse Lücken der jetzige Schulunterricht in der Mathematik und Physik hat, und zwar innerhalb des ihm zugewiesenen Pensums. Er wird dann auch um so eher imstande sein, selbst einmal an der Ausfüllung dieser Lücken mitzuarbeiten.

Im Anschlufs an die Besprechung der Arbeiten im Laboratorium möchte ich eine Lanze für unsere Doktorexamina und vor allem für die Doktorarbeit brechen, da gegen sie in jüngster Zeit soviel gesprochen und geschrieben worden ist. Die Promotion bildet aber einen Abschlufs unseres Studiums, um den uns andere Nationen beneiden, da er nicht mit einem Staatsexamen verbunden ist. In dem Erwerb des Doktortitels sieht man oft eine Befriedigung der Eitelkeit des betreffenden Kandidaten. Ich gebe gern zu, dafs in einzelnen Fällen das Streben nach einem Titel und damit eine scheinbare Verbesserung der gesellschaftlichen Stellung ein wesentlicher Beweggrund dafür ist, sich den Mühen und Kosten zu unterziehen, die stets mit der Abfassung der Dissertation und der Vorbereitung zum Examen verbunden sind, indes ist der pädagogische Nutzen gar nicht hoch genug zu schätzen.

Freilich giebt in vielen Fällen der Dozent das Thema und hilft während der Arbeit, aber dem jungen Doktoranden bleibt eine Fülle eigener Arbeit und zwar selbst bei den am wenigsten erzieherisch wirkenden Aufgaben, bei denen es sich um Konstantenbestimmungen handelt.

Schon die litterarischen Vorbereitungen sind höchst nutzbringend für

den Studenten; er mufs die früheren Arbeiten durchlesen, Auszüge machen, eine Kritik üben, denn er liest nicht, um zu lernen, was schon gemacht ist, sondern um zu sehen, wo noch Lücken sind. Beginnt dann die eigentliche wissenschaftliche Arbeit, so treten gar oft auch bei den scheinbar einfachsten Arbeiten Schwierigkeiten auf, an deren Überwindung Schüler und Lehrer gemeinsam arbeiten; so mancher Gegenstand, auch auf anderem Gebiete, der dem Studenten unverstanden geblieben ist, wird besprochen und erklärt. Zugleich wird der Student zum selbständigen Denken gezwungen. Schon um vor seinem Lehrer nicht gar zu unwissend dazustehen, überlegt er sich die einzelnen Probleme.

Kommt dann die Arbeit zum Ziele, so hebt sich die Zuversicht, das wissenschaftliche Vertrauen im Bewufstsein, aus eigener Kraft etwas geleistet und einen Stein zum Bau der Wissenschaft herbeigeschafft zu haben. Solche selbständigen Arbeiten trotz ihrer grofsen Bedeutung, deren Erfolge als doch stets von einer besonderen Form der Begabung oder des Zufalls abhängen, etwa in irgend einer Form in ein Staatsexamen aufzunehmen, halte ich für durchaus unstatthaft. Es kann jemand ein ausgezeichneter Lehrer sein, ohne eine wissenschaftliche Originalarbeit gemacht zu habeu.

Selbstverständlich mufs auch die Art der Prüfung beim Doktorenexamen wesentlich anders gestaltet sein, als dies bei dem Staatsexamen der Fall ist.

Für den zukünftigen Lehrer der Physik und Chemie hat die experimentelle Doktorarbeit insofern auch einen gröfseren Wert, wie für Studierende anderer Fächer, als die in den Arbeiten behandelten Themata mit den in der Schule durchgenommenen in engster Beziehung stehen. Die Vorarbeiten umfassen stets Litteraturstudien und experimentelle Übungen, die in etwas anderer Form sich in der Schule wiederholen, und die technische Erfahrung, die bei der Ausarbeitung selbst gewonnen wird, kann nur von Nutzen sein.

Mit der Erteilung der Doktorwürde wäre eigentlich die Thätigkeit der Universität abgeschlossen, aber in dem ganzen Rahmen des Unterrichts ist auf die Bedürfnisse des Lehrers nicht besonders Rücksicht genommen. Wohl gewinnt er in allen Vorlesungen die Grundlagen für seine spätere Thätigkeit, wohl sieht er überall Versuche, die ihm später wieder begegnen, aber er wird nicht systematisch darauf aufmerksam gemacht, wie er sie zu verwenden hat; wie er etwa selbst Vorlesungsversuche anzustellen hat. Eine Unterweisung in dieser Richtung würde eigentlich am besten nach dem Universitätsstudium an besonderen Anstalten gegeben werden. Da diese aber noch so gut wie gar nicht existieren, so ist der junge Lehrer darauf angewiesen, sein eigener Lehrer zu sein.*) Die Misstände hiervon brauche ich Ihnen wohl nicht erst auseinanderzusetzen, mifsglückte Versuche, Lockerung der Disziplin und am Schlufs Aufhören jeder experimentellen Demonstration.

Um diesem Mangel abzuhelfen, wäre in den letzten Semestern ein besonderes Seminar einzurichten, in dem die wichtigsten Schulversuche von den Lehrern auszuführen sind, und zwar an möglichst einfachen Apparaten, die auch für Schulzwecke geeignet sind, selbstverständlich verbunden mit einem besonderen Vortrag. Der Dozent kann hier am besten Winke geben, kleine oder gröfsere Ungeschicklichkeiten in Darstellung oder Experiment korrigieren. So würden die Betreffenden, ehe sie vor die Klasse treten, lernen, einmal mit den Apparaten umzugehen und andererseits ihre Kenntnisse vorzutragen. Selbstverständlich würde

---

*) Leider! Obgleich wir in unserer Ztschr. und auch sonst schon seit ca. 30 Jahren hierfür eingetreten und gestritten haben. Man sehe unsere Anregungen zu sogen. „Hochschul-Seminaren“ in den 25 Bänden dieser Ztschr.! D. Red.

zu diesem Seminar eine besondere Sammlung erforderlich sein, sowie die Anstellung eines Assistenten nötig werden, der die Vorbereitungen zu den Vorlesungen leitet. Die Sammlung dient gleichzeitig als eine Mustersammlung für die Anschaffung in den Schulen.

Für unbedingt nötig halte ich es, dafs der zukünftige Lehrer nicht nur Chemie an der Universität hört, sondern auch praktisch im Laboratorium arbeitet, ja ich meine, bei dem Staatsexamen sollte der Kandidat den Apparat zur Darstellung des einen oder anderen Körpers, Sauerstoffs, Wasserstoffs, Chlors u. s. w. aufstellen müssen und diese Körper selbst darstellen, um seine Vertrautheit mit chemischen Prozessen zu beweisen. Manche Gefahr würde dadurch auch beim Physikunterricht vermieden werden. Freilich mufs dann in den chemischen Laboratorien der Universität ein besonderer Kursus für Lehramtskandidaten eingerichtet werden, in dem die Analyse, d. h. das chemische Messen zurück, dafür aber das chemische Experimentieren, das Wiederholen wichtiger Vorlesungsversuche in den Vordergrund tritt.

Ich habe versucht, Ihnen zu schildern, welches nach meiner Ansicht das Ideal einer physikalischen Durchbildung unserer zukünftigen Lehrer ist, eine Art der Durchbildung, die sowohl dem Physiker, aber vor allem auch dem Mathematiker an der Schule zu statten kommen würde. Bis jetzt dürfte dieses Ideal noch an keiner Hochschule vollkommen durchgeführt sein, ja ich glaube, auch nicht durchführbar sein, so lange die Mathematik eine so vorherrschende Stellung in dem Examen einnimmt. Durch passende Vorschriften über die Prüfung liefse sich indes zunächst auf eine Abhülfe der vorhandenen Mifsstände hinwirken und eine Änderung anbahnen, die zu ihrer Entwickelung jedenfalls längere Zeit braucht, und das ist gut, denn *chi va piano, va sano*.

Manchen von Ihnen mag es erscheinen, als ob ich in meinen Ausführungen die Ziele des Unterrichts nicht hoch genug gesteckt, als ob ich die Fahne der Wissenschaft nicht hoch genug gehalten habe. Meine Herren! Ich glaube, dafs dies nicht der Fall ist, unsere Unterrichtsanstalten müssen zunächst der Förderung der ganzen Nation dienen, wir müssen im speziellen bestrebt sein, ihr die Waffen der Naturwissenschaft und Mathematik in die Hand zu drücken, wie sie derselben im Kampf ums Dasein mit den anderen Völkern bedarf. Die Lehrer der Jugend an allen Schulen werden aber in diesem, der Nützlichkeit sich anpassenden Gang stets Gelegenheit haben, auch die reine Wissenschaft zu fördern; ich habe, wie schon erwähnt, dies selbst auf der Schule an mir erfahren und so gewifs viele andere. Und sehen Sie sich die Vorlesungsverzeichnisse der Hochschulen an, an Vorlesungen und Übungen, die zu den höchsten Zielen führen, fehlt es nicht. Vor allem aber dürfen wir eins nicht vergessen, über allem Unterricht und über allen Vorlesungen steht der persönliche Verkehr von Lehrer und Schüler. Das beste, was der Lehrer weifs, kann er in den Unterrichtsstunden, da es gewöhnlich streitige Fragen betrifft, nicht sagen, das wird er aber mit seinen Schülern im persönlichen Verkehr besprechen. Davon trägt dann der Lehrer selbst den gröfsten Nutzen.

Und wir, meine Herren, die wir bestrebt sind, unseren Wissenschaften die ihnen gebührende Stelle neben den alteingesessenen litterarischen zu verschaffen, für uns ist es besonders wichtig, zu zeigen, dafs jene für das Leben und die geistige Bildung ebenso nötig, ja in vielen Fällen nötiger sind als diese.

Erst wenn bei der Ausbildung der Jugend die beiden Kreise menschlichen Erkennens in der Durchforschung der Schöpfungen des menschlichen Geistes und in der Ergänzung der Erscheinungen der Natur gleichberechtigt neben einander berücksichtigt werden; erst dann können wir von einer wahren allgemeinen Bildung sprechen. Dies zu erreichen haben Sie sich als Ziel gesetzt.

Zum Schlufs möchte ich Ihnen nur noch meinen Dank dafür aussprechen, dafs Sie mir gestattet haben, hier zu versuchen, zu Ihren Bestrebungen etwas beizutragen."

Der Vorsitzende dankte dem Redner für den mit grofsem Beifall aufgenommenen Vortrag; die Versammlung habe durch denselben eine Fülle von Anregungen gewonnen, und es sei zu hoffen, dafs die Wirkung des Vortrags eine nachhaltige sein werde. Auf Vorschlag des Vorsitzenden und des Herrn Direktor Professor Dr. Schwalbe aus Berlin wurde beschlossen, in die Besprechung des Vortrags erst in der ersten Sitzung der vereinigten Abteilungen für Mathematik und Physik einzutreten.

Diese Sitzung nahm nach einer halbstündigen Frühstückspause, welche sich an die allgemeine Sitzung anschlofs, um $^3/_4$11 Uhr ihren Anfang. Den Vorsitz übernahm Herr Direktor Schwalbe. Derselbe erteilte zunächst Herrn Oberlehrer Dr. Carl Heinrich Müller aus Frankfurt a. M. das Wort zu seinem Vortrag über

Die Einführung stereometrischer Konstruktionen in den Gymnasialunterricht.

Der Redner tritt für einen vorwiegend geometrischen und zeichnerischen Betrieb der Stereometrie ein. (Das Ausführlichere hierüber wolle man nachlesen im offiz. Bericht S. 29—42 und damit vergleichen eine 1893 im Kaiser-Friedrichs-Gymnasium zu Frankfurt a. M. erschienene Programmabhandlung über diesen Gegenstand.)

Herr Dr. Müller fafste seine Ausführungen in nachstehende Leitsätze zusammen:

1. *Der Unterricht in der darstellenden Geometrie ist an allen höheren Schulen den akademisch gebildeten Mathematikern zu übertragen.*

2. *An allen höheren Lehranstalten hat der Zeichenunterricht die Ausbildung in der freien Perspektive bis spätestens Untertertia zu bewirken.*

3. *Die erste Einführung der streng konstruierenden Stereometrie am Gymnasium hat beim Unterrichte der Kristallographie in Tertia oder Sekunda und zwar nach den Gesetzen der schiefen Parallel-Perspektive zu geschehen.*

4. *Die Bilder (Figuren) zur Erläuterung der propädeutischen Stereometrie und mathematischen Geographie in der Gymnasial-Untersekunda sind in Parallel-Perspektive genau zu entwerfen.*

5. *Die Bilder (Figuren) zur Einführung in den wissenschaftlichen Betrieb der Stereometrie auf der Gymnasialprima müssen ebenfalls von Lehrer und Schüler in Parallel-Perspektive entworfen werden.*

6. *In der Unterprima des Gymnasiums ist als Hauptstoff für stereometrische Konstruktionen anzusehen: Einfache orthogonale Projektionen von ebenen Figuren und Körpern einschl. einfacher orthogonaler Karten-Projektionen; in der Oberprima: Projektive Darstellung von ebenen Schnitten an Körpern, einfache Durchdringungen von Körpern, Schattenkonstruktionen und namentlich Zentral-Perspektive.*

7. *Die Lehre von den Kegelschnitten ist für das Gymnasium eng an die Darstellung dieser Linien nach den Methoden der Projektionslehre anzuschliefsen.*

Der Vortrag rief eine lebhafte Besprechung hervor, an welcher sich die Herren Professor Wiedemann, Professor Pietzker, Dr. Müller, Direktor Schwalbe und Direktor Kaiser beteiligten. Dieselben erklärten sich im allgemeinen mit den Leitsätzen einverstanden und sprachen ihre volle Befriedigung über die Bestrebungen des Herrn Dr. Müller aus. Doch warnte Herr Professor Wiedemann davor, die analytische Geometrie allzusehr in den Hintergrund zu drängen. Die Versammlung sah von einer Beschlufsfassung über die einzelnen Sätze ab und stimmte dem von Herrn Professor Pietzker vorgeschlagenen Satze zu: In dem stereometrischen Unterricht des Gymnasiums ist das kon-

struktive Element mehr als bisher zu betonen; die zu weit in den Vordergrund geschobene rein mechanische (rechnerische) Behandlung muſs mehr zurückgedrängt werden.

Im Anschluſs an die Besprechung zeigte Herr Oberlehrer Dr. Schotten aus Schmalkalden einen sogenannten Stäbchenkasten vor, erläuterte dessen Gebrauch und empfahl ihn zur Benutzung beim stereometrischen Unterricht.

Sodann hielt Herr Oberlehrer Presler aus Hannover einen Vortrag über:

Die Ausbildung der Mathematiker im Zeichnen,*)

zu welchem er fünf Leitsätze aufgestellt hatte. Dieselben lauteten:

1. *Den Studierenden der Mathematik ist auf den Universitäten Gelegenheit zu geben, sich diejenigen Kenntnisse und Fertigkeiten anzueignen, welche zur Erlangung der Lehrbefähigung im Zeichnen erforderlich sind.*

2. *Diese Lehrbefähigung im Zeichnen muſs in der Prüfungsordnung für das höhere Lehramt Berücksichtigung finden.*

3. *Der Besuch einer technischen Hochschule, besonders bei Beginn des Studiums ist zu empfehlen.*

4. *Die an einer technischen Hochschule verbrachte Studienzeit ist beim Übergange zur Universität anzurechnen.*

5. *Anstellungsfähigen stellenlosen Mathematikern ist sowohl der Besuch einer technischen Hochschule, als auch die Erlangung der Lehrbefähigung im Zeichnen zu empfehlen.***)

---

*) Ja, das ist ja gerade die Hauptsache, weil die Vorbedingung zur Ausführung der Thesen des Hr. Dr. Müller (s. o.). Die meisten Gymnasial-Mathematiker können oder — um die gegenwärtige Generation nicht zu beleidigen — konnten ja selbst nicht zeichnen. Ich kenne das leider aus eigner Erfahrung. Trotz meiner autotidaktischen Bemühungen, als sächsischer Realschul- und Gymnasial-Oberlehrer in obern Klassen, lernte ich doch erst an Wiener Realschulen, was es heiſst, geometrische Figuren kunstgerecht zu zeichnen. Man hatte es eben auf der Universität nicht gelernt. Es gehört das in das Kapitel: „Alte Sünden der Universitäten". Die Univ.-Professoren zeichneten oder vielmehr „skizzirten" ihre (übrigens meist sehr einfachen) Figuren aus freier Hand an die Tafel und Männer wie der Oberbergrath Weisbach in Freiberg der mit der linken Hand zeichnete, während er mit der rechten die Formeln schrieb, waren Seltenheiten. Wenn Geheimrat Hauck bei der Neubearbeitung der Stereometrie von Kommerell fast alle Figuren, weil sie fehlerhaft waren, ausscheiden und durch neue und richtige ersetzen muſste; und wenn derselbe Autor die Figuren in einem weit verbreiteten Lehrbuche eines anerkannt tüchtigen Mathematiklehrers als „schauderhaft" bezeichnete, so erhält man eine Vorstellung von der Tüchtigkeit oder vielmehr Untüchtigkeit der betr. Lehrer im Zeichnen. Nun vollends die Figuren der Gymnasialschüler! Ihre tölpelhaften Bleistiftsbalken verriethen, daſs sie auch nicht einen Dunst von kunstgerechtem Zeichnen einer einfachen stereometrischen Figur hatten. Wir haben noch vor wenigen Jahren mathematische Hefte eines Gymnasiasten (Primaners) gesehen, die, abgesehen von der übrigen oberflächigen Korrektur des Lehrers auch, die erbärmlichsten Figuren zeigten, ohne daſs der Lehrer eine Korrektur daran vorgenommen hätte. Der Herausgeber.

**) Diesen Vorschlägen stehen folgende Bedenken entgegen:

Der Besuch einer technischen Hochschule zumal nach dem Univ.-Studium, wo die Geldmittel aufgebraucht sind, und der Kandidat „stellenlos" ist, sich also privatim „durchbringen" muſs, ist unnötig und wird gegenstandslos, sobald an Universitäten eine Professur lediglich für

Nach einer kurzen Einleitung, in der der Vortragende die Bedeutung des Zeichnens im allgemeinen, wie besonders für den Lehrer der Mathematik kennzeichnete, ging er auf die einzelnen Thesen in folgender Weise ein:

Der Leitsatz I:

„Den Studierenden der Mathematik ist auf den Universitäten Gelegenheit zu geben, sich diejenigen Kenntnisse und Fertigkeiten anzueignen, welche zur Erlangung der Lehrbefähigung im Zeichnen erforderlich sind"

beschränkt sich auf die Studierenden der Mathematik und wird hoffentlich im allgemeinen die Zustimmung der Versammlung finden.
Den Leitsatz II:

„Diese Lehrbefähigung im Zeichnen mufs in der Prüfungsordnung für das höhere Lehramt Berücksichtigung finden"

halte ich für sehr wichtig, denn nur durch diese Berücksichtigung in der Prüfungsordnung erhält die Lehrbefähigung im Zeichnen bei den Studierenden die ihr zukommende Bedeutung und Wichtigkeit.

Nach der Aufstellung dieser beiden Leitsätze könnte ich hiermit schliefsen, wenn nicht vielfach bei Besprechung der Ausbildung der Mathematiker in Beziehung auf Zeichnen und darstellende Geometrie die Ansicht vertreten würde, die Ausbildung müsse auf den technischen Hochschulen beginnen. Und warum sollte dies nicht angebracht sein, wenn es von Herrn Professor Sturm in Breslau, welcher früher an einer technischen Hochschule thätig war, so warm befürwortet und so eingehend begründet worden ist? Warum sollten nicht in Preufsen Einrichtungen getroffen werden können, die sich in anderen Staaten längst bewährt haben? Wahrlich, in bezug auf die vorbereitenden mathematischen Kollegien können wir die preufsischen technischen Hochschulen, wie sie jetzt sind, den Universitäten ebenbürtig zur Seite stellen; in darstellender Geometrie und im Zeichnen sind sie den Universitäten entschieden vorausgeeilt.

In der Schweiz studieren die Mathematiker und Naturwissenschaftler vorzugsweise auf dem Polytechnikum in Zürich, in München, Stuttgart, Dresden und Karlsruhe ist den Mathematikern der Besuch der technischen Hochschulen gestattet; der Leitsatz III:

„Der Besuch einer technischen Hochschule, besonders bei Beginn des Studiums ist zu empfehlen"

wird daher gewifs nicht überraschen. Derselbe wird natürlich nur eine praktische Bedeutung erlangen, wenn die Versammlung auch dem Leitsatz IV zustimmt:

„Die an einer technischen Hochschule verbrachte Studienzeit ist beim Übergange zur Universität anzurechnen."

Zeichnen (mit Zeichensaal!) gegründet wird. Warum denn die Studierenden nötigen, zwei (verschiedene) Anstalten zu besuchen? Das verursacht stets neue Kosten und erweist sich besonders dann als unthunlich, wenn etwa der Student an der Universität noch Stipendien geniefst. Wer sich den Luxus des Besuchs mehrerer Hochschulen gönnen darf, mag es thun. Nur sind nach unserer Erfahrung die Mathematik-Studenten meist nicht in der glücklichen Lage. Kann er es ermöglichen, dann ist für ihn der Besuch einer polytechnischen Hochschule die beste Ergänzung der (überhaupt mehr oder leider zu theoretischen) Universitätsstudien. (Vergl. das, was weiter unten gesagt ist S. 143 Z. 44 v. o.) Übrigens werden bereits an einigen Universitäten Vorlesungen und Übungen im Zeichnen gehalten. (Vergl. ds. Ztschr. Bd. XXIV, 1893 S. 181 u. 333—334.)

Der Herausgeber.

Begründet wird dieser Leitsatz wiederum durch die Verhältnisse in anderen Staaten. In Österreich sind nämlich die technischen Hochschulen in Beziehung auf die Ausbildung der Lehrer an Realschulen den Universitäten völlig gleich gestellt. Dasselbe ist in Bayern der Fall. Auch dem Polytechnikum in Darmstadt ist die Vorbildung der mathematischen Schulamtskandidaten gestattet.

In Baden wird von den Studierenden der Mathematik nur der Nachweis eines zweijährigen Universitätsstudiums verlangt, die übrige Studienzeit kann auf einer technischen Hochschule verbracht werden.

In Preufsen geht das Streben der technischen Hochschulen nur darauf hinaus, dafs es den Studierenden der Mathematik gestattet werde, den Anfang der Studienzeit auf den Hochschulen verbringen zu dürfen. Es wird von ihnen darauf hingewiesen, wie wertvoll es für den Mathematiker sei, wenn er durch den Besuch einer technischen Hochschule in Fühlung mit der Technik komme, wie er da in den Vorlesungen über Mechanik die schönsten Anwendungen der Mathematik kennen lerne, wie wertvoll aufserdem Vorlesungen über darstellende Geometrie, Vermessungskunde, Elastizitätslehre, graphische Statik u. s. w. werden können.

Der Ausbildung der Mathematiker in diesem, also auch im Sinne der Leitsätze schreibe ich eine grofse Bedeutung zu, nicht nur für den Unterricht allein, sondern auch für den einzelnen und die Allgemeinheit. Sie wird dazu beitragen, dafs der Unterricht sich mehr den Anwendungen zuwendet und sich dadurch also methodisch vervollkommnet. Andererseits wird aber auch dadurch möglich werden, dafs bei Besetzungen von Stellen an Handwerkerschulen, an den niederen und mittleren technischen Fachschulen auch Mathematiker Berücksichtigung finden können. Es würde für diese Anstalten einen grofsen Gewinn bedeuten, wenn pädagogisch gebildete Mathematiker an ihnen unterrichten würden. Gegenwärtig bereitet die Besetzung der Mathematikerstellen an diesen Schulen wesentliche Schwierigkeiten; die Behörden sehen sich vielfach veranlafst, Techniker jeder Art, Bauführer und Baumeister ohne jede pädagogische Vorbildung zu berufen. Gelingt es den Mathematikern alle diese Stellen zu erobern, so wird das Hilfslehrerelend recht bald verschwinden. Hierauf aufmerksam zu machen, soll lediglich der Leitsatz V:

„Anstellungsfähigen stellenlosen Mathematikern ist sowohl der Besuch einer technischen Hochschule, als auch die Erlangung der Lehrbefähigung im Zeichnen zu empfehlen“,

bezwecken, auf dessen Annahme kein grofses Gewicht gelegt wird.

An der anregenden Besprechung, welche sich an den Vortrag des Herrn Presler anschlofs, beteiligten sich die Herren Professor Wiedemann, Dr. Müller, Direktor Schwalbe, Dr. Schotten, Oberlehrer Rösler aus Osnabrück, Rektor Professor Dr. Recknagel aus Augsburg, Direktor Kaiser, Professor Pietzker und Presler. Es wurde zugegeben, dafs auf den Universitäten eine empfindliche Lücke in bezug auf die Ausbildung im Zeichnen vorhanden sei, die beseitigt werden müsse; es sei daher sehr zu begrüfsen, dafs diese Frage im Verein angeregt worden sei. Von Herrn Dr. Schotten wurde es sogar als wünschenswert bezeichnet, dafs Linearzeichnen und darstellende Geometrie für die Lehrer der Mathematik obligatorische Prüfungsgegenstände würden.*) Darüber, ob der Besuch technischer Hochschulen Mathematikern zu empfehlen sei, waren die Meinungen geteilt. Von einer Seite wurde die Befürchtung ausgesprochen, dafs der Besuch einer technischen Hochschule die Gefahr

---

*) Es müfsten dann allerdings Analysis und Geometrie als zwei Prüfungsfächer gelten: eine Forderung, die über kurz oder lang doch erfüllt werden mufs. Anm. des Referenten.

des Einseitigwerdens mit sich bringe. Dem gegenüber wurde betont, dafs jetzt an diesen Anstalten nicht nur alle Zweige der Technik mit ihren verschiedenen Hilfswissenschaften gepflegt würden, sondern auch fast alle anderen Gebiete menschlichen Wissens vertreten seien. Herr Rektor Recknagel wollte die Erwerbung der Lehrbefähigung auf diejenige im Linearzeichnen beschränkt sehen, da zum Freihandzeichnen doch künstlerische Begabung notwendig sei. Ihm erwiderte Herr Presler, dafs selbstverständlich diese Beschränkung zulässig sein müsse, deswegen könnten doch auch solche, welche Talent und Neigung zur Erwerbung der Lehrbefähigung im Freihandzeichnen hätten, sich diese erwerben. Die Versammlung gab ihrer Stellung zu den Preslerschen Leitsätzen durch Annahme der folgenden, von Herrn Recknagel beantragten Resolution Ausdruck: „Den Studierenden der Mathematik ist auf allen Universitäten Gelegenheit zu geben, sich diejenigen Kenntnisse und Fertigkeiten anzueignen, welche zur Erlangung der Lehrbefähigung im Linearzeichnen, insbesondere in der darstellenden Geometrie, erforderlich sind."

Es folgte die Besprechung nachstehender Vorlage, welche Herr Professor Dr. Richter aus Wandsbek gemacht hatte über das Thema:

„Wie ist das physikalische Pensum der Gymnasien zu umgrenzen?"

A. Einzuschliefsen

ist, weil es zur vollständigen höheren allgemeinen Bildung gehört.

α) In der Akustik das zum Verständnis der entsprechenden musikalischen Bildung Erforderliche; die Ableitung der wichtigsten Tonleitern, mindestens G-dur und F-dur; die Beispiele müssen den wirklich in der Musik angewandten Tönen und namentlich den gebrauchtesten 4 Oktaven zwischen C und c‴ entnommen werden; die vorkommenden Töne sind sowohl auf der Klaviatur, als auch durch die übliche Schreibweise der Noten zu veranschaulichen.

β) In der Witterungskunde müssen aufser Jahres-Isothermen auch Isochimenen und Isotheren sowie Regenkarten, und zwar sowohl allgemeine von der ganzen Erde, als auch genauere von Deutschland, vorgeführt werden, desgleichen charakteristische Wetterkarten von 2 oder mehr auf einander folgenden Tagen. Das Gesetz von Buys-Ballot ist zu lehren.

γ) In der Elektrotechnik dürfen die gebräuchlichsten Elemente nicht fehlen, nämlich die von Leclanché (wegen der Mikrophone und Haustelegraphen), Krüger (Reichstelegraphenverwaltung) und das Chromsäuretauchelement (Schule und Ärzte.) Von elektrischen Einheiten sind Volt, Ampère und Ohm unentbehrlich.

δ) In der mathematischen Erdkunde (diese kann auch in die Mathematikstunde verlegt werden): die in den Atlanten üblichsten Gradnetze, d. h. nach Merkatorprojektion, nach stereographischer Projektion und nach konischer Abwickelung. Die trigonometrische Berechnung des Abstandes des Mondes von der Erde aus irgend einer Parallaxe ist auszuführen (z. B. nach der astronomischen Geographie von Martus).

ε) Die organische Chemie ist ungefähr in dem Umfange zu lehren, wie sie in dem Leitfaden von Arendt enthalten ist, nämlich aus der Technologie: Petroleum, Leuchtgas, geistige Gährung, Kohlehydrate, aus der Physiologie die Ernährung der Pflanzen und Menschen.

B. Auszuschliefsen

a) *als nicht zur allgemeinen Bildung gehörend:*

α) Mechanik: Poinsots Lehre von den Kräftepaaren und die mathematische Formulierung des Mittelpunktes paralleler Kräfte, arithmetische Schwerpunktsbestimmungen mathematischer Figuren und Körper; Ab-

hängigkeit des Ausschlagswinkels von der Beschaffenheit der Wage, konisches Pendel, hydraulische Presse, Apparat von Paskal, Aräometer, Ausströmungsgesetze der Gase.

β) Akustik: Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in anderen Körpern als Luft, Einflufs der Temperatur auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, Interferenz, Schwebungen und Kombinationstöne (Obertöne und Erklärung des Klanges unentbehrlich).

γ) Optik: Aberration, kaustische Kurve und Fläche, totale Reflexion, Betrachtungen über den kleinsten Ablenkungswinkel beim Prisma, Komplementärfarben, Fluorescenz, anomale Dispersion, sphärische Aberration der Linsen, Polarisation, Interferenz, Beugung und Doppelbrechung. Vom Spiegelteleskop genügt eins, z. B. das Newtonsche.

δ) Wärmelehre: Alle Arten Hygrometer (nicht das Psychrometer).

ε) Elektrizität: Elektrophor, Pyroelektrizität der Krystalle, genaue (dritte Potenz der Entfernung) mathematische Formulierung der magnetischen Wirkung, Elemente von Daniel, Grove und Zamboni, Diamagnetismus, rotierende Magnete, Geifslersche Röhren, Rhumkorfs Induktionsapparate, Thermoelektrizität und tierische Elektrizität.

b) *Aus anderen Gründen auszuschliefsen:*

α) Wegen zu grofser Schwierigkeit für Gymnasiasten: die Ableitung der Formel für die Schwingungszeit des Pendels, das Potential und die Berechnung des Trägheitsmomentes.

β) Wegen zu geringer Wichtigkeit für Gymnasiasten: absolute Einheiten Dyn, Erg u. s. w. Zusammensetzung der Bewegungen neben der der Kräfte (letztere genügt), Hebelgesetze, wenn die Richtungen der Kräfte mit den Hebelarmen oder letztere unter einander schiefe Winkel bilden, der Fesselsche Rotationsapparat (Bohnenbergers Maschine genügt), die Bestimmung der spezifischen Wärme nach Bunsen und nach Dulong und Petit (es genügt die Mischungsmethode und die ältere des Eisschmelzens nach Lavoisier und Laplace).

Die Besprechung leitete Herr Richter selbst ein.

Von Anfang an wurde auf den Versammlungen unseres Vereins darauf gedrungen, dafs die Mathematik in höherem Grade wie bisher einen wesentlichen, bleibenden Bestandteil der vollständigen höheren allgemeinen Bildung ausmache. Dasselbe möchte ich durch meinen heutigen Vortrag auch für die Physik anregen.

Die vorhandenen Übelstände müssen natürlich in erster Linie durch die Art und Weise, wie wir Physik unterrichten, beseitigt werden, wir müssen uns bemühen, ein so tiefgehendes Interesse und ein so klares Verständnis bei unseren Schülern zu erwecken, dafs beide während des späteren Lebens in dem Daseinskampf mit den vielen anderen auf die Gebildeten eindringenden Vorstellungen und Interessen nicht untergehen. Aber das ist neuerdings so oft, so nachdrücklich und so übereinstimmend von unseren Fachgenossen hervorgehoben worden, dafs es mir nicht nötig erscheint, dies noch besonders auszuführen. Dagegen wird die Frage zu wenig beachtet: Wie muss die Stoffauswahl getroffen werden, damit möglichst viel physikalische Kenntnisse in den bleibenden Besitz der Gebildeten übergehen? Welche Gesichtspunkte mufs man dabei im Auge haben, was mufs noch aufgenommen und welcher Ballast über Bord geworfen werden? Damit, d. h. mit der für den bleibenden Besitz der physikalischen Kenntnisse zweckmäfsigsten Abgrenzung des Unterrichtsstoffes wollen wir uns jetzt beschäftigen.

Der Redner erläuterte dann die einzelnen Punkte seiner Vorlage in eingehender Weise und schlofs mit den Worten: Nur noch ein Wort zum Schlufs! Bei solchen Stoffumgrenzungen, wie ich sie Ihnen gedruckt vorgelegt habe, hat vielleicht mancher von Ihnen das Gefühl der unberechtigten Einengung. Eine solche beabsichtige ich durchaus nicht

mit meiner „Vorlage“. Ebensowenig wie ich vorhabe, für alle Zukunft mich an den Wortlaut meiner Vorlage im einzelnen zu binden, ebensowenig ist es meine Absicht, meinen Kollegen ein solches Joch zuzumuten. Jeder Lehrer mufs im einzelnen volle Freiheit in der Stoffauswahl behalten. Die Ihnen gedruckt vorliegende Abgrenzung hat nur den Zweck einer Illustration, sie soll nur die Umgrenzung im allgemeinen angeben, auf Abweichungen im einzelnen kommt es nicht an.

Mit der Besprechung wurde diejenige über den Vortrag des Herrn Professor Wiedemann verbunden. Es nahmen an derselben zunächst die Herren Direktor Schwalbe, Professor Pietzker, Direktor Dr. Hamdorff aus Guben und Professor Richter teil. Es wurde der Wunsch laut, dafs über die Vorlage des Herrn Professor Richter nur eine allgemeine Besprechung stattfinden möge. Dieser erklärte sich damit einverstanden und fügte hinzu, dafs er durchaus nicht der Meinung sei, es müsse über seine Vorlage Einhelligkeit der Ansichten erzielt werden. Den Ausführungen des Herrn Professors Wiedemann gegenüber wurde besonders betont, dafs die Universitätsprofessoren mit ihrer Behauptung, auf den höheren Schulen werde nichts gelernt, im Irrtum seien; des weiteren komme es beim Prüfen nicht nur auf das „Was“, sondern auch auf das „Wie“ an.

Auf Antrag des Herrn Professor Pietzker wurde wegen vorgerückter Zeit die weitere Besprechung bis zur zweiten allgemeinen Sitzung vertagt.

Wir fügen dieselbe (s. offiz. Ber. S. 112) gleich hier an. Es beteiligten sich an der Debatte die Herren Pietzker, Wiedemann, Müller, Richter, Recknagel, Schotten.

Bei der Besprechung der Vorlage des Herrn Professors Richter wurden gegen das unter „Einzuschliefsen“ in der Vorlage Aufgeführte von keiner Seite Einwendungen erhoben. Dagegen wurde von mehreren Rednern gewünscht, dafs einzelnes, was als „Auszuschliefsen“ bezeichnet war, dem Gymnasialpensum verbleibe. Aufserdem wurde die Notwendigkeit der Freiheit des Lehrers in den Einzelheiten (siehe Schlussbemerkung des Vortrages) betont.

Herrn Professor Wiedemann wurde noch besonders entgegengehalten, dafs auch die Art der Frage- bezw. Aufgabenstellung auf die Antworten der Studenten von grofsem Einflufs sei. Herr Professor Wiedemann will nicht den Schulen die Schuld an dem von ihm mitgeteilten Thatsachen geben, aber die Vergefslichkeit sei eine ungeheure; er führte weitere von ihm in dieser Beziehung gemachte Erfahrungen an.

(Fortsetzung folgt im nächsten Heft.)

Verhandlungen der 40. Sektion (Mathematischer und naturwissenschaftlicher Unterricht) der 66. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Wien.

Referent: Prof. Dr. K. Haas-Wien.

III.*)

Es folgt der Vortrag des Dr. Victor Nietsch (Graz), *Über vier von demselben angefertigte zoologische Wandtafeln für Mittelschulen.*

Der Vortragende hebt hervor, dafs der akademische Unterricht in den Wandtafeln von Leuckart und Nitzsche ein für die Bedürfnisse der

*) Fortsetzung von Heft 1, S. 74. D. Red.

Hochschulen ausgezeichnetes Lehrmittel besitze. Die Bedürfnisse des Mittelschulunterrichtes verlangen aber nach einem für ihre speziellen Zwecke geeigneteren Anschauungsmaterial.

Hier kommt es nicht auf die Vollständigkeit des Formencyklus, sondern auf die glückliche Wahl weniger typischer Repräsentanten der wichtigsten Klassen und Ordnungen an.

Ferner müssen die einzelnen Figuren, damit sie beim Massenunterrichte allen Schülern deutlich sichtbar sind, in erreichbar gröfstem Mafsstabe gezeichnet sein. Auch dürfen nur wenige Formen auf einer Tafel Platz finden, weil ein Zuviel in dieser Hinsicht die Aufmerksamkeit der Schüler zersplittert.

Drittens mufs die Darstellung der inneren Organisation gerade bei den Wirbellosen die Organe in ihrer natürlichen Lage zeigen, da es dem Anfänger in der Zoologie nicht zugemutet werden kann, dafs er die in der Zeichnung auseinandergelegten Organe in ihre natürliche Lage zurückzuversetzen verstehe.

Endlich sollen die Figuren plastisch hervortreten, scharf im Kontour und distinkt in der Farbengebung sein.

Diese Forderung hat der Vortragende durch vier von ihm mit aufserordentlichem Fleifse und grofser Kunst angefertigte Tafeln zu verwirklichen gesucht.

Die erste Tafel, *Helix pomatia* vorführend, 100 cm breit, 170 cm hoch, enthält nur zwei Hauptfiguren. Die erste derselben stellt das aus dem Gehäuse entnommene, im Zustand der Wärmestarre ausgestreckte Tier als Ganzes dar und zwar von der rechten Seite, um den Eingang zur Atemhöhle und die Afteröffnung zu zeigen. Die zweite Hauptfigur zeigt einen Sagittalschnitt, welcher durch Kopf, Nacken und Fufs genau median, durch den Eingeweidesack mehr nach der rechten Seite geführt ist, um alle Organe mit Ausnahme der (absichtlich weggelassenen) Genitalien zu zeigen. Namentlich schön zeigt die Figur das Innere der Atemhöhle mit der Niere, dem Herzen und dem Gefäfsnetze, sowie die Duplikatur des Mantels, welche die Decke dieser Höhle bildet. Eine Nebenfigur giebt ein Bild der Radula in der Daraufsicht, eine zweite einen Gehäusedurchschnitt, der die ganze Columella, den Kanal derselben und die Insertion des Spindelmuskels sehen läfst.

Die erste Hauptfigur der zweiten Tafel (auch 100 cm : 170 cm) zeigt *Octopus vulgaris* in schwimmender Stellung, die zweite einen Sagittalschnitt durch *Sepia officinalis*. Die erste Nebenfigur bringt Herz, Gefäfswurzeln und Kiemen; die zweite das Auge von *Sepia officinalis* zur Anschauung.

Die dritte Tafel (100 cm : 70 cm) behandelt die Arachniden. Als erste Hauptfigur wurde *Harpactes rubicundus* gewählt, sowohl wegen des Kolorites, welches die beiden Hauptabschnitte des Körpers scharf hervortreten läfst (der Cephalothorax ist prachtvoll karminrot; das Abdomen hellgelb) als auch deshalb, weil bei dieser Gattung die Cheliceren und die Kauladen der Pedipalpen in derselben Ebene wie die Sternalplatten liegen (nicht wie bei den meisten Spinnen im rechten Winkel zur Platte), wodurch diese wichtigen Teile klar und scharf hervortreten. Die zweite Hauptfigur bringt einen Sagittalschnitt durch *Epeira diadema*. Die Nebenfiguren zeigen die Anordnung der Augen bei *Harpactes* und das Fufsende einer Kreuzspinne.

Die vierte Tafel (100 cm : 70 cm) giebt eine synoptische Zusammenstellung der Mundteile der Insekten. Die homologen Teile sind durch gleiche Farbentöne hervorgehoben. Das Centrum der Tafel nehmen die Mundteile einer *Blatta* (nach Savigny) ein. Im Kreise um diese Zeichnung geordnet sehen wir Kopf und Rüssel einer *Noctua*; Kopf und Rüssel einer *Musca domestica;* Mundteile vom Weibchen von *Culex nemorosus*, von *Anthophora pilipes* und von *Syromastes marginatus*.

Prof. Dr. Paul Pfurtscheller (Wien) giebt seiner Freude über die

schönen Tafeln Ausdruck, welche besonders in Verbindung mit lebenden oder eben getöteten Tieren in der Lehrstunde vielen Nutzen bringen werden und bittet seinen Kollegen Dr. Nietsch in der Anfertigung solcher Tafeln fortzufahren.

Prof. Josef Mik (Wien) ist kein Gegner des Bildes. Bilder geben Jugendeindrücke, welche sich später nicht mehr verlöschen lassen, welche in manchem das Interesse an der Natur in der ersten Jugend geweckt haben und Veranlassung zu späteren Studien geworden sind. Die Konkurrenz der Tafelwerke ist eine sehr grofse; in unserer Lehrmittelausstellung sind gegen 40 Tafelwerke vertreten und ist bei ihrer Benutzung der spezielle Zweck des einzelnen Tafelwerkes mafsgebend. Die hier gegebenen Tafeln mit anatomischem Detail würde ich nur beim Prüfen verwenden. Die synoptische Tafel*) kann man bei einem Vortrage über die Mundteile der Hymenopteren nicht gleich gebrauchen, ohne die Aufmerksamkeit auf die anderen Figuren abzulenken. Beim Vortrage über solche Details (z. B. bei der Vorführung des Maikäfers in der I.) empfiehlt es sich, durch ein paar Striche an der Tafel die betreffenden Organe dem Schüler zu veranschaulichen; Tafeln sind hier überflüssig. Anders verhält es sich mit Habitusbildern; solche können auch beim ersten Vortrage gebracht werden. Ich will nur betonen, dafs man zwischen Tafeln mit anatomischen Details und Habitusbildern zu unterscheiden haben wird und dafs ich bezüglich ersterer dafür bin, dafs die betreffenden Bilder unter den Augen der Schüler von der Hand des Lehrers an der Tafel aufgebaut werden.

Hofrat v. Wretschko (Wien): Ich glaube nicht, dafs bei einem Fachmanne darüber Zweifel aufgetaucht sind, dafs die Tafeln nur für besondere Zwecke zu verwenden sind.

Prof. Winkler (Wien): Ich helfe mir so, dafs ich ein Blatt Zeichenpapier an die Tafel befestige und auf demselben durch eine Zeichnung mit farbiger Kreide, die unter den Augen des Schülers entsteht, meine Worte erläutere. Diese Zeichnung wird mit Schellacklösung fixiert, bleibt eine Zeit lang im Lehrzimmer hängen und wird auch beim Prüfen benutzt.**)

Direktor Petelenz (Lemberg) kann sich den Vorgang nur so vorstellen, dafs zuerst das Präparat gezeigt, dann durch eine Zeichnung an der Tafel erläutert und dafs dann endlich die Wandtafel vorgeführt wird. Die vom Vortragenden ausgestellten Tafeln haben für uns den ungemeinen Vorteil, dafs sie dem Präparate angepafst sind und uns dasselbe beim Prüfen entbehrlich machen.

Nach Abschlufs der Diskussion folgt der Vortrag des Herrn Hans Januschke, Direktor der k. k. Oberrealschule in Teschen. *Über Raumenergie und ihre Bedeutung für den physikalischen Unterricht.*

Zu den Aufgaben der neuesten Physik gehört die Erforschung der Rolle, welche die Energie eines Mittels im Raume bei den Naturerscheinungen spielt. Fafst man den Energiebegriff nicht in dem streng begrenzten Sinne der heutigen Physik, sondern betrachtet auch die Spekulation der griechischen Naturphilosophen über das Prinzip aller Dinge als hierher gehörig, so kann man dieses Thema als das älteste der Naturlehre betrachten. Die Ansichten des Thales, Anaximenes, Anaximander und des Aristoteles Theorie eines *horror vacui* werden erörtert. Dann geht der Vortragende zur Atomtheorie Democrits über und erwähnt die

*) Die im vorangehenden Vortrage an vierter Stelle erwähnte Tafel mit den Mundwerkzeugen der Insekten.
Anmerkung des Referenten.

**) Derartige Tafeln waren auch in der Lehrmittelausstellung der Wiener Mittelschulen von Prof. Winkler zur Ausstellung gebracht worden.
Anmerkung des Referenten.

Ansicht des Lucretius, der die Wirkung des Magnetes durch ein Ausströmen von Atomen erklärt, das rings um denselben einen leeren Raum erzeugt, in welchen die Eisenteilchen hineinstürzen. Cabeo stellt eine ähnliche Theorie für die Elektrizität auf. Nach Anführung der Ansichten Gassendis und Lesages werden die Wirbel des Descartes und die Äthertheorien von Huyghens, den Gebrüdern Bernouilli und Euler besprochen. Newton selbst liefs bei der Aufstellung seines Gravitationsgesetzes die Frage offen, ob und wie ein Raummedium die Wechselwirkung der Himmelskörper verursache aber Roger Cotes und seine anderen Schüler*) erklärten die Fernwirkung für eine wesentliche Eigenschaft der Materie. Diese Anschauung wurde auch auf andere Gebiete der Naturlehre übertragen und als Träger der Elektrizität, des Magnetismus, der Wärme wurden unwägbare Stoffe, die Imponderabilien angenommen. Diese Ansichten gelangten zur allgemeinen Annahme und sind heute in unseren Lehrbüchern der Physik in allgemeiner Verwendung. Nur die Wärme wird bereits als lebendige Kraft der kleinsten Teilchen betrachtet, nachdem Rumford und Davy qualitativ und Rob. Mayer (1842) quantitativ die Äquivalenz von Arbeit und Wärme nachgewiesen haben.

Die aus der Gravitationstheorie gefolgerte neue Qualität der Materie war nur so lange berechtigt, als nur die Fernwirkungslehre durch ihr mathematisch präcises Elementargesetz eine korrekte Ableitung anderer Naturgesetze ermöglichte. Dies galt so lange, bis Faraday seine experimentellen Untersuchungen über das elektrische Kraftfeld ausführte und seine Kraftlinien und Niveauflächen aufstellte. Die Richtigkeit seiner Auffassung über den Zustand und die Wirkung des Kraftfeldes wurde durch seine Entdeckung der Induktionsströme glänzend bestätigt. Sie führte noch zu den weiteren Nachweisen, dafs alle Körper zwischen den Polen eines kräftigen Magnets magnetisches Verhalten zeigen und dafs das magnetische Feld nicht nur auf elektrische Ströme, sondern auch auf das Licht wirkt, dessen Polarisationsebene es zu drehen vermag. Sie führte zu dem Satze: Alle Naturkräfte sind umwandelbar und im Grunde nur Formen einer einzigen Kraft. Auf Faradays Forschungen baute Maxwell seine mathematische Theorie der Elektrizität und seine elektromagnetische Lichttheorie auf, die durch die Hertzschen Versuche ihre experimentelle Bestätigung fand. An die Stelle des Fernwirkungsprinzipes tritt nun die Betrachtung des Raummediums, dessen Zustand im Kraftfelde mathematisch so genau bestimmt ist, als die Erklärung aller im Kraftfelde auftretenden Erscheinungen erfordert.

Die auf die Rolle eines Raummediums gegründeten wissenschaftlichen Errungenschaften werden in der Elektrotechnik bereits in grofsartigem Mafsstabe nutzbar gemacht. Ihre Berücksichtigung kann auch im Unterrichte nicht länger hinausgeschoben werden, wenn kein prinzipieller Widerspruch zwischen diesem und den Lehren der Wissenschaft bestehen soll. Allgemein sind die Physiker der Ansicht, dafs das Energieprinzip in die Naturlehre, speziell das Potential in die Elektrizitätslehre einzuführen sei; eine anschauliche und verständnisvolle Behandlung dieser Dinge ist aber nur möglich, wenn die Energie des Mediums im Kraftfelde in Rechnung gezogen wird. Im folgenden sollen einige spezielle (in geeigneter Ausführung auch für den Unterricht geeignete) Fälle über die Anwendung der Raumenergie skizziert werden.

I. Energie eines Rotationscylinders und einer Kugel.

Über dem Mantel eines Kreiscylinders mit dem Halbmesser r und der Höhe h seien n Massenteilchen jedes mit der Masse m gleichmäfsig verteilt

*) Newton selbst hielt eine unmittelbare Fernwirkung für widersinnig.
Anmerkung des Referenten.

und werden mit der Geschwindigkeit u gleichförmig um die Cylinderachse gedreht. v sei das Cylindervolumen und p der durch die Fliehkraft auf die Flächeneinheit ausgeübte Druck.

Wir haben also

$$p = \frac{nm}{2r\pi h} \cdot \frac{u^2}{r}$$

$$v = r^2\pi h$$

woraus

$$pv = \frac{mn}{2} u^2$$

als Wert für die Energie des Cylindervolumens.

Für die Kugel giebt eine ähnliche Rechnung

$$\frac{3}{2} pv = n \frac{m}{2} u^2.$$

In beiden Fällen ist die Energie dem Produkte mit dem Volumen in den Oberflächendruck, unter welchem das Volumen steht, proportional. Die Energiewerte stimmen mit dem Boyle-Gaylussac-Avogadroschen Gesetz überein.

2. Als Arbeitswert W eines Flüssigkeitsgewichtes wird gefunden

$$W = \frac{1}{2} pv.$$

Dieses Gesetz kann sowohl zur Ableitung des Flüssigkeitsstandes in kommunizierenden Röhren als auch des Toricellischen Ausflufsgesetzes verwendet werden.

3. Das bekannte Gesetz für den Oberflächendruck wird unter Auffassung der Cohäsionsarbeit als Volumenergie abgeleitet.

4. Zur Ableitung der Zustandsgleichung wird der 1. Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie in der Form

$$c_p dt = c_v dt + A(P + p) dv$$

verwendet.

Darin sind c_p und c_v die spezifischen Wärmen bei konstantem Druck respektive konstantem Volumen, A das Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit, P der Cohäsionsdruck, p der Luftdruck.*) Setzen wir

$$\frac{c_p - c_v}{A} = R,$$

so geht obige Gleichung über in

$$R dt = (P + p) dv.$$

Führen wir für die Volumänderung den Ausdehnungskoeffizienten α ein nach der Gleichung

$$v = v_0 (1 + \alpha t),$$

so erhalten wir die allgemeine Zustandsgleichung

$$(P + p) v = R\left(\frac{1}{\alpha} + t\right).$$

Die linke Seite giebt die um die Luftdrucksarbeit vermehrte Cohäsionsarbeit; die rechte Seite die äquivalente Wärmemenge. Wird (für Gase) P vernachlässigt, so erhalten wir den Ausdruck für das Gay-Lussacsche Gesetz.

*) Die Gleichung bezieht sich auf die Gewichtseinheit des Körpers eventuell auf das Gramm-Molekül.

Setzt man P dem Quadrate der Dichte $\left(d = \frac{1}{v}\right)$ proportional und berücksichtigt, dafs bei der Cohäsionsarbeit nicht das ganze Volumen v, sondern das Kraftfeld zwischen den Molekülen der Druckänderung unterworfen wird, dafs also v um das Volumen w der unveränderlichen Molekülkerne zu vermindern sei, so erhält man

$$\left(\frac{\alpha}{v^2} + p\right)(v - w) = R\left(\frac{1}{\alpha} + t\right)$$

die bekannte Van der Waalssche Zustandsgleichung. Mit Hilfe dieser Gleichung bestimmt sich der Cohäsionsdruck*) für Wasser- und für Schwefelkohlenstoff auf 1000, bei Quecksilber auf 16 000, bei Eisen auf 12 000, bei Kupfer auf 14 000 Atmosphären; er ist also für Flüssigkeiten von derselben Gröfsenordnung wie für feste Körper. Es ist daher unrichtig, wenn die leichte Verschiebbarkeit der Flüssigkeitsteilchen durch deren geringe Cohäsion erklärt wird. Bei den betreffenden Verschiebungen kommt nur die Oberflächenenergie in Betracht, welche als Volumenergie nicht nur von dem (sehr grofsen) Cohäsionsdrucke, sondern auch von der (sehr geringen) Dicke der Oberflächenschicht abhängt.

5. Energie im elektrischen Felde.

Wir betrachten das Feld eines kugelförmigen elektrischen Konduktors. Im Raume, konzentrisch zum Konduktor ist eine der Ladung des Konduktors gleiche Elektrizitätsmenge Q ausgebreitet. Auf diese wirkt die nach dem Coulombschen Gesetze im Mittelpunkt der Kugel konzentriert gedachte Ladung. Der Arbeitswert des auf das Dielectricum wirkenden Druckes kann nach dem Gesetze der Arbeit eines Flüssigkeitsgewichtes bestimmt werden. Auf einer Kugelfläche im Felde vom Halbmesser R findet sich die Elektrizitätsmenge Q. Es entfällt also auf die Flächeneinheit $\frac{Q}{4R^2\pi}$. Auf diese wirkt die Konduktorladung mit der Kraft $p = \frac{Q^2}{4R^4\pi}$. Da dieselbe bei der Elektrisierung allmählich von Null bis p wächst, berechnen wir den Arbeitswert mit der mittleren Kraft $\frac{p}{2}$ und finden für die kugelförmige Schale $dv = 4R^2\pi dR$ der Form $\frac{p}{2}dv$ entsprechend die Volumenenergie**)

$$dW = \frac{Q^2}{2 \cdot 4R^4\pi} \cdot 4R^2\pi dR = \frac{Q^2}{2}\frac{dR}{R^2}.$$

Um diese Energiewerte über das ganze Feld in elementarer Weise zu summieren, setzen wir $R^2 = R_n R_{n-1}$ $dR = R_n - R_{n-1}$ und finden

$$W = \frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_n}\right)$$

als potentielle Energie des elektrischen Feldes.

Wird $R_n = \infty$ so bestimmt

$$W = \frac{Q^2}{2}\frac{1}{R_1}$$

---

*) Vergleiche: Hans Januschke. Der Ätherdruck als einheitliche Naturkraft. Teschen 1893.

**) Zu demselben Resultate (aber unabhängig vom Coulombschen Gesetz) gelangt man, wenn man die Elektrisierung als eine Verschiebung des elastischen Äthers betrachtet.

die Ladungsenergie eines kugelförmigen Konduktors. Das Potential als Energieänderung bei Änderung der Ladung um die Elektrizitätseinheit ist gegeben durch

$$V = \frac{dW}{dQ} = \frac{Q}{R_1}.$$

6. Das Biot-Savartsche Gesetz

$$F = k\,\frac{idl \cdot \sin\alpha}{R^2}$$

läſst sich aus dem magnetischen Felde eines elektrischen Stromes ableiten.

Die skizzierten Fälle zeigen, daſs die Raumenergie eine elementare, anschauliche und einheitliche Behandlung verschiedener Gebiete der Physik ermöglicht. Maxwell erklärt, daſs dem Raummedium bei physikalischen Untersuchungen ein hervorragender Platz anzuweisen sei und daſs wir uns mit allen Mitteln eine begriffliche Vorstellung von seiner Wirkungsweise zu verschaffen suchen sollten. Ist eine solche gefunden, so sollte sie auch der Anschaulichkeit halber im Unterrichte verwendet werden.

Der Vorsitzende Hofrat Dr. Mathias von Wretschko (Wien) spricht dem Vortragenden, der mit sichtlicher Begeisterung gesprochen, den Dank der Versammlung aus und schlieſst die Sitzung.

Ankündigung.

Wir erhielten von der Firma B. G. Teubner in Leipzig folgende Verlagsanzeige:

im letzten Jahrzehnt seines Lebens einige Zuhörer Ausarbeitungen seiner akademischen Vorträge angefertigt, die zusammen mit den Vorlesungsmanuskripten die Grundlage für ihre Veröffentlichung bilden sollten.

Leider war es Kronecker nicht vergönnt, die Ausführung dieses Werkes noch zu erleben. Sehr bald nach seinem Tode beschlofs aber die Königliche Akademie der Wissenschaften zu Berlin, seine Abhandlungen sammeln und herausgeben zu lassen und übertrug die Herausgabe Herrn K. Hensel.

Gleichzeitig sollen auch die gesammelten Vorlesungen Kroneckers veröffentlicht werden. Seit dem Jahre 1861 hat Kronecker an der Berliner Universität Vorlesungen gehalten, und seine Vortragsmanuskripte lassen erkennen, wie viel von seiner besten Kraft er auf sie verwendet hat: in jedem Jahre ist das Gebiet der darzustellenden Disziplinen von neuem eingehend durchforscht worden, jede Vorlesung bezeichnet einen Fortschritt in der eigenen Erkenntnis, in der Einheitlichkeit im Aufbau, in der Vereinfachung der leitenden Ideen. Möchte es den Herausgebern gelingen, diese Vorlesungen wenigstens annähernd in der Form darzustellen, welche der Verewigte ihnen zu geben beabsichtigte.

Von den Vorlesungen werden zunächst die über einfache und mehrfache Integrale erscheinen, herausgegeben von Herrn E. Netto.*)

In diesen Vorlesungen vereinigen sich Originalität der Anschauung mit reicher Fülle an Stoff; die lebendige Darstellung sowie gelegentliche Bemerkungen liefern einen Einblick in Kroneckers Forschungsweise. Bei den grundlegenden Begriffen tritt sein arithmetisches Genie ebenso deutlich hervor, wie sein analytisches Geschick in der Handhabung von Formeln.

Es ist von hohem Interesse, zu sehen, wie Kronecker Mittelpunkte für seine Untersuchungen gewinnt:

Zuerst fliefst aus dem Mittelwertsatze das Dirichletsche, Fouriersche und Poissonsche Integral sowie die Fouriersche Reihe.

Nachdrücklich wird die Bedeutung des Cauchyschen Integrals und der Umstand betont, dafs es seine Wirksamkeit dem Übergange von einer zu zwei Variablen verdankt; dafs man die Behandlung einfacher und doppelter Integrale nicht trennen dürfe. Von dem Cauchyschen Satze aus werden die Entwickelungen in Potenzreihen, funktionentheoretische Sätze, die Summation der Gaufsschen Reihen, die Theorie der Gamma-Funktionen und des Integral-Logarithmus, Grundformeln für die elliptischen Funktionen, hergeleitet.

Der diskontinuierliche Faktor wird zur Reduktion mehrfacher auf einfache Integrale, insbesondere für Potentialberechnungen, benutzt. Der Hauptsache nach stützt sich aber die Potentialtheorie hier auf die Differentiation mehrfacher Integrale.

Auch als Kommentar für Kroneckers kurze, in den Berliner Akademie-Berichten und dem Crelleschen Journal veröffentlichte Mitteilungen dienen die Vorlesungen in reichem Mafse.

An dieses Werk soll sich anschliefsen die Vorlesung über die Theorie der Determinanten, herausgegeben von Herrn K. Hensel.

Ursprünglich waren die Determinanten ein mächtiges Instrument der Algebra und der Analysis; wären sie aber weiter nichts als dies, so besäfsen sie eine blofs formale Bedeutung. In Wahrheit geht aber ihre Bedeutung weit hinaus über den Zweck, der sie ins Leben rief: es treten nämlich bei den Determinanten zum ersten Male und in ihrer einfachsten Erscheinung Eigenschaften hervor, die in den wichtigsten Zweigen der Algebra und Analysis von entscheidender Bedeutung sind, denn die Determinanten können vollständig als die einfachsten Invarianten charakterisiert werden, und so hat ihr Studium zur Erschliefsung jenes grofsen Gebietes der Invariantentheorie die Anregung und das Vorbild gegeben.

---

*) Inzwischen erschienen: [X und 346 S.] gr. 8 1894, geh. 12 Mk.

Ein naturgemäfser Eingang in die Theorie der Determinanten wird sich aber nicht unter diesem Gesichtspunkte darbieten, da er ja im Gegenteil erst durch das Studium der Determinanten gewonnen werden soll. Die meisten Lehrbücher gehen nur nach Cauchy und Jacobi direkt von der schematischen Definition der Determinanten aus. So einfach dieser Weg ist, so erscheint er doch historisch nicht begründet und dürfte sich auch pädagogisch nicht empfehlen.

Der beste Eingang in diese Theorie scheint derjenige zu sein, welcher durch ihre historische Entwicklung gewiesen wird: Leibniz benutzte die Determinanten allein, um die Auflösung eines Systems von n linearen Gleichungen für n Unbekannte in übersichtlicher Form hinzuschreiben. Untersucht man also die Eigenschaften der Lösung, so mufs man zu einem Aufbau der Determinantentheorie gelangen, und auf diesem Wege werden jene Eigenschaften in einfacher und naturgemäfser Weise gefunden.

Da die Vorlesungen den Zweck verfolgen, durch elementare Entwicklungen den Leser in die allgemeine Arithmetik und höhere Algebra einzuführen, so geht der allgemeinen Theorie als erster Hauptteil eine ausführliche Untersuchung der Systeme von zwei, drei und vier linearen Gleichungen mit ebenso vielen Unbekannten oder, was dasselbe ist, der Determinanten zweiter, dritter und vierter Ordnung voraus. Indem man die Untersuchung von den Gleichungen auf die linearen Funktionen überträgt, wird man auf die Systeme linearer Funktionen geführt, und im Anschlusse hieran werden die Begriffe des Enthaltenseins und der Äquivalenz entwickelt, aus denen dann alle Sätze über Determinanten zweiter, dritter und vierter Ordnung fliefsen. Durch Übergang zu dem Systeme der Koefficienten gelangt man endlich zu einer Theorie dieser Systeme, und es ergeben sich naturgemäfs der Begriff des Ranges sowie die Sätze über Komposition und Dekomposition. Mit diesen Hilfsmitteln kann nun die charakteristische Bedeutung der Determinante als Invariante für die Komposition der Systeme in diesen einfachsten Fällen vollständig dargelegt werden.

Die hier gegebene Theorie der Determinanten der niedrigsten Ordnungen wird auf eine Reihe arithmetischer und geometrischer Probleme angewandt, und so einmal der Lösung der allgemeinen Aufgaben vorgearbeitet, dann aber wird auch der Leser an das Rechnen mit diesen Gebilden gewöhnt.

Der zweite Hauptteil ist der allgemeinen Theorie der Determinanten gewidmet. Auch hier gelangt man zu ihr durch Betrachtung der Lösung eines Systems von n linearen Gleichungen mit n Unbekannten. Die Untersuchung äquivalenter Gleichungssysteme liefert zwei Beweise des Multiplikationssatzes, und dieser bildet die Grundlage für die Theorie der Systeme von n^2 Elementen, für ihre Komposition und für ihre Dekomposition in Elementarsysteme. Auf dieser Grundlage kann nunmehr die Beziehung der Determinante zu ihrem Koefficientensysteme hergeleitet werden; es ergiebt sich, dafs die Determinante im wesentlichen die einzige Invariante eines Systemes für die Reihenfolge der Kompositionen ist. Eine einfache Folgerung bildet die Aufstellung der zur Bestimmung der Determinante notwendigen und hinreichenden Funktional- und Differentialgleichungen.

Den letzten Abschnitt des zweiten Hauptteiles bildet die Untersuchung der mit einem gegebenen Systeme zusammenhängenden Systeme, ferner die Theorie der Unterdeterminanten und der aus ihnen gebildeten Systeme. Die hier für quadratische Systeme gefundenen Resultate werden auf rechteckige Systeme oder Matrizen ausgedehnt; daraus ergeben sich dann der verallgemeinerte Multiplikationssatz für Matrizen, der Laplacesche Determinantensatz und die Jacobischen Formeln, die in der Transformationstheorie der linearen und der quadratischen Formen grundlegend sind.

Der letzte Hauptteil enthält Anwendungen der Determinantentheorie auf Algebra, Geometrie und Analysis. Zuerst wird die Lösung eines Systems linearer Gleichungen in dem allgemeinsten Falle entwickelt, daſs die Anzahl der Gleichungen von der der Unbekannten verschieden ist, und die Koefficienten nicht mehr Unbestimmte, sondern gegebene Konstanten sind. Hier tritt als charakteristische Invariante der Rang des Koefficientensystemes auf, dieser allein entscheidet über die Mannigfaltigkeit der Lösungen.

Eine zweite Anwendung besteht in der Bestimmung des gröſsten gemeinsamen Teilers zweier ganzen Funktionen einer Variablen und der Aufstellung der Bedingungen dafür, daſs zwei solche Funktionen einen gröſsten gemeinsamen Teiler von vorgeschriebenem Grade haben, oder daſs dasselbe für ein beliebiges Primmodulsystem der Fall ist.

Hieran schliesst sich als geometrische Anwendung eine Theorie der $n$fachen Mannigfaltigkeiten, und als analytische Anwendung die Theorie der Funktionaldeterminanten sowie die Charakterisierung des Ranges eines aus n nicht linearen Funktionen von ν Variablen gebildeten Divisorensystems.

Die letzte Anwendung ist eine eingehende Darstellung der Theorie der bilinearen und quadratischen Formen, gestützt auf Untersuchungen, welche Kronecker erst in den letzten Jahren angestellt und in dieser Form noch nicht veröffentlicht hatte.

Einladung zum XI. Deutschen Geographentag in Bremen am 17., 18. und 19. April 1895.

Nach Beschluſs des X. Deutschen Geographentages in Stuttgart wird die nächste Tagung in der Osterwoche vom 17. bis 19. April 1895 in Bremen stattfinden. Die Unterzeichneten beehren sich, zur Teilnahme an derselben einzuladen.

Als Hauptgegenstände der Verhandlung sind in Aussicht genommen:

1. Die Polarforschung, insbesondere der Stand der Südpolarfrage.
2. Die Hauptaufgaben der Ozeanographie und maritimen Meteorologie, sowie die Entwickelung der Kompaſs- bezw. Seekarten.
3. Wirtschaftsgeographie und Produktenkunde.
4. Landeskunde der deutschen Nordsee-Gestade.
5. Schulgeographie.

Diejenigen Herren, welche zu diesen Fragen das Wort zu ergreifen wünschen, werden ersucht, die Vorträge möglichst bald und spätestens bis zum 15. Februar 1895 bei dem unterzeichneten Vorsitzenden des Ortsausschusses (Bremen, Langenstraſse 44) anzumelden. Sollte sich eine Überzahl von Anmeldungen ergeben, so wird mit besonderer Berücksichtigung der Zeit der Anmeldung und der näheren oder ferneren Beziehung zu dem in Frage kommenden Hauptthema eine Auswahl getroffen werden.

Geschäftliche, insbesondere die Änderung der Satzungen betreffende Anträge sind spätestens bis zum 1. März 1895 in bestimmter Fassung an den unterzeichneten Geschäftsführer des Zentralausschusses (Berlin SW., Zimmerstraſse 90) einzureichen.

In Verbindung mit dem Geographentage wird eine geographische Ausstellung vorbereitet, welche sich auf die Entwickelung der Seekarten, auf Bremensien, auf eine systematische Vorführung des bildlichen Anschauungsmaterials, sowie auf die neuesten Erscheinungen namentlich auf dem Gebiete der Schulgeographie beziehen soll.

An die Tagung anschliefsend werden, je nach der Zahl der Teilnehmer und der Gunst der Witterung eine Dampferfahrt in See auf einem Norddeutschen Lloyddampfer und ein Ausflug nach einem geographisch interessanten Punkte in der Umgebung Bremens stattfinden. Auch soll, wenn es die Zeit gestattet, Gelegenheit geboten werden, Einrichtungen einer Seehandelsstadt, (Hafenanlagen, Schiffsbau, Warenspeicher, Fabriken u. s. w.) in Augenschein nehmen zu können. Bestimmte nähere Mitteilungen hierüber können jedoch erst später gegeben werden.

Die baldige Anmeldung zum Besuch des Geographentages ist erwünscht. Man kann demselben als Mitglied oder als Teilnehmer beiwohnen. Diejenigen, welche dem Geographentage als ständige Mitglieder angehören oder sich als solche anmelden, zahlen für das Versammlungsjahr einen Beitrag von 6 Mk., wofür sie Zutritt und Stimmrecht auf der Tagung, sowie die Berichte über die Verhandlungen des Geographentages und die sonstigen Drucksachen ohne weitere Nachzahlung erhalten. Wer dem Geographentage nur als Teilnehmer beizuwohnen wünscht, hat einen Beitrag von 4 Mk. zu entrichten, erhält jedoch die gedruckten Verhandlungen nicht unentgeltlich; im übrigen geniefst er während der Dauer der Tagung dieselben Rechte wie die Mitglieder.

Anmeldungen werden an den Generalsekretär des Ortsausschusses, Herrn Dr. W. Wolkenhauer, Bremen, Gertrudenstrafse 30, erbeten und mögen von der Einsendung des betreffenden Betrages begleitet sein, wogegen die Zustellung der Mitglieds- oder Teilnehmerkarte erfolgt.

Bremen, im Januar 1895.

Im Namen des Zentral- und Ortsausschusses:

Der Vorsitzende des Zentralausschusses
Prof. Dr. G. Neumayer,
Wirkl. Geh. Adm.-Rat,
Direktor der Deutschen Seewarte zu Hamburg.

Der Vorsitzende des Ortsausschusses
George Albrecht,
Vorsitzender
der Geographischen Gesellschaft in Bremen.

Der Geschäftsführer des Zentralausschusses
Georg Kollm,
Ingenieur-Hauptmann a. D.,
Generalsekretär der Gesellschaft für Erdkunde zu Berlin.

Ehrenbezeigungen.

Am 12. Januar ds. J. feierte Dr. H. Heilermann, Direktor des Realgymnasiums zu Essen (Ruhr), der den Lesern dieser Zeitschrift durch eine Reihe von Abhandlungen in Crelles Journal und Schlömilchs Zeitschrift für Mathematik und Physik, sowie durch seine Lehr- und Übungsbücher der Geometrie und Algebra bekannt sein dürfte, sein 50jähriges Dienstjubiläum in seltener Frische des Geistes und des Körpers.

Bei dieser Gelegenheit wurde der Jubilar in Anerkennung seiner verdienstvollen Vergangenheit von Sr. Majestät dem Könige zum Geheimen Regierungsrat ernannt.

Die philosophische Fakultät der Kgl. Akademie zu Münster ehrte ihn durch die Erneuerung des vor 50 Jahren verliehenen Doktordiploms, welches der zeitige Dekan Prof. Dr. Killing mit herzlichen Glückwünschen überbrachte.

Frage- und Antwortkasten.

88) Da immer noch Arbeiten über Winkeldrittelung eingesandt werden, so ist es uns sehr erwünscht, zu wissen, wo (etwa in einem Programm) eine Zusammenstellung von Aufsätzen über dieses Thema zu finden ist. Wir erinnern uns, einmal eine solche angezeigt gefunden zu haben. D. Red.

Das Gesetz der grofsen Zahlen.

Ausführliche Antwort*) auf die Frage Nr. 82 in Heft 1, S. 78.

„Die Litteratur des sogenannten Gesetzes der grofsen Zahlen geht zurück auf Jacob Bernoulli's 1713 (nach des Verfassers Tode) erschienene „*Ars conjectandi*"; hier hat B. das nach ihm benannte Theorem mathematisch bewiesen, wornach sich zufällige Ereignisse in einer grofsen Anzahl von Versuchen nahezu im Verhältnisse ihrer Wahrscheinlichkeiten wiederholen, und dieses Theorem bildet den Kerninhalt des obigen Gesetzes. Durch eine überaus feine Analyse hat Laplace im III. Kapitel seiner „*Théorie analytique des probabilités*" das Theorem von neuem begründet und scharf formuliert, während er sich in dem zugehörigen Abschnitt des „*Essai philosophique des probabilités*" (deutsch von F. W. Tönnies, Heidelberg 1819) über den Sinn des Satzes in allgemein verständlicher Weise ausgesprochen hat. Seither ist das Theorem ein wichtiger Teil jedes Lehrbuches geworden, das über Wahrscheinlichkeitsrechnung handelt. Eine Verallgemeinerung des Bernoullischen Theorems hat Poisson („*Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile*, Paris 1837, deutsch von Schnuse 1841) zu geben versucht, indem er von der bis dahin festgehaltenen Voraussetzung abging, die Wahrscheinlichkeiten der fraglichen Ereignisse blieben im ganzen Verlaufe der Versuche ungeändert, und sie als beliebig veränderlich annahm; dieses verallgemeinerte Gesetz der grofsen Zahlen, wie Poisson es nannte, hat jedoch nicht Anerkennung gefunden; eine Kritik desselben gab Joh. v. Kries in seinem Werke „Die Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Eine logische Untersuchung" 1886. Experimentelle Beweise des Gesetzes der grofsen Zahlen hat der kürzlich verstorbene Astronom Rudolf Wolf durch in grofsem Mafsstabe ausgeführte Versuche geliefert, deren Ergebnisse in den „Berner Mitteilungen" 1851 und in der „Vierteljahrsschrift der Züricher Naturforschenden Gesellschaft" 1881—1888 veröffentlicht sind; eine Monographie E. Czubers „Zum Gesetz der grofsen Zahlen", Prag 1890, verfolgt dasselbe Ziel unter Zugrundelegung eines ziemlich umfangreichen Materials von Lotterieziehungen."

Man sehe auch noch den kurzen Abschnitt in Wittstein, Anfangsgründe der Analysis, Hannover 1872, S. 93 ff. D. Red.

Noch einmal Vergilius.**)

(Antwort auf die Art. in XXV, 559.)

Wir erhielten folgende Zuschrift:

Köln, 27. 10. 94.

Sehr geehrter Herr! Vielleicht interessiert es Sie zu hören, was kein Geringerer als Friedrich Ritschl über *Vergilius* — *Virgilius* im

---

*) Wir verdanken diese Antwort dem Herrn Professor Dr. Czuber, derzeitigem Rektor der technischen Hochschule in Wien. D. Red.

**) Man wolle künftig derartige Streitigkeiten in philologischen Zeitschriften — wohin sie gehören — ausfechten. D. Red.

Opusc. II, 781 flg. sagt: „.... für heutiges Latein *Vergilius*, nicht *Virgilius*. Aber darum auch sofort im Deutschen Vergil und nicht mehr Virgil? Was würden wohl unsere westlichen Nachbarn für ein Gesicht dazu machen, wenn ihnen zugemutet würde auf einmal *Aristotèle* statt *Aristote* zu schreiben? oder *Galène* statt ihres (noch dazu so irrationellen) *Galien?* Und wir hätten nicht das Recht, das durchaus volkstümlich gewordene festzuhalten in *Virgil?* .... Dürften am Ende nicht einmal mehr *Homer* und *Horaz* sagen statt *Homeros* und *Horazius?* sollten wohl gar auf Rom und Florenz und Neapel verzichten zu gunsten der unzweifelhaft alten und echten Formen *Roma, Florentia, Neapolis?* Möge doch nicht deutscher Pedantismus einen Schatten auf deutsche Wissenschaft werfen, der gegen diese selbst den Spott des weiteren Kreises der Gebildeten herausfordern mufs!"

Gewifs sehr beherzigenswerte Worte des grofsen Philologen, die meines Erachtens das einzig Richtige treffen. Ergebenst V. F.

Bei der Redaktion eingelaufene Druckschriften.

(Anfang Januar 1895.)

Naturwissenschaften.

Netoliczka, Methodik d. Naturlehre (6. Teil des Handbuchs d. Naturlehre). 2. Aufl. von Kraus. Wien, Pichler etc. 1894.

Wolgast, Über Bilderbuch und Illustration. Hamburg, Selbst-V. i. Comm. von Klofs. 1894.

Houdeck u. Hervert, Mitteilungen aus der Fabrik physik. Apparate und geometr. Modelle. 18. Heft. Prag, Selbst-V. 1894.

Zeitschriften, Programme, Separat-Abdrücke.

Mathem. Annalen. 45. Bd. 4. Heft. — Zeitschr. für Math. u. Phys. XL, 1. — Nouv. Ann. d. Math. XIII, Dezbr.-Heft 1894. — Zeitschr. f. phys. u. chem. Unterr. VIII, 2. — Das Wetter, meteorolog. Monatsschrift. Herausgeg. von Afsmann, XII. Jahrg. Heft 1. — Zeitschr. f. das Realschulwesen XIX, 12. — Pädagog. Archiv XXXVI, 12. — Zeitschr. f. weibl. Bildung XXII, 24 und XXIII, 1. — Gymnasium XII, 24. — Pädagog. Wochenblatt IV, 11—12. — Allgemeine deutsche Lehrer-Ztg. 1894. Nr. 50—51.

Nickel, über graphochem. Rechnen (Sep.-Abdr. a. d. Zeitschr. f. phys. Chemie XIV, 1).

(Mitte Januar 1895.)

Mathematik.

Schlesinger, Handbuch der Theorie der linearen Differentialgleichungen Bd. I. Leipzig. Teubner, 1895.

Muth, Grundlinien für die geometrische Anwendung der Invariantentheorie. Ebenda.

Répertoire bibliographique des Sciences mathématiques. I. ser. Fiches 1 à 100.

Naturwissenschaften.

Krafs-Landois, Das Mineralreich in Wort und Bild. 5. Aufl. Freiburg i. Br. 1894.

Wislicenus, Astronomische Chronologie. Ebenda.
Astronomischer Kalender für 1895, herausgeg. von d. k. k. (Wiener) Sternwarte. Wien, Gerolds Sohn (d. ganzen Reihe 57., der neuen Folge 14. Jahrg.)

Zeitschriften, Programme, Separat-Abdrücke.

Himmel und Erde (Urania) VII, 4. — Natur und Haus III, 5—7. — Zeitschrift f. lateinlose höh. Schulen VI, 3—4 (Doppel-Heft, Dezbr. 1894 bis Jan. 1895). — Zeitschr. f. Schulgeographie XVI, 2—3. — Gymnasium XIII, 1. — Pädagogisches Wochenblatt IV, 13—14. — Allgem. deutsche Lehrerzeitung 1895. Nr. 1—2.

(Mitte Februar 1895.)

Mathematik.

Weber, Lehrbuch der Algebra in 2 Bänden. 1. Bd. (neu). Braunschweig, Vieweg. 1895.
Ahrens, Buchstabenrechnung und Algebra für gewerbliche Fortbildungs- und Fachschulen, Handwerkerschulen etc. 3 Hefte. Kiel u. Leipzig, Lipsius u. Tischer. 1894.

Naturwissenschaften.

John Tyndall, Das Licht, sechs Vorlesungen. Autorisierte deutsche Ausgabe bearb. von Clara Wiedemann. Mit einem Vorwort von G. Wiedemann. 2. Aufl. Braunschweig, Vieweg. 1895.
Die Fortschritte der Physik im Jahre 1893. Dargestellt von der physikal. Gesellschaft zu Berlin. 49. Jahrg. 1. Abt. Redig. von R. Börnstein. Ebenda. 1895.
Abendroth, Leitfaden der Physik mit Einschlufs der einfachsten Lehren der mathemat. Geographie. 1. Bd. Kursus der U. II u. O II. 2. Aufl. Leipzig, Hirzel. 1895.
Much-Fischer, Vor- und früh-geschichtliche Denkmäler aus Österreich-Ungarn (Funde aus der Steinzeit, Bronzezeit, Eisenzeit, Zeit der Römerherrschaft, christlichen Zeit), Bildertafeln in Gröfse von 78:98 cm. Nebst Erläuterungen. Verlag von Hölzel in Wien.

Zeitschriften.

Mathem. Annalen. 46. Bd. Heft 1. — Atti della R. Accademia delle science di Torino XXX, 1. 2. 3—4 (1894/95). — Nouv. Ann. de Mathématiques t. XIV. Janv. 95. — Periodico di Matematica per l'insegnamento secondario. X, 1. — Zeitschr. f. R.-W. XX, 1. — Central-Org. f. d. R.-W. XXIII, 1. — Zeitschr. f. lateinlose höhere Schulen VI, 5. — Pädagog. Wochenblatt. IV, 15—17. — Gymnasium XIII, 2—3. — Zeitschrift f. weibl. Bildung XXIII, 2—3. — Allgem. deutsche Lehrerzeitung. 1895. Nr. 3—5.

Zu den Schulutensilien.

Heinemann, Kalender f. Lehrer an höheren Schulen. 1895. (Mit Kalendarium 1. Okt. 1894 bis 31. März 1896). Hamburg, Adler (schön gebundenes Exemplar).

Berichtigungen zu Band 25.

In der Tabelle auf Seite 87 fehlen die Primzahlen 6827 und 7079. Die erstere hat 2, 5, 7, die zweite 7 zu primitiven Wurzeln.

Ebenso fehlt auf Seite 95 in der Tabelle (2) die Primzahl 6737 mit den primitiven Wurzeln 3, 5, 7.

Briefkasten.

a) Allgemeiner.

An die Herren Berichterstatter (Rezensenten und Programmreferenten): Den geehrten Herren zeigen wir hierdurch an, dafs wir gegenwärtig (Mitte Februar) sowohl mit Rezensionen als auch mit Programmberichten so reich gesegnet sind, wie noch nie. Es liegen allein sechs lange Programmberichte über verschiedene Länder und Provinzen, überdies eine ziemliche Menge von Rezensionen vor. Dazu harren Versammlungsberichte auf Abschlufs. Es hat also mit weiteren Einsendungen keine Eile, es würde ihnen nur eine lange Lagerzeit beschieden sein. —

b) Besonderer
nebst Quittungen über eingelaufene Beiträge.

Herrn **St. i. K.** Progr.-Sch. erhalten. Mit der getroffenen Einrichtung einverstanden. — **E. i. M.** a/B. Anleitung z. Berechnung einer dreistelligen Log.-T. erhalten. Wird verwertet. — **N. i. D.** Anzeigen von L. Streifzüge etc. erhalten. War willkommen. Das Rez.-Expl. steht zur Verfügung. — **B. i. M.** (Rheinprovinz). Tafel mit Buchstaben erhalten. Sind für mich Hieroglyphen. Bitte um Erklärung! — **A. i. C.** Die „Personalnachrichten" sollen sich auf das ganze Preufsen beziehen; womöglich aber später auf ganz Deutschland. — **Iwkowitz** i. **Leskowatz** (Serbien). Brief mit Postk. beantwortet. Erwarte Antwort, ob angekommen. Mit Ihrem Vorschlage einverstanden. Freue mich, dafs unsre Zeitschrift auch in Serbien und Bulgarien gelesen wird. — **F. i. P.** Ist Ihre „praktische Methode, den Schülern der untersten Realschulklasse die Division der Dezimalbrüche zu erklären" wirklich praktischer, als die aller vorausgegangenen Meister im Rechnen, dann senden Sie dieselbe ein. Aber schon Dagewesenes wärmen wir nicht gerne auf, wenn es nicht nötig ist. **Mi. i. P.** Herzlichen Gegengrufs an die „Adria". — **B. i. Z.** Desgl. in d. Schweiz — **Sch.-Ti. i. B.** Wir suchen allerdings einen Referenten für die Z. von P. Das Nähere mufs jedoch brieflich erledigt werden. Auch für (halbjährl.) „gedrängte Berichte" über Fortschritte und den jeweiligen Stand der einzelnen Wissenschaften suchen wir einige Mitarbeiter, welche dieser Arbeit gewachsen sind. — **Pi. i. P.** (Mähren). Wir fürchteten, Sie seien, nachdem Sie von der schönen „blauen Donau" nach Ihrem mährischen Tusculum übergesiedelt sind, für die Zeitschrift tot. Da erscheinen Sie plötzlich auf dem Kampfplatze mit starker Rüstung als Kämpfer gegen das „Jahr Null". Unsern Grufs dem Wiedererstandenen und alten bewährten Mitarbeiter. Fehlende Hefte werden wir besorgen. Sind vermutlich in W. liegen geblieben. Ihre Karte haben wir der Verlagshandlung übermittelt. Von dem „tragischen Nachspiel" weifs ich nichts. — **Tr. i. L.** Anschaulicher Bew. des Ptolem. Lehrs. mit 4 Figuren. Soll erst geprüft werden, dann Antwort. — **D. i. B.** „Über praktischen Unterricht i. d. Chemie." Antwort später. —

Zum Rechnen mit unvollständigen Zahlen.

Zum 25jährigen Jubiläum der „Zeitschrift“ ihrem Gründer, Herrn J. C. V. Hoffmann gewidmet

von Johannes Frischauf in Graz.

In der Kritik zu Vegas *Thesaurus Logarithmorum* erörtert Gaufs*) zum erstenmale die Frage nach der Wahrscheinlichkeit, ob die Summe oder Differenz zweier abgekürzter Zahlen richtig ist oder einer Korrektur bedarf. Gaufs erklärt, dafs man infolge eines Umstandes, „der leicht zu bestätigen, jedoch meines Wissens noch nirgends zur Sprache gebracht ist“, eine grofse Zahl von Fehlern dieses Tafelwertes ohne jedes Nachrechnen erkennen kann. Dieser Umstand besteht darin, dafs die Gleichung

$$\log\sin = \log\tan + \log\cos$$

für Tafelwerte bei strenge richtiger Abkürzung nicht ausnahmsweise richtig ist, und „dafs bei einer grofsen Menge von Fällen dieser Ausnahmefall durchschnittlich einmal unter vieren vorkommen wird, was sich bei wirklicher Abzählung in solchen siebenziffrigen Tafeln, wo auf die Richtigkeit der letzten Ziffer mit Sorgfalt gehalten ist, bestätigt findet“. Da bei Vegas Tafel diese Gleichung fast ohne Ausnahme richtig ist — Gaufs konnte nur eine einzige finden — so schliefst Gaufs, dafs aus diesem Grunde bereits „mit einer geringen Unsicherheit im Mehr oder Weniger“ 5670 um eine Einheit unrichtig angesetzte Logarithmen in einer der drei Spalten (sin, cos, tan) von Vegas *Thesaurus Logarithmorum* zu erwarten sind, im Falle in zweien die Zahlen genau gekürzt angegeben sind.

---

*) „Einige Bemerkungen zu Vegas *Thesaurus Logarithmorum*“. Astronomische Nachrichten Nr. 756, 1851, Mai 3.

1.

Im folgenden soll die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, ob eine Summe oder Differenz von mehreren Zahlen richtig ist, oder einer Korrektur bedarf. Mit Rücksicht auf die Zwecke des logarithmischen Rechnens werden die gegebenen Zahlen auf gleichviel Stellen gekürzt vorausgesetzt, so dafs der Fehler einer jeden Zahl eine bestimmte Gröfse ε gleich einer halben Einheit der letzten Stelle nicht überschreiten kann. Dabei wird jede Gröfse des Fehlers, sowie jede Zeichen-Kombination derselben als gleichwahrscheinlich vorausgesetzt.

Ist a der abgekürzte Wert der Zahl α,

$$\alpha = a + \xi,$$

so setze man den Fehler ξ in der Form voraus

$$\xi = x \frac{\varepsilon}{n},$$

wo n eine grofse Zahl bedeutet, x kann alle Werte von 0 bis $\pm n$ durchlaufen.

Werden m abgekürzte Zahlen zu einer Summe oder Differenz vereinigt, so ist die letzte Stelle richtig, wenn der absolute Wert von

$$X = x_1 + x_2 + \cdots + x_m \leqq n$$

ist; ist X absolut gleich n bis $3n$, so findet eine Korrektur um eine Einheit, ist X absolut gleich $3n$ bis $5n$, so findet eine Korrektur um zwei Einheiten statt; u. s. w.

Alle Werte von X lassen sich in Gruppen zusammenfassen, wo in einer jeden Gruppe die Gröfsen $x_1, x_2, \cdots x_m$ alle Werte $0, \pm 1, \pm 2, \cdots \pm n$ durchlaufen; die Anzahl der Fälle jeder Gruppe beträgt $2^m (n + 1)^m$ — wobei allerdings der Wert 0 positiv und negativ genommen wurde, was für diese Untersuchung ohne Einflufs ist.

2.

Für die Zwecke dieser Untersuchung wird die Anzahl aller Wert-Systeme $(x_1, x_2, \cdots x_m)$ für alle positiven und negativen Werte von X innerhalb der Zahlen qn und $(q + 1) n$ benötigt, wo $q \leqq m - 1$.

Ist für irgend eine Zeichen-Kombination von $x_1, \cdot\cdot x_m$ die Zahl X positiv, so wird für die entgegengesetzten Zeichen von $x_1, \cdot\cdot\cdot x_m$ die Zahl X negativ. Die Anzahl der Wert-Systeme $(x_1, \cdot\cdot\cdot x_m)$ für einen bestimmten positiven Wert von X ist daher gleich der Anzahl der Wertsysteme von $(x_1, \cdot\cdot x_m)$ für denselben negativen Wert von X.

Sind von den Zahlen $x_1, \cdot\cdot\cdot x_m$ $m - s$ positiv, s negativ, so liefert jede der $\binom{m}{s}$ Zeichen-Kombinationen dieselben Werte für X. Die Anzahl aller Wert-Systeme $(x_1, \cdot\cdot x_m)$ für diese Zeichen-Kombination soll mit N_s bezeichnet werden. Die gleichen aber entgegengesetzten Werte für X liefert jede der $\binom{m}{m-s}$ Kombinationen, wo s Zahlen positiv, $m - s$ negativ genommen werden. Es ist daher

$$N_s = N_{m-s}.$$

Jede dieser beiden Zahlen (N_s und N_{m-s}) ist zugleich die Anzahl der Wert-Systeme $(x_1, x_2, \cdot x_m)$ aus diesen zwei Zeichen-Kombinationen zusammen, für welche X nur bestimmte positive oder nur negative Werte zwischen den Zahlen qn und $(q + 1)n$ erhält. Es genügt daher, die Ausdrücke $N_0, N_1, N_2, \cdot\cdot$ unter der Voraussetzung zu bestimmen, dafs X nur positive Werte erhält.

3.

Die Bestimmung der Anzahl der Wert-Systeme $(x_1, x_2, \cdot\cdot x_m)$, für welche X bestimmte positive Werte erhält, läfst sich auf die Anzahl der Auflösungen der Gleichung

$$X = x_1 + x_2 + \cdot\cdot + x_m = qn + r, \tag{I}$$

wo $x_1, x_2, \cdot\cdot x_m$ sowie die Zahlen q und r als positiv, $r < n$ vorausgesetzt werden, zurückführen. Der gröfste Wert von q ist $m - 1$.

Die Anzahl der Auflösungen von (I) soll durch

$$f(qn + r, m)$$

bezeichnet werden. Für die Auflösung bildet man Variationen der m^{ten} Klasse aus den Elementen $0, 1, 2, \cdot\cdot n$ zur Summe $qn + r$; jede derselben liefert eine Auflösung der Gleichung (I).

Ist

$$X' = (m - (q+1))\, n + r = mn - (qn + n - r),$$

so bildet man die Variationen zur Summe $qn + n - r$; ist $a_1, a_2, \cdots a_m$ eine derselben, so ist

$$n - a_1, \quad n - a_2, \quad \cdots n - a_m$$

eine Variation zur Summe X'.

Die Anzahl derselben $f(X')$ wird daher aus $f(X)$ erhalten, indem man in letzterem Ausdruck $n - r$ statt r setzt.

Für $q = 0$ und für $q = m - 1$ ist die Bestimmung des Ausdruckes f leicht*).

Es ist

$$f(r, m) = \binom{r + m - 1}{m - 1},$$

also

$$f((m-1)\, n + r, m) = \binom{n - r + m - 1}{m - 1}.$$

Ist $q > 0$, so kann $x_1 = 0, 1, \cdots n$ gewählt werden; für jede dieser Annahmen bildet für die übrigen Gröfsen $x_2, \cdots x_m$ jede Variation der $m - 1^{\text{ten}}$ Klasse zur resp. Summe $qn + r$, $qn + r - 1, \cdots qn + r - n$ ein System von Werten.

Für $x_1 = 0, 1, \cdots\cdots r$ setze man $r - x_1 = t$

„ $x_1 = r + 1, \cdots\cdots n$ „ $n + r - x_1 = t$.

Es ist dann

$$f(qn + r, m) = \int_{t=0}^{t=r} f(qn + t, m - 1) + \int_{t=r}^{t=n-1} f((q-1)\, n + t, m - 1).$$

Durch wiederholte Anwendung dieser Gleichung kommt man auf die beiden Fälle $q = m - 1$ und $q = 0$.

Mittelst der Formeln

$$\binom{0 + m - 1}{m - 1} + \binom{1 + m - 1}{m - 1} + \cdots + \binom{t + m - 1}{m - 1} + \cdot + \binom{s + m - 1}{m - 1}$$

$$= \int_{t=0}^{t=s} \binom{t + m - 1}{m - 1} = \binom{s + m}{m} \text{**})$$

$$\binom{t + m - 1}{m - 1} + \cdots + \binom{s + m - 1}{m - 1} = \binom{s + m}{m} - \binom{t - 1 + m}{m}$$

*) Frischauf, Lehrbuch der allgemeinen Arithmetik. 4. Aufl. S. 115. Graz 1881. Leuschner & Lubensky.

**) Folgt unmittelbar aus der früher erwähnten Gruppierung der Variationen zur Summe s der $m + 1$ten Klasse in solche Gruppen, wo das erste Element resp. $s, s - 1, \cdots 0$ ist.

lassen sich für die aufeinanderfolgenden Werte von m

$$(m = 2, 3, 4, 5, \cdot\cdot)$$

die Anzahl der Auflösungen der Gleichung (I) für die Werte $q = 1, 2, \cdot\cdot \frac{m-2}{2}$ (für m gerade) oder $\frac{m-1}{2}$ (für m ungerade) angeben.

4.

Setzt man

$$x_1 + x_2 + \cdot\cdot + x_{m-s} = X_1$$
$$x_{m-(s-1)} + \cdot\cdot + x_m = X_2,$$

$x_1, x_2, \cdot\cdot x_m$ positiv vorausgesetzt, so läſst sich die Bestimmung der Anzahl der Auflösungen der Gleichung

$$X_1 - X_2 = X_s \qquad \text{(II)}$$

für alle positiven Werte von X_s gleich qn bis $(q+1)n$ durch die Funktion f ausdrücken.

Zusammengehörige Werte von X_1 und X_2 sind:

1) $X_1 = qn + r,$ $\quad X_2 = 0, 1, \cdot\cdot r$
2) $X_1 = (q+1)n + r,$ $\quad X_2 = r, r+1, \cdot\cdot n + r$
3) $X_1 = (q+2)n + r,$ $\quad X_2 = n + r, n + r + 1, \cdot\cdot 2n + r$
$s-1$) $X_1 = (q+s-1)n + r,$ $\quad X_2 = (s-2)n + r, \cdot\cdot (s-1)n + r$
s) $X_1 = (q+s)n + r,$ $\quad X_2 = (s-1)n + r, \cdot\cdot sn$

Die Anzahl der Auflösungen für X_2 beträgt:

In 1) $\qquad f(r, s+1) = \binom{r+s}{s}.$

In 2) zerlege man die Werte von X_2 in die zwei Gruppen von r bis $n-1$ und n bis $n+r$.

Die erste Gruppe liefert

$$\int_{t=r}^{t=n-1} f(t, s),$$

die zweite Gruppe

$$\int_{t=0}^{t=r} f(n+t, s);$$

beide Gruppen daher zusammen

$$\int_{t=r}^{t=n-1} f(t, s) + \int_{t=o}^{t=r} f(n+t, s) = f(n+r, s+1)$$

Auflösungen $x_1, x_2, \cdot\cdot x_m$ für alle Werte X_2 in 2).

Zerlegt man die Werte von X_2 in $s-1)$ in die zwei Gruppen von $(s-2)n+r$ bis $(s-1)n-1$ und $(s-1)n$ bis $(s-1)n+r$, so erhält man für die Anzahl der Werte von X_2 in beiden Gruppen

$$f((s-1)n+r, s+1).$$

Die Anzahl der Werte X_2 in $s)$ ist

$$\int_{t=r}^{t=n} f((s-1)n+t, s) = \binom{n-r+s}{s} = f(sn+r, s+1)$$

Die Anzahl aller Wert-Systeme $(x_1, x_2 \cdot\cdot x_m)$ beträgt daher:

In 1) $f(qn+r, m-s)\cdot f(r, s+1)$
„ 2) $f((q+1)n+r, m-s)\cdot f(n+r, s+1)$
„ 3) $f((q+2)n+r, m-s)\cdot f(2n+r, s+1)$
. . . .
„ $s-1$) $f((q+s-1)n+r, m-s)\cdot f((s-1)n+r, s+1)$
„ s) $f((q+s)n+r, m-s)\cdot f(sn+r, s+1)$,

wo $q+s<m-s$ vorausgesetzt wird.

Für $q=0$, $s=\frac{m}{2}$ fällt die Gruppe in $s)$ weg, da in $X_1=\frac{m}{2}n+r$ $r=0$ vorausgesetzt werden mufs.

Summiert man den Ausdruck

$$\begin{aligned} F(s) = f(qn+r, m-s)\cdot f(r, s+1) + \cdot\cdot \\ + f((q+s)n+r, m-s)\cdot f(sn+r, s+1) \end{aligned}$$

von $r=0$ bis $r=n-1$, so erhält man die Anzahl N_s der Auflösungen der Gleichung (II), d. i. die Anzahl der Wert-Systeme $(x_1, x_2, \cdot\cdot x_m)$, für welche X_s zwischen qn und $(q+1)n$ liegt.

5.

Wird n als eine sehr grofse Zahl vorausgesetzt, so kann

$$1^m + 2^m + \cdot\cdot + n^m = \frac{n^{m+1}}{m+1}$$

gesetzt werden, und Summierungen eines Ausdruckes t^m von $t=a$ bis $t=n-b$, wo a und b gegen n als klein vorausgesetzt werden, lassen sich durch solche von $t=0$ bis n ersetzen.

Die Summe von

$$r^a(n-r)^b = n^{a+b+1}\left(\frac{r}{n}\right)^a\left(1-\frac{r}{n}\right)^b\frac{1}{n}$$

geht über in

$$n^{a+b+1}\int_0^1 x^a(1-x)^b\,dx = \frac{a!\,b!}{(a+b+1)!}\,n^{a+b+1}\,{}^{*)}.$$

Bildet man den Ausdruck

$$N = N_0 + \binom{m}{1}N_1 + \binom{m}{2}N_2 + \cdots,$$

so erhält man alle Wert-Systeme $(x_1,\cdots x_m)$, für welche X alle Werte zwischen $+qn$ und $+(qn+1)n$ annimmt. Der Ausdruck N erscheint in der Form

$$N = An^m.$$

Ebenso grofs ist die Anzahl der Wert-Systeme $x_1\cdots x_m$, für welche X alle Werte zwischen $-qn$ und $-(q+1)n$ annimmt. Die Wahrscheinlichkeit, dafs X zwischen $\pm qn$ und $\pm(q+1)n$ liegt, ist daher

$$W = \frac{A}{2^{m-1}}.$$

6.

Von besonderem Interesse ist der Fall $q=0$. In diesem Falle hat man den Ausdruck

$$F(s) = f(r,m-s)\cdot f(r,s+1) + f(n+r,m-s)\cdot f(n+r,s+1) + \cdots$$

nach r zu summieren.

Setzt man $m-(s+1)$ statt s, so bleibt die rechte Seite (Glied für Glied) unverändert; es ist daher

$$F(s) = F(m-(s+1)),$$

also auch

$$N_s = N_{m-(s+1)}.$$

Vermöge dieser Gleichung folgt:

Für m gerade

$$N = \binom{m+1}{1}N_0 + \binom{m+1}{2}N_1 + \cdots$$
$$+ \binom{m+1}{\frac{m-2}{2}}N_{\frac{m-4}{2}} + \binom{m+1}{\frac{m}{2}}N_{\frac{m-2}{2}}.$$

*) Für kleine Zahlen b entwickelt man $(n-r)^b$ und wendet die obige (auch elementar leicht beweisbare) Formel für die Potenz-Summe auf die einzelnen Teile von $r^a(n-r)^b$ an.

Für m ungerade

$$N = \binom{m+1}{1} N_0 + \binom{m+1}{2} N_1 + \cdots$$

$$+ \binom{m+1}{\frac{m-1}{2}} N_{\frac{m-3}{2}} + \binom{m}{\frac{m-1}{2}} N_{\frac{m-1}{2}}.$$

7.

Für die Werte $m = 2$ bis $m = 5$ wurden die Rechnungen rücksichtlich der Korrektur vollständig durchgeführt, für $m = 6, 7, 8$ nur die der Hauptfälle.

Wie bereits erwähnt, findet für die Summe (oder Differenz) keine Korrektur statt, wenn der absolute Wert von $X < n$ ist, eine Korrektur um eine Einheit, wenn $n < X < 3n$ u. s. w. Einzelne Werte, wie $X = n$ und $X = 3n$ u. s. w. haben auf die Berechnung der Wahrscheinlichkeit keinen Einfluſs und können daher als Übergänge von je zwei Gruppen von Werten X betrachtet und in jede derselben einbezogen werden.

Bedeuten die gegebenen Zahlen Logarithmen, so bedarf der (berechnete) Logarithmus der Quadratwurzel keiner Korrektur, wenn der absolute Wert von $X < 2n$ ist, einer Korrektur um eine Einheit, wenn $2n < X < 6n$ ist, einer Korrektur um zwei Einheiten, wenn $6n < X < 10n$ u. s. w. Für den Logarithmus der Kubikwurzel beträgt die Korrektur eine, zwei ·· Einheiten, wenn $3n < X < 9n$, $9n < X < 15n$, ·· ist.

$m = 2.$

$0 \leqq X \leqq n \qquad W = \frac{3}{4}.$

$m = 3$

$0 \leqq X \leqq n \qquad W = \frac{2}{3}$

$2n \leqq X \leqq 3n \qquad W = \frac{1}{24}.$

$m = 4$

$0 \leqq X \leqq n \qquad W = \frac{115}{192} = 0{,}60..$

$3n \leqq X \leqq 4n \qquad W = \frac{1}{192}$

$2n \leqq X \leqq 4n \qquad W = \frac{1}{12}$

$$m = 5$$

$$0 \overset{=}{<} X \leqq n \qquad W = \tfrac{11}{20} = 0{,}55$$

$$3n \overset{=}{<} X \leqq 5n \qquad W = \tfrac{1}{60}$$

$$2n \overset{=}{<} X \leqq 5n \qquad W = \tfrac{119}{960}$$

$$m = 6$$

$$0 \overset{=}{<} X \leqq n \qquad W = \tfrac{5887}{11522} = 0{,}51\,..$$

$$5n \overset{=}{<} X \leqq 6n \qquad W = \tfrac{1}{23040}$$

$$m = 7$$

$$0 \overset{=}{<} X \leqq n \qquad W = \tfrac{151}{315} = 0{,}48\,..$$

$$5n \overset{=}{<} X \leqq 7n \qquad W = \tfrac{1}{2520}$$

$$m = 8$$

$$0 \overset{=}{<} X \leqq n \qquad W = \tfrac{259723}{573440} = 0{,}45\,..$$

$$7n \overset{=}{<} X \leqq 8n \qquad W = \tfrac{1}{5160960}.$$

In den Lehrbüchern für Arithmetik giebt man als Fehlergrenze für eine Summe oder Differenz von m gekürzten Zahlen den Wert m halbe Einheiten der letzten Stelle an. Daraus folgen für $m = 2$ bis $m = 8$ als gröfste Korrekturen:

$$1,\ 1,\ 2,\ 2,\ 3,\ 3,\ 4.$$

Die Wahrscheinlichkeiten dieser Korrekturen betragen nach den obigen Rechnungen:

$$\tfrac{1}{4},\ \tfrac{1}{8},\ \tfrac{1}{192},\ \tfrac{1}{60},\ \tfrac{1}{23040},\ \tfrac{1}{2520},\ \tfrac{1}{5160960}.$$

Für $m = 10$ erhält man für die Wahrscheinlichkeit der gröfsten Korrektur (gleich 5 Einheiten der letzten Stelle) den Wert

$$\frac{1}{1857945600},$$

während die Wahrscheinlichkeit, dafs eine durch Addition oder Subtraktion von 10 gekürzten Zahlen erhaltene Zahl keiner Korrektur bedarf, noch nahezu 0,4 beträgt.

Zusatz. Die Resultate bezüglich der Genauigkeit der Zahlen, die durch Addition und Subtraktion abgekürzter Zahlen erhalten werden, lassen sich auch auf solche Gröfsenbestimmungen übertragen, die als Summe oder Differenz mehrerer mit gleicher Schärfe gemessener Gröfsen erhalten werden.

Anmerkungen.

1. Man erhält, der Kürze halber

$$\binom{n+2}{2}+\binom{n-1+2}{2}=(n+1)^2$$

gesetzt:

$$f(n+r,3)=(n+1)^2-\binom{r-1+2}{2}-\binom{n-r-1+2}{2}$$

$$f(n+r,4)=(n+1)^2\binom{r+1}{1}-2\binom{r-1+3}{3}+\binom{n-r-2+3}{3}$$

$$f(n+r,5)=(n+1)^2\binom{r+2}{2}+\binom{n-1+4}{4}+\binom{n-2+4}{4}$$
$$-3\binom{r-1+4}{4}-\binom{n-r-3+4}{4}$$

$$f(2n+r,5)=(n+1)^2\left((n+1)^2-\binom{r-1+2}{2}-\binom{n-r-1+2}{2}\right)$$
$$-2\binom{n-1+4}{4}-2\binom{n-2+4}{4}+3\binom{r-2+4}{4}+3\binom{n-r-2+4}{4}$$

u. s. w.

Kürzer werden diese Rechnungen, wenn man gleich anfangs die Voraussetzung n sehr grofs einführt.

Man setze $\varrho=\frac{r}{n}$ und

$$f(qn+r,m)=n^{m-1}\varphi(q+\varrho,m);$$

es wird dann

$$\varphi(\varrho,m)=\frac{\varrho^{m-1}}{(m-1)!}$$

$$\varphi(q+\varrho,m)=\int_0^\varrho\varphi(q+\tau,m-1)\,d\tau+\int_\varrho^1\varphi(q-1+\tau,m-1)\,d\tau$$

$$\varphi(m-(q+1)+\varrho,m)=\varphi(q+1-\varrho,m).$$

Setzt man $1-\varrho=\sigma$, so wird

$$\varphi(1+\varrho,3)=1-\frac{\varrho^2}{2}-\frac{\sigma^2}{2}$$

$$\varphi(1+\varrho,4)=\varrho-\frac{\varrho^3}{3}+\frac{\sigma^3}{6}$$

$$\varphi(1+\varrho,5)=\frac{1}{12}+\frac{\varrho^2}{2}-\frac{\varrho^4}{8}-\frac{\sigma^4}{24}$$

$$\varphi(2+\varrho,5)=\frac{5}{6}-\frac{\varrho^2}{2}-\frac{\sigma^2}{2}+\frac{\varrho^4}{8}+\frac{\sigma^4}{8}$$

$$\varphi(1+\varrho,6)=\frac{\varrho}{12}+\frac{\varrho^3}{6}-\frac{\varrho^5}{30}+\frac{\sigma^5}{120}$$

$$\varphi(2+\varrho, 6) = \tfrac{1}{12} + \tfrac{3}{4}\varrho - \frac{\varrho^3}{3} + \frac{\sigma^3}{6} + \frac{\varrho^5}{20} - \frac{\sigma^5}{30}$$

$$\varphi(1+\varrho, 7) = \tfrac{1}{24}\left(\tfrac{1}{15} + \varrho^2 + \varrho^4 - \frac{\varrho^6}{6} - \frac{\sigma^6}{30}\right)$$

u. s. w.

2. Vermittelst der obigen Formel für $\varphi(q+\varrho, m)$ lassen sich successive auch die Ausdrücke $\varphi(1+\varrho, m)$, $\varphi(2+\varrho, m)\cdots$ für beliebige Werte von m entwickeln.

Wendet man

$$\varphi(1+\varrho, m) = \int_0^\varrho \varphi(1+\tau, m-1)\,d\tau + \frac{1-\varrho^{m-1}}{(m-1)!}$$

auf $\varphi(1+\tau, m-1)$, $\varphi(1+\tau, m-2)$, $\cdots$ an, so erhält man

$$\varphi(1+\varrho, m) = \frac{(1+\varrho)^{m-1} - m\varrho^{m-1}}{(m-1)!}.$$

Mittelst dieser Formel kann wieder $\varphi(2+\varrho, m)$ entwickelt werden. Man erhält

$$\varphi(2+\varrho, m) = \frac{(2+\varrho)^{m-1} - \binom{m}{1}(1+\varrho)^{m-1} + \binom{m}{2}\varrho^{m-1}}{(m-1)!},$$

wo bereits das Bildungsgesetz für die Funktion $\varphi(q+\varrho, m)$ ersichtlich wird. Es ist allgemein

$$\varphi(q+\varrho, m) = \Big\{(q+\varrho)^{m-1} - \binom{m}{1}(q-1+\varrho)^{m-1}$$
$$+ \binom{m}{2}(q-2+\varrho)^{m-2} - \cdots \pm \binom{m}{q}\varrho^{m-1}\Big\} \cdot \frac{1}{(m-1)!},$$

welche Formel man leicht durch den Schlufs von m auf $+1$ rechtfertiget.

Zusatz. In gleicher Weise erhält man für einen endlichen Wert von n

$$f(qn+r, m) = \binom{qn+r+m-1}{m-1} - \binom{m}{1}\binom{(q-1)n+r-1+m-1}{m-1}$$
$$+\cdots+(-1)^s\binom{q}{s}\binom{(q-s)n+r-s+m-1}{m-1} + \cdots \pm \binom{m}{q}\binom{r-q+m-1}{m-1}.$$

3. Ersetzt man in $F(s)$ die Ausdrücke $f(qn+r, m-s)$ durch $\varphi(q+\varrho, m-s)$ u. s. w., multipliziert man dann $F(s)$ mit $d\varrho = \frac{1}{n}$ und integriert man nach ϱ von 0 bis 1, so erhält man statt N unmittelbar den Wert A des Art. 5.

4. Vermittelst der Formeln für $\varphi(m - 1 + \varrho, m)$ und $\varphi(m - 2 + \varrho, m)$ lassen sich die Wahrscheinlichkeiten von X, wenn

$$1)\quad (m - 1)n \overline{<} X \leqq mn$$
$$2)\quad (m - 2)n \overline{<} X \leqq mn$$

ist, für jeden Wert von m bestimmen. Man erhält:

$$\text{für 1)}\quad W = \frac{1}{m!\,2^{m-1}},$$

$$\text{für 2)}\quad W = \frac{2}{m!}.$$

Ersterer Ausdruck ist die Wahrscheinlichkeit der gröfsten Korrektur gleich $\frac{m}{2}$ Einheiten der letzten Stelle, wenn m gerade ist, der zweite Ausdruck ist die Wahrscheinlichkeit der gröfsten Korrektur gleich $\frac{m-1}{2}$ Einheiten der letzten Stelle, wenn m ungerade ist.

Kleinere Mitteilungen.

Ergänzung zum Lehmus-Steinerschen Satze.*)

Von Dr. A. Emmerich in Mülheim a. d. Ruhr.

Auf die Frage Nr. 1267 des Aufgabenrepertoriums dieser Zeitschrift (Bd. 25, S. 583): „Mufs ein Dreieck gleichschenklig sein, wenn zwei seiner Aufsenwinkel-Halbierenden, von der Ecke bis zur Gegenseite gemessen, gleich lang sind?" findet sich schon bei Steiner (Ges. W., Bd. 2, S. 324) die Antwort: „In diesem Falle kommt es auf eine nähere Unterscheidung an, ob nämlich α) beide Strahlen die verlängerten Gegenseiten jenseits der Spitze C, oder beide dieselben unterhalb der Grundlinie AB treffen, oder ob β) der eine die Gegenseite jenseits der Spitze und der andere sie unterhalb der Grundlinie trifft. Unter der Bedingung (α) ist das Dreieck gleichschenklig; dagegen unter (β) nicht." Steiner beweist dann die auf den Fall (α) bezüglichen Behauptungen, ohne dem Falle (β) nähere Beachtung zu schenken. Eine Untersuchung dieses Falles scheint noch nicht veröffentlicht zu sein. Auf ihn bezieht sich folgender

Satz: Ist die Entfernung des Inkreismittelpunktes eines Dreiecks von einer Ecke die mittlere Proportionale zu seinen Entfernungen von den beiden anderen Ecken, so sind die von diesen ausgehenden Aufsenwinkelhalbierenden einander gleich.

Der Beweis kann z. B. vermittelst Rechnung wie folgt geführt werden: Ist $CI^2 = AI \cdot BI$, so ergiebt sich aus den Proportionen

$$CI : AI = \sin\frac{1}{2}\alpha : \sin\frac{1}{2}\gamma,$$

$$CI : BI = \sin\frac{1}{2}\beta : \sin\frac{1}{2}\gamma,$$

dafs auch

$$\text{(a)}\quad \sin\frac{1}{2}\alpha \cdot \sin\frac{1}{2}\beta = \sin\frac{1}{2}\gamma^2 \quad \text{ist.}$$

*) Vergl. hierzu: XXIII, 480. Anm. und 579 u. f. und sodann noch XXIV, 438 u. f. D. Red.

Da die Möglichkeit $\sin\frac{1}{2}\alpha\cdot\sin\frac{1}{2}\beta+\sin\frac{1}{2}\gamma^2=0$ ausgeschlossen ist, so ist die Gleichung

$$(\mathrm{a}')\ \sin\tfrac{1}{2}\alpha^2\cdot\sin\tfrac{1}{2}\beta^2=\sin\tfrac{1}{2}\gamma^4$$

mit (a) gleichwertig. Die weitere Behandlung von (a') liefert

$$0=\begin{vmatrix}\sin\frac{1}{2}\alpha^2, & \sin\frac{1}{2}\gamma^2\\ \sin\frac{1}{2}\gamma^2, & \sin\frac{1}{2}\beta^2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\sin\frac{1}{2}\alpha^2-\sin\frac{1}{2}\gamma^2, & \sin\frac{1}{2}\gamma^2\\ \sin\frac{1}{2}\gamma^2-\sin\frac{1}{2}\beta^2, & \sin\frac{1}{2}\beta^2\end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}\sin\frac{1}{2}(\alpha-\gamma)\cos\frac{1}{2}\beta, & \sin\frac{1}{2}\alpha\sin\frac{1}{2}\beta\\ \sin\frac{1}{2}(\gamma-\beta)\cos\frac{1}{2}\alpha, & \sin\frac{1}{2}\beta^2\end{vmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}\beta\begin{vmatrix}\sin\frac{1}{2}(\alpha-\gamma)\sin\beta, & 1\\ \sin\frac{1}{2}(\gamma-\beta)\sin\alpha, & 1\end{vmatrix},$$

also (b) $\sin\beta:\sin\frac{1}{2}(\gamma-\beta)=\sin\alpha:\sin\frac{1}{2}(\alpha-\gamma)$.

Aus der Gleichung (a) folgt nun, daſs γ der mittlere der Dreieckswinkel ist. Nehmen wir also an, α sei der gröſste Winkel im Dreieck, so ist

$$\gamma>\beta,\quad \tfrac{1}{2}\gamma>\tfrac{1}{2}\beta,\quad \tfrac{1}{2}(\beta+\gamma)>\beta,\quad 90^0-\tfrac{1}{2}\alpha>\beta,$$

d. h. die Auſsenwinkelhalbierende AA' trifft die Verlängerung von BC jenseits der Spitze C. Ähnlich erhält man aus $\gamma<\alpha$, daſs die Auſsenwinkelhalbierende BB' die Verlängerung von CA unterhalb der Grundlinie AB trifft. Im $\triangle ABA'$ ist nun $\sphericalangle A'=\frac{1}{2}(\gamma-\beta)$, daher

$$AA':AB=\sin\beta:\sin\tfrac{1}{2}(\gamma-\beta).$$

Dazu ergiebt sich aus dem $\triangle BAB'$, in dem $\sphericalangle B'=\frac{1}{2}(\alpha-\gamma)$ ist:

$$BB':AB=\sin\alpha:\sin\tfrac{1}{2}(\alpha-\gamma).$$

Diese beiden Proportionen zeigen in Verbindung mit Gleichung (b), daſs $AA'=BB'$ ist.

Umkehrung: Sind zwei Auſsenwinkelhalbierende eines Dreiecks, von der Ecke bis zur Gegenseite gemessen, einander gleich, so ist das Dreieck entweder gleichschenklig, oder die Entfernung des Inkreismittelpunktes von der dritten Ecke ist die mittlere Proportionale zu seinen Entfernungen von den beiden anderen Ecken.

Als Beispiel für ein Dreieck der letzteren Art bietet sich das in der ersten Lösung von Nr. 1267 (l. c.) berechnete dar. Man findet zu den Seiten

$$a = 2,\quad b = 3{,}712214,\quad c = 3$$
$$AA' = BB' = 8{,}7569,$$

und ferner

$$\lg AJ = 0{,}3899254$$
$$\lg BJ = 0{,}9739333 - 1$$
$$\lg CJ = 0{,}1819292,$$

mit welchen Werten der Gleichung

$$CJ^2 = AJ \cdot BJ$$

Genüge geschieht.

Pythagoreisch oder pythagoräisch?*)

Von Prof. Meyer-Herford i. W.

Im 6. Heft d. Jahrg. XXV, S. 434 Anm. wird von Richter-Wandsbeck die Schreibart „pythagoräisch" verteidigt. Es heifst daselbst: „es ist daher die Annahme statthaft, dafs die Endung in deutscher Weise gebildet ist". Das ist nicht richtig. Die deutschen Adjectiva von Eigennamen werden durch die Endung „isch" oder (mit Syncope des i) „sch" gebildet, welche unmittelbar an das Wort oder an den sogenannten Stamm gehängt wird. Das ergiebt etwa Pythagoras'sch oder Pythagorisch; diese letztere Form findet sich wirklich z. B. bei Wieland (Göschen'sche Verlagsh. 1853 Ausg. in 32 Bdn.) Bd. 16, S. 248. Die Form „pythagoräisch" ist weder deutsch noch lateinisch noch griechisch. Trägt man Bedenken, die richtige Form „pythagoreisch" anzuwenden, weil man sie nicht begründen kann, warum sagt man dann nicht einfach Satz des Pythagoras, gleichwie Satz des Ceva, Satz des Pascal? (Reidt, Planim.[5] pag. 156 und 158). — Bei Spieker, Lehrb. der eb. Geom.[15] § 277 und Reidt, Planim. pag. 177 findet sich unrichtigerweise das Apollonische Taktionsproblem; dies würde bedeuten „des Apollon".

*) Hierüber ist bereits an mehreren Stellen dieser unserer Zeitschrift verhandelt. Man sehe z. B. Bd. XVI (1885), S. 186 in dem Artikel: Schopenhauer und die Orthographie „Pythagoräisch". Philologen meinen, wie uns Prof. Lieber mitteilt, dafs auch die Endung „äisch" richtig sei, da selbst Cicero „pythagoraeus" schreibe. D. Red.

Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert von Prof. Dr. LIEBER-Stettin und C. MÜSEBECK-Waren.

A. Auflösungen.

1302. (Gestellt von Krüger XXV_5, 351.) In jedem Dreieck ist das harmonische Mittel m von zwei Seiten a und b gröfser als die Winkelhalbierende w_c aus der gemeinsamen Ecke.

1. Beweis. Es ist $\triangle = \frac{1}{2} a w_c \sin \frac{1}{2}\gamma + \frac{1}{2} b w_c \sin \frac{1}{2}\gamma = \frac{1}{2} ab \sin\gamma$. Dividiert man nun durch $ab w_c \cdot \sin \frac{1}{2}\gamma$, so erhält man $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = \frac{1}{w_c} \cos \frac{1}{2}\gamma$; mithin $\frac{1}{m} < \frac{1}{w_c}$ oder $m > w_c$.

EMMERICH (Mülheim-Ruhr). STECKELBERG (Witten).

2. Beweis. Es ist $\sin\alpha = \frac{w_c}{b} \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ und $\sin\beta = \frac{w_c}{a} \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$, mithin $\sin\alpha + \sin\beta = w_c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ oder $\cos \frac{1}{2}\gamma = \frac{w_c}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ oder $\frac{1}{w_c} \cos \frac{1}{2}\gamma = \frac{1}{m}$ u. s. w.

FUHRMANN (Königsberg i. Pr.). HABERLAND (Neustrelitz). VON JETTMAR (Wien). KRÜGER (Pless). REISKY (Gleiwitz). SIEVERS (Frankenberg i. S.). STEGEMANN (Prenzlau).

3. Beweis. Es ist $w_c = \frac{\sqrt{ab(a+b+c)(a+b-c)}}{a+b}$. Da nun $c^2 > (a-b)^2$, so ist auch $c^2 + 4ab > (a+b)^2$, also $4ab > (a+b+c)(a+b-c)$, mithin $\frac{4a^2b^2}{(a+b)^2} > \frac{ab(a+b+c)(a+b-c)}{(a+b)^2}$ d. h. $m^2 > w_c^2$, also $m > w_c$.

BEEKE (Wolfenbüttel). GLASER (Homburg v. d. H.). MASSINGER (Karlsruhe). RITGEN (Schlettstadt). STOLL (Bensheim). WEINMEISTER (Leipzig).

1303. (Gestellt von Emmerich, XXV_5, 351.) Ein Dreieck ABC zu zeichnen, wenn die Mittelpunkte A', B', C' der über seinen Seiten nach aufsen errichteten Quadrate gegeben sind.

Siehe Neuberg. Congrès de Besançon 1893. Notes de Géométrie und Educational Times 1891.

FUHRMANN.

1. Analysis. Wird $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$ mit a', b', c', bezeichnet, so ist $c'^2 = A'C^2 + B'C^2 + 2A'C \cdot B'C \cos A'CB' = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 + ab \sin\gamma$ oder $a^2 + b^2 + 2ab\sin\gamma = 2c'^2$. Ebenso ist $a^2 + c^2 + 2ac\sin\beta = 2b'^2$ und $b^2 + c^2 + 2bc\sin\alpha = 2a'^2$. Daraus ergiebt sich $b^2 = a^2 + 2a'^2 - 2b'^2$, $c^2 = a^2 + 2a'^2 - 2c'^2$ und da $2ab\sin\gamma = 2ac\sin\beta = 2bc\sin\alpha = 4\triangle$, so ist $2a^2 + 4\triangle = 2(b'^2 + c'^2 - a'^2)$; also $(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c) = 4(b'^2 + c'^2 - a'^2 - a^2)^2$ oder $4b^2c^2 - (b^2+c^2-a^2)^2 = 4(b'^2 + c'^2 - a'^2 - a^2)^2$; setzt man hierin die vorher für b^2 und c^2 gefundenen Werte ein, so ergiebt sich $4(a^2 + 2a'^2 - 2b'^2)(a^2 + 2a'^2 - 2c'^2) - (a^2 + 4a'^2 - 2b'^2 - 2c'^2)^2 = 4(b'^2 + c'^2 - a'^2 - a^2)^2$; hieraus folgt $a^2 = 2(b'^2 + c'^2) \pm 2\sqrt{4b'^2c'^2 - (b'^2 + c'^2 - a'^2)^2}$ oder $a^2 = 2(b'^2 + c'^2 - 4\triangle')$. Bezeichnet man die zu a gehörende Mittellinie mit t' und die Höhe mit h', so ist $a^2 = a'^2 + 4t'^2 - 4a'h' = (a' - 2h')^2 + 4(t'^2 - h'^2) = (a' - 2h')^2 + 4p^2$, wo p den Abstand der Seitenmitte vom Höhenfuſspunkt bedeutet.

Beseke. Bitorn. Stoll. Vollhering (Bautzen).

2. Analysis. A_0, B_0, C_0 seien die Mitten der Seiten des gesuchten Dreiecks ABC: $\triangle A'B_0C_0 \cong C_0A_0A'$, da $B'B_0 = C_0A_0$, $B_0C_0 = A_0A'$ und der eingeschlossene Winkel $= 90^0 + \gamma$ (wenn $\gamma < 90^0$, sonst $= 270^0 - \gamma$). Hiernach ist $B'C_0 = C_0A' - \triangle B'B_0C_0 \sim B'CA'$, da $B'B_0 : B'C = B_0C_0 : CA' = 1 : \sqrt{2}$ und $\sphericalangle B'CA' = 90^0 + \gamma$. Folglich ist $B'A' = B'C_0\sqrt{2}$ und $\triangle A'B'C_0$ ist gleichschenklig-rechtwinklig. Ist noch X die Mitte von $A'B'$, so ist, weil bekanntlich $A'B'C'$ und ABC denselben Schwerpunkt haben, $C_0X = \frac{1}{2}C'C$; mithin werden die Ecken des Dreiecks erhalten, wenn man die Seiten von $A'B'C'$ auf den entsprechenden Höhen von den Ecken aus abträgt. Konstruktion: Die Mitten der über den Seiten von $\triangle A'B'C'$ nach innen errichteten Quadrate sind die Seitenmitten des gesuchten Dreiecks ABC. Emmerich.

3. Analysis. Fällt man $CG \perp AB$, so sind $AGCB'$ und $BGCA'$ Sehnenvierecke, also $\sphericalangle AGB' = ACB' = 45^0$, $\sphericalangle B'GC = B'AC = 45^0$, ebenso $\sphericalangle GCA' = A'GB = 45^0$. Daher ist $\sphericalangle A'GB' = 90^0$ und G liegt auf einem Kreise mit dem Durchmesser $A'B'$. Der Mittelpunkt F' des Kreises ist die Mitte von $A'B'$. Der Kreis schneide AB auſser in G noch in F. Da $\sphericalangle A'GF = 45^0$ ist, so ist Bog. $A'F$ ein Viertelkreis, mithin $F'F \perp A'B'$, wodurch F bestimmt ist. Fällt man AH, BJ und $CK \perp A'B'$, so erkennt man, da die Winkel $BA'C$ und $CB'A$ rechte sind, daſs $\triangle BJA' \cong A'KC$ und $\triangle AHB' \cong B'KC$ ist. Daraus folgt, daſs $A'J = CK$ und $B'H = CK$, also auch $A'J = B'H$ ist. Da ferner $F'A' = F'B'$ ist, so muſs auch $F'H = F'J$

sein, und da $AH \parallel FF' \parallel BJ$ ist, so ist auch $AF = FB$. Hieraus ergiebt sich, dafs die Mitten des gesuchten Dreiecks die Diagonalenschnitte der über den Seiten des gegebenen Dreiecks errichteten Quadrate sind. — Eine zweite Konstruktion ergiebt sich aus folgender Betrachtung. Es ist $\sphericalangle B'FB = A'FC'$, da jeder $= 90^0 + A'FB$ ist; ferner $B'F = A'F$ und $BF = C'F$. Daher ist $\triangle B'FB \cong A'FC'$, folglich $B'B = A'C'$. Da die homologen Seiten $B'F$ und $A'F$ aufeinander senkrecht stehen, ist auch $B'B \perp A'C'$. Ebenso ist $A'A =$ und $\perp C'B'$, und $C'C =$ und $\perp A'B'$; folglich werden die Ecken des gesuchten Dreiecks erhalten, wenn man die Höhen des gegebenen Dreiecks von den Ecken aus gleich den Seiten desselben macht. von Lühmann (Königsberg i. d. Neum.). Stegemann.

4. Analysis. Sind A'', B'', C'' die Mittelpunkte der nach innen gerichteten Quadrate, so ist $B'C'' = B''C' = \frac{1}{2} a\sqrt{2}$, $A'C'' = A''C' = \frac{1}{2} b\sqrt{2}$, $A'B'' = A''B' = \frac{1}{2} c\sqrt{2}$, und $\sphericalangle AB'C'' = AB''C' = BA'C'' = BA''C' = \gamma$, $\sphericalangle AC''B' = AC'B'' = CA'B''$ $CA''B' = \beta$, $\sphericalangle BC''A' = BC'A'' = CB''A' = CB'A'' = \alpha$. Die Vierecke $AC'A''B'$ und $AC''A'B''$ sind mithin Parallelogramme (gleiche Gegenseiten), die in den Seiten übereinstimmen. Da weiter $AC'' \left(= \frac{1}{2} c\sqrt{2}\right) \perp AC' \left(= \frac{1}{2} c\sqrt{2}\right)$, denn $\sphericalangle C'AC'' = 45^0 + 45^0 = 90^0$ und $AB'' \perp AB'$, so stehen die Seiten der Parallelogramme auf einander senkrecht. Die Parallelogramme stimmen deshalb auch in den Winkeln überein und sind mithin kongruent. Daraus folgt $B'C' = AA'$ und $B''C'' = AA''$. Es ergiebt sich aufserdem, dafs auch die Diagonalen auf einander senkrecht stehen (weil die homologen Seiten der Parallelogramme auf einander senkrecht stehen). Deshalb ist auch $B'C' \perp AA'$ und $B''C'' \perp AA''$.

Anmerkung. Leicht ergeben sich die Konstruktionen, wenn von den sechs Punkten A', B', C', A'', B'', C'' drei beliebig gegeben sind. Glaser.

1304. (Gestellt von Emmerich XXV_5, 351.) Bezeichnen $\triangle$, $\triangle'$, die Flächen ω, ω' die Brocardschen Winkel der Dreiecke ABC, $A'B'C'$, so hat man $\triangle' = \triangle\left(1 + \frac{1}{2}\cot\omega\right)$ und $\frac{1}{4}\triangle = \triangle'\left(1 - \frac{1}{2}\cot\omega'\right)$.

Beweis. Es ist $\triangle' = \triangle + A'BC + B'CA + C'AB - AB'C' - BC'A' - CA'B' = \triangle + \frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2 - bc\cos\alpha - ca\cos\beta - ab\cos\gamma) = \triangle + \frac{1}{8}(a^2 + b^2 + c^2) = \triangle\left(1 + \frac{1}{2}\cot\omega\right)$. — Ferner ist $\cot\omega' = \frac{B'C'^2 + C'A'^2 + A'B'^2}{4\triangle'} = \frac{a^2 + b^2 + c^2 + 6\triangle}{4\triangle'}$; folglich $a^2 + b^2 + c^2 = 4\triangle'\cot\omega' - 6\triangle$. Durch Einsetzen dieses Wertes

geht die vorhin gefundene Gleichung $\Delta' = \Delta + \frac{1}{8}(a^2 + b^2 + c^2)$ über in $\Delta' = \Delta + \frac{1}{2}\Delta' \cot\omega' - \frac{3}{4}\Delta$ oder $\frac{1}{4}\Delta = \Delta'(1 - \frac{1}{2}\cot\omega')$.

Beseke. Emmerich. Glaser. Stegemann. Stoll.

1305. (Gestellt von Junker XXV_5, 351.) Sind u, v, w die von einem Punkt P gezogenen Ecktransversalen PA, PB, PC eines Dreiecks, so ist stets $a^2u^4 + b^2v^4 + c^2w^4 + a^2b^2c^2 = 2ab\cos\gamma\,(u^2v^2 + c^2w^2) + 2bc\cos\alpha\,(v^2w^2 + a^2u^2) + 2ac\cos\beta\,(w^2u^2 + b^2v^2)$.

1. Beweis. Sind α', β', γ' die Winkel BPC, CPA, APB, so ist $\cos\alpha' = \frac{v^2 + w^2 - a^2}{2vw}$, $\cos\beta' = \frac{w^2 + u^2 - b^2}{2wu}$, $\cos\gamma' = \frac{u^2 + v^2 - c^2}{2uv}$. Da nun $\alpha + \beta + \gamma = 360^0$ ist, so folgt $\cos\alpha'^2 + \cos\beta'^2 + \cos\gamma'^2 = 1 + 2\cos\alpha'\cos\beta'\cos\gamma'$, also

$$\left(\frac{v^2 + w^2 - a^2}{2vw}\right)^2 + \left(\frac{w^2 + u^2 - b^2}{2wu}\right)^2 + \left(\frac{u^2 + v^2 - c^2}{2uv}\right)^2$$
$$= 1 + \frac{(v^2 + w^2 - a^2)(w^2 + u^2 - b^2)(u^2 + v^2 - c^2)}{4u^2v^2w^2}$$

oder $u^2(v^2 + w^2)^2 + v^2(w^2 + u^2)^2 + w^2(u^2 + v^2)^2 - 2a^2u^2(v^2 + w^2) - 2b^2v^2(w^2 + u^2) - 2c^2w^2(u^2 + v^2) + a^4u^2 + b^4v^2 + c^4w^2 = 4u^2v^2w^2 + v^2w^2(v^2 + w^2) + w^2u^2(w^2 + u^2) + u^2v^2(u^2 + v^2) + 2u^2v^2w^2 - a^2b^2c^2 - a^2u^4 - b^2v^4 - c^2w^4 - (a^2 + b^2 + c^2)(v^2w^2 + w^2u^2 + u^2v^2) + b^2c^2(v^2 + w^2) + c^2a^2(w^2 + u^2) + a^2b^2(u^2 + v^2)$. Sammelt man alle Glieder, welche mit u^2v^2 multipliziert sind und beachtet, dafs $b^2 + c^2 - a^2 = 2bc\cos\alpha$ ist, verfährt ebenso mit w^2u^2 und u^2v^2 u. s. w., so erhält man die Behauptung.

Vergl. Baltzer II³. Sechstes Buch § 4, 11 und § 6, 19. (Volumen eines Tetraeders mit den Kanten a, b, c, u, v, w.) Ferner Acta Petrop. 6 I S. 3. Abhandlung von Euler und Meier Hirsch-Sammlung geom. Aufg. 2. Teil XVI. S. 341. 1807.

Emmerich. Fuhrmann. Glaser. Massinger. Steckelberg. Stoll.

2. Beweis. Setzt man $\sphericalangle PAB = x$, also $PAC = \alpha - x$, so ist $\cos x = \frac{u^2 + c^2 - v^2}{2uc}$, $\cos(\alpha - x) = \frac{u^2 + b^2 - w^2}{2ub}$; aus diesen Gleichungen kann man x mit Hilfe der in Nr. 1307 zu entwickelnden Formel oder durch folgende Beziehungen eliminieren: $\cos\alpha\cos x + \sin\alpha\sin x = \frac{u^2 + b^2 - w^2}{2ub}$, also $\sin\alpha\sin x$

$$= \frac{u^2 + b^2 + w^2}{2ub} - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \cdot \frac{u^2 + c^2 - v^2}{2uc}$$

und $$\sin\alpha = \sqrt{\frac{2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2a^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4}{4b^2c^2}},$$

$$\sin x = \sqrt{\frac{2u^2c^2 + 2u^2v^2 + 2c^2v^2 - u^4 - v^4 - c^4}{4u^2c^2}}.$$

Junker (Crefeld). Stegemann.

1306. (Gestellt von Junker XXV_5, 352.) Sind u, v, w die Abstände eines beliebigen Punktes P von den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seite a, so ist stets $u^2 + v^2 + w^2 = \sqrt{3}\sqrt{u^4 + v^4 + w^4 + a^4}$.

1. Beweis. Setzt man $a = b = c$ in Nr. 1305 ein, so ergiebt sich $u^4 + v^4 + w^4 + a^4 = a^2(u^2 + v^2 + w^2) + v^2w^2 + w^2u^2 + v^2u^2$. Multipliziert man diese Gleichung mit 2, addiert auf beiden Seiten $u^2 + v^2 + w^2 + a^2$, so erhält man $3(u^4 + v^4 + w^4 + a^4) = u^4 + v^4 + w^4 + 2(v^2w^2 + w^2u^2 + u^2v^2) + 2a^2(u^2 + v^2 + w^2)$ $4a^4 = (u^2 + v^2 + w^2 + a^2)^2$.

Vergl. Nr. 612, XVIII, 129.

Emmerich. Fuhrmann. Glaser. Junker. Massinger. Steckelberg. Stegemann. Stoll.

2. Beweis. Nimmt man die Mitte von AB zum Anfang eines rechtwinkligen Koordinatensystems, so sind, wenn P die Koordinaten x, y hat, $u^2 = y^2 + \left(x + \frac{1}{2}a\right)^2$, $v^2 = y^2 + \left(x - \frac{1}{2}a\right)^2$, $w^2 = \left(y - \frac{1}{2}a\sqrt{3}\right)^2 + x^2$. Durch Addition dieser drei Gleichungen und Elimination von x und y erhält man die Behauptung.

Haberland (Neustrelitz).

1307. (Gestellt von Junker XXV_5, 352.) Wird ein Winkel α durch einen Strahl in die Teilwinkel x und $\alpha - x$ geteilt, so ist stets $\cos\alpha^2 + \cos x^2 + \cos(\alpha - x)^2 = 1 + 2\cos\alpha\cos x\cos(\alpha - x)$.

1. Beweis. Es ist $\cos\alpha = \cos x\cos(\alpha - x) - \sin x\sin(\alpha - x)$ oder $\sin x^2\sin(\alpha - x)^2 = [\cos\alpha - \cos x\cos(\alpha - x)]^2$ oder $1 - \cos x^2 - \cos(\alpha - x)^2 = \cos\alpha^2 - 2\cos\alpha\cos x\cos(\alpha - x)$ d. h. $\cos\alpha^2 + \cos x^2 + \cos(\alpha - x)^2 = 1 + 2\cos\alpha\cos x\cos(\alpha - x)$.

Bitgen. Sievers. Steckelberg. Stegemann.

2. Beweis. Es ist $\cos\alpha^2 + \cos x^2 + \cos(\alpha - x)^2 = \cos\alpha^2 + \cos x^2 + \cos\alpha^2\cos x^2 + 2\sin\alpha\cos\alpha\sin x\cos x + (1 - \cos\alpha^2)(1 - \cos x^2) = 1 + 2\cos\alpha^2\cos x^2 + 2\sin\alpha\cos\alpha\sin x\cos x = 1 + 2\cos\alpha\cos x\cos(\alpha - x)$.

Beseke. Fuhrmann. Haberland. Nisetbo (Zara). Reisky. Stoll.

3. Beweis. Man trage auf dem Strahl vom Scheitelpunkt A aus die Länge 1 gleich AB ab, fälle von B auf die Schenkel die Lote BC und BD; dann ist im $\triangle ACD$: $AC = \cos x$, $AD = \cos(\alpha - x)$, $CD = \sin\alpha$, also nach dem Kosinussatz, $\cos x^2 + \cos(\alpha - x)^2 - 2\cos\alpha\cos x\cos(\alpha - x) = \sin\alpha^2 = 1 - \cos\alpha^2$.

Emmerich. Massinger.

4. Beweis. Bei der Elimination von x aus den in Nr. 1305, 2. Bew. gefundenen Formeln erhält man zunächst die Gleichung $c^2(u^2 + b^2 - w^2)^2 + b^2(u^2 + c^2 - v^2)^2 + u^2(b^2 + c^2 - a^2)^2 = 4u^2b^2c^2 - (u^2 + b^2 - w^2)(b^2 + c^2 - a^2)(u^2 + c^2 - v^2)$. Da nun

$u^2 + b^2 - w^2 = 2ub\cos(\alpha - x)$, $u^2 + c^2 - v^2 = 2uc\cos x$ und $b^2 + c^2 - a^2 = 2bc\cos\alpha$, so folgt, wenn man diese Werte in die obige Gleichung einsetzt, die Behauptung. JUNKER.

Anmerkung. Die Formel ist bereits abgeleitet in Heis. Lehrbuch der Geometrie. Kapitel VIII. S. 218. GLASER.

1308. (Gestellt von Emmerich XXV$_5$, 352.) Ein Strahl einfarbigen Lichtes durchdringt in schräger Richtung eine Glasplatte von der Dicke d und dem Brechungsexponenten n und erfährt hierbei die Parallelverschiebung v. Unter welchem Winkel fällt der Strahl auf die Platte?

Auflösung. Der Einfallswinkel werde mit α, der Brechungswinkel mit β bezeichnet, ferner die Strecke, welche der Strahl im Glase zurücklegt, mit z. Dann ist nach dem Brechungsgesetz $\sin\alpha = n\sin\beta$ (1). Ferner erhält man aus zwei rechtwinkligen Dreiecken $\cos\beta = \frac{d}{z}$ und $\sin(\alpha - \beta) = \frac{v}{z}$, also $v\cos\beta = d\sin(\alpha - \beta)$ (2) Die Elimination von β führt zu der kubischen Gleichung $2dv\sin\alpha^3 + (n^2d^2 - d^2 - v^2)\sin\alpha^2 - 2n^2dv\sin\alpha + n^2v^2 = 0$.

EMMERICH. RITGEN. STECKELBERG. STEGEMANN. STOLL. WEINMEISTER (Leipzig).

Beispiel. Man nehme $d = 1$, $v = \frac{1}{2}$, also $\delta = \frac{1}{2}$, $n = \frac{3}{2}$, so ist $\sin\alpha^3 + \sin\alpha^2 - \frac{9}{4}\sin\alpha + \frac{9}{16} = 0$. Die größere positive Wurzel, welche die einzige Lösung giebt, liegt zwischen $\frac{1}{2}$ und 1. Nach den bekannten Näherungsmethoden findet man dann genauer $\sin\alpha = 0{,}85827$, also $\alpha = 59^0\, 7'\, 22''$. STOLL.

1309. (Gestellt von Tafelmacher XXV$_5$, 352.) Für welche Werte von x ist es möglich, die ersten $\frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$ ganzen Zahlen nur mit Hülfe der Glieder der Reihe $1, x, x^2, \cdots x^n$ durch Addition und Subtraktion ohne Wiederholung zu bilden?

Auflösung. Man setze zur Abkürzung $1 + x + x^2 + \cdots + x^{n-1} = \frac{x^n - 1}{x - 1} = z$. Wenn die Forderung der Aufgabe erfüllbar ist, so lassen sich ohne Zuhülfenahme des Gliedes x^n nur die Zahlen von 1 bis z bilden. Die zwischen z und x^n liegenden Zahlen können demnach nur dadurch gebildet werden, dafs man die Zahlen von 1 bis z von x^n subtrahiert; es darf also $x^n - z$ höchstens um 1 gröfser als z sein. Man erhält hiernach die Bedingung $x^n - 2z \overline{\overline{<}} 1$, oder wenn man für z seinen Wert einsetzt, $\frac{x^{n+1} - 3x^n + 2}{x - 1} \overline{\overline{<}} 1$. Diese Bedingung ist nur erfüllt für $x = 2$ und $x = 3$, da für $x > 3$ der Wert des

Bruches auf der linken Seite gröfser als 1 wird. Für $x = 2$ beträgt dieser Wert $-2(2^{x-1}-1)$; für $x = 3$ beträgt er 1.

BESEKE. EMMERICH. STECKELBERG. STEGEMANN. TAFELMACHER (Santiago in Chile).

Siehe den Turnerschen Satz. Grunerts Archiv.

1310. (Gestellt von Emmerich XXV_6, 431.) Verlängert man die Katheten eines rechtwinklig-gleichschenkligen Dreiecks mit der Hypotenuse c über die Hypotenuse hinaus um c und verbindet die Endpunkte, so entsteht ein rechtwinklig-gleichschenkliges Dreieck, in dem der Überschufs der Summe der Katheten über die Hypotenuse $= c$ ist.

1. Beweis. AB sei die Hypotenuse, CA und CB seien je um c bez. bis D und E verlängert. Dann ist $CD = c + \frac{1}{2}c\sqrt{2}$ und $DE = \left(c + \frac{1}{2}c\sqrt{2}\right)\sqrt{2} = c\sqrt{2} + c$; also der Überschufs $= 2c + c\sqrt{2} - c\sqrt{2} - c = c$.

BERMBACH (Münstereifel). BESEKE. BEYEL (Zürich). DREES (Oldenburg). GLASER. HABERLAND. HANDEL (Reichenbach i. Schles.). HELLMANN (Erfurt). VON JETTMAR. KNOPS (Essen). KOEBKE (Berlin). KORNECK (Kempen i. P.) MASSINGER. NISETEO. REISKY. RITGEN. SIEVERS. STECKELBERG. STEGEMANN. STOLL. SWITALSKI (Braunsberg). VOLLHERING. WEINMEISTER (Leipzig). ZANDER (Osnabrück).

2. Beweis. Kreis (D, DE) treffe die Verlängerung von DC in F, so ist $\triangle DBF \cong DBE$, da $\sphericalangle FDB = EDB$, weil beide $= ABD$; mithin $\sphericalangle CFB = 45^0$ und $CF = FB$. Nun ist $CD + CE - DE = CD + CE - DF = CE - (DF - CD) = CE - CF = CE - CB = c$.

EMMERICH.

3. Beweis. Man fälle AF und BG senkrecht auf DE, so ist $DE = 2a + c$; ferner $CD = a + c$; also $2(a+c) - (2a+c) = c$.

EMMERICH.

4. Beweis. Schneiden sich DB und EA in H, so ist $\sphericalangle BAH = HED = 22\frac{1}{2}{}^0$, also $CAH = 67\frac{1}{2}{}^0$ und da $\sphericalangle ACH = 45^0$, so ist $CA = CH$. Fällt man $HI \perp CI$ und schneiden sich AB und CH in K, so ist $\triangle CIH \cong CKA$, mithin $CI = CK = \frac{1}{2}c$. Da H Inkreismittelpunkt von $\triangle DEC$ ist, so ist $CI = \frac{1}{2}(CD + CE - DE)$, folglich $2CD - DE = c$.

EMMERICH. HANDEL.

Anmerkung. Wird DE von CH in L getroffen, so halbiert der Kreis (C, CL) die Verlängerungen AD und BE.

RITGEN.

1311. (Gestellt von Hülsen XXV_6, 431.) a) Auf der durch den Diagonalenschnittpunkt eines Trapezes zu den Grundlinien a und c gezogenen Parallelen begrenzen die Schenkel das harmonische Mittel der Grundlinien; d. h. es ist die Strecke $x = \frac{2ac}{a+c}$. b) Auf

der entsprechenden Parallelen durch den Schnittpunkt der verlängerten nicht parallelen Seiten begrenzen die verlängerten Diagonalen die Strecke $y = \frac{2ac}{a-c}$.

Im Trapez $ABCD$ sei $AB \parallel CD$, der Diagonalenschnittpunkt sei E, der Schnittpunkt der nicht parallelen Seiten sei F; die Parallele durch E zu AB treffe AD in I und BC in K; die Parallele durch F zu AB treffe BD in L und AC in M; die Mittellinie FE des Dreiecks ABF treffe AB in G und CD in H.

1. **Beweis.** a) Da G, H, E, F harmonische Punkte sind, so hat man $\frac{FE - FH}{FG - FE} = \frac{FH}{FG}$ oder $\frac{FE}{FH} - 1 = 1 - \frac{FE}{FG}$; wird IK mit x bezeichnet, so ist $\frac{FE}{FH} = \frac{IK}{DC} = \frac{x}{c}$ und $\frac{FE}{FG} = \frac{IK}{AB} = \frac{x}{a}$, also $\frac{x}{c} - 1 = 1 - \frac{x}{a}$, woraus sich $x = \frac{2ac}{a+c}$ ergiebt. b) LM werde mit y bezeichnet. Es ist $\frac{EF - EH}{EF + EG} = \frac{EH}{EG}$ oder $\frac{EF}{EH} - 1 = \frac{EF}{EG} + 1$. Nun ist $\frac{EF}{EH} = \frac{LM}{DC} = \frac{y}{c}$ und $\frac{EF}{EG} = \frac{LM}{AB} = \frac{y}{a}$; also $\frac{y}{c} - 1 = \frac{y}{a} + 1$, woraus sich $y = \frac{2ac}{a-c}$ ergiebt.

Beseke. Bökle (Reutlingen). Drees. Fuhrmann. Glaser. Haberland. Handel. Hellmann. von Jettmar. Kniat (Rössel). Korbek. Korneck. Massinger. Nisteo. Ritgen. Sievers. Steckelberg. Stegemann. Stoll. Switalski. Weinmeister (Leipzig). Zander.

2. **Beweis.** a) die Parallele durch E zu AD treffe AB in P und CD in Q. In den ähnlichen Dreiecken ABE und CDE sind CP und CQ homologe Gerade; daher $BP : AP = DQ : CQ$. Da nun $AP = DQ = IE = EK = \frac{1}{2}x$ ist, so ist $\frac{1}{4}x^2 = \left(a - \frac{1}{2}x\right)\left(c - \frac{1}{2}x\right)$; mithin $x = \frac{2ac}{a+c}$. b) Die Parallele durch F zu AC treffe die Verlängerungen von BA und DC bez. in R und S, so ist $SC : RB = SD : RA$; da nun $SC = RA = FM = FL = \frac{1}{2}y$ ist, so erhält man $\frac{1}{4}y^2 = \left(\frac{1}{2}y + a\right)\left(\frac{1}{2}y - c\right)$, mithin $y = \frac{2ac}{a-c}$. Emmerich.

3. **Beweis.** a) Man verlängere AB um $BT = AB$ und DC um $CU = AB$. Dann ist DB gemeinsame Mittellinie der Dreiecke DAT und DIK, also geht DT durch K. Nun verhält sich $IK : AT = DK : DT = DC : DU$ oder $x : 2a = c : (a + c)$. b) Man trage auf DC von D aus $DV = AB$ ab. Da BC gemeinsame Mittellinie der Dreiecke ACT und LCM ist, so geht TC durch L. Nun verhält sich $LM : AT = LC : CT = CD : CV$ oder $y : 2a = c : (a - c)$. Stegemann.

1312. (Gestellt von Hülsen XXV$_6$, 431.) Sind m, m', m'', m''' die Mittelpunkte der Berührungskreise des Dreiecks ABC und wird AB von den Kreisen bez. in F, F', F'', F''' berührt, so schneiden sich mF''', $m'F''$, $m''F'$, $m'''F$ im Mittelpunkt der Höhe von C auf AB.

1. Beweis. Ist E der Schnittpunkt von Cm''' mit AB, so wird CE durch mm''' harmonisch geteilt, also ist $F'''(CEmm''')$ ein harmonisches Büschel. Die Höhe CD ist parallel $F'''m'''$. Zieht man aber zu einem Strahl $m'''F'''$ von vier harmonischen Strahlen eine Parallele CD, so halbiert der zugeordnete Strahl das zwischen den beiden anderen Strahlen liegende Stück der Parallele, also gehen mF''' und $m'''F$ durch den Mittelpunkt P der Höhe CH. Ist ebenso G der Punkt, in welchem $m'm''$ die Seite AB trifft, so wird CG durch $m'm''$ harmonisch geteilt, also ist $F''(GCm''m')$ harmonisch. Da $F''m'' \parallel CD$ ist, so wird CD durch $m'F''$ halbiert. Ebenso mufs $m''F'$ durch P gehen.

Beseke. Emmerich. Fuhrmann. Koebke. Massinger. Ritorn.

2. Beweis. $m'F''$ treffe CD in P; dann ist $\frac{PD}{m'F''} = \frac{F''D}{F''F'}$ $= \frac{F''A + AD}{F''F''' + F'''F'} = \frac{s-c+b\cos\alpha}{a+b}$; folglich $PD = \frac{\varrho a(s-c+b\cos\alpha)}{a+b}$ $= \left[\Delta\left(s-c+\frac{b^2+c^2-a^2}{2c}\right)\right] : \left[(s-a)(a+b)\right] = \frac{\Delta(ac+bc-c^2+b^2+c^2-a^2)}{c(b+c-a)(a+b)}$ $= \frac{\Delta[c(a+b)-(a^2-b^2)]}{c(b+c-a)(a+b)} = \frac{\Delta}{c} = \frac{1}{2}CD$; mithin P Mittelpunkt von CD. Ebenso findet man, dafs $m''F'$ durch P geht. — Trifft $mF'''CD$ in P_1, so ist $\frac{P_1D}{mF} = \frac{F'''D}{F'''F} = \frac{F'''A - AD}{F'''F'' - FF''} = \frac{s-b-b\cos\alpha}{a-b}$, also $P_1D = \frac{\varrho(s-b-b\cos\alpha)}{a-b} = \frac{\Delta(ac-bc+c^2-b^2-c^2+a^2)}{c(a+b+c)(a-b)}$ $= \frac{\Delta}{c} = \frac{1}{2}CD$. Punkt P_1 fällt demnach mit P zusammen. Ebenso ergiebt sich, dafs $m'''F$ durch P geht.

Böklen. Glaser. Niestro. Steckelberg. Stegemann. Ähnlich Beyel. von Jettmar, Stoll, Zander beweisen den Satz durch Koordinaten.

B. Neue Aufgaben.*)

1378. Errichtet man über den Seiten eines Vierecks nach aufsen Quadrate, so sind die Strecken, welche die Mittelpunkte der gegenüberliegenden Quadrate verbinden, einander gleich und stehen auf einander senkrecht. von Löhmann (Königsberg i. d. Neum.).

*) Berichtigung: In Heft 2 ds. Ztschr., S. 109 (3. Zeile d. Aufg. 1362) wolle man statt „dieselben" setzen „die Seiten".

1379. Ein Dreieck zu zeichnen, wenn die Spitzen der über seinen Seiten errichteten gleichseitigen Dreiecke gegeben sind.
KÜCKER (Stettin).

1380. Nimmt man auf der Peripherie eines Kreises einen beliebigen Punkt an und fällt auf die Seiten eines Sehnenvierecks die Senkrechten, so ist das Produkt der zwei auf Seite und Gegenseite gefällten Senkrechten gleich dem Produkt der beiden anderen.
MASSINGER (Karlsruhe).

1381. Durch einen Punkt auf der Halbierungslinie eines Winkels eine Gerade zu ziehen, daſs das Produkt der Abschnitte auf den Schenkeln $= q^2$ werde. EMMERICH.

1382. Ein Parallelogramm zu zeichnen, wenn die Diagonalen $AC = e$, $BD = f$ und das Produkt der Seiten $BC \cdot CD = q^2$ gegeben sind. EMMERICH.

1383. Ein allgemeines Viereck soll in seiner Fläche durch eine Gerade halbiert werden, die durch einen auſserhalb der Vierecksfläche gelegenen Punkt P geht. KNOBLOCH (Wien).

1384. An einem (Eulerschen Körper) mit e Ecken, f Flächen und $e - 1 + f - 1 = k$ Kanten verbinde man alle Ecken durch die kleinst-mögliche Zahl von Kanten zu einem zusammenhängenden Ganzen und denke dieses Gebilde ohne Veränderung der gegenseitigen räumlichen Lage seiner Bestandteile aus dem Körper herausgestellt. Das herausgestellte aus e Ecken und $e - 1$ Kanten bestehende Gebilde möge Gerüst des Körpers heiſsen, das zurückbleibende, aus f Flächen und $f - 1$ Kanten bestehende zusammenhängende Gebilde ist bekannt unter dem Namen Netz. Man beschränke sich auf die fünf regelmäſsigen Körper: Vierflach, Sechsflach (Würfel), Achtflach, Zwölfflach, Zwanzigflach, und beantworte für jeden folgende Fragen: 1) Wieviel verschiedene (einander nicht kongruente) Gerüste sind möglich a) in einfachem (unverzweigtem) Linienzuge; b) mit einem oder mehreren Knotenpunkten, von denen α) drei, β) vier, γ) fünf Knoten ausgehen (β und γ nur für das Acht- und Zwanzigflach); c) mit zwei oder mehr Knotenpunkten zu verschiedenen, nach Kombinationen zu ordnenden Kantenzahlen? 2) Wieviele dieser Gerüste in jeder Unterabteilung sind a) in zwei oder mehr verschiedenen Lagen sich selbst kongruent, b) Spiegelbilder voneinander? SCHADWILL (Friedenau.)

1385. Wie lauten die entsprechenden Fragen über das Netz und wie sind sie zu beantworten? SCHADWILL (Friedenau).

1386. Giebt es Beziehungen — und welche — 1) zwischen den so geordneten Gerüsten und den zugehörigen Netzen, 2) zwischen den so geordneten Netzen und den zugehörigen Gerüsten?
SCHADWILL (Friedenau).

1387. Ist s die Seite des regulären Achtzehnecks, welches in den Kreis mit dem Radius r gezeichnet ist, so gilt $s^3 + r^3 = 3r^2 s$.

HAEBERLAND (Neustrelitz).

1388. In der ebenen Trigonometrie gilt für die Dreieckswinkel α, β, γ der Satz $\cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma = \frac{1 + \cos\alpha\cos\beta\cos\gamma}{\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma}$; für das sphärische Dreieck der entsprechende

$$\cos a \cot\alpha + \cos b \cot\beta + \cos c \cot\gamma$$
$$= \frac{1 + \cos\alpha\cos\beta\cos\gamma}{\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma} - \sqrt{1 - \cos a^2 - \cos b^2 - \cos c^2 + 2\cos a \cos b \cos c}.$$

FUHRMANN (Königsberg i. Pr.).

1389. Von einer Ellipse, die gezeichnet werden soll, sind außer einem Brennpunkte und der Länge der Nebenachse (2b) a) zwei Tangenten, b) eine Tangente mit dem Berührungspunkt gegeben.

RULF (Wien).

1390. Eine Ellipse ist zu zeichnen, von welcher gegeben sind außer der Länge der Hauptachse $2a$ a) zwei parallele Tangenten mit den Berührungspunkten, b) zwei parallele Tangenten und ein Brennpunkt.

RULF (Wien).

1391. Man soll die Zeichnung des Krümmungskreises am Ellipsenscheitel durch Parallelprojektion erweitern.

WEINMEISTER (Tharandt).

1392. Gegeben eine Ellipse, einer ihrer Punkte P und ein Punkt M außerhalb. Man soll um M als Mittelpunkt eine zweite Ellipse zeichnen, welche die erste in P oskuliert.

WEINMEISTER (Tharandt).

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Die von den Redakteuren des A.-R. gegebenen Lösungen sind mit einem † bezeichnet.

(Fortsetzung von Heft 1, S. 32.)

704. In einem Tangentenviereck $ABCD$, dessen Diagonalenschnittpunkt E ist, seien die Seiten a, b, c, d die Diagonalen e, f und es sei $ac = p_1$, $bd = p_2$, und $ef = p_3$. Man soll den Inhalt berechnen.

Auflösung. Man setze $AE = x$, $BE = y$, $CE = z$, $DE = u$, so ist $(x + z)(y + u) = p$. Nun ist $a + c = b + d$, also

$a^2 + 2ac + c^2 = b^2 + 2bd + d^2$; hierin setzt man für a^2 u. s. w. Werte ein, so ergiebt sich $x^2 + y^2 + 2xy \cos\varphi + 2p_1 + u^2 + z^2 + 2uz \cos\varphi = y^2 + z^2 - 2yz \cos\varphi + 2p_2 + x^2 + u^2 - 2xu \cos\varphi$ oder $(xy + uz + yz + xu) \cos\varphi = p_2 - p_1$ oder $p_3 \cos\varphi = p_2 - p_1$, also $\cos\varphi = \frac{p^2 - p_1}{p_3}$; mithin $\sin\varphi = \frac{\sqrt{(p_3 + p_2 - p_1)(p_3 - p_2 + p_1)}}{p_3}$.

Nun ist Inhalt $= \frac{1}{2} p_3 \sin\varphi = \frac{1}{2} \sqrt{(p_3 + p_2 - p_1)(p_3 + p_1 - p_2)}$.

Nyt Tidsskrift.

705. $ABCD$ sei ein Tangentenviereck; ϱ_a, ϱ_b, ϱ_c, ϱ_d seien die Radien der Berührungskreise, von denen jeder eine Seite und die Verlängerungen der beiden anliegenden berührt. Schneiden sich ferner AD und BC in F, AB und DC in G, und wird $\triangle ABF$ mit T_a, $\triangle DCF$ mit T_c, BCG mit T_b, und ADG mit T_d bezeichnet, so ist $T_a : T_c = \varrho_a : \varrho_c$ und $T_b : T_d = \varrho_b : \varrho_d$.

Beweis. FD werde mit m und CF mit n bezeichnet, so ist $T_a = \frac{1}{2} \varrho_a (m + n + b + d - a) = \frac{1}{2} \varrho_a (m + n + c)$, da $b + d = a + c$; ferner $T_c = \frac{1}{2} \varrho_c (m + n + c)$. Also $T_a : T_c = \varrho_a : \varrho_c$.

Nyt Tydsskrift.

706. Zieht man durch einen Punkt P innerhalb des Quadrates $ABCD$ die Parallelen HPF und EPG bez. zu AB und BC, so ist, wenn man $\sphericalangle PAD$ mit α, $\sphericalangle PDA$ mit β, $\sphericalangle PBC$ mit γ und $\sphericalangle PCB$ mit δ bezeichnet: $\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\gamma} + \frac{1}{\operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\delta} = \frac{1}{\cot\alpha + \cot\beta} + \frac{1}{\cot\gamma + \cot\delta} = 1$.

Beweis. Bezeichnet man PE mit e, PF mit f, PG mit g, PH mit h, so ist $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\gamma = \frac{AE}{e} + \frac{BE}{e} = \frac{a}{e}$; $\operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\delta = \frac{DG}{g} + \frac{GC}{g} = \frac{a}{g}$; mithin $\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\gamma} + \frac{1}{\operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\delta} = \frac{e + g}{a} = 1$. Ferner $\cot\alpha + \cot\beta = \frac{AH}{h} + \frac{DH}{h} = \frac{a}{h}$; $\cot\gamma + \cot\delta = \frac{BF}{f} + \frac{CF}{f} = \frac{a}{f}$; mithin $\frac{1}{\cot\alpha + \cot\beta} + \frac{1}{\cot\gamma + \cot\delta} = \frac{h + f}{a} = 1$.

Educat. Times.

707. Die Seiten AB, BC, CD, DA des Parallelogramms $ABCD$ sind in M, N, P, Q so geteilt, daſs $AM : MB = BN : NC = CP : PD = DQ : QA = p : q$ ist. Werden nun MD und BP von AN in X und Y, und von QC in U und Z getroffen, so ist das Verhältnis der Parallelogramme $XYZU$ und $ABCD$ zu berechnen.

Auflösung. $\frac{XYZU}{ABCD} = \frac{XYZU}{MBPD} \cdot \frac{MBPD}{ABCD} = \frac{XU}{MD} \cdot \frac{q}{p+q}$. Nun ist $\frac{DU}{XU} = \frac{DQ}{QA} = \frac{p}{q}$; $\frac{MX}{BY} = \frac{MX}{DU} = \frac{p}{p+q}$; also $DU = \frac{p}{q} \cdot XU$ und $MX = \frac{p^2}{q(p+q)} \cdot XU$; folglich $DM = DU + UX + MX$ $= \left(\frac{p}{q} + 1 + \frac{p^2}{q(p+q)}\right) UX = \frac{2p^2+2pq+q^2}{q(p+q)} \cdot UX = \frac{p^2+(p+q)^2}{q(p+q)} \cdot UX$.

Mithin $\frac{XYZU}{ABCD} = \frac{q(p+q)}{p^2+(p+q)^2} \cdot \frac{q}{p+q} = \frac{q^2}{p^2+(p+q)^2}$. Mathesis.

708. Das Achteck 1 2 3 4 5 6 7 8, welches entsteht, wenn man die Ecken des Parallelogramms $ABCD$ mit den Mittelpunkten A_0, B_0, C_0, D_0 der gegenüberliegenden Seiten verbindet (A_0 auf AB, B_0 auf BC, u. s. w.) ist $= \frac{1}{6}$ des Parallelogramms P.

Beweis †. Achteck $= P - 2ABC_0 - 2 \cdot AA_0 8 - 4 \cdot A_0 21$ $= P - \frac{1}{2}P - \frac{1}{4}P - \frac{4}{9}A_0 6D = \frac{1}{4}P - \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}P = \frac{1}{4}P - \frac{1}{12}P$ $= \frac{1}{6}P$. Mathesis.

709. Die Seite AB des Dreiecks ABC ist durch die Punkte A_1, A_2, $\cdots A_{2n-1}$ in n gleiche Teile ($AA_1 = A_1A_2 = \cdots$) geteilt. Zieht man nun durch A_1, A_2, $\cdots A_{n-2}$ Parallelen A_1C_1, A_2C_2 $\cdots$ zu CA_{n-1}, so wird das Dreieck in n Teile geteilt, deren Inhalte zu berechnen sind, wenn der des Dreiecks F ist.

Auflösung. $\triangle AA_{n-1}C = \frac{n-1}{n}F$; ferner $AA_1C : AA_{n-1}C$ $= \frac{1}{n^2} : \frac{(n-1)^2}{n^2}$; also $AA_1C = \frac{1}{n(n-1)}F$; $AA_2C_2 = \frac{4}{n(n-1)}F$; $AA_3C_3 = \frac{9}{n(n-1)}F$; $\cdots$ $AA_{n-1}C = \frac{(n-1)^2}{n(n-1)}F$. Die einzelnen Teile des Dreiecks sind daher $\frac{1}{n(n-1)}F$, $\frac{3}{n(n-1)}F$, $\frac{5}{n(n-1)}F$, $\cdots \frac{2n-3}{n(n-1)}F$ und $\frac{1}{n}F$. Nyt Tidsskrift.

710. Gegeben ist ein Kreisbogen AB, der Kreismittelpunkt sei M und C der Mittelpunkt des Bogens AB; D sei die vierte Ecke des Parallelogramms $ABMD$. Der Kreis (D, DC) treffe AB in L, so wird AB durch L stetig geteilt.

Beweis. MC treffe AB in G, ferner sei $DE \perp AB$ und $AF \perp DM$. Wird noch AB mit $2a$ bezeichnet, so ist $DC^2 = DM^2 + MC^2 = 4a^2 + MA^2 = 4a^2 + a^2 + DE^2 = 5a^2 + DE^2$; ferner

$DC^2 = DL^2 = EL^2 + DE^2$; daher $EL = a\sqrt{5}$ und $AL = EL - EA = a(\sqrt{5} - 1)$; mithin ist AB in L stetig geteilt.

Nyt Tidsskrift.

711. In ein regelmäfsiges Fünfeck $ABCDE$ mit der Seite a kann man sechs kleinere untereinander gleiche regelmäfsige Fünfecke zeichnen; der Inhalt eines derselben ist zu berechnen.

Auflösung. A' sei der Durchnittspunkt von BD und CE, B' der von AD und CE, C' der von BE und AD, D' der von AC und BE, E' der von AC und BD; die fünf anderen Fünfecke liegen über den Seiten von $A'B'C'D'E'$, während die gegenüberliegende Ecke je eine Ecke von $ABCDE$ ist. Das Fünfeck über $A'B'$ heifse $A'B'FDG$; dann ist $\triangle DEA \sim D'B'E$, also $DA : a = a : DB'$; und da $\triangle EDC'$ gleichschenklig, so ist $DC' = AB' = a$; folglich AD in B' stetig geteilt; und da $B'F \parallel AE$, so ist auch DE in F stetig geteilt, also $DF = x$ der kleinere Abschnitt der stetig geteilten a; mithin $x = \frac{1}{2}a(3 - \sqrt{5})$ und Inhalt $= \frac{1}{8}a^2\sqrt{10(2F + 39\sqrt{5})}$.

Mathesis.

712. Gegeben sind zwei Kreise O und O', welche sich in A berühren; man zieht eine beliebige Sekante, welche O in B und C, und O' in B' und C' trifft. Man soll beweisen, dafs $\sphericalangle BAB' = CAC'$ ist.

Beweis †. XY sei die gemeinschaftliche Tangente. Nun ist $\sphericalangle BAB' = B'AX - BAX = AC'B' - ACB$ und auch $\sphericalangle BAB' = AB'C' - ABC$; mithin $2BAB' = (AC'B' + AB'C') - (ABC + ACB)$.
Ferner $\sphericalangle CAC' = C'AY - CAY = AB'C' - ABC$ und auch $\sphericalangle CAC' = AC'B' - ACB$; mithin $2CAC' = (AC'B' + AB'C') - (ABC + ACB)$. Also $BAB' = CAC'$.

Mathesis.

713. Im Kreise (O, r) ist der Durchmesser MN gezogen und über MO und NO sind als Durchmesser Kreise mit den Mittelpunkten A und B konstruiert. Nun ist ein Kreis (C_1, r_1) konstruiert, welcher die Kreise O, A, B berührt; ferner (C_2, r_2), welcher die Kreise A, B, C berührt. (C_2 liegt in dem von den drei Kreisen begrenzten Raum.) Dann Kreis (C_3, r_3), welcher die Kreise A, B, C_2 berührt, wo C_2 in dem von den drei Kreisen begrenzten Raum liegt u. s. w. a) $r_1, r_2, r_3, \cdots$ sind zu berechnen. b) Werden die Inhalte der Kreise $C_1, C_2, C_3, \cdots$ mit $F_1, F_2, F_3, \cdots$ bezeichnet, so ist $F_1 + 2F_2 + \cdots + nF_n$ zu berechnen.

Auflösung †. a) Es ist $\left(\frac{1}{2}r + r_1\right)^2 = (r - r_1)^2 + \frac{1}{4}r^2$, also $r_1 = \frac{r}{1 \cdot 3}$; ferner $\left(\frac{1}{2}r + r_2\right)^2 = (r - 2r_1 - r_2)^2 + \frac{1}{4}r^2$ oder

$rr_2 + r_2^2 = \left(\frac{1}{3}r - r_2\right)^2$ und $r_2 = \frac{r}{3 \cdot 5}$; $r_3 = \frac{r}{5 \cdot 7}$. b) Es ist $n \cdot F_n = \frac{n}{(2n-1)^2(2n+1)^2}\pi r^2$. Durch Zerlegung in Partialbrüche erhält man $\frac{n}{(2n-1)^2(2n+1)^2} = \frac{1}{8(2n-1)^2} - \frac{1}{8(2n+1)^2}$. Setzt man in dieser Formel für n nacheinander $1, 2, 3, \cdots n$ und addiert, so erhält man $\sum \frac{n}{(2n-1)^2(2n+1)^2} = \frac{1}{8} - \frac{1}{8(2n+1)^2} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)^2}$; also $1 \cdot F_1 + 2 \cdot F_2 + 3F_3 + \cdots + nF_n = \pi r^2 \frac{n(n+1)}{2(2n+1)^2}$.

Mathesis.

714. Vom Punkte P der Verlängerung des Radius OA eines Kreises O sei an diesen die Tangente PT gezogen und OA über P um PT bis Q verlängert; von Q aus sei die Tangente QV gezogen und $VR \perp OQ$ gefällt; dann ist $PR = PT = PQ$.

Beweis. Es ist $OT^2 = OP^2 - PT^2 = (OP + PT)(OP - PT) = OQ(OP - PT)$; ferner $OV^2 = OQ \cdot OR = OQ(OP - PR)$; da aber $OT = OV$, so ist $PR = PT = PQ$. Educat. Times.

715. Gegeben ist der Halbkreis ARM mit dem Durchmesser AM und dem Mittelpunkt C; zwischen A und C liegt der beliebige Punkt B. Zieht man die beliebige Sehne AR, so ist a) $AR^2 : (BR^2 - AB^2) = AC : CB$. b) Liegt B auf der Verlängerung von AC, so ist $AR^2 : (AB^2 - BR^2) = AC : CB$.

Beweis. a) Fällt man $RD \perp AM$, so ist $RB^2 - BA^2 = RD^2 + DB^2 - BA^2 = AD \cdot DM + AD(DB - BA) = AD(DM + DB - BA) = AD(AC + BC - AC + BC) = AD \cdot 2BC = 2BC \cdot AD$ und $AR^2 = AM \cdot AD = 2AC \cdot AD$; folglich $AR^2 : (RB^2 - BA^2) = AC : CB$. b) ähnlich zu beweisen.

Educat. Times.

716. Wenn drei Kreise (A, a), (B, b), (C, c) einander berühren und die gemeinschaftliche Tangente der Kreise A und B derjenigen an A und C parallel ist, so ist das Produkt der Abstände p und q der Mittelpunkte B und C von dem Durchmesser des Kreises A, der senkrecht auf den parallelen Tangenten steht, gleich $2a^2 = 8bc$.

Beweis. Da $(a + b)^2 = (a - b)^2 + p^2$, so ist $p^2 = 4ab$ und analog $q^2 = 4ac$. Ferner ist $(b + c)^2 = (p - q)^2 + [(a - b) + (a - c)]^2 = 4a(b + c) - 2pq + 4a^2 - 4a(b + c) + (b + c)^2$, also $pq = 2a^2$. Da nun $p^2q^2 = 4ab \cdot 4ac = 16a^2bc = pq \cdot 8bc$, so ist $pq = 8bc$. Educat. Times.

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Lösungen sind eingegangen von Beseke 1304. 1310. 1314. 1320. 1325. 1338. 1342—1344. 1348. 1349. 1355—1361. Beyel 1338. 1344. 1348. 1350. 1361. Bökle 1354. 1356—1360. Emmerich 1354. von Frank 1355. Glaser 1354—1361. Haberland 1302. 1310. 1311. 1317. Handel 1310. 1311. 1317. 1320. Hellmann 1310. 1311. 1319. 1320. 1327. 1335. 1341. 1343. 1348—1350. 1355—1359. 1361. Knops 1355. von Miorini, Edler von Sebentenberg 1323. 1326. 1330. 1331. 1352. 1354. 1355. 1361. Rummler 1354—1361. Stegemann 1354—1361. Steinert 1339. 1340. Stoll 1352. 1354—1361. Weiler 1354. Weinmeister (Leipzig) 1355. Zander 1338. 1342. 1343. 1354. 1355. 1361.

Neue Aufgaben haben eingesendet: a) Mit Lösung Bökle (2), Emmerich (2), Handel (1), Steinert (1), Weinmeister (1), b) Ohne Lösung: Beyel (2), Bökle (11), Knops (1).

Nächster äufserster Termin der Absendung der Beiträge am 30. April. D. Red.

Wir erhielten folgende Mitteilung:

University of Pennsylvania.

The College.

Mathematics. Philadelphia, November the 26. 1894.

Hr. J. C. V. Hoffmann in Leipzig.

Dear Sir.

I am subscribing through Mayer & Miller in Berlin to the „Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht“ kindly insert enclosed problem on Brocards Geometry in the next number of your Zeitschrift and oblige.

Jours very truly

J. F. Schwatt.

Meine Adresse ist: J. F. Schwatt, University of Penns.

Diesem Briefe war die unten abgedruckte Kl.-M. über den Brocardschen Kreis beigegeben, welche wir auch der Aufgaben-Redaktion übermittelt haben. Wir freuen uns, dafs unsere Zeitschrift auch drüben in der neuen Welt anfängt beachtet zu werden. D. Red.

Zieht man von D aus durch S_a, S_b und S_c Gerade (D ist das Projektionscentrum des Brocardschen Dreiecks $A'B'C'$ und des Dreiecks ABC. S_a, S_b und S_c sind die Halbierungspunkte der Seiten BC, AC und AB) und macht man $S_aD_1 = DS_a$, $S_bD_2 = DS_b$ und $S_cD_3 = DS_c$ so sind 1) die Figuren $D_1O'AO$, $D_2O'BO$ und $D_3O'CO$ Parallelogramme und 2) das Dreieck $D_1D_2D_3$ ist kongruent dem Dreieck ABC und die Seiten der Dreiecke sind parallel zu einander und 3) D_1A, D_2B und D_3C schneiden sich in S.

Philadelphia. J. F. Schwatt.

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen und Anzeigen.

Lehr- und Schulbücher für den Unterricht in der Physik

angezeigt und besprochen von Prof. Dr. Richter in Wandsbek.

A. Wissenschaftliche Bücher.

a) Einen grofsen Teil der Physik umfassend.

(Einführung neuer grundlegender Anschauungen.)

Scheffler, Dr. (Oberbaurat in Braunschweig). Die Äquivalenz der Naturkräfte und das Energiegesetz als Weltgesetz. Leipzig 1893. F. Förster. 585 Seiten.

Der Grundgedanke des Buches, wie er im Titel ausgedrückt wird, ist durchaus berechtigt. Die Ausführung ist wunderlich. Um letzteres Urteil zu begründen, möge Folgendes dienen:

„Die fünf Vorstellungen von Raum, Zeit, Materie, Stoff und Krystall bilden die fünf Grundgebiete des Mineralreiches, das ihnen zu Grunde liegende System wiederholt sich in allen Grundreichen und auch in allen Grundgebieten („Jedes Reich zerfällt in fünf koordinierte Grundgebiete“ [S. 7]), woselbst sie die fünf Grundeigenschaften konstituieren. In ihrer Gesamtheit geben sie dem Weltsystem das Gepräge einer Pentarchie.“ (Vorwort S. VI). Das Buch ist eingeteilt in acht Abschnitte; im ersten entwickelt der Verfasser sein Natursystem; in demselben kehrt die Einteilung in fünf Teile, „die Pentarchie“ immer wieder, z. B. S. 13 „die einfachsten Erkenntnisse aus der Gemeinschaft, welche ein Objekt mit anderen Objekten hat, habe ich mit dem Namen der Apobase belegt; Es sind ihrer wiederum fünf: 1) Identität ... 2) Gleichheit ... 3) Folgerung ... 4) Jnsumtion ... 5) Involvenz.

Der zweite Abschnitt handelt von den beiden ersten „Apobasen“, d. h. von der „Identität und Gleichheit“. Die vier folgenden Abschnitte handeln von der Äquivalenz in dem mineralischen, psychischen, vegetabilischen und animalischen „Reiche“. Überall kehrt die Pentarchie wieder, so u. A. bei der mineralischen Äquivalenz S. 152: „Ich schreibe dem Minerale folgende fünf Grundvermögen

zu: 1) das Vermögen zu bestehen ... 2) das Beharrungsvermögen ... 3) das Wirkungsvermögen ... 4) das Verbindungsvermögen ... 5) das Gestaltungsvermögen." Im übrigen bietet dieser dritte Abschnitt vorzugsweise Mechanik. — Die beiden letzten Abschnitte handeln vom Schöpfungsprozefs und von der absoluten Welt (d. h. vom Wesen Gottes und von der Unsterblichkeit).

Dafs in dem Buche auch einige beachtenswerte Stellen vorkommen, hebt mein oben abgegebenes Gesamturteil nicht auf.

Der Herr Verfasser thut mir leid, er hat schon viele ähnliche Bücher geschrieben (er ist überhaupt ein sehr fruchtbarer Schriftsteller; auf der Rückseite des Umschlags sind 34 andere Werke aufgeführt, die der Verfasser veröffentlicht hat), aber er klagt: „Leider sind diese Werke von den Fachgelehrten, wie es bei uns mit den aufserhalb der Zunft entstandenen Schriften in der Regel geschieht, ziemlich unbeachtet gelassen." (Vorrede S. II). Als Zünftler mufs ich das gleiche Schicksal für das vorliegende Buch empfehlen. Der Verfasser hat Scharfsinn, er wendet viel Fleifs an, er beschäftigt sich mit Maxwell, Faraday, Helmholtz, er verwertet viel Mathematik (Integrale u. s. w.), aber das Ergebnis ist doch nur — wunderlich.

Das Buch enthält vorn das Bildnis der Tochter des Verfassers. Die Widmung beginnt mit den Worten: „Du kleines, anspruchsloses Wesen, in welchem die Welt keinen grofsen Geist vermutete, bist eines von den wenigen, die mich verstanden haben." Man erfährt in der Widmung auch, wie die 32jährige Tochter auf den Tod vorbereitet ist: „Von tiefer Wehmut erfüllt sangen wir: „Suse, liebe Suse, was rasselt im Stroh .... Alsdann: Mukuh von Halberstadt, bring doch unserm Kinde wat."

Zimmer, G. C. (Beruf? in?) Über das Wesen der Naturgesetze. Giefsen 1893. J. Ricker. 101 S. Preis 2 Mk.

Das Buch bietet eine einheitliche Erklärung der Wärme, der Elektrizität, des Lichtes und des Magnetismus (nicht als Bewegung, sondern) als Stoff.

„In jedem erwärmten Körper wird jedes Körperatom von Äthermolekülen eingeschlossen, welche sich an das Körperatom anlagern; die Äthermoleküle bilden auf diese Weise eine Ätherkugel, in deren Mitte sich das Körperatom befindet. Wenn einem einfachen festen Körper Wärme zugeführt wird, so wächst die Anzahl der Äthermoleküle, welche das Körperatom einschliefsen; da aber in diesem Falle das Volumen der Ätherkugel unverändert bleibt, so wächst in demselben Verhältnis wie die Anzahl, so auch die Dichtigkeit dieser Äthermoleküle ... Die Dichtigkeit der Äthermoleküle ist gleichbedeutend mit Temperatur, die Anzahl der Äthermoleküle dagegen ist gleichbedeutend mit der gesamten Wärmemenge des betreffenden Körpers." (S. 1).

„Das Äthermolekül, welches den Wärmeäther bildet, besteht aus zwei Ätheratomen von entgegengesetzer Natur, welche sich zu einem Äthermolekül verbunden haben ... Das eine dieser gepaarten Ätheratome bildet in seiner Gesamtheit die positive Elektrizität, das andere die negative Elektrizität." (S. 23).

„Während die Wärmeäthermoleküle an Körperatome gebunden sind, besteht das Lichtäthermolekül nur im freien Zustande. Die Lichtäthermoleküle haben eine in gerader Linie fortschreitende Bewegung." (S. 59).

„Während bei elektrischen Erscheinungen die Ätheratome durch Leitung von dem einen auf das andere Metall überzugehen vermögen, bleiben sie als Magnetismus im Zustande der Gebundenheit." (S. 93).

Von diesen Grundanschauungen aus werden nun wesentliche Vorgänge aus den genannten vier Gebieten der Physik erklärt: Ausdehnung durch die Wärme, spezifische Wärme, Verbindungswärme, Galvanismus, das Ohm'sche Gesetz, elektrische Induktion, chemische Wirkungen des elektrischen Stromes, thermoelektrische Ströme, Reflexion des Lichtes, Zusammensetzung des weifsen Lichtes, Beugung, Interferenz, Absorption, Polarisation u. s. w.

Einen Mangel, den die ältere Hypothese von Wärmestoff hatte, hat diese Hypothese nicht; sie gestattet eine befriedigende Erklärung zu geben von dem sogenannten Latentwerden der Wärme bei der Änderung des Aggregatzustandes. „Da jeder erhitzte Körper nur dadurch in einen höheren Aggregatzustand übergehen kann, dafs er im Moment dieses Überganges eine Vermehrung im Rauminhalte seiner Ätherkugeln erfährt, so folgt hieraus, dafs ihm zur Erlangung dieses höheren Aggregatzustandes von aufsen durch Erwärmung diejenige Anzahl von Äthermolekülen zugeführt werden mufs, welche nötig ist, um bei gleichbleibender Dichtigkeit der Äthermoleküle den Rauminhalt ihrer Ätherkugel um dasjenige Mafs zu vergröfsern, welches der höhere Aggregatzustand erfordert." (S. 3).

Dagegen erscheint mir nicht überzeugend die Erklärung der Hervorbringung von Wärme durch Reibung. „Wenn wir zwei sich reibende Ätherkugeln im Moment ihrer kleinsten Entfernungen betrachten, so ... müssen die Äthermoleküle auf derjenigen Seite der Ätherkugeln, auf welcher die Berührung stattfindet, mit gröfserer Kraft abgestofsen werden, als auf der gegenüberliegenden Seite... Weil nun aus diesem Grunde das Gleichgewicht der abstofsenden Kräfte zwischen den Äthermolekülen einer und derselben Ätherkugel aufgehoben ist, so können die Äthermoleküle in dem Verband ihrer Ätherkugel nicht mehr zusammengehalten werden. Die Ätherkugeln müssen also in ihre einzelnen Äthermoleküle auseinanderfallen, welche von den nächstliegenden Ätherkugeln aufgenommen werden und hierdurch in derselben die Temperatur erhöhen. —

In dem Moment nun, in welchem sich die beiden Körperatome infolge der Reibung wieder von einander entfernen, müssen auch die Ätherkugeln derselben wieder hergestellt werden. Die hierfür erforderlichen Äthermoleküle werden aber nicht von den nächstliegenden Ätherkugeln durch Wärmeleitung abgegeben, sondern sie werden als freie Äthermoleküle oder als Wärmestrahlen aus der Entfernung der sich bildenden Ätherkugel zugeführt." (S. 18). Welches ist die Quelle dieser strahlenden Wärme?

Ähnlich wie bei den zwei angeführten Beispielen (vom Latentwerden der Wärme und von der Wärmeerzeugung durch Reibung) wird es dem Leser bei den übrigen Ausführungen der Hypothese gehen, teils wird er durch dieselbe befriedigt werden, teils nicht.

Man wird nicht vieles vermissen, was in einem solchen Buche berücksichtigt sein mufs. Vergeblich sucht man aber eine Erörterung über den Unterschied der Geschwindigkeit des Lichtes in verschiedenen Medien. Zimmer erklärt ganz so, wie es Newton in Buch I seiner Optik that, die Brechung: „der Lichtstrahl, welcher in eine Glasplatte eintritt, hat einerseits das Bestreben, seine geradlinige Richtung fortzusetzen, andererseits steht er unter dem Einflufs der anziehenden Kraft, welche rechtwinkelig wirkt zur Oberfläche der Glasplatte. Durch das Zusammenwirken dieser beiden Momente erfährt der Lichtstrahl diejenige Ablenkung, welche wir mit Brechung bezeichnen." (S. 60). Aber Zimmer zieht nicht, wie Newton es thut, aus dieser Erklärung der Brechung die naheliegende Folgerung, dafs die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im optisch dichteren Mittel gröfser sein mufs als im dünneren. Daher kann man gegen Zimmer auch nicht den Versuch ins Feld führen, mit dem Foucault 1854 der Undulationshypothese von Huyghens den Sieg über die Emissionshypothese von Newton verschaffte durch den experimentellen Nachweis, dafs die Geschwindigkeit des Lichtes im dichteren Mittel kleiner ist als im dünneren.

b) Einzelgebiete. (Neue Bearbeitungen bekannter Anschauungen.)

α) Elektrizität.

FÖPPL, Dr. A. (Professor an der Universität Leipzig). Einführung in die Maxwell'sche Theorie der Elektrizität. Leipzig 1894. B. G. Teubner. 413 S. Preis 10 Mk.

Das Buch führt nicht in die ursprüngliche Fassung der Maxwell'schen Theorie ein, sondern in den durch andere Physiker vervollständigten Stand derjenigen Theorie, als deren erstes wesentliches Kennzeichen Föppl (S. 2) hinstellt: „Die Vorstellung, dafs alle elektrischen und magnetischen Einwirkungen eines Körpers auf einen von ihm entfernten anderen, durch die Vermittlung eines Mediums (im Vakuum durch den Äther) erfolgen." Der

Verfasser verwirft also die bisher bei uns herrschende Vorstellung von Fernwirkungen und bietet den neuerdings dafür geschaffenen Ersatz.

Die Haupteigentümlichkeit der Maxwell'schen Theorie liegt in der von Föppl als ihr zweites wesentliches Kennzeichen angegebenen Vorstellung: „dafs jedes Dielektrikum, auch der Äther im Vakuum, in einen Zwangszustand von elastischer Art versetzt wird, wenn magnetische oder elektrische Kräfte in ihm auftreten, und dafs damit eine Anhäufung von Energie verbunden ist.“ (S. 3). „Der Zwang im elektrostatischen Felde besteht in einer Zugspannung längs der Kraftlinien, verbunden mit einem nach allen Seiten hin gleichen normalen Seitendruck zwischen den einzelnen Kraftröhren.“ (S. 374).

Ein besonderer Vorzug des Föppl'schen Buches liegt in der Klarheit und Offenheit, womit die Unvollkommenheiten der Maxwell'schen Theorie hervorgehoben werden, und zwar werden erstens solche Mängel bezeichnet, die auch bei allgemein anerkannten Hypothesen vorkommen, z. B. dafs man über die Beziehungen zwischen Äther und ponderabeler Materie nichts weifs. „Bis jetzt ist es noch zweifelhaft, ob wir uns vorzustellen haben, dafs ein sich bewegender Körper den Äther in seinem Innern und teilweise auch den in seiner Nachbarschaft bei der Bewegung mit sich führt oder ob der Äther an den Bewegungen der Materie ganz unbeteiligt ist.“ (S. 308). Zweitens werden Mängel angegeben, die der Maxwell'schen Theorie speziell anhaften. Am stärksten tritt diese Tendenz des Verfassers hervor in den Paragraphen 70 und 99, welche die Tafel der Dimensionen enthalten; die Spalte, welche die Zurückführung auf die drei Grundeinheiten aufnehmen soll, ist noch vollständig leer. „Die dritte Spalte harrt noch ihrer Ausfüllung. Ich habe sie herstellen lassen, obschon ich sie nicht auszufüllen vermag, ... um einstweilen den Leser stets, wenn er die Tafel zu Rate zieht, daran zu erinnern, dafs uns die wahre Abhängigkeit aller dieser Gröfsen von jeder der drei Grundeinheiten vorläufig noch unbekannt ist.“ (S. 174).

Föppl bekämpft u. A. die Ampèresche Theorie der magnetischen Molekülarströme z. B. S. 233 und 255. Die elektromagnetische Theorie des Lichtes, welches nach Maxwell als eine elektromagnetische Wellenerscheinung betrachtet wird, erwähnt Föppl nur ganz nebenbei in § 143.

„An mathematischen Vorkenntnissen setze ich bei dem Leser nur die sichere Beherrschung der Anfangsgründe der Differential- und Integralrechnung voraus. Bei der mathematischen Fassung der vorgetragenen Lehren habe ich mich allerdings überall der Bezeichnungen und Methoden des Vektorkalküls bedient; im ersten Abschnitt sind diese aber, soweit als sie gebraucht werden, erörtert.“ (Vorwort).

Um eine Inhaltsübersicht zu bieten, teile ich die Überschriften der sechs Abschnitte und ihrer Unterabteilungen hier mit: I. Die Algebra und Analysis der Vektoren. II. Grundlinien der Maxwellschen Elektrizitätslehre. (1. die darin vorkommenden Vektoren. 2. Die magnetischen Gröfsen. 3. Wechselbeziehungen zwischen Elektrizität und Magnetismus.) III. Weiterer Ausbau des Systems. (1. Die elektrodynamischen und magnetodynamischen Kräfte. 2. Die eingeprägten elektrischen und magnetischen Kräfte. 3. Das Vektorpotential.) IV. Die Energiebeziehungen im elektromagnetischen Felde zwischen ruhenden Leitern. (1. Einfache Anwendungen des Vektorpotentials. 2. Der Printingsche Energiestrom.) V. Die Elektrodynamik bewegter Leiter. (1. Die durch Bewegungen induzierte elektromotorische Kraft. 2. Energiebeziehungen zwischen bewegten Leitern. 3. Die Elektrodynamik der magnetischen Ströme.) VI. Gedrängte Übersicht über die übrigen Teile der Maxwellschen Theorie. (1. Die Herleitung der Gleichungen des magnetischen Feldes aus den allgemeinen Prinzipien der Mechanik. 2. Der Maxwellsche Zwangszustand. 3. Die elektromagnetischen Wellen in isotropen Medien.)

β) Optik.

Neumann, Dr. C. (Professor an der Universität zu Leipzig). Die Haupt- und Brennpunkte eines Linsensystems. Leipzig 1893. B. G. Teubner. 42 S. Preis 1,20 Mk. 2. Auflage.

Das Schriftchen ist eine „elementare Darstellung der durch Möbius, Gauss und Bessel begründeten Theorie." Das Problem, um dessen Lösung es sich dabei handelt, lautet: „Es sei gegeben ein Cylinder. Dieser Cylinder sei zusammengesetzt aus beliebig vielen durchsichtigen Körpern. Wir nehmen an, dafs die Flächen, in welchen je zwei solcher Körper an einander grenzen, Kugelflächen sind, und dafs die Centra dieser Kugelflächen sämtlich in der Achse des Cylinders liegen .... Die Aufgabe, mit der wir uns hier beschäftigen wollen, besteht in der Untersuchung des Weges, den irgend ein Lichtstrahl verfolgen wird, wenn er den Cylinder seiner Länge nach durchschreitet." (S. 1).

Die Ausführung ist folgendermafsen gegliedert: I. Der Durchgang des Lichtes durch eine einzige brechende Fläche. (1. Der einfallende und der gebrochene Strahl. Die beiden Brennpunkte. 2. Konstruktion des gebrochenen Strahles. 3. Konjugierte Punkte und konjugierte Ebenen.) II. Der Durchgang des Lichtes durch beliebig viele brechende Flächen. (1. Die konjugierten Punkte. 2. Die Brennpunkte und die Möbiusschen Hauptpunkte. 3. Über die gegenseitige Beziehung zwischen zwei einander konjugierten Punkten. Geometrische Darstellung dieser Beziehung unter Anwendung der Haupt- und Brennpunkte. 4. Fortsetzung. Anwendung der Moser-Listingschen Knotenpunkte. 5. Über die Beziehung zwischen dem

eintretenden und austretenden Strahl. 6. Konstruktion des Bildes für einen gegebenen Gegenstand. 7. Über die beiden Brennweiten. 8. Über die experimentelle Bestimmung der Haupt- und Brennpunkte.) „Die hier vorliegende kleine Schrift setzt, mit Ausnahme der ebenen Trigonometrie, fast gar keine mathematischen Kenntnisse voraus.“ (Vorwort).

Dafs von einer solchen Schrift eine zweite Auflage erschienen ist (die erste wurde 1866 veröffentlicht), beweist, dafs sie von den Interessenten geschätzt wird.

Strehl, K. (Gymnasiallehrer zu Landau in der Pfalz). Theorie des Fernrohrs auf Grund der Beugung des Lichtes. Leipzig 1894. J. A. Barth. 135 S. Preis 4 Mk.

Das Buch handelt nicht von der geometrischen Konstruktion der Bilder und der dadurch bedingten Einrichtung der Fernrohre, sondern setzt dieses alles als bekannt voraus und enthält den Nachweis dafür, welchen Wert die Berücksichtigung der Beugung hat bei der richtigen Beurteilung dessen, was man im Fernrohr sieht, und zwar vornehmlich an den Planeten. Als „Schlufs“ ist dieses alles zusammengefafst: „Werfen wir am Ende unserer Entwickelungen einen Blick auf das weite Gebiet der astronomischen Erscheinungen und den Einflufs, welchen die Beugung des Lichtes auf ihre Beobachtung und Messung ausübt. 1) Der Gröfsenmessung sowie der Helligkeitsmessung haben wir bereits gedacht .... Hier schliefst sich auch die von Secchi behauptete Abhängigkeit der Sternfarbe von der Vergröfserung an. — 2) Beobachtungen über Helligkeitsabstufungen auf Planetenscheiben, über angebliche Atmosphären um dieselben, über Lichtschein in der Nachtseite, über Trübungen an den Hörnern der Sicheln, über Aus- und Einbuchtungen am Rand in der Nähe von hellen oder dunkelen Flecken, über die Schwärze der Trennungslinie zwischen den Saturnsringen, über die Decke der Saturnsringe, über die Gestalt des Saturnschattens, über die Durchsichtigkeit des dunkelen Ringes, sowie über die Erstreckung der Äquatorialstreifen auf Jupiter; alle diese Beobachtungen bedürfen kritischer Untersuchung an der Hand der Beugungstheorie. — 3) Hellere durch einen schmalen Kanal getrennte Partieen auf Planetenscheiben vermögen durch Übereinandergreifen ihrer Beugungsbilder in der Mitte des Kanals einen helleren Streifen, also eine scheinbare Verdoppelung des Kanals hervorzurufen .... — 4) Ringförmige Nebelflecke können der Beugungstheorie zufolge im Innern des Ringes scheinbare Helligkeit zeigen. — Hierher gehören auch die Erscheinungen bei Vorübergängen oder Bedeckungen, der schwarze Tropfen bei der inneren Berührung von Merkur oder Venus mit dem Sonnenrand, der graue Tropfen bei Begegnung mit Sonnenflecken, der weifse Tropfen bei Annäherung eines Jupiterstrabanten an die Planetenscheibe, das scheinbare Eintreten eines Sternes in

den hellen Mondrand oder den Rand von Jupiter, oder von Venus in den hellen Mondrand (nicht aber von Jupiter oder Saturn, weil deren Helligkeit gegen die der Randzone der hellen Mondscheibe zu klein ist), die Verschiedenheit der Durchmesser von Merkur oder Venus aufserhalb oder innerhalb der Sonnenscheibe, die Fehler in der Länge je nach der Bedeckung eines Sternes durch den hellen oder den dunkeln Mondrand u. s. w. — 5) Die Helligkeitskurve bei der allmählich vor sich gehenden Verfinsterung des Jupiterstrabanten ist mit Rücksicht darauf zu berechnen, dafs der Schatten Jupiters eine Beugungserscheinung ist, welche allmählich von hell in dunkel übergeht. Das Licht des total verfinsterten Erdmondes ist nicht nur gebrochen, sondern auch gebeugt. — 6) .... — 7) Sogar die Natur der Kometen steht in Beziehung zu den astronomischen Beugungserscheinungen ...." (S. 132—134).

Jedoch ist nicht, wie es hiernach scheinen könnte, der Inhalt nach den astronomischen Erscheinungen geordnet. Die Abschnitte tragen folgende Überschriften: „1) Beugung des Lichtes an Flächen zweiten Grades. 2) Lichtwege. 3) Elementarwellen. 4) Besselsche Funktionen. 5) Aplanatisches Objektiv. 6) Objektiv von grofser Öffnung. 7) Sphärische Aberration. 8) Astigmatismus. 9) Korona. 10) Cylinderwellen. 11) Kreisausschnitt. 12) Kreisring. 13) Lichtmasse. 14) Selbstleuchtende Scheiben. 15) Beleuchtete Objekte. 16) Wirkung des Okulars und Auges. Theorie des Fernrohrs. 17) Physiologische Einflüsse. 18) Auflösungsvermögen. 19) Durchdringungsvermögen. 20) Schlufs."

„Neu dürfte die Entwickelung von Formeln für die sphärische Aberration, den Astigmatismus, die Korona, für Cylinderwellen, sowie ringförmige Öffnungen, ferner die Untersuchungen über die eigentliche Theorie des Fernrohrs, über die Beugungswirkung des Okulares und des Auges, über die Auflösung von Doppelsternen, sowie die Helligkeitsmessung der Gestirne sein." (Vorwort).

Bode, Dr. P. (Oberlehrer in Frankfurt a. M.). Die Alhazensche Spiegelaufgabe. Frankfurt a. M. 1893. C. Naumann. 49 S.

Das behandelte Problem des Alhazen (lebte 965—1039) lautet: Auf einem ebenen, einem sphärischen, cylindrischen oder konischen Konvex- oder Konkavspiegel den Reflexionspunkt zu finden, wenn Auge und leuchtender Punkt gegeben sind.

Die Schrift besteht aus zwei Teilen, der erste ist geschichtlich und handelt vom Problem selber und von seiner geschichtlichen Entwickelung, der zweite enthält die analytische Lösung des verallgemeinerten (Alhazenschen) Problems und zwar 1) für spiegelnde ebene Kurven (A. Kreis. B. Ellipse) und 2) für spiegelnde Flächen. (A. Gerader Cylinderspiegel mit kreisförmiger Basis. B. Gerader Kegel mit kreisförmiger Basis. C. Centrische Flächen zweiten Grades).

B. Schulbücher.

a) Die ganze Physik umfassend.

α) Für höhere Schulen mit neunjährigem Kursus.

HOPPE, Dr. E. (Oberlehrer in Hamburg). Lehrbuch der Physik. Leipzig 1894. J. A. Barth. 134 S. Preis geh. 2,20 Mk.

Das Buch enthält nur das Gerippe der Physik. Die ganze Meteorologie (der eigentliche Text) umfafst z. B. 32 Zeilen, deren Schlufs heifst: „Lokale Temperaturschwankungen erzeugen die Morgen- und Abend-, Land- und Seewinde.“ Insbesondere sind die Beschreibungen der Apparate und Experimente weggelassen. Das Buch enthält nur 9 Zeichnungen.

Etwa die Hälfte jedes Paragraphen besteht aus Aufgaben. Der Text des Paragraphen über Dispersion enthält z. B. 28 Zeilen. Daran schliefsen sich 16 Aufgaben, von denen die zehnte heifst: „Wie kann die Spektralbeobachtung einer Flamme zur chemischen Analyse des verbrannten Gases benutzt werden? (Kirchhoff und Bunsen, Spektralanalyse 1860).“ Die drei folgenden Fragen beziehen sich ebenfalls auf Spektralanalyse, darunter ist die letzte astrophysikalisch. Das ist alles, was die Optik über Spektralanalyse enthält. Die Aufgaben sind also nicht auf Grund der Kenntnis des Textes zu lösen, sondern sie sind, in ähnlicher Weise wie in dem angeführten Beispiel, ebenfalls Gerippe der erheblichen und wesentlichen Erweiterungen des Lehrstoffes.

In wissenschaftlicher Beziehung geht Hoppe so weit, wie es nur in irgend einem Schulbuch geschieht. Dimensionen, Dyn, Erg, Potential, Coulomb, Watt, Interferenz, Beugung, Doppelbrechung und Polarisation des Lichtes fehlen nicht, bei letzterer mit Einschlufs der zirkularen und elliptischen Polarisation. Auch in der Anwendung der Mathematik geht der Verfasser sehr weit. Z. B. wird für die Anziehung zweier Stromteile auf einander die Formel geboten: $\frac{1}{2} \frac{i \cdot i_1 \cdot s \cdot s_1 \, (2 \cos \varepsilon - 3 \cos \vartheta \cdot \cos \vartheta_1)}{r^2}$.

„Von den Elementen der Astronomie und der mathematischen Geographie habe ich nur weniges (5 S.) aufgenommen und zwar nur das, was eine ausgesprochene Beziehung zur Physik hat.“ (Vorwort).

Im Buche sind viele geschichtliche Notizen, aber meist nur Namen und Jahreszahlen.

Der sprachliche Ausdruck ist nicht immer zu billigen, z. B. lautet der Anfang von § 86: „Neben den durch das Auge wahrgenommenen Lichtstrahlen werden auch Wellenbewegungen durch den Äther übertragen, welche Wärmewirkungen und chemische Wirkungen ausüben.“ Die mittleren Strahlen des optischen Spektrums wirken doch gleichzeitig thermisch, optisch und chemisch!

Manche der Aufgaben wird ein Lehrer nicht zu lösen vermögen, er wird wenigstens nicht wissen, welche Lösung der Verfasser meint, z. B. die 6. Aufgabe in § 96: „Welche Experimente zeigen, dafs die Luft isoliert?" Der Text bietet, wie gesagt, zur Beantwortung gar nichts. Bis zu dieser Aufgabe ist die Luft in dem Abschnitte über Elektrizität überhaupt noch nicht erwähnt.

HARBORDT, Dr. F. (Beruf? in Strafsburg) und FISCHER, M. (Beruf? in Mühlhausen i. Elsafs). Mach's Grundrifs der Physik. Leipzig 1894. G. Freytag. 346 S. Preis geb. 3 Mk.

„Das vorliegende Buch ist eine Bearbeitung von E. Mach's „Grundrifs der Naturlehre für die oberen Klassen" für die höheren Schulen des deutschen Reiches bearbeitet." (Vorwort).

In wissenschaftlicher Beziehung geht das Buch ebenso weit wie das von Hoppe. Die als hierfür charakteristisch dort namhaft gemachten zehn Begriffe finden sich auch in diesem Grundrifs mit Einschlufs der Zirkularpolarisation. Auch das haben die beiden Bücher gemein, dafs sie keinen Abschnitt über Chemie enthalten, aber als Anhang Astronomie. Im Übrigen unterscheidet sich der Grundrifs, was Stoffauswahl betrifft, nicht wesentlich von den meisten Schulbüchern, die demselben Zwecke dienen.

Der sprachliche Ausdruck ist so wissenschaftlich, dafs von einem Teil des Inhaltes der Durchschnittsschüler keine hinreichend klare Vorstellung erhält, auch wenn die Erläuterung im Unterricht vorhergeht; dahin gehört z. B. der Potentialbegriff und die Bestimmungen nach den absoluten Mafseinheiten im *C*-*G*-*L*-System.

β) Für höhere Schulen mit sechsjährigem Kursus.

(SUMPF-)PAPST, Dr. A. (Seminarlehrer in Cöthen). Dr. K. Sumpf's Anfangsgründe der Physik.*) Hildesheim 1893. A. Lax. 6. Auflage. 144 S. Preis 1,50 Mk.

BÖRNER, Dr. H. (Realgymnasialdirektor in Elberfeld). Leitfaden der Experimentalphysik. Berlin 1893. Weidmann. 170 S. Preis geb. 2,20 Mk.

KINDEL, Dr. P. (Gymnasialoberlehrer in Berlin). Leitfaden der Physik. Breslau 1893. F. Hirt. 125 S. Preis 1,25 Mk.

WALLENTIN, Dr. J. G. (Gymnasialdirektor in Troppau). Grundzüge der Naturlehre. Ausgabe für Gymnasien. Wien 1893. A. Pichler's Witwe u. Sohn. 3. Auflage. 188 S. Preis geb. 2,20 Mk.

HÖFLER, Dr. A. (Gymnasialprofessor in Wien) und MAISZ (Oberrealschulprofessor in Wien). Naturlehre. Wien 1893. C. Gerold's Sohn. 182 S. Preis geb. 2.60 Mk.

*) Der „Grundrifs" desselben Verfassers ist 1894 in 4. Auflage erschienen. D. Red.

A. I. Gemeinsame Besprechung.

Alle fünf Bücher enthalten den Stoff in ziemlich gleichem Umfange und zwar etwas vollständiger, als er in O III und U II der norddeutschen höheren Schulen unter normalen Verhältnissen bewältigt werden kann, so daſs der Lehrer noch die Möglichkeit behält, den Stoff nach eigenem Ermessen ein wenig auszuwählen.

Alle fünf Bücher machen, so weit man darüber urteilen kann, ohne sie beim Unterricht erprobt zu haben, den Eindruck der Brauchbarkeit und können daher unbedingt empfohlen werden.

II. Die einzelnen Bücher.

1) Die Eigentümlichkeit des Buches von Sumpf-Pabst besteht hauptsächlich in dem Übungsstoff. In jedem Paragraphen bildet er durchschnittlich etwa den vierten Teil. Z. B. sind im Anschluſs an die Betrachtung des Wellrades 15 Fragen gedruckt, deren sechste heiſst: „Nenne ein Küchengerät und ein Musikinstrument, bei denen das Wellrad zur Anwendung kommt.“ Der Schüler kann einen groſsen Teil der Fragen nicht selbständig beantworten, es muſs unter Mitwirkung des Lehrers geschehen.*)

2) (Börner). „Während in den gebräuchlichen Lehrbüchern in der Regel die Ergebnisse des Unterrichts in erzählender Weise zur Darstellung gebracht und die Experimente als bestätigende Versuche hingestellt werden, ... schreibt die vorliegende Arbeit den Weg, auf dem man zum Schlusse gelangt, streng vor.“ (Vorwort).

Auſserdem sind die einzelnen Absätze eines Paragraphen durch Vordruck charakterisiert (ähnlich wie es in den geometrischen Schulbüchern üblich ist) namentlich durch „Versuch“, „Gesetz“, „Anwendungen“; auf die „Gesetze“ folgen manchmal zunächst „Bestätigende Versuche“, z. B. in dem Paragraph 72, welcher von den „Saugerscheinungen durch Ausströmen“ handelt. Unter „Versuch“ ist beschrieben 1) das Ansaugen einer Flamme durch einen vorbeigeblasenen Luftstrom, 2) u. 3) das Heben des Wassers durch einen Luftstrom, 4) das Aufsaugen von Wasser durch einen Wasserstrom. Als „Gesetz“ folgt dann die verallgemeinernde Schluſsfolgerung. „Bestätigender Versuch“ ist das Ansaugen einer Pappscheibe nach Clément und Desormes. Den Schluſs bilden die „Anwendungen“ 1. Zerstäubungs- und Inhalationsapparate. 2. Wasserluftpumpe. — An die Stelle von „Versuch“ tritt oft „Erfahrung“. Die Begriffsbestimmungen werden absichtlich möglichst an das Ende

---

*) Eine weitere Eigentümlichkeit und zugleich einen Vorzug dieses Buches, sowie auch des „Grundrisses“ desselben Verfassers, sehen wir noch in den vielen klaren und instruktiven, den Lehrtext unterstützenden Figuren. D. Red.

gerückt. Z. B. sind in § 75 als „Erfahrungen" angeführt Uhrfeder, Windbüchse u. a. Daran schliefst sich das „Gesetz" von der Arbeitsfähigkeit, und hierauf folgt die „Begriffsbestimmung" von Energie. — Es kommen auch noch andere Absatzbezeichnungen vor, z. B. „Beweis" und „Hypothese."

3) Das Buch von Kindel ist von den vorliegenden fünf demselben Zwecke dienenden das wissenschaftlich am weitesten gehende, es wird z. B. die Sirene von Cagniard de la Tour behandelt und die Begriffe Potential und Dyn sind eingeführt. Es werden viel mathematische Formeln angewandt, sowohl arithmetische (z. B. für den freien Fall, die Schwingungsdauer eines Pendels und die Zentralbewegung), als auch trigonometrische (z. B. bei der Wage, obgleich in O III in Preufsen Trigonometrie noch nicht gelehrt wird).

4) Die zweite Auflage der „Grundzüge" von Wallentin ist Bd. XXI, S. 48 rezensiert. Dort wurde u. a. hervorgehoben, dafs das Telephon und Mikrophon fehlen. Das Telephon wird jetzt erwähnt, aber nicht bei der Elektricitätslehre sondern bei der Akustik. Nicht beseitigt ist die gesonderte Behandlung des Parallelogramms der Bewegungen neben dem Abschnitt vom Parallelogramm der Kräfte. Zu den bei der zweiten Auflage gerügten Mängeln in der Behandlung der galvanischen Elemente kommt in der dritten noch der hinzu, dafs jetzt nicht nur das Bunsensche sondern auch das von Leclanché weggelassen ist, welches doch wegen seines Gebrauches bei dem Haustelephon und Mikrophonen am allerersten in den Unterricht auch der sechsklassigen höheren Schulen gehört. Das für die ärztliche Praxis und für die Schulexperimente brauchbarste, d. h. das Tauchelement von Stöhrer, fehlt auch in der dritten Auflage; dagegen ist das Smeesche, welches wenige Gebildete (wenigstens in Norddeutschland) jemals sehen, auch in der dritten Auflage noch beibehalten.

Das Buch hat mit dem folgenden (Höfler-Maifz) nach den Vorschriften für österreichische Schulen gemein erstens die Einfügung von etwas anorganischer Chemie der Metalloide und der Anfangsgründe der Astronomie, zweitens die Anordnung des Stoffes: Wärme, Chemie, Magnetismus, Elektrizität, Mechanik, Schall, Licht, Astronomie.

5) In der Höfler-Maifzschen „Naturlehre" stehen am Schlufs 140 „Denkaufgaben", es lautet z. B. Nr. 27: „Warum schwitzen Steinmauern vor Gewittern, Bretterwände nicht?"

Dieses Buch ist das einzige unter den fünf hier zusammengestellten, welches kein alphabetisches Inhaltsverzeichnis enthält. Auch die Inhaltsübersicht ist nur 1 Seite lang; darin sind daher z. B. die Abschnitte über flüssige und gasförmige Körper gar nicht weiter eingeteilt.

γ) Volks- und Bürgerschulen.

Netoliczka, Dr. E. († Oberrealschulprofessor in Graz). Experimentierkunde. Zweite Auflage, herausgegeben von K. Kraus (Professor an der k. k. Lehrerbildungsanstalt in Wien). Wien 1893. A. Pichler's Witwe und Sohn. 195 S. Preis 2,40 Mk.

Mit den zuletzt besprochenen Büchern hat das vorliegende das gemein, dafs es an Stoff etwa das umfafst, was an höheren Schulen mit 6jährigem Kursus in Physik und Chemie gelehrt wird. Es unterscheidet sich von denselben aber nicht nur dadurch, dafs es für „Volks- und Bürgerschulen" bestimmt ist, sondern vor allem dadurch, dafs es nicht für Schüler, sondern für Lehrer geschrieben ist. Der Leser mufs mit dem Unterrichtsstoff schon vertraut sein, er erhält in dem Buche nur Anleitung, Versuche anzustellen.

Die Bestimmung für Volks- und Bürgerschulen tritt dadurch ganz besonders hervor, dafs im ersten Kapitel auf 11 Seiten gezeigt wird, wie man mit den einfachsten Mitteln Versuche anstellen kann, nämlich 25 mit einem Trinkglase, 14 mit einem Kerzenlicht, 9 mit einem Blatt Papier und 7 mit einer Siegellackstange.

Dafs das Buch nicht für Schüler, sondern für Lehrer bestimmt ist, zeigt sich u. A. in den drei folgenden Kapiteln. Dieselben handeln nämlich „von den nötigsten Werkzeugen und Geräten", von der Aufbewahrung der Apparate und von den gewöhnlichsten Arbeiten (Biegen, Schneiden und Ausziehen von Glasröhren, Absprengen des Glases, Löten, Leimen, Kitten, Herstellen eines luft- und wasserdichten Verschlusses)".

Unter den 438 physikalischen Versuchen ist die Optik am stärksten, nämlich durch 80 Versuche, vertreten, der Magnetismus am wenigsten, nämlich durch 22.

Von den 160 chemischen Versuchen sind manche für Volksschulen überflüssig, namentlich in der organischen Chemie, z. B. die sechs aus der Färberei; sie haben trotzdem Aufnahme gefunden, „um den Bedürfnissen der Bürgerschulen gewerblicher und chemischer Richtung entgegen zu kommen." (Vorwort). In Norddeutschland ist mir keine derartige Schule bekannt.

Der Unterschied von der ersten Auflage besteht in einer starken Vergröfserung: 180 Abbildungen statt 140, 598 Versuche statt 357, namentlich in der Mechanik (118 statt 48), Chemie (160 statt 59), Elektrizitätslehre (89 statt 52) und Optik (80 statt 49).

c) Witterungskunde.

Wilk, Dr. E. (Schuldirektor in Gotha). Grundbegriffe der Meteorologie. Zweite Auflage. Leipzig 1892. J. Baedeker. 58 S. Preis 1 Mk.

Die erste, 1887 erschienene Auflage ist Bd. XIX S. 591 dieser Zeitschrift von mir empfohlen, aber nur mit wenig Worten. „Die

zweite Auflage des Buches erscheint in etwas anderer Gruppierung des Stoffes." (Vorwort). „Das Büchlein soll als Ergänzungsheft zu jedem Physikbuch gelten, das der Meteorologie keinen besonderen Abschnitt widmet." (Vorwort).

Der Inhalt umfafst etwa den Stoff, wie er auf den 9klassigen höheren Lehranstalten zu bieten ist; z. B. ist auch das Gesetz von Buys-Ballot über die Anordnung der Winde um die Minima und Maxima des Luftdruckes aufgenommen; aber es fehlen die Wetterkarten von zwei auf einander folgenden Tagen zur Veranschaulichung des Fortrückens der Minima und ihrer Umgebung.

Eine Eigentümlichkeit des Buches besteht darin, dafs die wichtigsten Gesetze und Thatsachen am Schlufs der einzelnen Absätze in fettem Druck wiederholt werden. Z. B. heifst der Schlufs des ersten Absatzes von § 52: „Da aber beide (die Land- und Seewinde) über das ganze Jahr verteilt sind, so hat die gemäfsigte Zone in allen Jahreszeiten Regen." Dann folgt als „Resultat" fettgedruckt: „Die gemäfsigte Zone hat Regen zu allen Jahreszeiten."

Im Anhang, der von der Wettervoraussagung handelt, geht der Verfasser sehr auf Einzelheiten ein, z. B.: „Es bezeichnet B jeden Barometerstand, der wenigstens 1 mm über normal ist ... Warum $B >$ normal $+ 1$ ist, erklärt sich dadurch, dafs der nahezu normale Stand meteorologisch zumeist die Qualität eines subnormalen besitzt und der sogenannte hohe Barometerstand erst seinen Einflufs bethätigt, wenn er entschieden übernormal ist". — Eine ausführliche Tabelle (nach Dr. Fleischer) über die Abhängigkeit der Witterung von dem Überschufs der mittleren Tagestemperatur über den Taupunkt, von der Windrichtung und von dem Barometerstande je nach der Lage des Taupunktes zu der niedrigsten Tagestemperatur wird ohne Begründung abgedruckt. In fünf Rubriken der Spalte für westliche Winde steht „fehlt noch", und in einer für östliche Winde steht gar nichts. — Das Fallen und Steigen des Barometers, beziehungsweise das Sichnähern und Sichentfernen des Minimums wird in der Wettervoraussagung nicht berücksichtigt.

Das kleine Buch ist auch „zum Selbstunterricht zusammengestellt." Dazu eignet es sich allenfalls, weil es leicht verständlich geschrieben ist. Ein wenig physikalische Kenntnisse mufs der Leser freilich haben, z. B. mufs er (vgl. § 5) wissen, was spezifische Wärme ist.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme des Königreichs Sachsen. Ostern 1894.

1. **Chemnitz.** Königl. Gymnasium. Nr. 534. Oberlehrer C. Särchinger, *Beitrag zur Theorie der Funktionen des elliptischen Cylinders.* 26 S. 4°.

In dieser Abhandlung werden die Untersuchungen weiter geführt, die Heine in seinem Handbuch der Kugelfunktionen über gewisse Differential-

gleichungen angestellt hat, auf die man bei der Untersuchung des Schwingungszustandes einer gleichmäfsig gespannten elliptischen Membran geführt wird. Nachdem der Verfasser eine kurze Übersicht über die Entwicklung des Gegenstandes gegeben hat, wendet er sich seinem eigentlichen Gegenstande zu und giebt gegen das Ende hin einige Verbesserungen zu Heines Ergebnissen. — Näher auf den reichen Inhalt der gelehrten Arbeit einzugehen, ist hier wohl nicht am Platz. —

2. **Dresden.** Vitzthumsches Gymnasium. Nr. 536. Professor Dr. Polle, *Über den Schulunterricht in der Philosophie.* 40 S. 4°,

Mit dieser Abhandlung nimmt ein alter Lehrer Abschied von der Schule; für seine 33jährige Thätigkeit am Vitzthumschen Gymnasium wird ihm in den Schulnachrichten von dem Leiter der Anstalt warme Anerkennung zu teil. Aus seinen reichen Erfahrungen auf dem Lehrgebiete spendet er den seitherigen Amtsgenossen eine Gabe, die vielleicht gerade deshalb um so wertvoller ist, als sie ein jetzt von den Lehrplänen verschwundenes Fach betrifft. Es handelt sich nämlich um den Unterricht in der Philosophie. Der Verfasser hat diesen Unterricht 33 Jahre hindurch erteilt, und zwar hat er vorgetragen 14 Mal Logik, 4 Mal Psychologie, 8 Mal Geschichte der griechischen Philosophie, 2 Mal philosophische Grammatik und dann noch etliche Male Geschichte der griechischen Philosophie bis Aristoteles als Einleitung in das Studium der griechischen Klassiker. Die Arbeit zerfällt in zwei Teile. In dem ersten zeigt der Verfasser, welche Wandlungen das Fach bis zu seinem Absterben durchgemacht habe, wie der Unterricht zu erteilen sei, und worauf er sich zu beschränken habe, und kritisiert verschiedene Begriffe, wie z. B. den der philosophischen Propädeutik; die Mathematiker, liest man S. 15/16, sind wegen ihrer philosophischen Richtung durch die Bank zur Erteilung dieses Unterrichts ungeeignet. — Der zweite Teil bringt in 9 Abschnitten einige Beiträge zur Logik, von denen die Einteilung der Urteile nach Weisse (S. 18—24) und die Definitionen (S. 24—36) als die wichtigsten erscheinen. Von den Definitionen liefsen sich wohl einige beanstanden; andere aber sind m. E. ebenso nutzlos als scharfsinnig, weil sie den Begriff eher verdunkeln als beleuchten. So z. B. bin ich durch die Erklärung: „Schönheit ist aufgehobene Wahrheit“ um nichts klüger geworden. Den Tisch zu definieren, erscheint mir weniger schwer wie dem Verfasser. Ich würde einfach sagen: Der Tisch ist eine beliebig umgrenzte wagerechte Ebene aus fester Masse, die an mindestens 3 Punkten unterstützt ist. Wer dann noch hinzufügen will, dafs er im allgemeinen nur von den Schneidern zum Draufsitzen benutzt wird, der kann es thun, nötig ist es aber nicht.

3. **Leipzig.** Nikolaigymnasium. Nr. 542. Oberlehrer Dr. Richard Krieger, *Ein Beitrag zur Kenntnis der Hymenopterenfauna des Königreichs Sachsen.* 50 S. 4°.

Das vorliegende Verzeichnis beschränkt sich auf die Grabwespen und Bienen, soweit sie innerhalb der politischen Grenzen des Königreichs Sachsen angetroffen worden sind; die Falten- und Goldwespen sollen in den Schriften der Leipziger Naturforschenden Gesellschaft folgen. Im ganzen behandelt der Verfasser 411 Arten, nämlich 136 Sphegidae, 38 Pompilidae, 5 Scoliidae, 1 der Trigonalyidae, 5 Mutillidae und 226 Agidae. Die Angaben enthalten den Fundort und die Fundzeit thunlichst genau, wie z. B. S. 3. „5 (5) *Crabro Panzeri* v. d. L. Das ♂ an Gebüsch, das ♀ an sandigen Abhängen. a) Leipzig (Bienitz, 25. 8. 88. 1 ♀ — Dösen, 25. 6. 92. 1 ♂) — Frohburg (Streitwald, 19. 7. 89. 1 ♀).“ Am Schlufs sind zu den (28) Fundorten einige Bemerkungen gemacht, die sich namentlich auf die Höhenlage, sowie auf ihre Beziehung zur Hymenopterenfauna beziehen. — Das Litteraturverzeichnis umfafst 40 Titel. — Als ausgesprochener Freund solcher Monographien wünsche ich dem Verfasser einen umfangreichen Leserkreis seiner Arbeit.

4. **Leipzig.** Thomasgymnasium. Nr. 543. Prof. Dr. Rich. Sachse: Jakob Thomasius, Rektor der Thomasschule. 34 S. 4°.

Auf diese Schrift, die wohl ebenso wie die folgende in philologischen Zeitschriften eine eingehende Würdigung erfahren wird, soll hier nur aufmerksam gemacht werden, weil sie eine Darstellung der Familiengeschichte des berühmten Rektors der Leipziger Thomasschule, Jakob Thomasius, und seines Wirkens als Rektor und Universitätsprofessor enthält. Sie berichtet aufserdem über mehrere Mitarbeiter des Thomasius, so namentlich über den Konrektor M. Christian Rölick, den Kantor Johann Schelle, den Tertius Joh. Fr. Leubnitz, (einen Bruder des Philosophen), und Kollaborator Paul Thymich, von dem Thomasius sagt, dafs er *poeseos Germanicae peritissimus* sei. — Über Rölick lautet das Urteil ungünstig, von Schelle aber berichtet der Verfasser den Streit mit dem Bürgermeister Christian Lorenz von Adlershelm über die Einführung des deutschen Kirchengesanges und bezeichnet ihn wegen seiner Kirchenmusiken als einen Vorläufer Joh. Seb. Bachs. — Eine in Aussicht gestellte zweite Arbeit soll die damaligen Zustände in der Schule, den Unterricht, das Alumnat u. v. a. behandeln; sie wird deshalb allen Schulmännern willkommen sein.

5. **Zwickau.** Königl. Gymnasium. Nr. 549. — Fortsetzung von Nr. 546, 1893. 16 S. 4°. Dr. R. Beck: *M. Christian Daums Beziehungen zur Leipziger gelehrten Welt während der sechziger Jahre des 17. Jahrhunderts.* 39 S. 4°. —

In der vorjährigen Abhandlung giebt der Verfasser zunächst einen kurzen Überblick über Daums Leben und berichtet dann über seine Beziehungen zu Gottfried Wilhelm Leibnüz und Friedrich Rappolt. Die zahlreichen Briefe — 4022 Stück von 196 Verfassern — dieser (und anderer) Gelehrten an ihn, sowie die Konzepte seiner Antworten hat er sorgfältig aufgehoben; sie bilden einen wertvollen Schatz der Zwickauer Ratsbibliothek. — In der diesjährigen Abhandlung nun werden Daums Beziehungen zu Jakob Thomasius, Christian Friedrich Frankenstein, Caspar Löscher und Joachim Feller dargestellt; da man dabei einen hübschen Einblick in das damals auf der Leipziger Hochschule herrschende reiche, geistige Leben erhält, an dem auch Daum regen Anteil nahm, mag auch diese philologische Abhandlung hier erwähnt werden. Näher auf den Inhalt einzugehen ist hier allerdings nicht am Platze.

6. **Dresden-A.** Annenschule. — Nr. 554. (R.—G.). Oberlehrer Dr. Paul Biedermann: *Die wissenschaftliche Bedeutung der Hypothese.* 38 S. 4°. —

Der Verfasser stellt sich die Aufgabe, den grofsen Einflufs, den die Hypothese auf die Entwicklung der Wissenschaft gehabt hat, nachzuweisen und ihrem ganzen Wesen nach darzustellen. Er beschränkt sich auf die Mathematik einerseits und die Physik und Chemie andererseits und zeigt an zahlreichen Beispielen (Quadratur des Zirkels, Entdeckung Amerikas) wie auf beiden Gebieten die Hypothesen zwar manchmal die Erkenntnis der Wahrheit anfänglich (Stillstand der Erde) hintangehalten, dann aber wie namentlich beim Wettbewerb mehrerer Hypothesen (Emissions- und Vibrationstheorie des Lichts) die Wissenschaft wesentlich und dauernd gefördert haben. — Zwischen einer Vermutung und einer Hypothese läfst sich nur schwer unterscheiden. Man sagt wohl, die Vermutung nehme eine nachweisbare Thatsache vorweg, die Hypothese aber umschliefse eine nicht nachweisbare. Allein, selbst wenn man das „nicht nachweisbare“ dahin erklärt, dafs es an sich und für immer nicht nachweisbar bleiben wird, so ist doch damit wohl nur wenig geholfen; denn wer kann behaupten, dafs etwas sich nie wird nachweisen lassen, wer würde wohl z. B. noch vor 100 Jahren die uns durch die Spektral-Analyse über die Sternenwelt gewährten Aufschlüsse nicht für völlig unmöglich gehalten haben?! — Näher auf die Schrift einzugehen, mufs ich mir versagen; sie

enthält in grofsen Zügen einen Überblick über die geschichtlichen Wandlungen der Hypothese von den ältesten Zeiten bis auf unsere Tage, d. h. von den Zeiten, wo man glaubte, die Natur auf dialektischem Wege aus seinem eigenen Innern heraus konstruieren zu können, bis auf die Gegenwart, wo jede Hypothese nur mit Vorsicht und Vorbehalt aufgestellt und durch die Thatsachen bewahrheitet oder korrigiert wird. Auch bei der Auffindung mathematischer Sätze spielt die Hypothese (oder Vermutung?) eine keineswegs untergeordnete Rolle. — Die Abhandlung hat mich ungemein interessiert; ich empfehle sie deshalb allen Kollegen zum Studium. — Wenn der Verfasser S. 35 schreibt: Fermats Satz: „Die Gleichung $x^n + y^n = z^n$ ist für $n > 2$ durch ganze Zahlen nicht auflösbar“, hat trotz aller Anstrengungen bisher nicht allgemein bewiesen werden können, ist aber doch zweifellos richtig — so bin ich zwar derselben Ansicht, würde sie aber anders aussprechen.

Wissen möchte ich, welche Berechtigung und welchen Wert eigentlich die so oft angestaunte Berechnung von Laplace hat, dafs der Zufall mit der Wahrscheinlichkeit

$$1 - \frac{1}{2^{29}} = \frac{536870911}{536870912}$$

bei der Entstehung unseres Sonnensystems ausgeschlossen sei. Übrigens wäre Laplace gewifs, wenn er die rückläufige Bewegung der Uranusmonde gekannt hätte, zu einem andern Ergebnis gelangt; dafs es aber weniger sinnlos oder unnütz gewesen wäre, möchte ich allerdings lebhaft bezweifeln.

7. **Zittau.** Königl. Realgymnasium. Nr. 558. Oberlehrer B. Lorenz: II. Teil. *Die Choripetalen (Holzpflanzen).* 30 S. 4°.

Über Teil I, der 1890 erschienen ist, findet man einen Bericht im 22. Jahrgang dieser Zeitschr. S. 461. Der 2. Teil nun erklärt zunächst die gebrauchten (47) Abkürzungen und behandelt dann die Choripetalen in 29 Familien mit 62 Arten, 160 Unterarten und mehr als 400 Spielarten. Die reichste Familie bilden die Rosengewächse (S. 8—16) mit 6 Arten, von denen *Rosa* L. 17 und *Rubus* L. 22 Unterarten umfassen. —

8. **Crimmitschau.** Realschule. Nr. 562. Oberlehrer Dr. Wölfel: *Kritische Bemerkungen zu etlichen geographischen und geschichtlichen Lehr- und Schulbüchern etc.* 34 S. 4°.

In dieser schulgeographischen Arbeit unternimmt der Verfasser es, eine stattliche Anzahl Fehler, die ihm in den bekanntesten Lehrbüchern und Atlanten — Andree, Ritter, Guthe, Stieler — aufgefallen sind, zu berichtigen; doch liegen nicht alle auf geographischem, sondern auch etliche auf geschichtlichem Gebiete. — Verfasser behandelt nun zunächst unter der Überschrift „Allgemeines“ einige Punkte der mathematischen Geographie und dann in 13 Abschnitten die einzelnen Länder Europas, die nicht-europäischen Länder einer spätern Bearbeitung, etwa in einer Zeitschrift, vorbehaltend. — Die Ausstellungen des Verf. auf ihre Richtigkeit zu prüfen, liegt dem Berichterstatter nicht ob; doch kann er sich nicht versagen, auf einen Punkt hinzuweisen, der so recht deutlich beweist, wie von den Zeitungen, grofs und klein, gehudelt wird, sobald es sich um Zahlen handelt. S. 4, Z. 5 u. f. v. u. nämlich liest man: „Zeitungen, z. B. die Leipziger Zeitung vom 5. Febr. 1892, brachten (für die Entfernung der Erde von der Sonne) das Resultat von 148138000 km = 19085066$^1/_2$ deutsche Meilen.“ Da wäre ja eine deutsche Meile gröfser als 7,7 km! Auf die Sache selbst lege ich gerade in diesem Falle persönlich wenig Wert, da ich glaube, mag die Parallaxe so oder so ausfallen, dafs man sich unsere Entfernung von der Sonne mit 20 Mill. Meilen oder knapp 150 Mill. km merken darf. Eine genauere Angabe hat — wenigstens für den Laien — weder praktischen noch idealen Wert. Dafs aber die Tagespresse,

wie in diesem Beispiel, so ganz allgemein, mit Zahlen liederlich wirtschaftet, ist ein Übelstand, den wir Mathematiker bekämpfen sollten. Freilich ist das schwer; denn Berichtigungen werden nach meinen Erfahrungen als zu unbequem oder zu unbedeutend nicht berücksichtigt.*) Und doch sind gerade solche durch die Tagespresse verbreitete Fehler nicht gleichgiltig, weil sie vielfach jedem gesunden Menschenverstande Hohn sprechen. Aus einer von mir früher angelegten Sammlung solcher Generalböcke fällt mir da ein Beispiel ein: Es wurde berichtet und zwar nicht blofs von einer Zeitung, dazu ist die Sache ja viel zu geistreich — dafs für 7,4 Milliarden $**) Goldmünzen und für 7,6 $ Milliarden Silbermünzen auf der Erde umlaufen. Nun wurde berechnet, wie grofs die Kugel sei, die man a) aus den Goldmünzen, b) aus den Silbermünzen schmelzen könne. Beide Ergebnisse waren falsch; was aber schlimmer war, die Goldkugel wurde gröfser als die Silberkugel. Die Richtigstellung bei einer gröfseren Zeitung blieb unberücksichtigt. Es wäre zu wünschen, dafs hier Wandel geschafft würde. — Zu dem von dem Verfasser behandelten Gegenstande bemerke ich noch, dafs m. E. in den geographischen Werken noch eine gröfsere Zahl Fehler steckt; wenigstens ist es mir früher bei meinem Unterricht aufgefallen, dafs sich gerade da auffallend häufig Fehler zeigten, wo ich aus eigener Anschauung urteilen konnte. So z. B. fand ich kürzlich auf einer Karte Neustadt bei Frankenberg i. S., was gar nicht vorhanden ist, und las Westersee statt Westen-See (i. Holstein) und Kocherheim statt Kochendorf (i. Würtemberg).***)

9. **Plauen i. V.** Städtische Realschule. Nr. 579. Direktor Professor Dr. A. Scholtze: *Humanismus und Realismus im höhern Schulwesen Sachsens während der Jahre 1831—1851.* I. 38 S. 4°.

Der Verfasser stellt sich die Aufgabe, die Entwickelung des sächsischen höheren Schulwesens in den Jahren 1831—1851, d. h. von der Zeit, wo das Bedürfnis nach einer Reform des Gymnasiums unabweisbar geworden war, bis dahin, wo das Finanzministerium der Realschule zu Dresden-Neustadt den Eintritt in die Königliche Forstakademie gestattete, zu schildern; die Lösung soll in 2 Abschnitten gegeben werden. Der vorliegende erste Abschnitt geht bis zum Amtsantritt des Kultusministers von Wietersheim (1831—1840) und behandelt also die Jahre, in denen der Realismus nicht allein in dem Lehrplan der Gymnasien seine rechtliche Anerkennung, sondern auch in 2 Schulgattungen, nämlich in der Realschule und dem Realgymnasium, seinen ersten eigentümlichen und bereits unterschiedenen Ausdruck fand. Von dem so angedeuteten, reichen Inhalte der Abhandlung, der aus Bibliotheken und Archiven, aus Programmen, Flugschriften und Zeitungen mühsam zusammengetragen worden ist, will ich wegen des allseitigen Interesses, welches ihm gewifs, wenigstens in Sachsen, entgegengetragen wird, versuchen, eine gedrängte Übersicht zu geben:

Mit der „Konstitution" zog zugleich eine neue Zeit in Sachsen ein; die erste gröfsere Bahnlinie (Dresden-Leipzig) wurde genehmigt, der Anschlufs an den Zollverein erfolgte und die Reform der allmählig zu Petrefakten erstarrten Gelehrtenschulen kam langsam in Flufs. Von den heutigen Realanstalten waren damals erst die ersten Anfänge und zwar namentlich in Dresden und Leipzig vorhanden. Von den Gelehrtenschulen verlangte

---

*) Man sehe unsere Nachschrift zu dieser Programmschau S. 239. D. Red.

**) Zeichen für Dollar. 1 $ = 100 Cents (c). 96,12 c = 4 Reichsmark (s. Feller und Odermann, Kaufm. Arithm. Leipzig 1876, S. 511). Nach Harms-Kallius' Rechenbuch, Oldenburg 1894 (S. 259), ist 1 $ = 4 ℳ 20 ₰. D. Red.

***) Vergl. unsern „Schafteich" in VI (1875), 411 u. XII, 303.

man zunächst, dafs die Realien den alten Sprachen nebengeordnet würden, dafs die deutsche Sprache mehr zu pflegen sei und dafs der Religions-Unterricht wirklichen Geistlichen oder wenigstens besonderen Religionslehrern übertragen werde. Bald aber wurden die Ziele greifbarer, die Entwicklung selbständiger; so z. B. verdienen die ziemlich durchgreifenden Vorschläge des Frühpredigers Otto (1831) an der Leipziger Universitätskirche mehr Beachtung, wie sie damals fanden. Andere Vorschläge, die mehr darauf abzielten, das Vorhandene zu erhalten, als entstandene Übel zu beseitigen, verhallten fast ungehört. — Da legte das Ministerium Lindenau dem ersten auf Grund der neuen Verfassung einberufenen Landtage den Entwurf eines Gesetzes über die Reorganisation der Gelehrtenschulen vor. Man verlangte nur das Notwendigste, so namentlich ein gewisses Aufsichtsrecht; als aber auch das noch auf unendlichen Widerstand stiefs, wurde der Entwurf durch Dekret vom 30. Juli 1834 zurückgezogen. Doch war die Regierung keineswegs gewillt, in der Sache selbst nachzugeben; sie betrat nun den Weg der Verordnungen und Vereinbarungen. Einige Gymnasien gingen in Kollatur und Verwaltung des Staats über, andere erhielten Zuschüsse und wiederum andere, die nicht lebensfähig schienen, wurden eingezogen, so das Chemnitzer und das Annaberger. Chemnitz erhielt dafür eine technische Bildungsanstalt, Annaberg eine Realschule. Auch wurden für die Lehrer einige Aufwendungen gemacht. — Dann berief der Kultusminister Dr. Müller die Rektoren sämtlicher Gymnasien und einige andere Sachverständige, wie Drobisch, den jetzigen Senior der Leipziger Universität, zu einer Beratung nach Dresden (29. VI.—4. VII. 1835). Man einigte sich über die Zahl der Klassen, das Alter bei der Aufnahme, die Stundenzahl für Lehrer und Schüler, über die Bedingungen, ohne deren Erfüllung das Reifezeugnis (eingeführt 1829) nicht erteilt werden dürfe, und über einige Punkte, die sich auf den Unterricht bezogen. Die Beschlüsse dieser Versammlung haben keine Gesetzeskraft erlangt, doch atmen sie Leben, weil sie das bisher thatsächlich Gewordene zu einem rechtlich Vorhandenen stempeln und die Anregung zu weiterer Entwickelung geben. — Nun ging das Ministerium des Innern mit der Gründung von technischen und Industrieschulen vor, so in Chemnitz, Plauen und Zittau, wo je eine mittlere Gewerbeschule geschaffen wurde. Über die Lehrpläne solcher Schulen aber, die weder gelehrte noch Fachbildung bezweckten, konnte man sich nur schwer einigen; es gab des Lernenswerten eben zu viel, um das Notwendige gleich mit Sicherheit treffen zu können. Namentlich konnte man sich lange nicht darüber einigen, inwieweit die alten Sprachen beizubehalten seien. Die einen waren für die Abschaffung, die andern für die Beschränkung. Jene gelangten zur Realschule (Vogel, Leipzig), diese zum Realgymnasium (Beger, Dresden). Näheres hierüber wolle man in der Abhandlung selbst nachlesen. — Die auf S. 34—38 vorhandenen Beilagen enthalten 5 Stundenpläne (Gymnasium zu Zwickau, 1837/38; Landesschule zu Meifsen, 1841/42; Vitzthumsches Geschlechts-Gymnasium und Blochmannsches Erziehungshaus, Winter 1843/44; Höhere Bürgerschule in Neustadt-Dresden, 1844/45; Realschule zu Leipzig, 1843/44) und Vogels Unterrichtsplan; sie verdienen volle Beachtung. — Hoffentlich kommt der noch ausstehende 2. Abschnitt (1840—1851) schon nächstes Jahr (d. h. 1895) zur Ausgabe.

10. Werdau. Realschule. Nr. 578. Oberlehrer Joh. Finsterbusch: *Beitrag zur synthetischen Geometrie ebener Kreissysteme und damit im Zusammenhange stehender höherer Kurven.* Fortsetzung der Programme Nr. 548 (1888) und Nr. 570 (1890). 45 S. 8°.

Diese Abhandlung, die 1893 mit Programm Nr. 579 ausgegeben worden ist, knüpft an S. 76 des Programmes Nr. 570 desselben Verfassers vom Jahre 1890 an und behandelt, wie das Titelblatt besagt, die Cartesischen Ovale und ihre konfokalen Büschel mit besonderer Berücksichtigung der

dabei auftretenden Konfigurationen und involutorischen Gebilde. Der Verf. verarbeitet wieder ein umfangreiches Material in gedrängtester Kürze und giebt teils im Text, teils in zahlreichen Anmerkungen eine Anzahl Quellen an. — Das auf der letzten Seite angebrachte Verzeichnis von Druckfehlern und Berichtigungen ist zwar weder fehler- noch lückenlos; denn gleich beim ersten Fehler ist z. B. Z. 13 in Z. 10 umzuändern und in S. 60 hat man aplanatisch statt aplanetisch und auf S. 111, Z. 6 v. u. reellen statt rellen zu lesen. Doch ist hierauf gewiſs um so weniger Gewicht zu legen, als der Verfasser wohl nur Sachfehler hat berichtigen wollen — hoffentlich gelingt es ihm, die nun noch in Aussicht stehenden Fortsetzungen in etwas schnellerer Folge zu veröffentlichen, wie es bei der letzten der Fall war. Das bisher Gelieferte wird gewiſs manchen Fachgenossen sehr interessieren.

11. **Chemnitz.** Technische Staatslehranstalten. Dr. J. Kollert: *Die elektrotechnischen Abteilungen und das elektrotechnische Laboratorium an den Technischen Staatslehranstalten in Chemnitz.* 14 S. 4°. Mit 5 Tafeln im Lichtdruck.

Nachdem der Verfasser in der Einleitung die Entwickelung der Elektrotechnik als Lehrfach an den technischen Lehranstalten Deutschlands beleuchtet hat, bespricht er, was im Titel angegeben ist, hierbei die Organisation der elektrotechnischen Abteilungen der Höheren Gewerbeschule und der Werkmeisterschule getrennt behandelnd. — Auf den angehängten Lichtdrucktafeln sind die den elektrischen Abteilungen zur Verfügung stehenden Räume und Lehrmittel abgebildet, und die Schluſsbemerkungen geben Auskunft über die ungefähren Kosten der Anlage. — Die Ausführungen des Verfassers dürften, meine ich, manchem Lehrer der Physik interessant sein. —

C. Zeitschriftenschau.

1. Zeitschrift für Physikalischen und Chemischen Unterricht. Jahrg. VIII.

Heft 2. Aufsätze. B. Schwalbe, Zur Lehrmittelfrage. Robert Lüpke, Versuche zur Veranschaulichung der neueren Theorie der Elektrolyse (Fortsetzung). Georg W. A. Kahlbaum, Handquecksilberluftpumpe nach dem Sprengelschen Prinzip. Hans Hartl, Versuche aus der Hydromechanik. — **Kleine Mitteilungen.** F. Niemöller, Versuche zum Nachweis des Satzes, daſs die Bewegungsgröſse denselben Wert hat wie der Kraftantrieb. Friedrich C. G. Müller, Zur Absorption des Natriumlichtes durch Natriumdampf. Für die Praxis: Elasticität eines Brettes. Drähte gerade zu richten. Über eine einfache Vorrichtung für Torsionsschwingungen. Verbindung von Zinn mit Chlor. — **Berichte.** 1. *Apparate und Versuche:* Neue Laboratoriumsapparate (André Bidet). Schliffe und Hähne (Georg W. A. Kahlbaum). 2. *Forschungen und Ergebnisse:* Das genetische System der chemischen Elemente (W. Preyer). Die Wirkung der elektromagnetischen Strahlung auf Häute, welche Metallpulver enthalten (Minchin). Der Umfang des menschlichen Gehörs (H. Zwaardemacher u. Cuperus). 3. *Geschichte:* Theophrastus Paracelsus. 4. *Unterricht und Methode:* Hat die Physik Axiome? (P. Volkmann). Naturwissenschaftliche Hypothesen im Schulunterricht (R. Tümpel). Einführung in die induktive Logik (J. Henrici). 5. *Technik und mechanische Praxis:* Elmores Verfahren zur Herstellung nahtloser Kupferröhren auf elektrolytischem Wege (Atmer). Ein Uni-

versal-Sensitometer (J. Scheiner). — **Neu erschienene Bücher und Schriften.** J. Violle, Lehrbuch der Physik. J. Epstein, Überblick über die Elektrotechnik. A. Horstmann, H. Landolt u. A. Winkelmann, Graham-Ottos Ausführliches Lehrbuch der Chemie. G. Krüss, Spezielle Methoden der Analyse. M. Berthelot, Praktische Anleitung zur Ausführung thermochemischer Messungen. L. Dressel, Zur Orientierung in der Energielehre. Programm-Abhandlungen. — **Versammlungen und Vereine.** Verein zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften (Schlufs). Physikalische Gesellschaft zu Berlin. — **Mitteilungen aus Werkstätten.** Einfaches Thomsen-Galvanometer für Lampen- und Fernrohrablesung, sowie für Vorlesungszwecke von M. Th. Edelmann. —

2. **„Himmel und Erde“.** Illustrierte naturwissenschaftliche Monatsschrift, herausgegeben von der Gesellschaft Urania, Verlag von H. Paetel in Berlin. Jahrg. VII, 1895.

Heft IV. Seitdem man weiss, dass die Beschaffenheit der Erdrinde auf das Verhalten der Magnetnadel einen gewissen Einflufs ausübt, hat man vielfach die Entstehung und Veränderungen der erdmagnetischen Kräfte mit endogenen Vorgängen in Verbindung gebracht. Dr. P. J. Müller (Dresden) verfolgt dieses Ziel in dem Artikel „Erdmagnetismus und Luftelektrizität“ — In einem für Historiker und Philologen interessanten Aufsatz behandelt F. K. Ginzel die „Mystischen Sonnenfinsternisse“ und ihre Bedeutung für die Chronologie des Altertums. — Dr. J. Precht spricht über Blitze und „Blitzphotographien“ und kennzeichnet die Richtung, in welcher die Forschung gegenwärtig auf diesem Gebiete thätig ist. Einen besonderen Wert hat das vorliegende Heft durch die Beigabe einer in Heliogravüre ausgeführten Tafel, welche ein anschauliches Bild von den neuesten Ergebnissen der Himmelsphotographie gewährt. Sie zeigt Aufnahmen von Prof. Pickering (Harvard-Sternwarte) und von Prof. Wolf (Heidelberg). — Eine Reihe astronomischer Mitteilungen schliefsen sich daran. Auch das berühmte Problem der fallenden Katze, welches in der letzten Zeit die gesamte wissenschaftliche Welt in Aufregung erhalten hat, wird eingehend behandelt und durch Momentaufnahmen von Marey erläutert.

Heft V. Prof. Dr. Sigismund Günther bespricht die „Entstehung und Altersbestimmung der Tropfsteingebilde“. Man hat bekanntlich bisher allgemein geglaubt, dafs die Höhlenstalaktiten zu ihrer Bildung sehr langer Zeiträume im geologischen Sinne bedürfen; hier wird gezeigt, dafs dieselben, sogar eine der wenig günstigen äufseren Voraussetzungen, in relativ kurzer Zeit entstehen und zu bedeutender Ausdehnung heranwachsen können. Ein zweiter grösserer Aufsatz beschäftigt sich mit dem Golfstrom, nach älteren und neuesten Forschungen dargestellt von S. Bolwin, ein dritter mit „eigentümlichen Refraktionserscheinungen bei Sonnenuntergängen“, beobachtet auf dem Mount Hamilton von A. L. Colton. Unter den zahlreichen kleineren Mitteilungen befindet sich ein Aufsatz von Fr. Tisserand über den Neptunstrabant, ein weiterer über die Zahl und Entdeckung der kleinen Planeten, über die Häufigkeit der Meteore, und andern physikalischen Inhalts.

Heft VI. In der Geschichte der Erdrinde gehören die rätselhaften Erscheinungen der Eiszeiten zu den interessantesten Problemen. Die Vergletscherung der Erde zur Diluvialzeit ist eine feststehende Thatsache, aber sie ist nicht die erste, welche unseren Planeten heimsuchte, denn man hat in Carbon (Steinkohlenformation) Spuren gefunden, welche die Existenz einer Eiszeit in dieser Periode unzweideutig beweisen. Diesen Gegenstand hat Dr. K. Keilhack in dem Artikel „Alte Eiszeiten“ (mit 11 Abbildungen im Text) umfassend behandelt. Ein merkwürdiges Stück Land unserer deutschen Heimat, die „Kurische Nehrung und

ihre Wasserdünen" (mit zwei Vollbildern, unter denen das Dorf Purwien), schildert uns Dr. Schwahn. Der übrige Teil des Heftes ist der Astronomie gewidmet. Aus den hier gegebenen Aufsätzen seien nur diejenigen über die „Herkunft der Kometen", über das „Wärmespektrum der Sonne" (mit 4 Abbildungen), die „Atmosphäre des Mars" und die „Bewegung des Merkur" hervorgehoben. Es folgt ein Bericht über die britische Naturforscher-Versammlung in Oxford (Aug. 1894) und am Schlufs die Besprechung neuer Werke nebst Litteraturverzeichnis.

3. **Das Wetter**, Meteorologische Monatsschrift für Gebildete aller Stände. Herausgegeben von Prof. Afsmann. XII. Jahrg. Verlag von O. Salle in Braunschweig (jährl. 12 Hefte zu 6 M.)

Heft I. Die höchste bislang im Luftballon erzielte Höhe (9150 m)*) ist bekanntlich im Dezember v. J. durch Herrn A. Berson, Assistent am Kgl. Meteorolog. Institut in Berlin, vermittelst des „Phönix" erreicht worden. Eine höchst interessante Schilderung dieser denkwürdigen und für unsere Kenntnis der Atmosphäre ergebnisreichen Fahrt mit all ihren gefahrvollen Situationen veröffentlicht jetzt der kühne Luftschiffer unter dem Titel „Eine Reise in das Reich der Cirren". Diese Auffahrt führte über die höchsten Wolkenformen, die bisher für ein Gemenge von Eisnadeln gehaltenen Cirren oder Federwolken, hinaus, bei einer Temperatur von — 48°.**) Diese bedeutende Höhe, in welcher die äufserst verdünnte Luft Ohnmachten herbeiführt, konnte nur durch Anwendung der künstlichen Athmung vermittelst eines 1000 Liter Sauerstoff enthaltenden Apparates ermöglicht werden, und es ist nunmehr der englische Forscher Glaisher, der während seiner Fahrt in ca. 8500 m ohnmächtig wurde, überholt worden. Bersons Fahrt ist auch deshalb bemerkenswert, weil der kühne Luftschiffer sie ganz allein ausführte, wozu nicht nur seltenes Geschick, sondern auch ein hoher Grad von Energie und Geistesgegenwart gehörte.***) — An diesen Artikel schliefsen sich die folgenden an: Drei unruhige Tage auf der Nordsee im Dezember 1894 (eine meteorologische Erklärung jener besonders für Helgoland so verhängnisvollen Sturmtage) von Prof. Afsmann; Ein Föhn im Riefsengebirge von Dr. Kafsner; Die Wetterkunde der Windmüller; Der Einflufs des Mondes auf die Wolken. Sodann folgen noch: Übersicht der Witterung im November 1894; Stürme in Holland; Schneeguirlanden. Eine kolorierte Karte, die jedem Hefte beigegeben ist, veranschaulicht die Menge der Niederschläge, sowie die Verteilung von Luftdruck und Temperatur im Vormonat. — Diese Zeitschrift dürfte wohl vor allem jene Fachgenossen an höheren Schulen interessieren, die mit örtlichen meteorologischen Beobachtungen beauftragt sind. —

*) Also 310 m höher, als der höchste Berg der Erde, der Gaurisankar im Himalaya (8840 m). D. Red.

**) Natürlich C, wie in wissenschaftl. Werken immer, = ca. 38° R. D. Red.

***) Diesen höchst interessanten Aufsatz gedenken wir in einem der nächsten Hefte abzudrucken. D. Red.

D. Bibliographie.

Dezember 1894 und Januar 1895.

(Fortsetzung und Schlufs von Heft 2, S. 121.)

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Schenkling, *Nomenclator coleopterologicus*. Eine etymologische Erklärung sämtlicher Gattungs- u. Artnamen der Käfer des deutschen Faunengebietes. (224 S.) Frankfurt a. M., Bechhold. 4,00.

Medicus, Dr., Etiketten zu Käfersammlungen. (13 Bl.) Kaiserslautern, Gotthold. 1,50.

Marshall, Prof. Dr., Plaudereien u. Vorträge. 1. Sammlung. (253 S.) Leipzig, Twietmeyer. Geb. 7,50.

Rohde, Dr., Über den gegenwärtigen Stand der Frage nach der Entstehung u. Vererbung individueller Eigenschaften. Mit einem Vorwort von Prof. Dr. Binswanger. (149 S.) Jena, Fischer. 3,00.

Hofmann, Kustos Prof., Die Grofsschmetterlinge Europas. 71 Taf. mit 2000 Abb. u. begleit. Text. 2. Aufl. (240 S.) Stuttgart, Hoffmann. 28,00.

Wasmann, E., Soc. Jes., Kritisches Verzeichnis der myrmekophilen u. termitophilen Arthropoden. Mit Angabe der Lebensweise u. mit Beschreibung neuer Arten. (231 S.) Berlin, Dames. 12,00.

Reichenow, Kustos Dr., Die Vögel Deutsch-Ostafrikas. Mit über 100 Abb. (250 S.) Berlin, Reimer. 12,00.

Taschenberg, Prof. Dr., Welche Tiere aus der Insektenwelt sind dem Schutze der Forstleute, Landwirte u. Gärtner etc. zu empfehlen u. warum? (83 S. m. 28 Abb.) Berlin, Friedländer. 0,60.

Fischer, E., Transmutation der Schmetterlinge infolge Temperaturänderungen. Experimentelle Untersuchungen über die Phylogenese der Vanessen. (36 S.) Berlin, Friedländer. 1,20.

Haeckel, E., Systematische Phylogenie. Entwurf eines natürl. Systems der Organismen auf Grund ihrer Stammesgeschichte. 1. Tl. (400 S.) Berlin, Reimer. 10,00.

2. Botanik.

Strasburger, Prof. Dr., Privatdoc. Dr. Noll, Dr. Schenck und Prof. Dr. Schimper, Lehrbuch der Botanik für Hochschulen. (558 S. m. 577 z. Tl. farb. Abb.) Jena, Fischer. 7,00.

Peter, Prof. Dr., Wandtafeln zur Systematik, Morphologie u. Biologie der Pflanzen für Univers. u. Schulen. Bl. 15 u. 16. *Fumariaceen* u. *Coniferen*. Kassel, Fischer. à 2,00.

3. Mineralogie.

Florschütz, San. R. Dr., Der Löfs. (11 S.) Wiesbaden, Bergmann. 0,80.

Haas, Prof. Dr., Quellenkunde. Lehre v. der Bildung u. vom Vorkommen der Quellen u. des Grundwassers. (220 S.) Lpz., Weber. 4,50.

Cohen, E., Meteoritenkunde. 1. Untersuchungsmethoden u. Charakteristik der Gemengteile. (339 S.) Stuttgart, Schweizerbart. 10,00.

Broja, Geh. Bergr., Der Steinkohlenbergbau in den Vereinigten Staaten v. N.-Amerika. Mit 16 Taf. in Mappe. (112 S.) Lpz., Felix. 14,00.

Futterer, Privatdoc. Dr., Afrika in seiner Bedeutung für die Goldproduktion in Vergangenheit, Gegenwart u. Zukunft. Mit 21 Ill., 9 Taf. u. 1 grofsen Übersichtskarte der Goldvorkommen in Afrika. (191 S.) Berlin, Reimer. 8,00.

Geographie.

Forster, Dr., Die Temperatur fliefsender Gewässer Mitteleuropas. (96 S. m. 1 Taf. u. 25 Tab.) Wien, Hölzel. 4,00.
Richter, Prof. Dr., Die Erschliefsung der Ostalpen. (658 S. mit vielen Abb. u. 9 Taf.) München, Lindauer. 3 Bde. Komplet 36,00, geb. 45,00.
Martin, Wirkl. Rat Dr., Über die Ansichten der kolonialen Bestrebungen Deutschlands. (46 S.) Ebda. 1,20.
Gaebler, Neuester Handatlas über alle Teile der Erde mit bes. Berücksichtigung des gesamten Weltverkehrs. 128 Karten. Lpz., Gaebler. 5,00.
Regel, Prof. Dr., Thüringen. Ein geographisches Handbuch. 2. Tl. Biogeographie. Pflanzen- u. Tierverbreitung. (379 S.) Jena, Fischer. 7,00.
Hänsel, Dr., Ein Ausflug nach Brasilien u. den La Platastaaten. (188 S.) Warmbrunn, Leipelt. 5,25.
Kiepert, Das Deutsche Reich in 8 farb. Karten à $41\frac{1}{2}$ cm : 54 cm. Berlin, Reimer. 6,00.
Kleinschmidt, Sem.-L., Lebensbilder aus der Länder- u. Völkerkunde f. Schule u. Haus. Zur Erweckung des Interesses f. d. Studium der Erdkunde etc. I. Bilder aus Amerika. (432 S.) Weinheim, Ackermann. 4,50.
Miller, Realg.-Prof., *Mappae mundi*. Die ältesten Weltkarten. 1. Die W. des *Beatus* (776 n. Chr.) (70 S. m. K.) Stuttgart, Roth. 5,00.
Zintgraff, Nordkamerun. Schilderungen der im Auftr. des Ausw.-Amtes 1886—92 unternommenen Reisen. (467 S. mit 16 Ill. u. 1 K.) Berlin, Paetel. 12,00.
Hesse-Wartegg, E. v., Korea. Eine Sommerreise nach dem Land der Morgenruhe 1894. Mit zahlreichen Abb. u. einer Spezialkarte Koreas mit den angrenz. Ländern. (220 S.) Lpz., Reifsner. 7,00.
Kraus, Höhlenkunde. Wege u. Zweck der Erforschung unterirdischer Räume. Mit Berücksichtigung der geogr., geolog., physik., anthropol., u. techn. Verhältnisse. (308 S. mit 155 Abb., 3 Karten u. 3 Plänen.) Wien, Gerold. 10,00.
Seydlitz, E. v., Geographie. Ausg. D. In 6 Heften auf Grund der neuen preufs. Lehrpläne. 6. Lehrstoff der Sexta. (78 S.) Breslau, Hirt. 0,80.
Sapper, Dr., Grundzüge der physikalischen Geographie von Guatemala. (59 S. u. 4 Karten). Gotha, Perthes. 6,40.
Schwahn, Dr., Die Nordseeinsel Helgoland. (29 S. m. Ill.) Berlin, Paetel. 0,60.
Meyer, Dr. M. W., Das Wunderland der neuen Welt. Reisebeobachtungen über die Entstehung des Erdteils. (52 S.) Ebda. 1,00.
Martin, Prof., Reisen in den Molukken. Eine Schilderung von Land u. Leuten. Mit 50 Taf., 1 K. u. 18 Textbildern. (404 S.) Leiden, Brill. 21,00.
Bleibtreu, Persien. Mit 50 Abb. u. 1 K. (212 S.) Freiburg, Herder. 6,00.
Philippson, Dr. u. Prof. Dr. Neumann, Europa. Eine allg. Landeskunde. Hersg. v. Prof. Dr. Sievers. (685 S.) Lpz., Bibl. Institut. 16,00.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Ustrich, Dir. Dr., Lehrbuch der Arithmetik. 3. Aufl. (112 S.) München, Lindauer. 1,80.
Gross, Prof., Die einfacheren Operationen der praktischen Geometrie. Leitfaden für den Unterricht an technischen Lehranstalten etc. 4. Aufl. (94 S.) Stuttgart, Wittwer. 2,00.
Groth, P., Physikalische Krystallographie u. Einleitung in die krystallographische Kenntnis der wichtigsten Substanzen. 3. Aufl. 1. Hälfte. (528 S.) Lpz., Engelmann. 18,00.

Lösungen der Absolutorial-Aufgaben aus der Mathematik an den humanistischen Gymnasien Bayerns seit dem J. 1867. 2. Aufl. (157 S.) München, Pohle. 2,80.

Mittenzwey, L., Mathematische Kurzweil od. 333 Aufg., Kunststücke, geistanregende Spiele, Überraschungen, verfängliche Schlüsse etc. aus der Zahlen- u. Formenlehre. 3. Aufl. (120 S.) Lpz., Klinkhardt. 1,50.

Jordan, Prof. Dr., Mathematische u. geodätische Hilfstafeln. 9. Aufl. (120 S.) Hannover, Helwing. 1,00.

2. Naturwissenschaften.

Aveling, Dr., Die Darwinsche Theorie. 2. Aufl. (272 S.) Stuttgart, Dietz. 1,50.

Lommel, Prof. Dr. v., Lehrbuch der Experimentalphysik. 2. Aufl. (550 S.) Lpz., Barth. 6,40.

Hertwig, Prof. Dr., Lehrbuch der Zoologie. 3. Aufl. (599 S. m. 568 Abb.) Jena, Fischer. 11,50.

Urbanitzky, Ing. Dr. v., Die Elektrizität im Dienste der Menschheit. Mit 1000 Abb. 2. Aufl. (1258 S.) Wien, Hartleben. 12,50.

Staudinger u. Schatz, Exotische Schmetterlinge. 1. Tl.: Abbildungen u. Beschreibungen der wichtigsten exotischen Tagfalter in systemat. Reihenfolge. 2. Aufl. Fürth, Löwensohn. In Lfgn. à 6,00.

Müller, Gebr., Tiere der Heimat. Deutschlands Säugetiere u. Vögel geschildert. 2. Aufl. (379 S.) Kassel, Fischer. 15,00.

Junge, Frdr., Beiträge zur Methodik des naturkundlichen Unterrichts in Abhandlungen u. Beispielen. 2. Aufl. (186 S.) Langensalza, Beyer. 1,50.

Zaengerle, Realgymn.-Prof. Dr., Grundzüge der Chemie u. Mineralogie für den Unterricht an Mittelschulen. 3. Aufl. (264 S.) München, Lindauer. 3,60.

Koppe's Anfangsgründe der Physik. 20. Aufl. Ausgabe B in 2 Lehrgängen. Bearb. v. Oberl. Dr. Husmann. (359 S.) Essen, Bädeker. Geb. 3,80.

3. Geometrie.

Kiepert, H., Generalkarte von Europa. 1 : 4 000 000. 4. Aufl. 9 Blatt. Berlin, Reimer. 12,00, aufgez. 22,00.

Bismarck, Rektor, Das Kartenzeichnen als Hilfsmittel des Unterrichts in der Erdkunde. Eine Anleitung zum Gebrauch der Kartenskizzen u. der Skizzenwandtafeln. 2. Aufl. (24 S.) Wittenberg, Herrosé. 0,40.

Daniel, weil. Prof. Insp. Dr., Deutschland nach seinen phys. und politischen Verhältnissen geschildert. 6. Aufl. neu bearb. von Direktor Dr. Volz. 2. Bd. Die politisch-statistischen Verh. des Deutschen Reiches u. der subgermanischen Länder. (1053 S.) Lpz., Reisland. 12,00.

Daniel, weil. Prof. Insp. Dr., Handbuch der Geographie. 6. Aufl. I. Allgemeine Geographie. Die aufsereuropäischen Erdteile. (1151 S.) Ebda. 12,00.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik, Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. dergl.)

Bericht über die dritte Versammlung des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften zu Wiesbaden am 15. und 16. Mai 1894

im Anschlufs an den offiziellen Bericht von einem Teilnehmer.

II.

(Fortsetzung von Heft 2, S. 146.)

Am Nachmittag um 3 Uhr fand eine Sitzung der vereinigten Abteilungen für Natur- und Erdkunde unter dem Vorsitz von Herrn Professor Pietzker statt. Schriftführer war Herr Oberlehrer Rausenberger aus Hanau. Den ersten Vortrag hielt Herr Oberlehrer Dr. Endemann aus Wiesbaden über:

Politische und wirtschaftliche Belehrungen im geographischen Unterricht.

Der Inhalt des Vortrags war folgender:

Die Geographie gilt vielen als ein trockener Lehrgegenstand; wer sich jedoch eingehender mit ihr beschäftigt hat, weifs, dafs dieser Unterrichtszweig nicht nur eine Fülle des wichtigsten realen Wissens enthält, sondern auch im besten Sinne des Wortes ein idealer ist, geeignet wie wenige den Verstand zu bilden und auch auf den Charakter vorteilhaft einzuwirken. Für unsere Zeit zumal besitzt die Geographie eine ganz hervorragende Wichtigkeit.

Es giebt in der Erziehung gewisse Grundsätze, die für alle Zeiten die nämliche Geltung haben, aber es giebt auch Lehrgegenstände, bei denen je nach dem praktischen Bedürfnis, das nach Zeit und Ort und Verhältnissen verschieden sein kann, bald diese, bald jene Seite mehr hervortreten mufs. Unsinnig wäre es freilich zu verlangen, dafs sich alle Bestrebungen unserer Zeit in der Schule wiederspiegeln sollen, aber anderseits dürfen wir Schulmänner auch nicht mit geschlossenen Augen an dem Leben der Gegenwart vorübergehen, sondern sollen notwendigen Bedürfnissen, soweit dies mit dem Zweck des Unterrichts vereinbar ist, entgegenkommen.

Nun stellt aber das Leben der Gegenwart an jeden Erwachsenen die Forderung, dafs er sich mit den wichtigsten Fragen der Politik und der Volkswirtschaft vertraut macht. Seitdem das Volk das Recht erhalten hat, sich an der Leitung des Staates zu beteiligen, hat es auch die Pflicht übernommen, am Werk der nationalen Arbeit thätig mitzuwirken, und dieser Pflicht kann nur derjenige nachkommen, der über

eine genügende Menge von Kenntnissen auf jenen Gebieten verfügt, die sich in gründlicher Weise nur durch Arbeit von Jugend auf und gerade in der Schule erwerben lassen, vor allem bietet nun der Unterricht in der Geographie die beste Gelegenheit den Schülern solche Kenntnisse zu übermitteln.

Den Gegnern dieser Bestrebungen gegenüber wird folgendes bemerkt:

1. Es kann nicht im entferntesten davon die Rede sein, die Schüler zu bestimmten Ansichten zu erziehen, wie von mancher Seite gefürchtet wird; ein solcher Gesinnungsdrill wäre eine pädagogische Sünde der verwerflichsten Art; vielmehr handelt es sich einfach darum, die Schüler mit Thatsachen bekannt zu machen, die auf die Entwickelung des Kulturlebens den allerentscheidendsten Einflufs ausüben und früher schon ausgeübt haben.

2. Es ist ein Irrtum, wenn man meint, dafs die Schüler kein Verständnis und kein Interesse für diese Fragen haben. Eine trockene Vorführung von Begriffen wäre allerdings ein grober Fehler. Die Belehrungen müssen sich an den historischen und geographischen (auch an den naturwissenschaftlichen und deutschen) Unterricht anschliefsen, müssen durchaus gelegentlichen Charakter tragen und immer an praktischen Beispielen erfolgen.

3. Überbürdung kann durchaus nicht eintreten, weil sich der Stoff auf mehrere Fächer und auf Jahre verteilt; viel anderer trockener Lehrstoff kann ohne Schaden wegfallen, und schon in den unteren Klassen kann in vielfacher Weise vorgearbeitet werden.

4. Es handelt sich bei diesen Belehrungen selbstverständlich nicht um Einführung eines neuen Lehrgegenstandes. Jeder Lehrer hat bei seinem geographischen Unterrichte auch früher schon die wichtigsten Seiten des politischen und wirtschaftlichen Lebens der Völker berühren müssen, und jedes ausführlichere Lehrbuch bietet dazu den notwendigen Stoff; doch bedarf dieser einer zweckmäfsigeren Gruppierung und, der Wichtigkeit des Gegenstandes für die Gegenwart entsprechend, einer gröfseren Vertiefung.

Zunächst müssen die mehr physischen Grundlagen des Volkswohlstandes genauer erörtert und namentlich betrachtet werden, inwiefern die Lage eines Landes, seine ganze Beschaffenheit, seine Erzeugnisse von Bedeutung sind.

Ferner verdient eingehendere Betrachtung, inwiefern die sittlichen und überhaupt die Charaktereigenschaften eines Volkes die Vorbedingungen für die gedeihliche Entwickelung eines Landes sind, endlich, inwiefern die politischen Verhältnisse, Regierung und Verwaltung eines Landes im guten und bösen Sinne einwirken können; vor allem ist hierbei ein Überblick über die geschichtliche Entwickelung unerläfslich, weil nur auf diesem Wege die Ursachen für die heutigen Zustände klar vorgeführt werden können. Nur so läfst es sich begreifen, warum der eine Staat heute eine bedeutende Stellung in politischer und wirtschaftlicher Hinsicht einnimmt, ein anderer gegen früher gänzlich zurückgekommen ist.

Nach Ausführung des Vorstehenden wurde von dem Vortragenden an praktischen Beispielen gezeigt, in welcher Weise den Schülern klar gemacht werden kann, was man unter Wirtschaftspolitik versteht. Ganz besonders lehrreich sind in dieser Hinsicht England und Spanien. In zwei Aufsätzen über diese Länder (vgl. Pädag. Archiv, Aprilheft 1894 und das Offenbacher evang. Monatsblatt, Märzheft 1894) hat der Vortragende bereits gezeigt, wie sich bei der Durchnahme dieser Länder fast alle wichtigen Begriffe aus dem Gebiete der Finanz-, der Agrar-, Gewerbe-, Handels- und Kolonialpolitik, des Zoll- und Steuerwesens in zwangloser Weise erklären lassen; mehr oder weniger trifft dasselbe bei allen anderen Staaten, insbesondere denen Europas zu. Man denke nur an Colberts

Wirtschaftspolitik in Frankreich, an Cromwells Navigationsakte, an die Kontinentalsperre, an die Zustände im heutigen Rufsland, in Sicilien, Nordamerika etc.

Bei jedem Staate mufs man die Betrachtung abschliefsen mit einer Zusammenfassung seiner gesamten politischen und wirtschaftlichen Kräfte und einer Schilderung seiner Bedeutung für die Gegenwart. So bekommt der Schüler Kenntnis von den wichtigsten materiellen und sittlichen Grundlagen eines gesunden staatlichen, sozialen und wirtschaftlichen Lebens, er lernt, wie aufserordentlich wichtig für Staat und Volk eine zweckmäfsige Macht- und Vermögensverteilung ist, er eignet sich die Grundzüge zu einer Völkerpsychologie an und bekommt einen Überblick über die gegenwärtige Weltlage.

Was unsere eigenen Zustände in Deutschland selbst betrifft, so ist auf die sogenannte „Bürgerkunde" grofses Gewicht zu legen; während sonst die Belehrungen durchaus gelegentlichen Charakter haben, so ist hier eine Durchnahme der politischen Zustände in unserem Vaterlande im Zusammenhang unumgänglich nötig. Unsere Schüler haben ein Recht darauf über diese für uns alle so hochwichtigen und ernsten Dinge eingehender belehrt zu werden, weil sie einst die Pflicht haben mit zum Wohle des Vaterlandes thätig zu sein; das eine ist ohne das andere nicht denkbar. Ein Vergleich unserer heutigen politischen Verhältnisse mit denen anderer Länder oder früherer Zeiten ist besonders lehrreich. Ein solcher Vergleich, auch auf die anderen Verhältnisse ausgedehnt, lehrt zwar den Schüler, dafs wir von anderen Völkern vielerlei zu lernen haben, er zeigt ihm aber auch, worin das deutsche Volk und das deutsche Reich anderen überlegen ist, und dafs der Deutsche heute allen Grund hat stolz auf sein Vaterland zu sein; so erweckt der geographische Unterricht in den Herzen der Jugend warmes Gefühl für deutsche Gröfse und deutsche Ehre und legt mit den Grund zu tieferer Vaterlandsliebe.

[Anmerkung. Über die Einführung politischer und volkswirtschaftlicher Belehrungen in den Unterricht der Volksschule ist schon vielerlei geschrieben, namentlich von Patuschka (vgl. bes. dessen „Volkswirtsch. Ergänzungen zum Lehrplan der Volksschule", Berlin, Dümmler, desselben „Volkswirtsch. Lesebuch", Gotha, Behrend, „Volkswirtschaft und Schule", ebenda), ferner von Mittenzwey (vgl. dessen „Gesetzeskunde in Verbindung mit Volkswirtschaftslehre als Unterrichtsdisziplin", desselben „Vierzig Lektionen in Gesetzeskunde" etc., Gotha, Behrend); ferner sind zu erwähnen die Schriften von Pache (Wittenberg, Herrosé) und andere. Hinsichtlich der höheren Schulen ist das Feld noch ziemlich unbebaut. Grundlegend sind hier das Programm von Professor Dr. Fischer „Staats-, Wirtschafts- und Sozialpolitik auf höheren Schulen", Wiesbaden 1892, und namentlich desselben Verfassers „Grundzüge einer Sozialpädagogik und Sozialpolitik", Eisenach, Wilckens, ein Buch, das nicht dringend genug empfohlen werden kann. Vorzüglich ist für Unterklassen wie auch für Volksschulen: Mahraun, volkswirtsch. Lesebuch, Berlin, Heymann.]

Die Frage, ob die genannten Gegenstände auf den Schulen behandelt werden sollen, ist trotz manchen Widerspruchs eigentlich schon in bejahendem Sinne entschieden, einfach darum, weil unsere Zeit es gebieterisch erfordert. Es handelt sich nur noch darum, wie es geschehen soll. Diesem Zwecke soll hinsichtlich des historischen und geographischen Unterrichts eine Schrift dienen, die in einigen Monaten in Bonn erscheinen wird und in welcher der Vortragende einerseits auseinandersetzt, wie am Wiesbadener königl. Realgymnasium der Unterricht praktisch betrieben wird, in der aber anderseits zugleich auch der wesentliche Lehrstoff für den Unterricht dargeboten wird.

Eine Besprechung des Vortrags fand nicht statt.

Der zweite Vortrag war der nachstehende des Herrn Dr. Kienitz-Gerloff aus Weilburg a/L. (Hessen-N.) über:

Die Gestaltung des Unterrichts in der Naturgeschichte, zunächst in der Botanik, nach heuristischen und historischen Gesichtspunkten. Der Vortragende begann:

„Hochansehnliche Versammlung!

Der ehrenvollen Aufforderung des verehrlichen Vorstandes gerne folgend, will ich mir erlauben, hier die Grundsätze zu entwickeln, welche meiner Ansicht nach für die Gestaltung des naturhistorischen Unterrichts an höheren Lehranstalten mafsgebend sein sollten. Ich knüpfe meine Erörterungen zunächst an den Unterricht in der Botanik, einmal deshalb, weil ich in diesem Fache auch wissenschaftlich thätig bin, zweitens, weil ich dafür einen vollständigen Lehrplan bereits fertig gestellt, ihn selbst in den Einzelheiten zum grofsen Teil ausgeführt und in mehrjähriger Praxis erprobt habe. Der Anfang seines physiologisch-anatomischen Teiles liegt Ihnen in 50 Exemplaren des diesjährigen Osterprogrammes unserer Anstalt, der Landwirtschafts-Schule in Weilburg, gedruckt vor."

Seinen sehr ausführlichen Vortrag endete der Vortragende folgendermafsen:

„Ich erkenne bereitwilligst an, dafs die neuen Lehrpläne gegenüber dem alten Schlendrian einige nicht ganz unwesentliche Verbesserungen enthalten. Trotzdem sind sie ein Stückwerk geblieben, und ein schwerer Fehler war es, ihnen eine so strenge Verbindlichkeit zu geben, wie es geschehen ist. Hoffen wir, dafs ihre Dauer keine zu lange sei und dafs mit ihrem Sturze ein Geist gröfserer Lehrfreiheit wieder in die Schulen einziehe, der sie jetzt, wahrlich nicht zu ihrem Vorteil, verlassen hat.

Ich habe Ihnen, meine Herren, heute nur die Grundzüge des Lehrganges hier vorführen können, welchen ich zum fruchtbaren Betrieb des botanischen Unterrichts für geeignet halte. Ich habe sogar den vierten Kursus, welcher die Kryptogamen und die durch sie verursachten Pflanzenkrankheiten, welcher aufserdem die intimeren Vorgänge bei der Befruchtung der Phanerogamen behandeln soll, hier vollständig übergangen. Und ich konnte auch nicht die Einwände berühren, welche sich gegen manche Punkte der Methode und des Lehrganges erheben lassen und erheben werden. Es war dies in dem engen Rahmen eines Vortrages eben nicht möglich. Ich bereite aber ein Buch, eine ausführliche Methodik des botanischen Unterrichts vor, in welchem alle diese Punkte erledigt werden sollen, und welchem voraussichtlich auch eine solche des zoologischen Unterrichts und die entsprechenden Leitfäden für die Schüler folgen werden. Sollte ich im allgemeinen Ihren Beifall gefunden haben, so würde mich dies bei meinem Unternehmen nur ermutigen können."

Im Anschlufs an diesen Vortrag — weil vielfach mit demselben in Beziehung stehend — fand die Besprechung von Thesen statt, welche Herr Professor Dr. Reichenbach aus Frankfurt a. M. für den

Unterricht in der Biologie

aufgestellt und der Versammlung vorgelegt hatte. Sie lauteten:

1. Die Bezeichnungen „Naturbeschreibung", „beschreibende Naturwissenschaft" oder gar „deskriptive Naturwissenschaft" sind veraltet und unzutreffend. Sie sind zu ersetzen durch „Biologie", „die Lehre von den Lebewesen."

2. Pflanzen und Tiere sind lebende Wesen und nicht dazu da, dafs wir sie nur benennen und einteilen, sondern dafs wir die Lebenserscheinungen und ihre Bedingungen studieren, einen Einblick in den Zusammenhang der Formen gewinnen, Bau und Funktion der Organe in ihren

Beziehungen erkennen und so auch zu einem besseren Verständnis des menschlichen Organismus gelangen.

Der Schüler soll demgemäfs die ihn umgebende Natur kennen, wertschätzen und lieben lernen; er soll aber hauptsächlich zu einem Verständnis der wichtigsten Lebenserscheinungen gelangen.

3. Die bisher vorherrschende, rein systematische Behandlung des Pflanzen- und Tierreichs verleidet häufig Schülern und Lehrern den biologischen Unterricht. Die Systemkunde kann erst das Ergebnis einer lebensvollen vergleichend-anatomischen Betrachtung sein. Sie kann daher erst auf den Mittel- und Oberstufen als Lehraufgabe auftreten.

Das Linné'sche Pflanzensystem pafst nicht mehr in den Unterrichtsplan.

4. Die wissenschaftlichen Namen der Pflanzen und Tiere haben den gröfsten Wert für den Spezialgelehrten; für den biologischen Schulunterricht sind sie gröfstenteils entbehrlich und können daher fast ganz aus den Lehrbüchern verschwinden.

5. Das Hauptgewicht ist auf die Thatsachen zu legen. Rein theoretische Anschauungen auf dem Gebiet der Biologie wechseln häufig und können nicht Gegenstand des Schulunterrichts sein.

6. In unseren Lehrplänen ist den Phanerogamen unverhältnismäfsig viel Zeit zugewiesen. Da nun der biologische Lehrstoff auf dem Gebiet der niederen Tierwelt viel reichhaltiger und vielseitiger ist und erfahrungsgemäfs die Jugend weit mehr anregt, als die relativ einförmige Gruppe der Phanerogamen, so erscheint es zweckmäfsig, einen erheblichen Teil der den Phanerogamen gewidmeten Zeit der Behandlung der niederen Tierwelt einzuräumen.

7. Für einen erfolgreichen Unterricht in der Botanik ist in gröfseren Städten die Anlage von Pflanzengärten zu Schulzwecken eine unumgängliche Notwendigkeit.

8. Herbarien, Modelle und Abbildungen sind nur in beschränktem Mafse der Anschauung zu Grunde zu legen und nur dann, wenn das Objekt nicht zu beschaffen ist oder seine Dimensionen eine unmittelbare Anschauung verhindern.

9. Von grofser Bedeutung für den biologischen Unterricht ist das Zeichnen. Einigermafsen brauchbare Zeichnungen von der Mehrzahl der Schüler zu erlangen ist aber schwierig.

Einiger Erfolg kann erreicht werden:

a) wenn der Lehrer selbst an der Wandtafel gut und einfach vorzeichnet;
b) wenn langsam vom Leichten zum Schwierigeren vorgeschritten wird;
c) wenn auch in andern Fächern das Zeichnen geübt wird;
d) wenn beanlagte Schüler den Schwachen behilflich sind, so dafs bald eine Freude am Erfolg eintritt;
e) wenn Hilfsmittel, wie Zirkel, Lineal, Vorlagen u. a. gestattet werden.

10. Ein Lehrbuch für den biologischen Unterricht, wie ihn die Neuzeit fordert, ist dem Referenten unbekannt. Am brauchbarsten sind noch die, welche den Lehrstoff auf wissenschaftlicher Basis systematisch geordnet enthalten und reichlich mit guten Abbildungen versehen sind, denn sie schlagen den biologischen Unterricht nicht in methodische Fesseln und können vom Schüler etwa wie der Atlas in der Geographie oder wie das Wörterbuch im fremdsprachlichen Unterricht benutzt werden.

An der Besprechung beteiligten sich die Herren Professor Reichenbach, Professor Schubring aus Erfurt, Direktor Kaiser, Direktor Hamdorff, Oberlehrer Dr. Fricke aus Bremen, Oberlehrer Dr. Fink aus Frankfurt a. M., Professor Richter aus Wandsbek und Dr. Kienitz-

Gerloff. Nachdem These 1. mit der von dem Herrn Thesensteller beantragten Abänderung, daſs statt „Biologie" „Naturgeschichte" gesetzt würde, angenommen war, begründete Herr Professor Reichenbach die von ihm in den Thesen 2., 3., 4. niedergelegten, eng zusammenhängenden Ansichten. In der Debatte hierüber erhob sich neben mehrfacher lebhafter Zustimmung auch mannigfacher Widerspruch gegen verschiedene Einzelheiten. Im Anschluſs daran betonte Herr Direktor Schwalbe, daſs es bedenklich sei, Einzelthesen solcher Art zum Gegenstand einer Beschluſsfassung zu machen, da der Ausfall der Abstimmung von der zufälligen Zusammensetzung der Versammlung abhänge. Die Bedenken verstärkten sich noch, wenn die Thesen nicht bereits vorher zur Kenntnis der Versammlungsteilnehmer gebracht seien, sondern erst bei der Debatte selbst bekannt würden. Herr Professor Reichenbach erklärte hierauf, daſs es ihm auch durchaus fern gelegen habe, eine Abstimmung über seine Thesen herbeizuführen, daſs er seine Ansichten vielmehr nur deshalb in kurze Sätze zusammengefaſst habe, um für einen möglichst lebhaften Meinungsaustausch die Grundlage zu bieten. Die Versammlung sah demzufolge von einer Abstimmung ab; auch von einer Debatte über die weiter folgenden Thesen muſste der vorgerückten Zeit wegen Abstand genommen werden.

Nach Schluſs der Sitzung teilten sich die Teilnehmer in zwei Gruppen, deren eine unter Führung des Herrn Direktor Kaiser die berühmte Schmetterlingssammlung des Herrn Röder besichtigte, während die andere Gruppe unter Führung des Herrn Oberlehrer Klau aus Wiesbaden einer Einladung zum Besuche des weltbekannten Fresenius'schen Laboratoriums für Chemie Folge leistete. Auf dem Neroberg fanden sich beide Gruppen wieder zusammen. Nachdem man sich hier bei prächtigem Wetter der herrlichen Aussicht erfreut und eine Stärkung eingenommen hatte, erfolgte der Rückmarsch nach der Stadt, woselbst gemütliches Zusammensein in verschiedenen Wirtschaften stattfand, von denen wohl der Ratskeller mit seinen schönen Wandgemälden die gröſste Zahl der Teilnehmer aufweisen konnte.

II. Sitzung.

Die zweite allgemeine Sitzung begann am 16. Mai um 8 Uhr vormittags. Den Vorsitz übernahm Herr Direktor Kaiser, das Schriftführeramt Herr Oberlehrer Presler. Es lag demnächst ein Antrag des Herrn Oberlehrer Lüddecke aus Crossen über den

Beobachtungsunterricht in Natur- und Erdkunde als Unterricht im Freien

in folgender Fassung vor:

Die Wiesbadener Hauptversammlung des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und in den Naturwissenschaften stellt dem Vorstande anheim, an die Unterrichtsministerien der deutschen Bundesstaaten, unter Hinweis auf den von der Schulkonferenz im Dezember 1890 zu Berlin gefaſsten Beschluſs Nr. 4 zu Frage 8 und 9, die Bitte zu richten, daſs behufs Ermöglichung eines obligatorischen Unterrichts im Freien an einzelnen, geeigneten höheren Lehranstalten, sofern die zu beteiligenden Lehrkräfte ihre Mitwirkung zusagen, versuchsweise, zunächst für die unteren und mittleren Klassen, nachstehende Einrichtungen genehmigt werden:

1. In dem Stundenplan für jede der betreffenden Klassen wird mindestens an einem Tage der Woche nachmittags kein Unterricht an demselben Tage als Schluſs des Vormittagsunterrichts mindestens eine naturwissenschaftliche Unterrichtsstunde angesetzt mit der Maſsgabe, daſs der Lehrer diese Endstunde, sofern er es für notwendig und möglich erachtet, im Freien, sei es zur planmäſsig bestimmten Vormittagszeit, sei

es am Nachmittage desselben Tages (unter Freigebung der Vormittagsstunde) erteilen darf.

2. In jeder der betreffenden Klassen wird der Unterricht in Naturwissenschaft, Erdkunde, unter Umständen auch in Rechnen und Mathematik, beziehungsweise im Zeichnen, thunlichst in eine Hand gelegt (um als Schlufs des Vormittagsunterrichts mehr als eine naturwissenschaftliche Stunde zu ermöglichen).

3. Als Grundlage für die Übungen im Beobachten dürfen
   a) auch in Sexta bis Tertia chemische, physikalische, physiologische und besonders technologische Vorgänge;
   b) auch im Sommer Tiere sowie im Winter Pflanzen benutzt werden.

4. Die Gesamtheit der am Schulort für den Beobachtungsunterricht zur Verfügung stehenden sinnlich wahrnehmbaren Körper und Vorgänge in der Natur sowie im Menschenleben darf auf die betreffenden Schulklassen so verteilt werden, dafs jede Klasse zu ihren Übungen nur solche Körper, beziehungsweise Vorgänge benutzt, welche in möglichst naher Beziehung zu einander stehen; als derartige Gruppen empfehlen sich: Acker, Garten, Wald, Wasser, Gebirge u. dgl.

Der Herr Antragsteller machte den Vorschlag, ohne besonderen Vortrag seinerseits sofort in die Debatte über den Antrag einzutreten. Jedoch beliebte es der Versammlung, erst den Vortrag anzuhören, aus welchem Nachstehendes hervorzuheben ist.

Ein Unterricht im Freien besteht an den meisten öffentlichen höheren Lehranstalten Deutschlands nicht. Die wenigen Ausnahmen in Baden und Thüringen bestätigen eben nur die Regel. Andererseits hat in der Berliner Schulkonferenz im Dezember 1890 eine gröfsere Anzahl von Männern der Schule wie des praktischen Lebens sich für den Unterricht im Freien ausgesprochen und eine starke Mehrheit den Beschlufs gefafst: „Der Unterricht im Freien ist für die Naturkunde sowie für die geographische und geschichtliche Heimatkunde auf alle Weise zu fördern.“ Die offenbar sehr populäre Einrichtung des Unterrichts im Freien ergiebt sich als notwendig auch vom pädagogischen Standpunkte aus, sobald man festhält, dafs jeder Erwachsene in seinem Berufsleben die Fähigkeit haben mufs, die sinnlich wahrnehmbaren, thatsächlichen Beziehungen in Natur und Menschenleben selbständig in Gedanken umzubilden. Diese für das Leben so notwendige Fähigkeit mufs also den Schülern durch entsprechende Übungen im Beobachten („Beobachtungsunterricht“) anerzogen werden. Der Unterricht in Religion, Sprache und Geschichte ist dazu der Natur der Sache nach nicht geeignet. Aber auch die jetzt betriebenen Übungen im Beobachten von Pflanzen (von Sexta bis Tertia) und von chemischen Geräten und Vorgängen (von Tertia aufwärts) sind zu geringfügig. Vielmehr mufs das Gebiet des Beobachtungsunterrichts so ausgedehnt werden, dafs er die jetzigen Fächer: Erdkunde, Rechnen und Mathematik, Naturgeschichte, Physik, Chemie und Zeichnen umfafst und die Schüler in der Beobachtung des gesamten Natur- und Menschenlebens der Heimat übt, ganz besonders also auch die Erscheinungen des Luftmeeres (Himmelskörper, Wetter) und des Bodens, die Lebensthätigkeit der Pflanzen und Tiere und ihre Beziehungen zum Boden, zur Luft und zueinander, endlich die Bedeutung der belebten wie der unbelebten Natur für das Leben der Menschen in Haus und Hof, Gewerbe, Handel und Verkehr, sowie in den Staatseinrichtungen als Grundlage für geeignete Übungen im Beobachten verwertet. Diese Übungen können aber vielfach gar nicht angestellt werden, wenn sie nicht im Freien d. h. in der unmittelbaren Anschauung der betreffenden Thatsachen stattfinden.

Der Durchführung eines solchen Beobachtungsunterrichts stehen allerdings in grofsen Städten, bei überfüllten Klassen und bei kränklichen, ältlichen Lehrern Schwierigkeiten entgegen. Deshalb müssen die ersten

Versuche zur Ermöglichung eines Unterrichts im Freien eben da gemacht werden, wo die Hindernisse am geringsten sind. Die Aufrechterhaltung der Disziplin beim Unterricht im Freien bietet keine Schwierigkeiten, wenn die Schüler in einer gewissen militärischen Ordnung, wenn auch ohne Pedanterie und Militärspielerei, auf dem Marsche und bei dem eigentlichen Unterricht zusammengehalten werden. Wenn die in Nr. 1 und 2 gemachten Vorschläge durchgeführt würden, könnte der Unterricht im Freien für alle Schüler verbindlich gemacht werden, weil dann jeder Schüler 1 bis 2 Stunden des Vormittagsunterrichts frei für seine Schularbeiten zu den nächsten Tagen hat. Mit dem Hinweise darauf, daſs der Unterricht im Freien die Schüler für das Wandern in der Heimat begeistern und dadurch Blasiertheit sowie Verzärtelung bekämpfen und die Liebe zu Heimat und Vaterland kräftigen würde, schloſs der Vortragende die Begründung seiner Anträge.

Bei der Besprechung des Vortrags schlug der Vorsitzende vor, nur in eine allgemeine Erörterung einzutreten.

Sodann ergriff Herr Professor Pietzker das Wort, um namentlich noch einmal auf die allgemeinen Gesichtspunkte hinzuweisen, die der Redner am Schluſs seines Vortrages dargelegt habe. Er persönlich lege darauf gerade den Hauptwert, denn die Sache selbst scheine ihm für eine Beschluſsfassung über die Einzelthesen noch zu wenig geklärt. Aber die anscheinend noch wenig bekannten Ideen, die der Redner verfechte, und die interessanten Erfahrungen, die derselbe bei den von ihm selbst zur Verwirklichung seiner Ideen ausgeführten praktischen Versuchen gemacht habe, schienen ihm der Beachtung der Fachgenossen in hohem Grade würdig. Er habe darum sich angelegen sein lassen, Herrn Lüddecke, der über sein Thema schon in Berlin hatte sprechen wollen, an Ausführung dieser Absicht aber verhindert worden war, für einen Vortrag auf dieser Versammlung, und zwar gerade für einen Vortrag in allgemeiner Sitzung, der zunächst hauptsächlich neue Anregungen geben solle, zu gewinnen. Im Anschluſs an den Lüddeckeschen Vortrag möchte er darum auch noch recht nachdrücklich auf das höchst lesenswerte Buch*) hinweisen, in dem der Redner seine Ansichten und Erfahrungen noch eingehender dargelegt habe. Er könne den Fachgenossen nur lebhaft empfehlen, von diesem Buche nähere Kenntnis zu nehmen, das reiche Anregung gewähre.

An der Besprechung beteiligten sich sonst noch die Herren Direktor Schwalbe, Direktor Hamdorff und Oberlehrer Presler.

Herr Presler war dagegen, daſs in Beziehung auf diese Frage besondere Schritte bei den Behörden gethan würden; er machte sodann noch einmal auf Schwierigkeiten namentlich in groſsen Städten aufmerksam; ganz besonders nehme auch die Verwaltung und Instandhaltung der naturwissenschaftlichen Sammlungen und Lehrmittel erheblich viel Zeit in Anspruch, was leider noch zu wenig gewürdigt würde. Entlaste man den Lehrer in dieser Beziehung sowie auch sonst (Maximalstundenzahl), dann würde er sich weit mehr höheren Aufgaben wie dem Jugendspiel, dem Unterricht im Freien u. s. w. zuwenden können. Unter den gegenwärtigen Verhältnissen sei dies sehr erschwert.

Auch Herr Direktor Hamdorff sprach sich dagegen aus, Schritte bei den Behörden zu thun. Herr Direktor Schwalbe trug kein Bedenken, den Antrag des Herrn Lüddecke anzunehmen, machte aber auch auf Schwierigkeiten aufmerksam, die sich dem Unterricht im Freien entgegenstellen. Auf seinen Antrag erklärte die Versammlung die Ein-

*) G. Lüddecke, der Beobachtungs-Unterricht in Naturwissenschaft, Erdkunde und Zeichnen an höheren Lehranstalten, besonders als Unterricht im Freien. Mit einem Vorworte vom Geh. Oberschulrat Schiller. Braunschweig, O. Salle 1893.

richtung von Unterricht im Freien für wünschenswert und gab es dem Vorstande anheim, die Behörden von diesem Beschlufs in Kenntnis zu setzen.

Es folgte ein Vortrag des Herrn Direktor Schwalbe über

Naturwissenschaftliche Ferienkurse für Oberlehrer,

ein Bericht des Dr. Kadesch über einen solchen Kursus, der in Frankfurt a. M. stattfand, und ein Bericht des Herrn Universitäts-Professor Dr. Klein aus Göttingen über daselbst abgehaltene Ferienkurse.

Im Anschlufs an den Bericht des Dr. Kadesch machte Herr Oberlehrer Dr. Bode aus Frankfurt a. M. noch eine Anzahl Mitteilungen über den Frankfurter Ferienkursus.

Die Berichte der Frankfurter Herren wurden dem Unterzeichneten von Herrn Direktor Dr. Krumme in Braunschweig zugestellt, welcher eigentlich über den zu Frankfurt abgehaltenen Ferienkursus hatte referieren wollen, leider aber am Erscheinen verhindert war.

Herr Direktor Schwalbe ging bei seinem Vortrag über die Ferienkurse besonders von den Berliner naturwissenschaftlichen Ferienkursen aus, da über die Jenaer Ferienkurse, auf die unter Mitteilung des diesjährigen Programms hingewiesen wurde, schon 1891 von Herrn Professor Detmer (Pädag. Archiv, 1891, Bd. XXXIII, p. 252 ff.) ein eingehender Bericht gegeben worden ist, und über die diesjährigen Ferienkurse in Frankfurt a. M.*) und Göttingen im Anschlufs an den Vortrag besonders referiert wurde. Auch wurde von einer speziellen Darstellung des Verlaufs des Berliner Ferienkursus Ostern 1894 abgesehen, da bereits eine Darstellung desselben in der „Naturwissenschaftlichen Wochenschrift“ von Dr. H. Potonié, Bd. IX, p. 217—225 erschienen ist, und dieser Bericht den Teilnehmern der Versammlung ausgehändigt wurde. Es wurden hauptsächlich die allgemeinen Gesichtspunkte, welche bei den Ferienkursen in Betracht kommen, hervorgehoben und näher erörtert, woran sich ein Überblick über die gesamten seit Ostern 1891 in Berlin gehaltenen Ferienkurse, hauptsächlich um einige Punkte näher zu belegen, anschlofs.

Bei der Besprechung der Berichte, an welcher sich die Herren Oberlehrer Presler, Dr. Bode, Dr. Schotten, Professor Wiedemann, Professor Klein, Direktor Schwalbe, Oberlehrer Klau, Dr. Müller und Dr. Kadesch beteiligten, wurden bezüglich der Ferienkurse eine ganze Anzahl Wünsche geäufsert: es wurde Berücksichtigung des Zeichnens, frühzeitige Aufgabe des Programmes (damit eine Vorbereitung auf die Kurse möglich sei), freie Wahl des Orts, Verlängerung der Zeit ohne Erweiterung des Programms, Einrichtung geodätischer Übungen und gleichmäfsige Gewährung von Tagegeldern gewünscht. Bezüglich des vorletzten Punktes bemerkte Herr Professor Klein, dafs in Göttingen geodätische Übungen (für Geographen) abgehalten worden seien, in bezug auf den letzten Punkt sprach sich Herr Direktor Schwalbe gegen die allgemeine Bewilligung von Beiträgen zu den Kosten der Teilnehmer aus, weil sonst auch auf diese ein Zwang zum Besuche der Veranstaltungen, welche in den Kursen dargeboten würden, ausgeübt werden müsse. Schliefslich gelangte folgender Antrag des Herren Direktor Kaiser und Direktor Hamdorff zur Annahme: Die Versammlung hat mit grofsem Interesse von den Erfolgen der in Berlin, Göttingen und Frankfurt a. M. abgehaltenen Ferienkurse Kenntnis genommen und spricht den dringenden Wunsch aus, dafs derartige Kurse in grösserem Umfang und auch an anderen Orten als bisher eingerichtet werden.

*) Einen Bericht über den Frankfurter Ferienkurs siehe auch in unserer Zeitschr. Jahrg. XXV (1894), S. 308 u. f. D. Red.

Geschäftliches.

Nunmer erstattete der Vereins-Schatzmeister Herr Professor Pietzker den Kassenbericht, dem er die Bemerkung vorausschickte, dafs die Herstellung eines klaren Bildes vom Stande der Kasse durch die von manchen Seiten geübte Säumigkeit im Zahlen der Beiträge erschwert werde; noch jetzt seien zwölf Mitglieder mit dem Beitrag für das Vereinsjahr 1892/93 im Rückstand, ohne dafs sie die Absicht aus dem Verein auszutreten kundgegeben hätten.

Im einzelnen bemerkte er, dafs die Mitgliederzahl sich einschliefslich der während der Versammlung noch erfolgten Anmeldungen gegenwärtig auf 297 belaufe. Aus dem Vorjahr hat sich nach Abzug aller Ausgaben

ein Kassenbestand von		342,98 Mk.
ergeben, zu dem an bereits gezahlten Beiträgen für das neue Vereinsjahr, einschliefslich der während der Versammlung selbst entrichteten Beiträge, die Summe von	132×3 =	396,00 „
gekommen ist. Dazu kommen noch................	3×3 =	9,00 „
Beiträge, die für das Vereinsjahr 1894/95 bereits im voraus gezahlt worden sind. Die gesamten Einnahmen ergeben demnach		747,98 Mk.
Auf Zahlungen für Rechnung des neuen Vereinsjahres war bereits ausgegeben die Summe von		130,87 „
Demnach verblieb ein baarer Kassenbestand von...........		617,21 Mk.

Diesem sind nun hinzuzunehmen die rückständigen Beiträge von 12 Mitgliedern für 1892/93, von 165 Mitgliedern für 1893/94. Andererseits sind auf Rechnung des laufenden Jahres noch zu bestreiten die Kosten der Wiesbadener Versammlung selbst und des über dieselbe zu erstattenden ausführlichen Berichts. Rechnet man von den noch ausstehenden Forderungen die möglichen Ausfälle ab und beziffert die noch zu leistenden Ausgaben in Gemäfsheit der in den Vorjahren gemachten Erfahrungen unter Annahme der höchsten Sätze, so steht zu erwarten, dafs der Verein mit ungefähr demselben Vortrage, wie in das laufende, in das kommende Vereinsjahr eintreten wird.

Zu Prüfern der Rechnung wurden die Herren Oberlehrer Mascher aus Wiesbaden und Dr. Kadesch gewählt, welche Rechnung und Belege prüften und in bester Ordnung sowie in Übereinstimmung mit dem Kassenstand fanden, weshalb sie den Antrag auf Entlastung des Schatzmeisters stellten. Die Versammlung beschlofs demgemäfs.

(Fortsetzung folgt im nächsten Heft.)

Heinrich v. Treitschke und Robert Mayer.*)

No greater genius than Robert Mayer has appeared in our century. Tyndall 1891.

Im neuesten Bande der „Deutschen Geschichte im 19. Jahrhundert" von Heinrich v. Treitschke, Berlin 1894, findet sich S. 430—431 die folgende Stelle:

„Der physikalischen Theorie gelang im Jahre 1847 eine entscheidende That. Herrmann Helmholtz aus der Mark, ein junger Militärarzt, den die

*) Aus der „Schwäbischen Chronik" Nr. 285 v. 5./XII. 1894. Vom Herrn Verfasser für unsere Zeitschrift noch besonders revidiert und mit einem „Nachtrag" versehen. D. Red.

hochmütigen Offiziere des Garde-Husarenregiments sehr geringschätzig behandelten, veröffentlichte die kleine Schrift „Die Erhaltung der Kraft“, die den kühnen Versuch wagte, den Zusammenhang der gesamten Naturkräfte nachzuweisen, die Physik als Bewegungslehre aufzufassen. Ähnliche Ideen hatte kurz zuvor, ohne daſs Helmholtz darum wuſste, der Heilbronner Arzt Robert Mayer ausgesprochen, einer jener unseligen, zwischen Genie und Wahnsinn schwankenden Geister, die unter den Erfindern und Entdeckern nicht selten erscheinen. Ermutigt durch Humboldts Beifall, ungeschreckt durch den Spott und den Zweifel vieler anderen Fachgenossen, verfolgte Helmholtz den Gedanken weiter, und es gelang ihm, die noch vorherrschende halbmystische Vorstellung von einem Spiele verschiedener Naturkräfte zu verdrängen durch die klare Erkenntnis eines Kreislaufs der Bewegungen. Er erwies, daſs die Natur einen unzerstörbaren und unverlierbaren Vorrat von Energie oder wirkungsfähiger Triebkraft enthält, die in mannigfachen Formen erscheinen kann, bald als gehobenes Gewicht, bald im Schwunge bewegter Massen, bald als Wärme oder chemische Verwandtschaft. Damit war der eigentliche Grundgedanke der modernen Naturwissenschaft ausgesprochen, ein Gedanke ebenso folgenreich wie einst Newtons Gesetz der Schwere, und es ergab sich die Möglichkeit eines neuen, auf streng erweisbare Beobachtung gegründeten naturphilosophischen Systems, das freilich erst in einer unabsehbaren Zukunft sich runden konnte.“

Wenn diese Darstellung des Herrn Professors v. Treitschke richtig wäre, dann hätte die Stadt Heilbronn mit der Errichtung eines Denkmals für Robert Mayer einen argen Miſsgriff gethan, und der Verein deutscher Ingenieure, welcher sein Geld nicht für „halbmystische Vorstellungen“ auszugeben pflegt, wäre mit Aufstellung der Büste Mayers vor dem Gebäude der Technischen Hochschule in Stuttgart stark aus der Rolle gefallen. Ist dem so? Es widerstrebt mir, in eine Untersuchung dieser Frage einzutreten, da kaum mehr gesagt werden kann, als was nachgerade jeder Schwabe und jeder naturwissenschaftlich gebildete Deutsche weiſs; allein da Herr v. Treitschke den Beweis liefert, daſs man selbst die „Deutsche Geschichte im 19. Jahrhundert“ schreiben kann, ohne die Geschichte des „Hauptgedankens der modernen Naturwissenschaft“ zu kennen, so durfte der Herausgeber von Mayers Schriften eine Aufforderung nicht ablehnen, die Sache an dieser Stelle aufs Neue zu besprechen.

Worin besteht nun der Hauptgedanke der modernen Naturwissenschaft? Nach Herrn v. Treitschke in der Erkenntnis, „daſs die Natur einen unzerstörbaren und unverlierbaren Vorrat von Energie oder wirkungsfähiger Triebkraft enthält, die in mannigfachen Formen erscheinen kann, bald als gehobenes Gewicht, bald im Schwunge bewegter Massen, bald als Wärme oder chemische Verwandtschaft.“ Das soll also Helmholtz im Jahre 1847 bewiesen haben. Allein 1842 schrieb Mayer in Liebigs Annalen*): „Kräfte sind unzerstörliche, wandelbare, imponderable Objekte. Eine Ursache, welche die Hebung einer Last bewirkt, ist eine Kraft; ihre Wirkung, das gehobene Gewicht, ist also ebenfalls eine Kraft. — Wärme entsteht aus Bewegung, sie verschwindet als Ursache unter dem Auftreten ihrer Wirkungen, der Bewegung, Volumsvermehrung, Lasterhebung.“ In Mayers Hauptwerk**) von 1845 wird in groſsen Zügen der Satz durchgeführt: „Es giebt in Wahrheit nur eine einzige Kraft. — In ewigem Wechsel kreist dieselbe in der toten wie in der lebendigen Natur. Die Kraft in ihren

*) Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur. Annalen der Chemie und Pharmazie 1842, S. 233. — Mayer, Die Mechanik der Wärme in gesammelten Schriften, Stuttgart 1893, S. 23.

**) Die organische Bewegung in ihrem Zusammenhange mit dem Stoffwechsel, Heilbronn 1845. — Mayer, Die Mechanik der Wärme, Stuttgart 1893, S. 45.

verschiedenen Formen kennen zu lernen, die Bedingungen ihrer Metamorphosen zu erforschen, das ist die einzige Aufgabe der Physik.“ An der Hand dieser Erkenntnis werden Fallkraft (potentielle Energie nach der neueren Bezeichnung), Bewegung, Wärme, Magnetismus, Elektrizität und chemische Verwandtschaft als Kraftformen (Energieformen) behandelt, die Physik und Physiologie auf den neuen Boden gestellt, der Energiehaushalt der Erde dargelegt und Ausblicke auf die Erhaltung der Energie des Sonnensystems gewonnen. Eine Mitteilung an die Pariser Akademie vom Jahre 1846, „Sur la production de la lumière et de la chaleur du soleil“, führt die letztere weiter aus.*) Von Helmholtz war bis dahin keine Rede.

Aber Herr v. Treitschke giebt ja zu, dafs Robert Mayer „ähnliche Gedanken“ wie Helmholtz vor diesem ausgesprochen habe, letzterem sei es gelungen, „die noch vorherrschende mystische Vorstellung von einem Spiele verschiedener Naturkräfte zu verdrängen durch die klare Erkenntnis eines Kreislaufs der Bewegungen“. Wenn dieser Satz sich auf Mayer beziehen soll, so beweist er, dafs Herrn v. Treitschke auch der Briefwechsel zwischen Mayer und Griesinger, 1842—45, entgangen ist, welcher in sehr greifbarer Weise den gröfsten naturwissenschaftlichen Gedanken in dem von Treitschke geschilderten Jahrhundert behandelt.**)

Dafs Mayer in seinem ersten Aufsatze von 1842 eine in physikalischen Dingen ungewöhnliche Sprache führt, ist allgemein bekannt. Es entsprang zum Teil dem Streben, sich von vorgefafsten Meinungen freizuhalten. Sodann war Robert Mayer ein praktischer Arzt, der sich in die Anschauungen und Ausdrucksweise der Physiker erst hineinfinden mufste. Allein es kommt nicht auf die Worte, sondern auf den Inhalt an. Diesem Inhalte wird nun Herr v. Treitschke nicht vollständig gerecht, da er uns nicht aufklärt, wie sich eigentlich „die klare Erkenntnis eines Kreislaufs der Bewegungen“ von der „halbmystischen Vorstellung von einem Spiele verschiedener Naturkräfte“ unterscheidet. Hier liegt aber gerade der springende Punkt, die Axe des ganzen Systems. Hatte nicht schon Epikur einige Jahrhunderte vor Christi Geburt eine klare Erkenntnis, wenn er lehrte:***)

„Drum auch ist die Bewegung, in welcher die Körper des Urstoffs
Jetzt sich befinden, darin schon längst vorhanden gewesen,
Und wird ferner noch statthaben auf ähnliche Weise. —
Keine Gewalt ist fähig, die Summe der Dinge zu ändern.
Wo wär etwas, wohin auch nur ein Teilchen des Urstoffs
Könnt aus dem All entfliehen? Wo könnten auch wieder die neuen
Kräfte sich bilden, zu dringen ins All und zu ändern der Dinge
Ganze Natur und deren Bewegung?“

Um eine Gröfse als unveränderlich nachzuweisen, mufs man sie vor allen Dingen messen können. Das Mafs der Bewegung und der Wärme war zu Mayers Zeit, abgesehen von mancherlei Verwirrungen, bekannt, ja vielen galt es, wie schon Baco vor dreihundert Jahren, als unzweifelhaft, dafs die Wärme selbst in einer Bewegung kleiner Körperteilchen bestehe. Trotzdem liefen Wärme und Bewegung quantitativ beziehungslos neben

*) Kleinere Schriften und Briefe von Robert Mayer, Stuttgart 1893, S. 261. Vergl. Comptes rendus de l'Académie des sciences 1846, XXIII, p. 544. Die vollständige Entwicklung der betreffenden Ansichten findet sich in Mayers Beiträgen zur Dynamik des Himmels, Heilbronn 1848 (Mechanik der Wärme, Aufsatz III).

**) Deutsche Rundschau 1889, S. 211, 346. — Preyer, Robert v. Mayer über die Erhaltung der Energie, Berlin 1889. — Kleinere Schriften und Briefe von Robert Mayer, Stuttgart 1893, S. 178.

***) Lucretius Carus, Von der Natur der Dinge II, 297—299, 303—307.

einander her. Heute wissen wir, daſs man mit einer bestimmten Bewegung (oder Arbeit) eine bestimmte Wärmemenge erzeugen kann (z. B. bei der Reibung), mit dem Doppelten der Bewegung die doppelte Wärmemenge etc., daſs also zwischen der aufgewandten Arbeit und der entstehenden Wärme immer das gleiche Verhältnis besteht, so daſs es genügt, die nötige Arbeit für eine Wärmeeinheit zu kennen, um alle Umwandlungen von Wärme und Arbeit zahlenmäſsig verfolgen und die Unzerstörbarkeit der „Energie oder wirkungsfähigen Triebkraft" beweisen zu können. Diese Beziehung, welche man die Äquivalenz von Wärme und Arbeit nennt, und diese Zahl, welche das mechanische Wärmeäquivalent heiſst, hat Robert Mayer in seinem ersten Aufsatze von 1842 festgestellt, und zwar ausgehend von dem Grundgesetze von der Erhaltung der Energie und in voller Erkenntnis, daſs mit ihnen das Letztere stehe und falle.

Über die Bedeutung des mechanischen Wärmeäquivalents bemerkte schon 1851 Ernst Brücke, als er der Wiener Akademie eine Preisaufgabe betreffend Versuche zu genauerer Bestimmung desselben vorschlug: „Der zu ermittelnde Zahlenwert ist von so hoher Wichtigkeit, daſs ihm in dieser Rücksicht unter allen, die je ermittelt sind, ja vielleicht unter allen, die je ermittelt werden, keiner voransteht. Es wird die Zeit kommen, in der es fast kein Kapitel der Physik giebt, in welchem er nicht eine wichtige Rolle spielt. Nicht minder groſs ist seine Tragweite für praktische Zwecke, indem er die Basis bilden wird für den Voranschlag über die Leistungsfähigkeit eines jeden arbeiterzeugenden Systems, indem er uns zugleich die Grenze bezeichnet, über welche hinaus sich unsere Hoffnungen niemals erstrecken dürfen."

Die Entdeckung des mechanischen Wärmeäquivalents als die vornehmste Konsequenz der „klaren Erkenntnis des Kreislaufs der Bewegungen" und die notwendige Voraussetzung „eines unzerstörbaren und unverlierbaren Vorrats an Energie" hätte unseres Erachtens in einer Darstellung wie die von Treitschke beabsichtigte nicht fehlen dürfen. Dann wäre der Darsteller aber an dem Verdienste Mayers nicht vorbeigekommen, der die Zahl 1842 erkannte und auf dem einzigen ohne neue Versuche gangbaren Wege so genau als damals möglich berechnete. Bald darauf gelangte der englische Brauereibesitzer Joule von praktischen Untersuchungen weiterschreitend ebenfalls zur Erkenntnis des mechanischen Wärmeäquivalents. Dem Berichte über seine ersten Versuche an die mathematisch-physikalische Sektion der British Association*) von 1843 fügte er bei: „Ich werde keine Zeit verlieren, diese Versuche zu wiederholen und auszudehnen, da ich überzeugt bin, daſs die gewaltigen Naturkräfte durch des Schöpfers „Werde" unzerstörbar sind, und daſs man immer, wo man eine mechanische Kraft aufwendet, ein genaues Äquivalent an Wärme erhält." Im gleichen Jahre 1843 berichtete der Ingenieur Colding an die Akademie zu Kopenhagen über das Gesetz von der Erhaltung der Energie und Versuche betreffend die Proportionalität von Wärme und Arbeit.**) 1845 berechnete Holtzmann, nachmals Professor der Physik am Polytechnikum zu Stuttgart, das mechanische Wärmeäquivalent nach gleichen Grundsätzen wie Robert Mayer***), dessen Vorgehen in seiner 1845 erschienenen „Organischen Bewegung" genauer dar-

*) Joule, Über die erwärmenden Wirkungen der Magnetelektrizität und über den mechanischen Wert der Wärme. Philosophical Magazine 1843, XXIII, P. 263, 347, 435. — Joule, Das mechanische Wärmeäquivalent, Braunschweig 1872, S. 1. Vergl. auch die Bemerkung S. 53 von 1844.

**) Auszug: Colding, Über die Geschichte des Prinzips von der Erhaltung der Energie, Philosophical Magazine 1863, XXVII, P. 54. — Annales de chimie et de physique 1864, I., P. 466.

***) Holtzmann, Über die Wärme und Elastizität der Gase und Dämpfe, Mannheim 1845, S. 13.

gelegt ist. Neue Versuchsresultate über den Gegenstand wurden 1845 von Joule publiziert.*)

Zwei Jahre später, im August 1847, hielt Helmholtz in der physikalischen Gesellschaft zu Berlin seinen berühmten Vortrag „Über die Erhaltung der Kraft.**) Er bestimmte die Aufgabe der physikalischen Naturwissenschaften dahin, die Naturerscheinungen zurückzuführen auf unveränderliche anziehende und abstofsende Kräfte, deren Intensität nur von der Entfernung abhänge, berief sich bezüglich des mechanischen Wärmeäquivalents auf die Ermittlungen von Joule und Holtzmann***) und verfuhr im übrigen seiner Angabe von 1854†) entsprechend: „ich bemühte mich namentlich alle Beziehungen zwischen den verschiedenen Naturprozessen aufzusuchen, welche aus der angegebenen Betrachtungsweise (betreffend die Erhaltung der Energie) zu folgern waren.“ Als Ergänzung hierzu kann dienen, was Helmholtz 1882 nach Erwähnung des ersten grundlegenden Aufsatzes Mayers (von 1842) bemerkt††): „Der zweite Aufsatz (von 1845) ist seinem allgemeinen Ziele nach im wesentlichen zusammenfallend mit dem meinigen (von 1847). Ich habe beide Aufsätze erst später kennen gelernt, und seitdem ich sie kannte, nie unterlassen, wo ich öffentlich von der Aufstellung des hier besprochenen Gesetzes zu reden hatte, R. Mayer in erster Linie zu nennen.“ Wie kommt nun Herr v. Treitschke zu der Behauptung, dafs der physikalischen Theorie erst durch die im Jahre 1847 veröffentlichte Schrift über „Die Erhaltung der Kraft“ die entscheidende That gelungen sei, den Zusammenhang der gesamten Naturkräfte nachzuweisen?

Oder soll das Hauptgewicht auf den Beisatz „die Physik als Bewegungslehre aufzufassen“ gelegt werden? Wir erkennen im Gegensatze zu manchen andern vollständig an, dafs es ein kühner und verdienstvoller Versuch von Helmholtz war, die Erhaltung der Energie mathematisch zu formulieren, alle Veränderungen in der Natur auf die Grundgleichungen der Bewegung zurückzuführen, wie Helmholtz überhaupt nicht nötig hat, mit fremden Federn geschmückt zu werden. Allein jener Versuch ist doch in der zunächst gewollten und für einzig richtig gehaltenen Weise nicht gelungen; es hat sich gezeigt, dafs auch nach den Bewegungsgleichungen noch andere Kräfte als die von Helmholtz allein als zulässig erachteten „Zentralkräfte“ mit der Erhaltung der Energie verträglich sind und Helmholtz selbst hat dies später zugestanden.†††) Ist die Erhaltung der Energie damit hinfällig geworden? Ebensowenig als die Erhaltung der Materie

---

*) Joule, Über die Temperaturänderungen durch Verdünnung und Verdichtung der Luft. Philosophical Magazine 1845, XXVI, p. 369. — Joule, Über das Vorhandensein einer Äquivalenzbeziehung zwischen der Wärme und den gewöhnlichen Formen der mechanischen Kraft. Philosophical Magazine 1845, XXVII, p. 205. — Beide Aufsätze abgedruckt in: Joule, Das mechanische Wärmeäquivalent, Braunschweig 1872, S. 56, 77.

**) Im Druck erschienen unter dem gleichen Titel, Berlin 1847. — Die nächste Abhandlung von Helmholtz über den Gegenstand ist der Vortrag „Über die Wechselwirkung der Naturkräfte“, Königsberg 1854. Siehe auch Helmholtz, Vorträge und Reden I, Braunschweig 1884, S. 25.

***) Helmholtz, Über die Erhaltung der Kraft, Berlin 1847, S. 1, 4, 6 bezw. S. 27, 33, 36.

†) Helmholtz, Vorträge und Reden I, Braunschweig 1884, S. 39.

††) Helmholtz, Wissenschaftliche Abhandlungen I, Leipzig 1882, S. 71.

†††) Helmholtz, Monatsberichte der Berliner Akademie vom 18. April 1872. — Helmholtz, Wissenschaftliche Abhandlungen I, Leipzig 1882, S. 640 (auch S. 70). — Vergl. Mayer, Die Mechanik der Wärme, Stuttgart 1893, S. 287.

von den wechselnden Ansichten über die Konstitution des Stoffs abhängt. Atomistische Theorien und mathematische Formulierungen mögen fallen, die beiden Grundgesetze der Natur bleiben davon unberührt.

Zum Schlufs müssen wir leider noch auf einen anderen Punkt eingehen. Herr Geheimrat v. Treitschke bezeichnet Robert Mayer als „einen jener unseligen, zwischen Genie und Wahnsinn schwankenden Geister, die unter den Erfindern und Entdeckern nicht selten erscheinen.“ Worauf stützt Herr v. Treitschke diese Charakteristik? Robert Mayers Gemütszustand hat ja allerdings Not gelitten, aber erst, nachdem er sein Werk vollendet hatte. Die Erschütterung trat ein, weil er trotz jahrelanger Arbeit im Dienste der Wissenschaft und reinster Überzeugung von der Richtigkeit seines Strebens nicht von „hochmütigen Offizieren des Gardehusaren-Regiments“, sondern von sachverständigen Gelehrten seiner Zeit „sehr geringschätzig behandelt“ wurde. Als er in der Allgemeinen Zeitung wie ein Schulknabe abgekanzelt wurde*), ohne dafs ihm auch nur eine Antwort gestattet worden wäre, führte die quälende Unruhe seiner Tage und Nächte zu jener Gehirnentzündung, in deren Verlauf er sich aus seiner Wohnung auf die Strafse stürzte (28. Mai 1850). Das war ein deutsches Entdeckerlos; aber verdient Mayer deshalb die obige Charakteristik des Herrn v. Treitschke? Lassen wir statt vieler den allverehrten Dichter und Oberhofprediger Karl Gerok sprechen: „Zu den schönsten Errungenschaften meiner Jugend, zu den Zierden meines Lebens rechne ich es, mit dem Entschlafenen nicht nur persönlich bekannt, sondern auch dauernd befreundet gewesen zu sein. Sein genialer Geist, seine grofsartige Entdeckung gehört der ganzen Welt und gehört der Geschichte an; aber sein redliches Herz ohne Falsch, sein edler, mannhafter Charakter, sein kindlich einfaches Gemüt, sein origineller Humor, der persönliche Kern seines Wesens war nur denen aufgeschlossen, welche das Glück hatten, ihm persönlich nahe zu kommen.“

Sollen wir noch an die Anerkennung erinnern, welche Männer wie Schönbein, Liebig, Moleschott, Mohr, Clausius, Hirn u. s. w. Mayer zollten, an Tyndall, der so mannhaft für ihn eintrat, an Verdet und Graf Saint-Robert, welche in Frankreich und Italien für ihn wirkten, an die Ehrungen, welche die Akademien zu München, Turin, Wien, Paris, London und Brüssel dem „unseligen Geiste“ darbrachten? Wir denken, es ist überflüssig.**) Freilich ist auch bekannt, dafs von anderer Seite ein Gegensatz zwischen Helmholtz und Mayer geschaffen wurde, dafs noch im Jahre 1886 die physikalische Sektion der deutschen Naturforscherversammlung zu Berlin Helmholtz telegraphisch als „Vater des Prinzips von der Erhaltung der Kraft“ begrüfste, dafs die Physiologische Gesellschaft zu Berlin 1891 in einer Adresse zu Helmholtz 70. Geburtstage als höchsten Ruhmestitel desselben pries, „mit dem Gesetze von der Erhaltung der Kraft den sicher leitenden Faden für die Erforschung des Lebens gegeben“ zu haben, und so weiter. Helmholtz hat neben Mayer und Joule am meisten für die Festigung und Anerkennung des Prinzips von der Erhaltung der Energie gethan, der Vater desselben ist er nicht gewesen. Suum cuique. Wir müssen uns auf das Entschiedenste dagegen verwahren, dafs une *fable convenue* deutsche Geschichte werde. Prof. Dr. Weyrauch.

---

*) Mayer, Kleinere Schriften und Briefe, nebst Mitteilungen aus seinem Leben, Stuttgart 1893, S. 308.

**) Siehe die historisch-litterarischen Mitteilungen des Herausgebers in: Mayer, Die Mechanik der Wärme, Stuttgart, Cotta, 1893, und Mayer, Kleinere Schriften und Briefe, Stuttgart, Cotta, 1893. — Einen Überblick des Werkes und Lebens Robert Mayers enthält die Broschüre: Weyrauch, Robert Mayer, der Entdecker des Prinzips von der Erhaltung der Energie, Stuttgart, Wittwer, 1890. Vergl. Weyrauch, Das Prinzip von der Erhaltung der Energie seit Robert Mayer, Leipzig, Teubner, 1885.

Nachtrag des Verfassers.

Der vorstehende Artikel hat eine Reihe von Stellungnahmen in der Presse hervorgerufen (Akademische Revue, München, Dez. 1894, S. 148; Kreuzzeitung, Berlin, 27. Jan. 1895; Schwäbischer Merkur, Stuttgart, 29. Dez. 1894 und 16. Jan. 1895; Stuttgarter Tageblatt, 4. Febr. 1895; Süddeutsche Apothekerzeitung, 5. Febr. 1895; Tägliche Rundschau, Berlin, 19. und 20. Dez. 1894, 4., 5., 10. Jan. 1895; Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1894, S. 1518, und 1895, S. 116, 121 u. s. w.). Alle uns bekannt gewordenen Äufserungen mit Ausnahme der unten erwähnten sprechen sich im Einklange mit der oben vertretenen Überzeugung aus. So bemerkt die „Tägliche Rundschau" in ihrem Schlufsartikel: „Die Streitfrage Helmholtz-Mayer hat in diesem Blatte aufsergewöhnlichen Umfang angenommen. Noch täglich gehen uns Briefe zu .... Im Übrigen geben wir nur unseren unbefangenen Eindruck wieder, wenn wir aussprechen, dafs keine der eingelaufenen Zuschriften aus irgend einem wesentlichen Grunde Robert Mayer das unbedingte Vorrecht an seinem grofsen naturwissenschaftlichen Gedanken sachlich hat bestreiten oder für Helmholtz etwas Wesentliches hat retten können, d. h. etwas, was mit dem Verdienste Mayers in dieser Frage in einem Athem genannt zu werden verdiente".

Die Ausnahme betrifft eine Gedächtnisrede auf Helmholtz, welche Herr Geheimrat v. Bezold in Berlin am 14. Dezember 1894 zu halten hatte, und die fast zwei Monate später ohne Begründung der darin enthaltenen Behauptungen im Druck erschien.*) Ein Auszug der Rede in der „Nationalzeitung" vom 15. Dez. 1894 und eine Auseinandersetzung in der „Täglichen Rundschau" vom 5. Jan. 1895 (Erwiderung des Verfassers in demselben Blatte, 10. Jan. 1895) dürften ebenfalls von Herrn v. Bezold nahe stehender Seite herrühren. Herr v. Bezold giebt zu, dafs Mayers erste Schriften Vieles von dem enthielten, was später von Helmholtz entdeckt worden sei, Helmholtz habe sich beeilt, dies öffentlich anzuerkennen; der Versuch, sein Verdienst zu schmälern und „Mayer ausschliefslich an dessen Stelle zu setzen" müsse jedoch entschieden zurückgewiesen werden. — Mayer an Stelle von Helmholtz zu setzen (das Wort „ausschliefslich" fehlt in der Nationalzeitung) hat übrigens wohl Niemand beabsichtigt, da sich Mayer an seiner Stelle ganz wohl befindet.

Berücksichtigt man den Anlafs der Rede, eine Gedächtnisfeier für Helmholtz, und den Umstand, dafs gerade Herr v. Bezold 1886 die oben erwähnte Begrüfsung von Helmholtz als „Vater des Princips von der Erhaltung der Kraft" beantragt hatte, so mufs man eigentlich mit seiner Anerkennung zufrieden sein; denn die Helmholtz zugeschriebene wirksame Verkündung der neuen Wahrheit macht ihn noch nicht zum Vater derselben, sonst müfste der Standesbeamte der Vater aller von ihm verkündeten Kinder sein. Nebenbei war allerdings die neue Wahrheit schon vor der Helmholtzschen Abhandlung von 1847 an drei Akademien, in zwei gelesenen Zeitschriften, und in einer selbständigen Schrift verkündet worden, sodafs 1848 infolge eines Aufsatzes Joules von 1847 ohne jede Rücksicht auf Helmholtz der Prioritätsstreit zwischen Mayer und Joule beginnen konnte.**)

Ein besonderes Gewicht legt Herr v. Bezold auf die scharfe und präcise Form, welche Helmholtz der grofsen Wahrheit gegeben habe. In der Zusammenfassung einer Fülle von Thatsachen in einen einzigen klaren,

---

*) Hermann von Helmholtz. Gedächtnisrede von Wilhelm von Bezold. Leipzig 1895.

**) Comptes rendus de l' Académie des sciences 1847, XXV p. 309, und 1848, XXVII p. 385. — Mayer, Kleinere Schriften und Briefe, Stuttgart, 1893, S. 258. Siehe auch S. 229.

unzweideutigen Satz bestehe aber das Wesen eines Naturgesetzes. Die Helmholtzsche Fassung lautet wie folgt: „In allen Fällen der Bewegung freier materieller Punkte unter dem Einfluſs ihrer anziehenden und abstoſsenden Kräfte, deren Intensitäten nur von der Entfernung abhängig sind, ist der Verlust an Quantität der Spannkraft stets gleich dem Gewinn an lebendiger Kraft, und der Gewinn der ersteren dem Verluste der letzteren. Es ist also stets die Summe der vorhandenen lebendigen und Spannkräfte konstant". Zur Erläuterung ist beigefügt, wenn andere als die erwähnten Centralkräfte in den Naturkörpern vorkämen, so würden Zusammenstellungen solcher Körper möglich sein, in denen entweder ins Unendliche Kraft verloren gehe oder gewonnen werde.*) Daſs der letztere Satz nicht richtig ist und der erste das Princip von der Erhaltung der Energie nicht erschöpft, ist längst festgestellt**), und wird hoffentlich auch von Herrn v. Bezold nicht bestritten werden.

Was hiernach von der weiteren Behauptung v. Bezolds zu halten ist, — der Gang der Wissenschaft wäre ganz derselbe geblieben, wenn Robert Mayer nie gelebt hätte, wenn dagegen die neue Wahrheit zuerst durch Mayers Schriften bekannt geworden wäre, so hätte es immer noch eines streng mathematisch geschulten Denkers bedurft, der sie in die Helmholtzsche Form gebracht hätte —, braucht nicht erst gesagt zu werden. Die gewaltige Entwickelung der Naturwissenschaften und der Technik infolge des Princips von der Erhaltung der Energie beruht nicht auf der von Helmholtz gegebenen oder einer verbesserten mathematischen Formulierung, sondern lediglich auf der von Mayer und seinen Nachfolgern Joule, Colding u. s. w. erlangten Erkenntnis, daſs bei allen Vorgängen in der Natur die in Arbeitseinheiten meſsbare Energie ungeändert bleibt. Den meisten, welche von dieser Erkenntnis Gebrauch machten, war jene mathematische Formulierung ebensowenig bekannt wie Denjenigen, welche heute darüber schreiben oder sprechen, ohne auch nur ihre Beschränkungen zu kennen.***)

Wir haben hiermit alles berührt, was unsern Ausführungen Greifbares entgegengehalten wurde. Es ist freilich herzlich wenig. Da nun Herr v. Bezold für Helmholtz gegen Mayer einzutreten suchte, und die Gelegenheit günstig war, indem sich alles Erwünschte in Anmerkungen zu seiner Rede geben lieſs, so ist anzunehmen, daſs eben nicht mehr gesagt werden konnte, daſs es an den nötigen Unterlagen gefehlt hat. Man darf daher erwarten, daſs Darstellungen, wie die obige des Herrn Professors v. Treitschke künftig unterbleiben werden.

Karl v. Haushofer †.*†)

Nach kurzem Krankenlager ist einer unserer hervorragendsten Gelehrten, der Direktor der k. Technischen Hochschule zu München, Dr. Karl

*) Helmholtz, Über die Erhaltung der Kraft, Berlin 1847, S. 17, 19.

**) Vergl. oben. — Wie Helmholtz zu der scheinbaren Beschränkung kam, siehe: Weyrauch, Das Princip von der Erhaltung der Energie seit Robert Mayer, Leipzig 1885, S. 13, 21; Mayer, Die Mechanik der Wärme, Stuttgart 1893, S. 227.

***) So begann die oben erwähnte Auseinandersetzung in der „Täglichen Rundschau" mit dem Satze: „Das sogenannte allgemeine Gesetz von der Erhaltung der Kraft schreibt man thatsächlich heutzutage Helmholtz zu, weil er es 1847 zuerst ganz allgemein mathematisch begründet hat".

*†) Aus d. Allgem. Ztg. vom 9./I. 95. D. Red.

v. Haushofer, Professor für Mineralogie und Eisenhüttenkunde, ordentl. Mitglied der Akademie der Wissenschaften, Mitglied vieler gelehrten Gesellschaften und des Obersten Schulrats, Ritter des Verdienstordens der bayer. Krone und Ritter I. Kl. ä. N. des Verdienstordens vom hl. Michael, seinen langen und schweren Leiden erlegen. Derselbe war als Sohn des bekannten Landschaftsmalers Max Haushofer am 28. April 1839 hier geboren, studierte in Freiburg und München, habilitierte sich an der Universität München als Privatdozent der Mineralogie und wurde bei der Umwandlung der Polytechnischen Schule in die Technische Hochschule zum Professor für die bereits erwähnten Disziplinen ernannt. Mit seinen Untersuchungen „Über den Asterismus und die Brewsterschen Lichtfiguren am Calcit“ betrat er eine Bahn, welche seither zu sehr wichtigen Resultaten auf dem Gebiete der Krystallphysik geführt hat. Der chemischen Seite seiner mineralogischen Arbeiten gehört die Schrift „Die Konstitution der natürlichen Silicate,“ sowie die Untersuchung über die Zersetzung des Granits durch Wasser an, während ihn in späterer Zeit das krystallographische Studium zahlreicher organischer Verbindungen beschäftigte. Seine Studien über den Ausbau mikrochemischer Methoden legte er in den „Sitzungsberichten“ der Münchener Akademie und in der Schrift „Mikroskopische Reaktionen nieder. Ferner entwarf er eine Reihe von geologischen Landschaftsbildern, die als Wandtafeln für den Unterricht herausgegeben wurden. Zuletzt erschien sein „Leitfaden zur Bestimmung der Mineralien“. Er war einer der Gründer des Deutsch-Österreichischen Alpenvereins und führte mehrere Jahre die Redaktion der Zeitschrift dieses Vereins. Nach dem Abgange Dr. v. Bauernfeinds (1889) war er zum Direktor der Technischen Hochschule ernannt worden.

* * *

Der vorstehenden Anzeige lassen wir noch einen ausführlicheren Nekrolog folgen, den wir der Allgem. Ztg. (Nr. 15 vom 15./I. 1895 Beil. Nr. 12) entnehmen.

Nach langen und schweren, aber mit der edlen Geduld des wahren Philosophen ertragenen Leiden verschied am Mittag des 8. Januar 1895 der Direktor der Münchener Technischen Hochschule, Dr. Karl v. Haushofer. Mit ihm endete, viel zu früh, eine reiche und unermüdlich thätige Arbeitskraft.

K. v. Haushofer war ein geborner Münchener, ein Sohn des Landschaftsmalers M. Haushofer. Seine Jugendjahre verbrachte er zu Prag, wo sein Vater eine Professur an der dortigen Kunstakademie erhalten hatte. Das väterliche Atelier füllte seine Seele mit künstlerischen Eindrücken und mit einer Liebe zur Naturschönheit, welche ihn zeitlebens nicht verliefsen und das Glück seiner Mufsestunden bildeten. Diese Liebe zur Natur war es auch, die späterhin für seinen Beruf entscheidend ward. Nachdem er 1857 das Maximilians-Gymnasium zu München absolviert hatte, wandte er sich an der Universität München naturwissenschaftlichen Studien zu und vergafs bei frohem Studentenleben — er war Mitglied der Münchener Franconia — nicht der ernsten Thätigkeit. Nachdem er noch ein Semester zu Prag studiert hatte, bezog er 1859 die Bergakademie zu Freiberg, wo er unter der Führung des alten Breithaupt berg- und hüttenmännische Studien trieb. Nicht wenig kam ihm dabei zu statten, dafs er unter väterlicher Anregung von klein auf zeichnende Künste getrieben hatte. Nach Vollendung seiner Freiberger Studien stand er vor der Wahl, bei der Theorie zu bleiben oder sich dem praktischen Bergwesen oder dem Hüttenwesen zu widmen. Der Zufall und wohl auch der Drang nach frühzeitiger Selbständigkeit führten ihn dem letztgenannten zu; so trat er 1861 als einfacher Arbeiter in eines der gröfsten böhmischen Hüttenwerke ein, um dort vor der Glut des Puddelofens zu stehen und mit kräftigem Arme die weifsglühenden Eisenbahnschienen durch die

Walzen zu leiten. Er avancierte zum Walzmeister und Betriebsassistenten; aber die einseitige, auf das rein Materielle gerichtete Thätigkeit des praktischen Hüttenmanns bot einen zu scharfen Gegensatz zu seiner feinfühligen, mit künstlerischen Interessen und akademischen Traditionen grofsgezogenen Seele. Dabei waren die 400 Arbeiter, die er — teils in deutscher, teils in böhmischer Sprache — zu kommandieren hatte, eine schwer zu behandelnde Belegschaft, deren Leitung den Zartsinn einer vornehm und künstlerisch veranlagten Natur mit der Notwendigkeit, harte Arbeit von Untergebenen fordern zu müssen, in häufigen Konflikt bringen mufste.

So bedurfte es kaum noch der Zusprache seines Vaters, um ihn zum Verlassen dieser Laufbahn zu bewegen. Er verzichtete auf die im Kampf mit dem Feuer und dem Eisen errungene Stellung und wandte sich wieder nach München an die Universität, wo er unter Liebig, Jolly und Kobell arbeitete. Er löste 1864 eine von der philosophischen Fakultät gestellte Preisfrage, bestand sein Doktorexamen, habilitierte sich für das Fach der Mineralogie und war teils als Privatdozent, teils als Assistent v. Kobells thätig bis zum Jahre 1868. Bei der in diesem Jahre erfolgten Gründung der Münchener Technischen Hochschule erhielt er an derselben die Professur für Mineralogie und Eisenhüttenkunde. Ein Vierteljahrhundert war es ihm gestattet, an dieser Anstalt zu wirken und seine Schüler teils für die praktische Thätigkeit als Ingenieure, Maschinenbauer und Chemiker, teils für das Lehramt vorzubereiten. Sein Laboratorium ward seine zweite Heimat. Aber auch für die Verwaltungsangelegenheiten seiner Hochschule entwickelte er von Anbeginn ein warmes Interesse, so dafs die langjährige Seele dieser Lehranstalt, Geheimrat v. Bauernfeind*) in dem jüngeren, pflichttreuen Kollegen gern den Nachfolger heranwachsen sah.

Untersuchungen auf dem Gebiete der Krystallographie, welche den Hauptinhalt von Haushofers wissenschaftlicher Thätigkeit bildeten, veranlafsten die k. bayer. Akademie der Wissenschaften, ihn als Mitglied aufzunehmen. Viele Jahre hindurch war er auch einer der treuesten Förderer des Deutschen und Österreichischen Alpenvereins, zuerst als Redakteur der Vereinszeitschrift, später als Präsident der Sektion München. Der Verein bewahrte ihm seine dankbare Anhänglichkeit auch dann noch, als ihm seine erschütterte Gesundheit nicht mehr erlaubte, die Präsidialgeschäfte zu führen.

Als im Jahre 1890 der langjährige Direktor der Technischen Hochschule, K. M. v. Bauernfeind, das Direktorium niederlegte, fand die Staatsregierung in K. v. Haushofer einen geeigneten Mann, um diese Stellung zu besetzen. Vieljähriges Vertrautsein mit den Direktorialgeschäften befähigte ihn dazu; daneben eine feine und geschulte Rednergabe, eine unermüdliche Arbeitskraft und eine harmonisch ausgestaltete Mischung von technischer und humanistischer Bildung. Freilich war diese verantwortungsreiche Stellung, in Verbindung mit der Thätigkeit im Obersten Schulrate, in welchen Haushofer vor einigen Jahren berufen worden war, Ursache, dafs er nun weit weniger Muse für wissenschaftliche Arbeiten übrig behielt, zumal er seine Lehrthätigkeit nicht im geringsten einschränken wollte.

Als ihm im Jahre 1890 seine heifsgeliebte Gattin, mit welcher er 22 Jahre in glücklichster Ehe gelebt hatte, durch eine tückische und langwierige Krankheit entrissen war, schien die Kraft des Mannes gebrochen. Der von der Natur so harmonisch angelegte Organismus, welcher in jungen Jahren der sengenden Glut des Schmelzofens wie den eisigen Stürmen der Gletscherpässe getrotzt hatte, begann den Dienst zu versagen; um so mehr, als Haushofer den Schmerz über den Verlust der Gattin durch verdoppelte Arbeitsthätigkeit zu betäuben versuchte. Ein zwei Jahre

*) s. dessen Nekrolog in Jahrg. XXV (1894). S. 465 und S. 622.
D. Red.

später hinzukommender heftiger Anfall von Influenza vollendete das Verderben. Schwer krank schleppte Haushofer sich Tag für Tag in sein Laboratorium und in sein Direktionsbureau; auf seine Freunde und Kollegen machte er den Eindruck, als wolle er sich zu Grunde arbeiten. Er mufste endlich zu Anfang des Jahres 1894 Urlaub nehmen und an die sonnigen Gestade des Mittelmeeres reisen, um seine kranke Brust zu heilen. Es war zu spät. Kränker als zuvor kam er nach München zurück und verbrachte noch einen schmerzensreichen Sommer auf seiner Villa am Chiemsee, um als sterbender Mann wieder in München einzuziehen, wo er endlich, noch nicht 56 Jahre alt, seinen Leiden erlag, viel zu früh für die Seinen, viel zu früh für sein Lehramt und seine Wissenschaft.

Sein Wesen war eigenartig ausgestattet. So reich der Schatz an persönlicher Liebenswürdigkeit war, den er besafs, und so sehr er es vermochte, in Gesellschaft selbst einen sprühenden Humor zu entfalten: in der Hauptsache blieb er ein Priester der Natur, und zwar der unorganischen Natur. Die aber sah er nicht blofs mit den Augen des Gelehrten, sondern immer auch mit denen des Künstlers. Jedes Mineral war ihm eine Individualität, die nicht allein bestimmten Naturgesetzen unterworfen war, sondern auch im Reiche der Naturschönheit eine besondere Stellung einnahm. Ein auf das feinste ausgebildeter Farben- und Formensinn lebte in seinem Auge und befähigte ihn, an jedem Beobachtungsgegenstande sofort das Wesentliche zu erkennen — mochte dieser Beobachtungsgegenstand nun ein nadelkopfgrofser Steinsplitter oder ein Bergkolofs von 3000 m Höhe sein. Und wo die anorganische Natur Stilgefühl entwickelt: er wufste es herauszufinden und zu zeigen, ebenso wie ihm klar war, wo ihre Gestaltungen mit irgend einem Zuge der Menschheitsgeschichte in ursächlicher Verbindung standen. Hierzu gehörte freilich noch etwas, das ihm gegeben war: eine Hand, welche keiner ihr gestellten Aufgabe gegenüber fehlgriff. Dieselbe Hand, die einst auf der Mensur den Stahl so schneidig wie nur irgend eine zu schwingen wufste, die später mit gewaltigem Griff den weifsglühenden Eisenblock durch die Walzenpaare stiefs, die dann mit der liebenden Sorgfalt des Mikroskopikers den winzigsten Krystall in die Beobachtung einfing; sie wufste für jede Aufgabe mit erfindungsreichen Fingern neues Experiment zu gestalten. Und dieselbe Hand vermochte mit Meisterschaft zu zeichnen und zu malen. Zeugnis dafür sind kleine flotte Gebirgslandschaften, welche Haushofer während seiner Redaktionszeit für die Zeitschrift des Alpenvereins lieferte; Zeugnis dafür sind die von ihm entworfenen geologischen Wandtafeln; ferner die Skizzen und Pläne, mit welchen er seine populären Vorträge anschaulich zu machen wufste; Zeugnis dafür sind humorvolle Karikaturen und Albumblätter, die er nur für Freundeskreise schuf; Zeugnis dafür ist endlich jene zierliche silberne Edelweifsblume, mit welcher der Alpenfreund zur sommerlichen Bergfahrt sich schmückt, ohne zu wissen, wessen Hand die Blume einst modellierte.

Es war eben eine Meisterhand. Der Geist aber, welcher diese Hand regierte, wufste nicht blofs die Gesetze zu berechnen, nach welchen geheimnisvolle Naturkräfte die blitzenden Flächen der Krystalle gestalten. Er wufste auch jene Worte zu finden, welche die Jugend begeistern; er wufste die praktischen Ziele der modernen Technik mit der höheren Weihe humaner Weltanschauung und klassischer Erinnerungen zu adeln. Er verstand es endlich, nicht blofs in Prosa, sondern auch in edler, gebundener Sprache Dinge zu sagen, die dem Letzten und Tiefsten verwandt sind, was menschlicher Gedanke zu berühren vermag.*)

*) Von Arbeiten seien hier nur erwähnt: „Die Konstitution der natürlichen Silikate“, Braunschweig 1874. — „Mikroskopische Reaktionen“, ebenda 1885. — „Leitfaden für die Mineralienbestimmung“, ebenda 1892.

Ankündigung.*)

Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gaufs, eine Urkundensammlung, in Gemeinschaft mit Prof. Dr. Fr. Engel herausgegeben von Dr. P. Stäckel. (160—180 S., mit zahlreichen Textfiguren.) gr. 8. geh. (Leipzig, B. G. Teubner.)

In dem Buche: „Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre“, das in demselben Verlage erschienen ist, hat Herr Rudio gezeigt, wie sich die Erkenntnis von der Unmöglichkeit der Quadratur des Zirkels allmählich entwickelt hat. Etwas Ähnliches wollen wir für die Parallelentheorie leisten, wir wollen zeigen, wie man nach und nach zu der Einsicht gelangt ist, dafs das elfte Euklidische Axiom ein wirkliches Axiom, dafs es also unbeweisbar ist. Wie Rudio lassen auch wir die wichtigsten Autoren: Euklid, Wallis, Saccheri, Lambert, Gauss selbst reden, indem wir ihre Betrachtungen wörtlich oder in getreuer Übersetzung mitteilen. Ein verbindender Text wird den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Autoren darstellen und, wo es nötig ist, Erläuterungen und sonstige Bemerkungen bringen. Aufserdem legen wir Gewicht auf eine möglichst vollständige Zusammenstellung der übrigen Litteratur über den Gegenstand. Wir schliefsen vorläufig mit Gauss ab, weil Gauss der erste ist, der die Vergeblichkeit aller Versuche, das elfte Axiom zu beweisen, vollkommen klar erkannt hat; jedoch behalten wir uns vor, wenn das Unternehmen Anklang findet, in einem etwaigen zweiten Teile auch die Untersuchungen von Lobatschefskij, Bolyay, Riemann u. s. w. in ähnlicher Weise herauszugeben.

Die Anordnung unseres Buches wird, von minder Wichtigem abgesehen, folgende sein: Wir beginnen mit einer Zusammenstellung der Sätze Euklids, die zu dem elften Axiome in Beziehung stehen. In der Zeit von Euklid bis auf Wallis finden sich Äufserungen über das Parallelenaxiom sehr spärlich; Wallis aber hat schon 1663 gezeigt, dafs es mit dem Axiome von der Existenz ähnlicher Figuren gleichbedeutend ist. Nach Wallis ist Saccheri zu nennen, der 1733 in seinem „Euclides ab omni naevo vindicatus“ die zwei Hypothesen, die aufser der Euklidischen noch möglich sind ziemlich weit verfolgt und ebenso wie später Lambert zu Resultaten gelangt, die man gewöhnlich Legendre zuschreibt. Von diesem Werke des Saccheri, auf das vor einigen Jahren Beltrami wieder aufmerksam gemacht hat, teilen wir das erste Buch mit. Die Ideen Saccheris hat Lambert in einem 1766 niedergeschriebenen Aufsatze weiter geführt. Unser Wunsch, diesen höchst merkwürdigen Aufsatz der Vergessenheit zu entreifsen, ist ursprünglich die Veranlassung zu unserem ganzen Unternehmen gewesen. Den Schlufs des Buches bildet eine Sammlung aller Äufserungen über das Parallelenaxiom, die sich in den Werken und Briefen von Gauss finden.

Wir bemerken schliefslich noch, *dafs alle die Abhandlungen, die wir mitteilen, einen ganz elementaren Charakter tragen und zu ihrem Verständnisse durchaus keine Kenntnis der höheren Mathematik voraussetzen.*

P. St. Fr. E.

---

*) Aus „Teubners Mitteilungen“ 1894, Nr. 4. D. Red.

Bekanntmachungen.

I. Verein zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und in den Naturwissenschaften.

Göttingen, im Februar 1895.

In Gemäſsheit des auf der vorjährigen Hauptversammlung des Vereins in Wiesbaden gefaſsten Beschlusses wird die diesjährige Hauptversammlung zu Pfingsten d. J. in Göttingen abgehalten werden. Im Nachstehenden geben wir den Vereinsmitgliedern und allen Freunden unserer Vereinsbestrebungen schon jetzt Kenntnis der für diese Versammlung vorläufig in Aussicht genommenen Tagesordnung, notwendig werdende Änderungen uns vorbehaltend. Die endgültige Feststellung des Versammlungs-Programms wird später rechtzeitig bekannt gemacht werden.

Montag, 3. Juni, abends 8 Uhr: Zwangloses Beisammensein der Versammlungsteilnehmer.

Dienstag, 4. Juni, vorm. 9 Uhr: Erste allgemeine Sitzung. Eröffnung und Begrüſsung. Ansprache des Gymnasialdirektors Prof. Dr. Viertel. Vortrag des Univ.-Prof. Dr. F. Klein: Der mathematische Unterricht an den Universitäten mit besonderem Hinblick auf die Bedürfnisse der Lehramtskandidaten.
Vorm. 11—1 Uhr, Nachm. 3—6 Uhr: Sitzungen der Fachabteilungen.

Mittwoch, 4. Juni, vorm. 9 Uhr: Zweite allgemeine Sitzung. Vortrag des Geh.-Rats Prof. Dr. Baumann: Über die Bedeutung der Naturwissenschaften für eine wissenschaftliche Lebensauffassung.
Vorm. 11 Uhr: Erledigung geschäftlicher Angelegenheiten.
Nachm. 3 Uhr: Besichtigung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Universitätsinstitute.

Donnerstag, 5. Juni: Ausflug, über dessen Ziel noch Bestimmung getroffen wird.

In den Sitzungen der Fachabteilungen wird auch die im vergangenen Jahre zur Aufstellung eines Normalverzeichnisses für die Einrichtung der physikalischen Sammlungen an den höheren Schulen eingesetzte Kommission Bericht erstatten.

Im übrigen sind Anmeldungen zu diesen Abteilungssitzungen sehr erwünscht; es wird gebeten, dieselben bis zum 1. April d. J. an den mitunterzeichneten Direktor des Gymnasiums in Guben, Dr. Hamdorff zu richten.

Zugleich werden alle Freunde der Vereinsbestrebungen eingeladen, dem Verein, dessen Satzungen nebenstehend abgedruckt sind*), beizutreten. Anmeldungen in Verbindung mit dem Jahresbeitrag von 3 Mk. nimmt der Schatzmeister des Vereins, Prof. Pietzker in Nordhausen entgegen.

Der Hauptvorstand: Hamdorff. Der Orts-Ausschuſs: Klein.

*) Weggelassen, weil in ds. Ztschr. schon mehrmals mitgeteilt: s. z. B. in Jahrg. XXII, 317 ff. u. XXV, 157 f. D. Red.

II. Geographentag in Bremen.

(Ostern 1895.)

Der von uns bereits in Heft 2, S. 155 gebrachten Einladung zu diesem Geographentag in der Osterwoche d. J. (17—19. April) ist nun auch das Programm („vorläufige Tagesordnung") gefolgt. Wegen Raummangel müssen wir die Interessenten, welche etwa diese Versammlung besuchen wollen, bitten, sich das ausführliche Programm schicken zu lassen (Generalsekretär des Ortsausschusses ist Dr. W. Wolkenhauer, Bremen, Gertrudenstraſse 30). Auſser den verschiedenen mehrfachen Vorträgen über das Süd-Polar-Gebiet sind es vorzugsweise die Vorträge über Schulgeographie, die unsere Leser interessieren dürften. Freilich sind dieselben diesmal recht allgemeinen Inhalts. Es spricht nämlich Lehmann-Münster über den Bildungswert der Erdkunde und Oppel-Bremen über den Wert und die Anwendung geographischer Anschauungsbilder im Unterricht. Wenn die Herren nicht sehr Neues diesen Themen abgewinnen, so dürften sie nur Bekanntes aufwärmen. Interessanter sind die Anträge: 1. den für den geographischen Unterricht bestimmten Merkator-Karten nordsüdlich eine solche Ausdehnung zu geben, daſs der Äquator die Höhe der Karte halbiert; 2. auf den Meſstischblättern der preuſsischen Landesaufnahme die Isohypsen anders als schwarzfarbig zu zeichnen. Am interessantesten dürften die Ausflüge auf die hohe See von Bremerhaven aus werden.

Über Berichtigungen nach dem Preſsgesetz.

(Zur Programmschau auf S. 209.)

Die Stelle betr. „Berichtigungen" auf S. 209 der sächs. Programmschau von Oberl. Sievers-Frankenberg i. S. giebt uns zu folgender Bemerkung Anlaſs:

Redaktionen „periodischer Druckschriften" im Sinne des Gesetzes vom 1. Juli 1874 sind lt. §. 11 dieses Gesetzes verpflichtet, die Berichtigung einer von ihr „mitgeteilten Thatsache" in die nächste Nummer d. Ztg. bei Vermeidung der dort §. 19, sub 3) angedrohten Strafe aufzunehmen. Ob unter „Thatsachen" nur solche des sozialen und Rechtslebens (juristische) oder auch wissenschaftlich erhärtete (Wahrheiten), wie die in der Progr.-Schau berührte, zu verstehen sind, darüber spricht sich das Gesetz nicht aus. Sollten letztere aber nicht inbegriffen sein, so ist doch immer derjenige, welcher etwa aus Irrtum unrichtige Thatsachen verbreitet, nach Einsicht in seinen Irrtum, schon Ehren halber und moralisch verpflichtet, dieselbe zu berichtigen. Wenn er aber falsche Thatsachen absichtlich — wider besseres Wissen — verbreitet, so macht er sich einer Fälschung schuldig, auch wenn diese Thatsachen wissenschaftliche Wahrheiten sind (Vide: Die Reformationsgeschichte von Janssen). Für solche Fälschungen giebt es aber keine Strafparagraphen im Strafgesetzbuch. Es bleibt sonach in solchem Falle, wie der vom Hrn. Programmreferenten berichtete, nichts weiter übrig als die betr. Redaktion „bei der Ambition zu nehmen". Wir wenigstens würden eine solche schon zu einer Berichtigung zu nötigen wissen. Schlimmsten Falls läſst sich ja auch für die Berichtigung eine andere (Konkurrenz-)Zeitung gewinnen. Es sollte übrigens in jeder Redaktion einer politischen Zeitung ein mathematisch gebildetes Redaktionsmitglied sitzen.

Bemerkt muſs jedoch werden — um Miſsverständnissen und Irrungen vorzubeugen — daſs unter den „periodischen Druckschriften" des

Preſsgesetzes lt. §. 7 nur solche Zeitungen resp. Zeitschriften zu verstehen sind, die in monatlichen oder kürzeren Fristen erscheinen. Auf unsere Ztschr. z. B., die in längeren (anderthalbmonatlichen Fristen) erscheint und bis mit dem XIII. Bande (1882) sogar in zweimonatlichen Fristen erschien, würde die Bestimmung des §. 11 nicht Anwendung finden. So hatte z. B. seiner Zeit das Weimarsche Kult.-Minist., als es von uns eine Berichtigung verlangte (s. Bd. XII [1881], 488 u. f.) hierzu kein Recht; wir hätten die Berichtigung auf Grund des §. 7 verweigern können und diese Behörde hätte bei einer Klage, die lediglich auf §. 11 gefuſst hätte, nach §. 7 abgewiesen werden müssen. Wir haben die Berichtigung aber gebracht, weil das W. K.-M. sich für „beleidigt“ hielt und würden auch sonst in ähnlichen Fällen so verfahren, falls es überhaupt etwas zu berichtigen giebt. Auch wenn es nichts zu berichtigen giebt, wenn also die Forderung unberechtigt ist, kann man die Forderer „hineinfallen“ lassen. So wäre z. B. der Schweizer Rüefli, als er einstens eine Berichtigung von uns verlangte, „hineingefallen“. Vergl. XVI (1885) S. 158 u. f. Interessant ist jedenfalls, daſs nicht nur Private, sondern auch manchmal Behörden sich als „gesetzesunkundig“ erweisen.

Briefkasten.

Allgemeiner.

1. Notwendiger Bescheid. Herr Gymn.-Prof. Richter in Wandsbeck ersucht uns, den Lesern ds. Ztschr. mitzuteilen, daſs die Sonderabdrücke seiner (ursprüngl. im päd. Archiv erschienenen) Nautischen Aufgaben **vergriffen** seien, und läſst bitten, deshalb von weiteren Bestellungen bei ihm — als unausführbar — abzusehen.

2. Dringende Bitte. Es laufen noch immer Beiträge für ds. Ztschr. ein, welche irgend ein Thema behandeln, das in einem der früheren Jahrgänge oder in mehreren bereits behandelt, ja sogar erledigt ist. Die Verfasser der eingesandten Arbeiten nehmen aber in wenig pietätvoller Weise auf diese Vorarbeiten keine Rücksicht, und so fällt uns daher die odiöse Aufgabe zu, in den 25 Bänden ds. Ztschr. nach den bereits vorhandenen Aufsätzen über das betr. Thema nachzusuchen, was bei dem Mangel eines alphabetischen Gen.-Inh.-Verzeichnisses eine meist recht zeitraubende Arbeit ist, da wir nicht selten die Inhalts-Verzeichnisse aller 25 Bände ds. Ztschr. durchlesen müssen. Diese Arbeit hätten aber doch streng genommen die Verfasser der Beiträge auszuführen! Wir müssen daher die Einsender der Beiträge aufs neue dringend ersuchen, diese Arbeit selbst zu übernehmen und ihren für unsere Zeitschrift bestimmten Ausarbeitungen immer das Durchlesen der Inhalts-Verzeichnisse der 25 Jahrgänge vorangehen zu lassen. Ein gewissenhafter Autor bekümmert sich freilich auch um die übrigen in andern Schriften (Zeitschriften u. dergl.)*) enthaltenen Vorarbeiten; schreibt man aber für eine bestimmte Zeitschrift, so sollte man sich wenigstens um die Vorarbeiten in eben dieser Zeitschrift bekümmern. Man wolle doch gefälligst einmal unsere ausführliche Mahnung in Bd. XV (1884), S. 270 u. f. repetieren!

---

*) Sowohl für Grunerts Archiv als auch für Schlömilchs Zeitschrift giebt es Gen.-Inh.-Verzeichnisse.

Besprechung vierstelliger Logarithmentafeln.

Von Dr. A. Schülke in Osterode in O/Pr.

Die Logarithmen sind nicht für den Unterricht erfunden sondern für die Wissenschaft, namentlich für die Astronomie, und gerade auf diesem Gebiete sind für manche Zwecke siebenstellige Tafeln unentbehrlich. Dies war die Veranlassung, dafs man dieselben seit Anfang dieses Jahrhunderts in die Gymnasien eingeführt hat, und nur langsam und zögernd ist man in den letzten zwanzig Jahren zu fünfstelligen übergegangen. Aber die Aufgaben der Schule sind andere als die der Wissenschaft, und schon 1844 wies Traugott Müller darauf hin, dafs für Unterrichtszwecke die vierstelligen Tafeln weit vorzuziehen seien, und dasselbe ist später wiederholt geschehen z. B. von C. Müller in dieser Zeitschrift XXIV, S. 173, von H. Schiller in der 3. Auflage seiner praktischen Pädagogik S. 650 (auf Veranlassung von Noack), von A. Thaer in den Jahresberichten von Rethwisch, von Walter in seiner Schultrigonometrie und von sämtlichen später genannten Verfassern vierstelliger Tafeln.

Alle diese Ausführungen sind bisher zwar nicht widerlegt, aber auch nur von geringem Erfolge begleitet worden; kürzlich versuchte ich jedoch (in der Zeitschrift für Gymnasialwesen 1895 S. 193—200) den Nachweis zu führen, dafs infolge der inneren Umgestaltung, welche der mathematische Unterricht allmählich erfährt und welche ihren Ausdruck u. a. in den Braunschweiger Beschlüssen des Vereins zur Förderung des mathematischen Unterrichts gefunden hat, jetzt der Zeitpunkt für die allgemeinere Einführung dieser Neuerung gekommen scheint. Ich kann mich also hier auf die Erklärung beschränken, dafs kaum eine Änderung im Gymnasialunterricht mit so geringen Schwierigkeiten verknüpft ist und dabei gleichzeitig so sichere Vorteile darbietet als die Einführung der vierstelligen Logarithmen: es wird nur

weniger geblättert, weniger geschrieben, weniger mechanisch gerechnet, es bleibt daher mehr Zeit zur gründlichen Durcharbeitung des Lehrstoffes und zur Lösung von Aufgaben.

Während man sich aber früher der Hoffnung hingeben konnte, dafs die neuen Tafeln sich allmählich Bahn brechen würden — wie dies auch in Süddeutschland thatsächlich geschieht*) — ist es für Preufsen durch die Bestimmung ausgeschlossen, dafs „die Zahl der Logarithmentafeln für jede Provinz erheblich einzuschränken ist."

Auf Grund dieser Verfügung ist sogar von einigen Anstalten die Weiterbenutzung der vierstelligen Tafeln verboten, andrerseits wird aber dadurch die Möglichkeit gewährt, dafs die Einführung schneller und allgemeiner als unter den alten Verhältnissen von statten geht, wenn eine gröfsere Zahl von Fachgenossen einen dahingehenden Wunsch öffentlich zu erkennen giebt. Dabei müfste zugleich eine Einigung auf einige bestimmte Tafeln stattfinden, und um diese schwierige Wahl zu erleichtern, möchte ich die vorhandenen einer vergleichenden Besprechung mit Rücksicht auf die Brauchbarkeit in der Schule unterziehen, nämlich die vierstelligen logarithmisch-trigonometrischen Tafeln von:

1) Albrecht, Leipzig, Engelmann. 1894 . . . . ℳ 1,20.
2) Bremiker, Berlin, Weidmann. I. 1874, II. 1894 . „ 0,60.
3) Breusing, Bremen, v. Halem. 1851 . . . . „ 1,00.
4) Gaufs, Halle, Strien. II. 1891 . . . . „ 0,60.
5) „ für Decimalteilung des Quadranten. 1892 . „ 1,80.

---

*) In den letzten Jahren wurden vierstellige Tafeln benutzt in: Basel, Berlin, Bern, Bremen, Darmstadt (Gymn. u. Rg.), Dresden, Friedberg i. H. (R.), Giefsen (G. seit 1887 u. Rg.), Gotha (G. R.), Graudenz (R.), Gütersloh (G.), Halle (O.R.), Hamburg, Heidelberg, München, Ohrdruf (R.), Osterode O/Pr. (Rg.), Schwerin, Wittenberg (G. seit 30 Jahren) und an sämtlichen Militärschulen Italiens (in Rufsland werden amtlich noch 7 Stellen verlangt). Diese Liste kann weder auf Vollständigkeit noch auf Genauigkeit Anspruch machen, denn sie ist hervorgegangen aus Erkundigungen bei Kollegen und bei Verlagsbuchhandlungen, und von den letzteren erklärten einige ausdrücklich, dafs sie keine näheren Angaben machen könnten, während andere mit Rücksicht auf das Geschäftsgeheimnis jede Auskunft verweigerten. Immerhin geht aus dieser Zusammenstellung hervor, dafs die vierstelligen Tafeln bereits hinreichend praktisch erprobt sind.

6) Gravelius, Berlin, Dümmler. 1891 . . . . ℳ 0,50.
7) „ für Decimalteilung des Quadranten, Berlin, Dümmler. 1892 . . . . „ 1,80.
8) Henrici, Leipzig, Teubner. 1882 . . . . „ 0,80.
9) E. R. Müller, Stuttgart, Maier. ? . . . . „ 0,60.
10) Traugott Müller, Halle, Waisenhaus. I. 1844, II. 1861 . . . . „ 1,00.
11) Pitz, Gieſsen, Roth. 1894 . . . . „ 0,40.
12) Rex, Stuttgart, Metzler. ? . . . . „ 1,20.
13) „ Schulausgabe, Stuttgart, Metzler. ? . . . . . „ 0,60.
14) Rohrbach, Gotha, Thienemann. 1893 . . . . „ 0,60.
15) Schlegel, Wolfenbüttel, Zwiſsler. 1880 . . . . . . „ 0,60.
16) Schülke, Leipzig, Teubner. 1895 . . . . „ 0,60.
17) Sickenberger, München, Ackermann. I. 1888, II. 1891 . . . . „ 0,40.
18) Teichmann u. Groſs, Stuttgart, Wittwer. II. 1886 „ 0,60.
19) Ursin, Kopenhagen, Reitzel. 1847 . . . . „ 0,50.
20) Wittstein, Hannover, Hahn. II. 1887 . . . . „ 0,60.

Vollständigkeit habe ich bei dieser Zusammenstellung zwar erstrebt, aber vielleicht nicht erreicht, da die Beschaffung der Litteratur in meinem Wohnort mit groſsen Schwierigkeiten verbunden ist.

Daneben habe ich noch folgende Werke in Betracht gezogen, welche im Anhange vierstellige Tafeln enthalten:

1) Kohlrausch, praktische Physik, Teubner. VII. Aufl. 1892.
2) Ligowski, Taschenbuch der Mathematik, Ernst u. Sohn. III. 1893.
3) Mehler, Elementar-Mathematik, Reimer. XVIII. 1894.
4) Wiedemann u. Ebert, physikalisches Praktikum, Vieweg 1890.

Alle Anforderungen, die überhaupt an eine Logarithmentafel gestellt werden können, lassen sich wohl in folgende Sätze zusammenfassen: dieselbe soll sachlich alles enthalten, was in der Schule gebraucht wird und dabei möglichste Genauigkeit ergeben; die Anordnung soll so getroffen sein, daſs man ohne zweckloses Blättern die gesuchte Seite und ohne langes Suchen auf der Seite die gewünschte

Zahl findet; bei der Benutzung erwartet man möglichst wenig Zwischenrechnung und hygienisch möglichste Schonung der Augen.

Mit der ersten Forderung befinde ich mich im Gegensatz zu einer weit verbreiteten Anschauung, die noch kürzlich von Plassmann in der Zeitschrift Gymnasium X, S. 757 vertreten ist: „Die Tafeln sind zwar Schulbücher, aber sie sollen nebenbei auch dem praktischen Rechner dienen“, und dieser Unterschied ist von fundamentaler Bedeutung. Hauptziel des mathematischen Unterrichts im Gymnasium bleibt es, die Grundbegriffe zur Klarheit zu bringen und die überaus vielseitige Verwendung derselben an Beispielen zu zeigen; während der praktische Rechner es für gewöhnlich nur mit einer eng begrenzten Zahl von Problemen zu thun hat, und ihm die Aufgabe erwächst, dieselben ohne Rücksicht auf die Schwierigkeit der Theorie mit möglichst geringem Verbrauch an Zeit und Arbeitskraft zu lösen. Aus diesem Grunde scheint mir mit Rücksicht auf die Bedürfnisse der Schule eine Trennung geboten; weil jedoch die meisten Verfasser von Logarithmentafeln nach dem Vorwort eine Vereinigung beider Zwecke erstreben, so erklärt sich schon hieraus die Verschiedenartigkeit des Inhalts.

Allen Tafeln gemeinsam sind nur die Logarithmen der Zahlen von 100—1000 und die Logarithmen der trigonometrischen Funktionen. Bremiker, Gravelius, Rex, Rohrbach, Schlegel enthalten aufserdem noch die Logarithmen von 1000—2000, Albrecht und Wittstein von 1000—1960. Die Zinsfaktoren finden in vielen Tafeln gar keine Berücksichtigung, Tr. Müller, Pitz, Schülke geben die Logarithmen derselben auf fünf Stellen, E. Müller, Rex auf sechs, Rohrbach auf sieben (Heis in der Aufgabensammlung sogar auf zehn); Sickenberger hat statt dessen die Potenzen der Zinsfaktoren. Wenn man auf die Bedürfnisse der Lebensversicherungsanstalten keine Rücksicht nimmt, dann sind fünf Stellen erforderlich, aber auch hinreichend, um einfache, thatsächlich vorkommende Aufgaben auszurechnen. Ganz überflüssig erscheint mir der Ziffernluxus bei „dem Pfennig, der um Christi Geburt auf Zinseszinsen gelegt ist“, denn es kommt dabei offenbar nur auf die Gröfsenordnung an. Überhaupt wird zu wenig beachtet, dafs

die Formel kq^n nur einen Idealfall darstellt, der sich nirgends verwirklichen läſst; denn eine Verzinsung von Bruchteilen eines Pfennigs ist streng genommen ausgeschlossen, und wenn es thatsächlich geschieht, so wird dies dadurch ermöglicht, daſs man bei Zinseszinsen einen niedrigeren Zinsfuſs als den üblichen zu Grunde legt — längere Zeit hindurch bleibt aber der Zinsfuſs niemals konstant. Bei den anderen Beispielen für die obige Formel, Wachstum eines Waldes, einer Bevölkerung u. s. w. ist die erreichbare Genauigkeit natürlich noch weit geringer.

Groſse Unterschiede zeigen sich ferner in der Tafel der trigonometrischen Funktionen. Hier dürfte zunächst eine Einigung darüber nötig sein, was dieselbe eigentlich bezwecken soll. Wenn der Verfasser eines neueren Lehrbuches erklärt, „ich ziehe die logarithmischen Tabellen den Tabellen der bloſsen Funktionen vor, weil die letzteren bei gröſserer Stellenzahl die Logarithmen doch nicht entbehrlich machen", so wäre es am einfachsten, sie ganz fortzulassen wie dies Breusing, Gauſs, Gravelius, Schlegel, Ursin thun. Ich bin jedoch anderer Ansicht; zunächst erscheint es mir bei der Einleitung in die Trigonometrie unpädagogisch, die Schüler mit zwei Arten von neuen Begriffen — den Funktionen und deren Logarithmen — zu belasten; aber auch später empfehle ich, öfter mit den einfachen Funktionen zu rechnen, weil bei vielen Schulaufgaben eine gröſsere Stellenzahl keine Bedeutung und infolgedessen keine Berechtigung hat. Beispiele dafür liefert das oben erwähnte Lehrbuch ebenso wie alle übrigen: es wird etwa in einer Aufgabe der Erdradius zu 860 Meilen genommen, oder die Sichtbarkeit eines Berges bei Vernachlässigung der Strahlenbrechung bestimmt, oder die geographische Breite gleich der Höhe des Polarsterns gesetzt (wobei Abweichungen von $1{,}25^0$ entstehen können); überhaupt gehören die meisten Aufgaben aus der mathematischen Erdkunde und der Physik hierher. Man erreicht aber durch die Verwendung der einfachen Funktionen noch einen anderen Vorteil. Die Schüler der oberen Klassen erhalten mehr Gelegenheit zu Übungen im einfachen Rechnen und dies ist eine nicht gering zu achtende Mitgabe für das spätere Leben, denn erfahrungsgemäſs werden die Logarithmen schnell gelernt aber schneller noch vergessen.

Dafs auch in der Praxis die Funktionen häufig gebraucht werden, zeigt die Aufnahme in die „zunächst für Techniker“ bestimmten Tafel von Rühlmann u. a. Einer allgemeineren Verwendung in der Schule steht jedoch der Umstand entgegen, dafs die vierstelligen Tabellen, welche die meisten Verfasser bieten, bei der Anwendung viel Zeit kosten, und die dreistelligen von Pitz, Rex (in der Anordnung übereinstimmend mit Hoüel) Sickenberger (auf 8 Seiten) bei kleinen Winkeln geringe Genauigkeit gestatten; vielleicht verdient der in dieser Zeitschrift XXIV S. 7 näher begründete Vorschlag, Zahlen unter 333 auf 4, über 333 auf 3 geltende Ziffern anzugeben, mehr Beachtung. Albrecht, Mehler, Rex, Rohrbach haben noch die Sekante aufgenommen; dafür sprechen namentlich theoretische Gründe und dafs die Ausführung der Multiplikation leichter von statten geht als die Division. Weil sich die letztere jedoch nicht vollständig vermeiden läfst, und späterhin die Sekanten garnicht verwendet werden, so halte ich die Einführung derselben für eine unnötige Erschwerung des ohnehin schon schwierigen Anfangsunterrichtes.

Endlich finden sich fast in allen Tafeln die Werte von π, e, M, g, und die Dimensionen der Erde, wenngleich die Inhaltsangabe „mathematische, physikalische und geographische Konstanten“ in einer Tafel etwas mehr erwarten läfst. Aufserdem sind enthalten, die Antilogarithmen in Bremiker, Gravelius, T. Müller, Rex, Wittstein, die Additionslogarithmen in Albrecht, Bremiker, Gravelius, E. und T. Müller, Rex, Ursin, Wittstein; Quadrate und Wurzeln in mehr oder minder grofser Ausführlichkeit bei Albrecht, Bremiker, Gravelius, Pitz, Rex, Rohrbach, Schülke; natürliche Logarithmen finden sich bei Mehler, E. und T. Müller, Rex, Rohrbach, Schülke; einige mathematische Formeln bei Rohrbach, Ursin; neben der Winkelangabe das Zeitmafs bei Breusing, Ursin; physikalische und astronomische Angaben bei Mehler, Rex und namentlich bei Sickenberger, Rohrbach, Schülke. Ich möchte die Antilogarithmen ganz aus der Schule verbannen, weil gerade die doppelte Benutzung der Tafel einen grofsen bildenden Wert hat und bei den trigonometrischen Funktionen doch nicht zu vermeiden ist. Für die

Additionslogarithmen findet sich beim Unterricht so selten Verwendung, dafs ihre Erlernung nicht gerechtfertigt erscheint; eine ausführliche Quadrattafel ist nur dem wissenschaftlichen Rechner bei der Berechnung der Fehlerquadrate und der Ausdrücke von der Form $\sqrt{a^2 \pm b^2}$ unentbehrlich und das Zeitmafs ist hauptsächlich für Astronomen und Seeleute bestimmt. Hingegen lege ich den physikalischen und astronomischen Tabellen für die Schule einen hohen Wert bei. Da dies jedoch durchaus nicht allgemein anerkannt ist, und sogar bei den Schulausgaben von Rex und den fünfstelligen Tafeln von Gaufs und Schlömilch diese Konstanten weggelassen sind, so möchte ich an einigen Beispielen zeigen, welche Verwendung dieselben im Unterricht finden können. Nachdem die Grundregeln für das Rechnen mit Logarithmen besprochen sind, mufs die Anwendung derselben an zahlreichen Beispielen erläutert werden. Beschränkt man sich hierbei auf die reine Mathematik, so gelangt man sehr bald zu Aufgaben, die sonst niemals vorkommen, wie folgendes einer der bekanntesten Aufgabensammlungen entnommene Beispiel zeigt $\sqrt[13]{2{,}459^{6,5} + 8{,}74^{2,3}}$. Hat man dagegen astronomische Angaben zur Hand, so sieht man z. B., dafs die Umlaufszeiten der Planeten mit wachsender Entfernung zunehmen. Ein Schüler vermutet vielleicht, dafs die Abstände sich verhalten wie die Umlaufszeiten $a : a_1 = t : t_1$, eine Berechnung zeigt jedoch, dafs dies nicht zutrifft. Nun werden andere Gesetze versucht $a : a_1 = t^2 : t_1^2$ oder $t^3 : t_1^3$, $\sqrt{t} : \sqrt{t_1}$ und schliefslich $t^{\frac{2}{3}} : t_1^{\frac{2}{3}}$, so dafs die Schüler neben hinreichender Übung im Rechnen noch die Kenntnis des dritten Keplerschen Gesetzes und damit eine Ahnung von dem gesetzmäfsigen Aufbau des Weltalls sich erarbeiten. Kommen noch Angaben über Monde, sowie über Perihel und Aphel einiger Kometen hinzu, so läfst sich die weitere Ausdehnung dieses Gesetzes zeigen und zugleich zur Darstellung bringen, dafs dasselbe nur für die mittlere Entfernung gilt. Ferner ist die Opposition von Jupiter oder Mars eine so auffallende Erscheinung, dafs man daran anknüpfend fragen wird, wann kehrt dieselbe Stellung wieder, wann ist sie früher dagewesen? Wegen der ungleichmäfsigen Bewegung wird das Ergebnis

freilich nur näherungsweise mit der Wirklichkeit übereinstimmen, wie der Schüler durch einen Kalender feststellen kann. Eine wertvolle Hülfe für Aufgaben über Sonnenaufgang und für das Hauptproblem der Nautik, die Bestimmung der Ortszeit aus der Sonnenhöhe, liefert eine Tafel der Deklination, die man bei Rohrbach, Schülke, Sickenberger findet. Der letztere giebt die Sonnenorte von 10 zu 10 Tagen bis auf Minuten; diese Genauigkeit ist jedoch nur scheinbar, weil die Angabe eines bestimmten Jahres fehlt und dadurch eine Unsicherheit bis zu $0{,}4^0$ hineinkommen kann. Rohrbach hat die Abweichung für jeden fünften Tag, Schülke für alle Tage, wodurch die Interpolation etwas erleichtert wird. Bei der Zinseszinsrechnung ist ein Eingehen auf Lebens- und Altersversicherung nicht zu umgehen, dafür scheint mir eine Tafel über wahrscheinliche Lebensdauer, welche Schülke giebt, nicht unwichtig, weil dadurch erst eine gesicherte Grundlage für die Betrachtungen geschaffen wird, und der Schüler zugleich ein Beispiel für das Gesetz der grofsen Zahlen erhält. Als weitere geeignete Beispiele für die Logarithmenrechnung möge noch erwähnt werden die Umrechnung verschiedener Mafse, Geschwindigkeiten, Tragkraft und die Schwingungszahlen der temperierten Stimmung, indem man die Quotienten bildet und dieselben (weil bei der Oktave der Wert zwei herauskommt) mit den Wurzeln aus zwei vergleicht. Selbstverständlich ist in all diesen Fällen die mathematische Übung die Hauptsache, es soll nur zugleich eine interessante Anregung gegeben werden; wenn die Erscheinungen jedoch später im physikalischen Unterricht eine zusammenhängende Darstellung erfahren, so ist zu erwarten, dafs sie nach dieser Vorbereitung fester im Gedächtnis haften werden. Man entgegne nicht: dies alles läfst sich ausführen, ohne die Logarithmentafel mit solchen Zugaben zu belasten; wer den Versuch gemacht hat, die betreffenden Angaben jedesmal zu diktieren oder im physikalischen Lehrbuche nachschlagen zu lassen, der weifs, mit welchen Schwierigkeiten und Zeitverlusten dies verknüpft ist, und wie häufig solche Aufgaben deshalb unterbleiben. Schliefslich möchte ich noch darauf hinweisen, dafs diese Bestrebungen innerlich verwandt sind mit denen, welche im Sprachunterricht darauf hingewirkt haben,

dafs für grammatikalische Regeln nur solche Beispiele gewählt werden, die auch für sich betrachtet einen Inhalt von bleibendem Werte haben.

Die Genauigkeit bei den Logarithmen der Zahlen ist in allen Tafeln gleich, nur Henrici und Pitz deuten an, ob die letzte Ziffer erhöht ist. Gaufs und Rex führen dies für die Ziffer 5 durch. Man findet das Verfahren bei fünfstelligen Tafeln häufiger, ich kann ihm jedoch für die Schule keinen besonderen Wert beilegen, „weil einerseits die kleine, aus der Beachtung des Striches entspringende Erhöhung der Genauigkeit praktisch nur einen sehr problematischen Wert besitzt, und weil andrerseits dadurch die einfache Interpolationsregel zu einer vierfachen wird, die wenigstens für den Schulgebrauch gänzlich zu verwerfen ist" (Schlömilch in der Vorrede zu der gröfseren Ausgabe). Die Logarithmen der Funktionen sind — abgesehen von Henrici, der eine ganz eigenartige Anordnung hat — meist von 10′ zu 10′ in der Tafel angegeben, bei Rohrbach und Teichmann von 6′ zu 6′, bei Breusing und Schlegel von 1′ zu 1′; Bremiker und Schülke haben Zehntel-Grad, Gaufs und Gravelius noch eine Tafel für Decimalteilung des Quadranten. Der Gebrauch dieser neuen Kreisteilung hat namentlich in der Feldmessung langsam und stetig zugenommen, trotzdem es an einer gröfseren Tafel dieser Art fehlte, weil die älteren Werke im Buchhandel vergriffen sind. Es ist zu erwarten, dafs ihre Verbreitung jetzt schneller wachsen wird, weil kürzlich die mit grofser Sorgfalt hergestellte und schön ausgestattete sechsstellige Tafel von Jordan in Stuttgart bei Wittwer erschienen ist. Für die Schule bleibt es allerdings ein nicht zu beseitigender Übelstand, dafs gerade die viel gebrauchten Winkel von 30° und 60° sich dann in der unbequemen Form $33^1/_3{}^g$ und $66^2/_3{}^g$ darstellen und dafs die Funktionen derselben in der neuen Tafel direkt nicht einmal enthalten sind. Während also die Sechsteilung des Kreises offenbar im Wesen der Sache begründet ist, bleibt die Sechzigteilung des Grades ein ganz willkürlicher Vorgang, wie schon daraus hervorgeht, dafs die ältesten Logarithmentafeln von Brigg decimal geteilt waren. Da inzwischen die Zehnerteilung fast in allen Mafsen durchgeführt ist, so erscheint die Ausdehnung derselben auf den Winkel nicht

allein selbstverständlich, sondern es wird auch die durch Hundertstel-Grad dargestellte Genauigkeit fast doppelt so grofs als bei Minuten, wodurch zugleich die Differenzen kleiner und die Zwischenrechnungen leichter werden. Einige Einwürfe dagegen habe ich bereits in der Zeitschrift für Gymnasialwesen 1894 S. 199 besprochen; wirklich begründet erscheint mir nur, dafs die Umwandlung in Zeitmafs leichter von statten geht, wenn Minuten und Sekunden beibehalten werden. Von Bedeutung ist dies jedoch einzig und allein für den Astronomen, der die Rektascension der Gestirne stets in Zeitmafs ausdrückt und der für gewöhnlich gezwungen ist, Fernrohr und Uhr gleichzeitig zu beobachten. Bei anderer Thätigkeit, bei Berechnung von Finsternissen, Sternbedeckungen, Periheldurchgängen von Kometen, bei Reduktionen zur Vergleichung von Beobachtungen mit Ephemeriden trägt der Astronom kein Bedenken, den Grad und selbst den Tag decimal zu teilen, wie schon ein Blick ins astronomische Jahrbuch zeigt. Es liegt nahe, hieraus die Nutzanwendung für die Schule zu ziehen. Die dort gebrauchten Apparate, Winkelmesser, Tangentenbussole, haben fast stets nur Einteilungen in ganze Grade und bei der Ablesung schätzt man Zehntel; Kohlrausch empfiehlt daher ausdrücklich, dieselben nicht erst in Minuten umzurechnen, sondern Tafeln mit Decimalteilung zu benutzen. Auch ist für die gewöhnlichen Schulbeobachtungen die Minute ein viel zu kleines Intervall, wie z. B. aus den sehr sorgfältigen Beobachtungen von Noack zur Ableitung des Ohmschen und Kirchhoffschen Gesetzes hervorgeht (Ztschr. f. phys. Unt. 1892 VI, S. 57—67); dort sind zwar halbe Minuten angegeben, aber Zehntelgrad reichen vollständig aus. Dafs die Schule ebenso wie das praktische Leben das Bedürfnis und die Berechtigung hat, in dieser Richtung selbständig vorzugehen, erkennt man daraus, dafs der Gebrauch der Sekunden schon erheblich abgenommen hat, und dafs selbst bei Benutzung von Tafeln, in denen die Differenz für 1″ angegeben ist, an vielen Anstalten auf Zehntel-Minuten gerechnet wird.

Noch deutlicher macht sich dies Streben bei Rohrbach und Teichmann bemerkbar, denn das Intervall von 6′ ist wohl nur als Übergang zu Zehntelgrad aufzufassen; wenigstens sind, wenn man mit Minuten rechnet, Proportionalteile erwünscht,

die bei Teichmann fehlen und bei Rohrbach etwa zur Berechnung von sin 9° 51,8′ nicht ausreichen. Dabei macht Teichmann auf einen Vorzug der Decimalteilung des Grades aufmerksam, der wenig bekannt zu sein scheint, nämlich die überaus leichte Bestimmung der Funktionen kleiner Winkel. Z. B. aus der Parallaxe 8,85″ kann man die Entfernung der Sonne selbst bei gröſseren Tafeln nur dann durch eine umständliche Zwischenrechnung feststellen, wenn eine Hülfstafel für jede Sekunde vorhanden ist; es wird daher in allen Tafeln die Benutzung der für die Schule wenig geeigneten Hülfsgröſsen S und T empfohlen. Wenn dagegen die Parallaxe wie bei Schülke in der Form 0,00246° gegeben ist, so entnimmt man direkt aus der Tafel log sin 2,46° = 0,6327 — 2, folglich wird log sin 0,00246° = 0,6327 — 5, weil hierbei der sinus mit hinreichender Genauigkeit proportional dem Bogen gesetzt werden kann.

Sehr störend und zeitraubend ist das vielfache Blättern in einer Tafel, aber auch ein groſses Format wird namentlich in gefüllten Klassen als Übelstand empfunden; es wird also in dieser Frage das persönliche Belieben entscheiden müssen. Das Plakatformat von Gauſs und Ursin ist wohl mehr für den Schreibtisch des Rechners als für die Schule bestimmt; die meisten Tafeln haben Groſsoktav und zwar bilden Rohrbach, Albrecht, T. Müller die obere Grenze, während Teichmann, Sickenberger, Ursin, Gravelius, Pitz die kleinsten sind. Bremiker weist das Duodezformat damit zurück, daſs man auf Spaziergängen nicht mit Logarithmen rechnet, Pitz hingegen wünscht, „daſs den meisten Messungen im Freien sofort die Berechnung an Ort und Stelle folgen solle“. Meiner Ansicht nach werden beim Unterricht Messungen im Freien nur an wenigen Tagen stattfinden können, und dann giebt es dabei soviel andere Umstände zu besprechen, daſs man die Ausrechnung besser in der Klasse vornimmt, oder als Hausarbeit aufgiebt. Das Aufsuchen der gewünschten Zahl wird ungemein erleichtert, wenn bei den Logarithmen 50, bei den trigonometrischen Funktionen 45 Zeilen auf der Seite stehen. Dies ist bei den meisten Tafeln erfüllt, nur Albrecht und Breusing geben durchweg, Tr. Müller und Rex in einigen Fällen 60. Infolge des kleinen

Formats haben Gravelius und Pitz nur 30 Reihen, Sickenberger bei den trigonometrischen Funktionen 36, wodurch wohl das Suchen erschwert wird, zumal die Seiten mit 21° 10′ und anderen, nicht leicht zu behaltenden Winkeln anfangen.

Die Proportionalteile oder wenigstens die Differenzen sind in den meisten Tafeln enthalten, nur bei Pitz, Schülke, Teichmann, Ursin fehlt beides. Dies erscheint mir um so zweckmäſsiger als gerade bei der Interpolation die Schüler so häufig Fehler machen, daſs nach den Verhandlungen der Direktorenkonferenzen manche Anstalten siebenstellige Tafeln benutzten, um die Proportionalteile zu ersparen und daſs in einer fünfstelligen Tafel die Regeln darüber auf jeder Seite abgedruckt werden. Vielleicht wird man hier, wie in manchen anderen Fällen, die Fehler der Schüler dem Lehrverfahren zuschreiben müssen. Warum verlangt man, daſs die Schüler eine Regeldetriaufgabe, die jedem Quartaner geläufig ist und die bei der Kleinheit der Unterschiede fast stets im Kopf zu berechnen ist, durch eine besondere Tafel lösen sollen, wodurch der Aufgabe eine Wichtigkeit beigelegt wird, welche sie garnicht verdient? Auch hier ist wieder die Rücksicht auf den berufsmäſsigen Rechner die Veranlassung, denn der Astronom, der ein überaus groſses Zahlenmaterial zu bewältigen hat, empfindet jeden Ersatz einer Rechnung durch ein mechanisches Verfahren als Erleichterung; ganz anders aber sind die Bedürfnisse der Schule. Die neuen Lehrpläne schreiben vor: „Der eigentliche Rechenunterricht findet in Quarta seinen Abschluſs, die Sicherheit im Rechnen ist aber im arithmetischen Unterricht der folgenden Klassen durch fortgesetzte Übung zu erhalten.“ Dies läſst sich in den oberen Klassen kaum erfüllen, wenn man alle Zahlenaufgaben mit Logarithmen und Proportionalteilen berechnet, man kann es aber — ohne gröſsere Stundenzahl und ohne Änderung des Lehrzieles — erreichen, wenn man die Einschaltungen direkt berechnen und (wie schon vorhin erwähnt) Aufgaben aus der Trigonometrie ohne Logarithmen lösen läſst. Dann werden hoffentlich die Klagen verschwinden über die geringe Rechenfertigkeit und über „die Mühe, welche die meisten jungen Herren schon bei Lösung der einfachsten Aufgaben aus der Regeldetri haben.“

Den Anforderungen der Hygiene wird jetzt mit Recht bedeutendes Gewicht beigelegt. Nach den Untersuchungen von Cohn, Schmidt-Rimpler u. s. w., die in der Schulgesundheitslehre von Eulenberg und Bach zusammengestellt sind, ist hauptsächlich eine Minimalgröfse der Buchstaben von 1,5 mm und ein Durchschufs (Zwischenraum zwischen zwei Zeilen) von 2,5 mm erforderlich. Da die Zwischenräume in fast allen Tafeln im Interesse der Deutlichkeit ungleich gewählt sind, so wird man diese Forderungen als erfüllt ansehen können, wenn 10 Zeilen einen Raum von 4 cm einnehmen. Diese Forderung ist noch um ein geringes übertroffen von Rohrbach (4,05 cm), jedoch sind die trigonometrischen Funktionen, die physikalischen und astronomischen Konstanten enger gesetzt; sie ist überall erfüllt von Schülke, und durchschnittlich von Gravelius (Logarithmen der Zahlen 4,05 cm, der Funktionen 3,9 cm) und Pitz (4,05 und 3,75, drei Seiten auch 4,3); es folgen dann Wittstein (3,8), E. und T. Müller (4,1—3,25), Sickenberger (3,65—2,5), die übrigen Tafeln bleiben noch weiter hinter den Vorschriften zurück. Aber noch ein anderer Umstand, der bei Eulenberg garnicht erwähnt ist, dessen Richtigkeit jedoch sofort einleuchtet, ist hygienisch von grofser Wichtigkeit, nämlich die Menge des zu bewältigenden Lesestoffes; das Auge mufs während des Umblätterns die richtige Seite und auf der Seite die richtige Stelle suchen, und hierbei hat es eine erhebliche Arbeit zu leisten. Von diesem Gesichtspunkte aus bedeutet zwar die Einführung einer jeden vierstelligen Tafel einen erheblichen Fortschritt gegenüber den fünfstelligen, denn die Ziffernzahl, aus der die Wahl zu treffen ist, wird dadurch etwa auf den zehnten Teil verringert, aber die vierstelligen Tafeln zeigen unter sich noch beträchtliche Unterschiede. Das Suchen wird erschwert, wenn bei den Tafeln kleineren Formats die Logarithmen der Zahlen auf drei Seiten verteilt sind, noch mehr aber, wenn die Logarithmen der Funktionen ebenso angeordnet sind wie in den gröfseren Tafeln oder in so ungleichen Intervallen wie bei Pitz und Sickenberger; für vierstellige Tafeln scheint mir die Anordnung von Ursin die richtigste, welche später durch Ligowski, Mehler, Schülke, Teichmann noch vervoll-

kommnet ist. Ferner ist wohl die gebräuchliche Reihenfolge der Tafeln nicht zweckmäfsig; offenbar gehören die Logarithmen der Zahlen und der Funktionen zusammen, wie schon Gaufs in dem Nachwort zu seiner fünfstelligen Tafel bemerkt. Ich möchte hinzufügen, dafs die Hülfstafel für kleine Winkel in der Schule zwar kaum ganz zu entbehren ist [sie fehlt bei Gaufs, Gravelius, Mehler, Teichman, Ursin, Wittstein], dafs sie aber ihren Platz am besten hinter den Logarithmen der Funktionen findet, wie bei Rohrbach und Schülke. Zur Verminderung des Umblätterns trägt es auch bei, dafs die Logarithmen der Zinsfaktoren bei Schülke auf derselben Seite stehen wie die Logarithmen der Zahlen, während sie in den übrigen Tafeln durch die Funktionen oder sonstige Angaben getrennt sind. Sehr angreifend ist es für das Auge, wenn man bei Bildung der Differenz von der letzten Reihe nach der folgenden Zeile übergehen mufs. Man kann diesen Übelstand durch Hinzufügung einer Reihe mit der Überschrift 10 beseitigen; aber obwohl dies Mittel an einzelnen Stellen schon bei Ursin, Gaufs (in der fünfstelligen Tafel) und Rex verwendet ist, findet es sich in den Haupttafeln nur bei Rohrbach, Schülke, Teichmann, (bei dem letzteren noch nicht in den Logarithmen der Zahlen). Hiermit im Zusammenhange steht die Anordnung der Reihen. Wenn Albrecht und Breusing bei den Logarithmen der Zahlen erst nach 10 wagerechten Reihen eine Abtrennung machen, so ist dies einem schnellen Aufsuchen nicht förderlich, besser ist schon die Abteilung zu je 5 Reihen, aber am zweckmäfsigsten und verbreitetsten zu je 3. Bei den senkrechten Reihen heben sämtliche Tafeln nur die fünfte heraus, sobald man aber die Spalte mit der Überschrift 10 hinzufügt, liegt es nahe auch hier zu je 3 abzuteilen; durch diese strenge Konsequenz wird die Übersichtlichkeit am meisten gefördert. „Um dem Auge gröfsere Ruhe zu gewährleisten“, haben Albrecht und Breusing bei den Logarithmen der Zahlen an dem Princip des einfachen Einganges festgehalten; dieser Vorteil wird jedoch zum Teil durch die gröfsere Ziffernzahl aufgehoben, dazu kommt, dafs beide Verfasser wegen der in der Trigonometrie üblichen Sechzigteilung auch hierbei sechzig Reihen auf die Seite gebracht haben. Endlich läfst sich die

Ziffernmenge dadurch verringern, dafs man ein oder zwei Ziffern, die für die ganze Reihe ungeändert bleiben, vorn abtrennt wie Gravelius, Henrici, E. und T. Müller, Pitz, Sickenberger, Ursin; dies Verfahren ist bei 5—7 stelligen Tafeln nicht zu umgehen, bei vierziffrigen mufs es nach Bremiker unbedingt verworfen werden. Häufiger findet sich die Vorwegnahme der Kennziffer bei den Logarithmen der trigonometrischen Funktionen 9, ... [die andere Schreibart $\bar{1}, \ldots$, welche nach Cantor der Logik der Bezeichnung geradezu widerspricht, hat bei vierstelligen Tafeln noch keinen Eingang gefunden]. Vielleicht erweist sich der Vorschlag von Schülke, die Kennziffer durch Striche anzudeuten, als praktisch brauchbar, denn der Anfänger braucht danach die Einführung von 9, ... —10 garnicht kennen zu lernen, er behält 0, ... —1 bei und der Geübtere wird unwillkürlich dazu geführt, in solchen Fällen, in denen sich die Stellung des Kommas durch einen Überschlag finden läfst — und das ist sehr häufig der Fall — die Kennziffer ganz fortzulassen und dadurch fast den fünften Teil der Ziffern bei jeder Rechnung zu sparen.

Ich habe im Vorstehenden versucht, die vorhandenen Logarithmentafeln nach verschiedenen Gesichtspunkten mit einander zu vergleichen, und es zeigte sich dabei, dafs eine Tafel, welche sämtlichen im Eingange aufgestellten Forderungen genügt, nicht vorhanden ist und auch nicht hergestellt werden kann, weil dieselben sich zum Teil widersprechen; hingegen giebt es eine Reihe von Tafeln, die für bestimmte Zwecke besonders geeignet sind. Wer z. B. kleines Format wünscht, wird sich für Pitz, Gravelius, Teichmann, Sickenberger entscheiden; grofse Ziffern und Zwischenräume findet man bei Rohrbach, Schülke, Gravelius; wenig Interpolation bei den trigonometrischen Funktionen ist bei Breusing, Henrici, Schlegel erforderlich; gute Anordnung und Übersichtlichkeit der Tabellen bei Mehler, Schülke, Teichmann; viele Konstanten bei Rohrbach, Schülke; wer jedoch an der Minutenteilung festhält, darf Bremiker und Schülke nicht wählen, auch Rohrbach und Teichmann wird unbequem bei der Benutzung. Bei der grofsen Wichtigkeit dieser Frage scheint es mir aber nicht richtig, nur nach solchen Äufserlichkeiten zu

wählen, sondern man mufs von höheren Gesichtspunkten aus die Wahl treffen, denn die Logarithmen bilden nicht nur ein Hülfsmittel für Ziffernrechnung, sondern bei dem vielfachen Gebrauch der von ihnen gemacht wird, wirken sie unwillkürlich auf die Gestaltung des ganzen arithmetischen Unterrichts zurück. Es ist nun eine weit verbreitete Ansicht, dafs „unsere Schüler noch zu wenig imstande sind, das Mathematische in den sich ihnen im Leben darbietenden Erscheinungen zu erkennen". Um diesem Umstande abzuhelfen, wird man zunächst das mathematische Lehrgebäude gleichsam von allen Schlacken reinigen müssen, d. h. man wird alle Nebenpunkte, deren Kenntnis wohl für den Fachmann von Vorteil ist, für den Schüler aber den Überblick erschwert, fortlassen, damit die Hauptbegriffe recht klar und anschaulich hervortreten. Ferner mufs das einfache Rechnen auch in den oberen Klassen neben den Logarithmen geübt werden und endlich wird man die Aufgaben hauptsächlich aus Verhältnissen entnehmen, die sich in der Wirklichkeit darbieten. Deshalb erscheint mir für die Einrichtung der Tafel eine streng systematische Anordnung der Logarithmen, Decimalteilung des Winkelgrades, Fortlassung der Proportionalteile, eine für alle Rechnungen brauchbare trigonometrische Tafel und eine reichliche Zahl von physikalischen und astronomischen Konstanten empfehlenswert. Auf dieser Grundlage glaube ich, wird am besten für die Ausbildung aller Schüler gesorgt, und es erscheint mir daneben nicht als Nachteil, wenn die künftigen Astronomen und Techniker, die ja auch auf dem Gymnasium vorgebildet werden sollen, den Gebrauch der Proportionalteile und Additionslogarithmen erst auf der Hoch- oder Fachschule kennen lernen. Da ich diese Punkte in keiner Tafel vereinigt fand, hielt ich die Herausgabe der meinigen nicht für überflüssig, zumal ich auch in der Anordnung einige Vereinfachungen anbringen konnte. Vielleicht wird jedoch aus diesem Grunde bezweifelt, ob ich die nötige Objektivität zur Beurteilung anderer Tafeln besitze; ich hoffe daher, dafs meine Ausführungen und namentlich die leitenden Grundsätze einer eingehenden Besprechung unterzogen werden.

Kleinere Mitteilungen.

Neue Beweise zum Ptolemäischen Lehrsatz.*)

I. Anschaulicher Beweis des Ptolemäischen Lehrsatzes nach Pappus.

Von Dr. K. Traub, Prof. a. D. in Lahr (Baden).

Mit 4 Fig. im Text.

Nebst einer Variante von Dr. A. Emmerich in Mülheim a. d. Ruhr.

Fig. I und ebenso Fig II stelle das Kreisviereck vor, so ist:

$$\begin{aligned} \sphericalangle 1 + \sphericalangle 2 &= 2R \\ \sphericalangle \alpha + \sphericalangle \delta + \sphericalangle 1 &= 2R \\ \sphericalangle \beta + \sphericalangle \gamma + \sphericalangle 2 &= 2R \\ \sphericalangle 1 + \sphericalangle 2 + \sphericalangle \alpha + \sphericalangle \beta + \sphericalangle 3 &= 4R. \end{aligned} \qquad (1)$$

Fig. I.

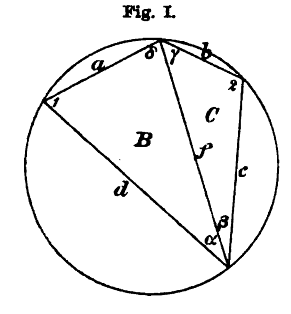
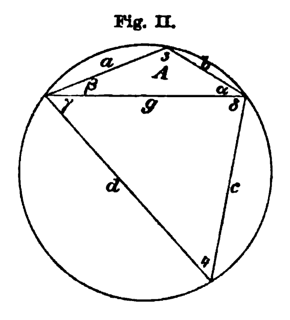


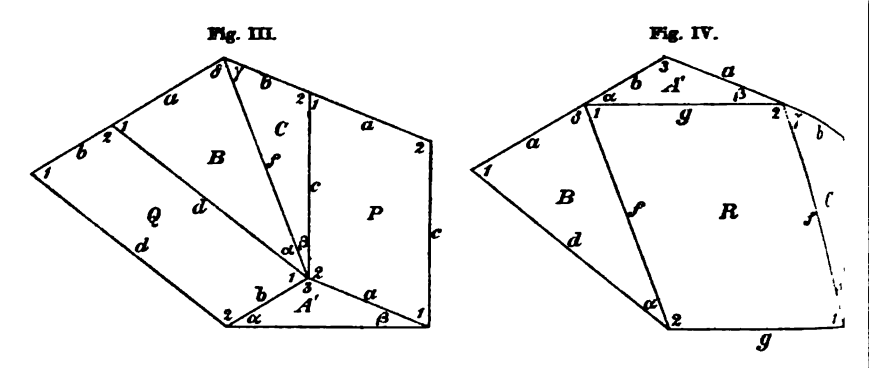
Fig. II.



Konstruiert man bezüglich aus den Seiten a, c; b, d; f, g und dem eingeschlossenen $\sphericalangle 1$ die Parallelogramme P, Q, R und nennt

*) Vergl. hierzu die Artikel von Herrmann in Bd. XXIV, S. 430 und 563. H. zielt direkt auf die Vergleichung von Rechtecken ab, T. konstruiert zuerst drei winkelgleiche Parallelogramme. H.s 2. Bew. (S. 431) schließt sich besser als T.s Bew. dem heuristischen Unterrichtsverfahren an. T.s Bew. ist aber wesentlich einfacher und dürfte daher wohl den Vorzug verdienen. D. Red.

man das zu A symmetrische Dreieck A', so kann man infolge der Gleichungen (1) aus P, Q, A', B, C das Fünfeck (Fig. III) und



ebenso aus R, A', B, C das kongruente Fünfeck (Fig. IV) zusammensetzen. Es ist daher:

$$P + Q + A' + B + C = R + A' + B + C$$

also

$$P + Q = R$$

und hieraus wegen der Gleichheit der Winkel der Parallelogramme:

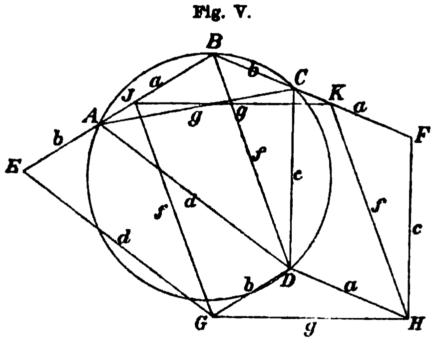
$$ac + bd = fg \quad \text{w. z. b. w.}$$

Variante hierzu.

Von Dr. Emmerich in Mülheim a./R.

Mit 1 Fig. im Text.

Die Figur V, welche die vier Figuren des vorstehenden (Traubschen) Beweises in sich vereinigt, läſst den Ptolemäischen Satz als Folgerung aus dem Satze des Pappus erscheinen, wofern man die aus der Winkelgleichheit der Parallelogramme DE, DF, GK flieſsenden Proportionen



$$\frac{\text{Pg.}\, DE}{\text{Pg.}\, GK} = \frac{bd}{fg},$$

$$\frac{\text{Pg.}\, DF}{\text{Pg.}\, GK} = \frac{ac}{fg}$$

addiert.

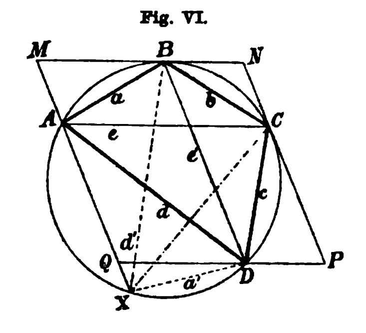
II. Neues Verfahren.

Von Dr. Emil Nickel in Berlin.

Mit 1 Fig. im Text.

Das neue Beweisverfahren schliefst sich an die **Konstruktion von Vierecken** an, von denen die beiden Diagonalen e und e' und ihr Winkel ($\sphericalangle\, ee'$ bezw. sein Supplement ee'_{π}) gegeben sind. Aus diesen drei Stücken wird dann bekanntlich als Grundlage für die eigentliche Viereckskonstruktion erst ein Parallelogramm konstruiert.

Dasselbe hat, was in den Lehrbüchern nicht betont wird, den **doppelten Inhalt** wie das zugehörige Viereck. Nicht nur für die spätere Beweisführung ist diese Beziehung notwendig, sondern sie giebt auch den Schlüssel für eine Reihe von **Verwandlungsaufgaben**, wie: Ein Viereck zu konstruieren aus seinem Inhalt, seinen beiden Diagonalen und zwei Viereckseiten.



Zur Ermittlung der Beziehungen zwischen den Seiten und den Diagonalen des Sehnenvierecks bedienen wir uns zunächst des **Sinusbegriffes**, dessen Einführung für planimetrische Untersuchungen in manchen Fällen zweckmäfsig ist, z. B. bei den Untersuchungen über Strahlenbüschel.

Die Betrachtung der beistehenden Figur, in der das allgemeine, schon erwähnte Konstruktionsverfahren auf das Sehnenviereck übertragen ist, ergiebt bei der **Aufsuchung der Sehne** des auf die Peripherie geschobenen Diagonalenwinkels die Linie CX.

Es zeigt sich, da $\triangle BDA \cong DBX$, dafs $XD = a$ und $XB = d$ ist. (Zur **Unterscheidung der Lage** sind den beiden kleinen Buchstaben Striche beigefügt.) Ferner ergiebt sich, dafs auch Viereck $BCDX = \frac{1}{2} MNPQ$.

Daher

$$\frac{1}{2} a'c \cdot \sin ee'_{\pi} + \frac{1}{2} bd' \cdot \sin ee' = \frac{1}{2} ee' \sin ee'$$

$$\overline{}$$

$$ac + bd = ee'$$

Will man, den Bedürfnissen des Schulunterrichts entsprechend, hier **ohne den Sinusbegriff** vorgehen, so ist der Satz anzuwenden, dass zwei Dreiecke, die einen Winkel gleich haben oder bei denen ein Winkel in dem einem Dreieck sein Supplement in dem anderen Dreieck aufweist, sich verhalten wie die Produkte der einschliefsenden Seiten.

$$\frac{XCD}{\frac{1}{2}MNPQ} = \frac{a' \cdot c}{e \cdot e'}$$

$$\frac{XCB}{\frac{1}{2}MNPQ} = \frac{b \cdot d'}{e \cdot e'}$$

$$1 = \frac{a' \cdot c + b \cdot d'}{e \cdot e'}$$

Durch das obige Verfahren ist in der Linie CX übrigens auch die Hülfslinie gefunden, die bei dem alten Beweise des „Ptolemäus" in Betracht kommt. Die gegebenen Beweise schliefsen sich wie auch die von Herrmann und Traub der Architektur der „Endformel" am besten an und erscheinen auch aus diesem Grunde zweckmäfsig.

III. Analytischer Beweis vermittelst des Sinusbegriffes.

Von Emmerich.

Im Bd. 4, S. 347 (Jahrg. 1873) dieser Zeitschrift lehrt Krumme, wie man den altehrwürdigen Beweis des Satzes nach der analytischen Methode so gestalten kann, dafs die einzige Hülfslinie in ganz natürlicher Weise auf der Bildfläche erscheint. Wenn man mit dem Sinusbegriffe operieren will, so dürfte folgender Beweisgang für ein analytisches Verfahren nahe liegen.

Der Inhalt des Vierecks $ABCD$ (Fig. zu II) ist $= \frac{1}{2} ee' \sin \varepsilon$, unter ε einen der Winkel am Diagonalenschnittpunkte verstanden. Um auch die Produkte ac und bd zur Inhaltsberechnung des Vierecks verwerten zu können, mufs man es in ein anderes zu verwandeln suchen, worin a und c einerseits, b und d andererseits aneinanderstofsende Seiten sind. Dies geschieht durch die Parallele AX zu BD und die Verbindungslinien XB und XD. Es zeigt sich, dafs $XB = d$, $XD = a$ und dafs von den Winkeln XBC und XDC der eine $= \varepsilon$, der andere $= 180^0 - \varepsilon$ wird. Die einfachste trigonometrische Formel für den Dreiecksinhalt thut dann das Übrige.

William Shanks und die von ihm berechneten 707 Dezimalen der Zahl π, sowie seine sonstige Thätigkeit.

Nebst einer Untersuchung über die Häufigkeit der in dieser Zahlenreihe sich wiederholenden Zahlen.

Vom Herausgeber.

I.

Wir hatten im vorigen (25.) Jahrgang S. 560 (Briefk. b) mitgeteilt, dafs wir über diesen Mann weder in Poggend. litter.-biogr. Handwörterbuche, noch in Lampe, Fortschritte der Mathematik etwas hätten finden können. Hierauf machte uns Herr Professor Höchstetter in Ulm darauf aufmerksam, dafs wir selbst im Jahrg. XXIII (1892) d. Z. S. 398 (Fragek. Nr. 72) mitgeteilt hätten, dafs jene 707 Stellen in den *Proceedings of the Royal Society of London* 1874 p. 45 angeführt seien. Dies ist richtig und war uns im Augenblick jener Mitteilung entgangen.

Durch einen Zufall wurden wir nun genauer über Herrn W. Shanks unterrichtet. Ein Leipziger Privatmann, Namens Oskar Bergmann, von Beruf ursprünglich Landwirt, der mit uns wegen Gründung eines (Schnell-)Rechnervereins in L. in Verbindung trat, teilte uns Folgendes mit: er habe bei seiner Lieblingsbeschäftigung mit höherem Zahlenrechnen zum Zwecke praktischer Kunstgriffe beim Schnellrechnen nicht nur mit dem verstorbenen Astronomen Bruhns, einem bekannten Virtuosen im Schnellrechnen und mit dem pens. Gewerbeschul-Direktor Kefsler in Wiesbaden, sondern auch mit W. Shanks in London in brieflichem Verkehr gestanden. Herr Bergmann hat mir zwei Briefe von W. Shanks vorgelegt: 1) vom Mai 10. 1880, datiert aus Hougthon-le-Spring (County of Durham), 2) Juni 16. 1880 ebenda.*)

Ueber William Shanks erfuhren wir nun folgendes: W. S., der im Sommer 1882 gestorben sein soll, war weniger Mathematiker, als vielmehr nur unermüdlicher Rechner, und hat sich besonders dadurch bekannt gemacht, dafs er die Perioden für Brüche berechnet hat, deren Nenner eine Primzahl ist und zwar seiner eigenen (Hrn. Bergmann brieflich gemachten) Angabe nach, bis zu 110 000. Im Archiv der Royal soc. sollen diese Zahlen bis zu 80 000 niedergelegt sein. Auch der oben genannte Direktor Kefsler hat sich damit beschäftigt und seine Resultate veröffentlicht in dem Aufsatze: „Ueber die Gröfse der Periode des Dezimalbruchs $= 1 : p$ für $p =$ einer der ersten 1500 Primzahlen“ (s. Grunerts Archiv,

---

*) Die eine mit langen Rechnungen ausgefüllte Seite ist mit so winzig kleinen Zahlen geschrieben, dafs man den Verf. (Briefschreiber) um seine guten Augen beneiden mufs.

2. Ser., Teil III, Heft 1 [1885])*). Er geht auf die Factoren-Tafeln von Burkhardt (Paris 1817) zurück. Herr Bergmann hat nun in den Rechnungen beider Mathematiker angeblich manche Fehler entdeckt und daher seine Beziehungen zu und Korrespondenzen mit den genannten Herren. Die Aufsätze von Shanks in den Proceedings etc. führen den Titel:

„On the number of figures in the period of the Reciprocal of every prime number below 20 000" (nr. 150, 1874).

„On the number of figures in the Reciprocal of every prime between 20 000 and 30 000" (nr. 153, 1874).

„On the number of figures in the Reciprocal of each Prime Number between 30 000 and 40 000" (nr. 159, 1875).

Den Artikel über den numerischen Wert von π lassen wir, in der Meinung, dafs er für manche unserer Leser Interesse haben werde, hier folgen, beschränken uns aber auf die 707 Dezimalstellen von π aus Proc. nr. 144, 1873, indem wir die 709 Dezimalen für $\tan^{-1}\frac{1}{5}$ und $\tan^{-1}\frac{1}{239}$, um die Tabelle nicht ungebührlich zu verlängern, unterdrücken.

On the Extension of the Numerical Value of π.

By William Shanks, Houghton-le-Spring, Durham.

In the 'Messenger of Mathematics' for Dec. 1872, J. W. L. Glaisher, Esq., has given some very interesting particulars regarding the calculation of π, in the justness of which the autor generally concurs. He, however, differs from him as to the comparative merits of Van Ceulen, who, in the early part of the seventeenth century, calculated π to 36 decimals. Hutton's formula also, given in the 'Messenger,' appears, notwithstanding Hutton's own opinion, to be not so well adapted for extensive computation as Machin's, which the autor has used on the present as well as former occasions, regarding it as the best yet found.

The values of $\tan^{-}\frac{1}{5}$ and of $\tan^{-1}\frac{1}{239}$ are each given below to 709, and the value of π to 707 decimals. It will be observed that a few figures in the values of $\tan^{-1}\frac{1}{5}$ and of π, published in 1853, were erroneous. The author detected the error quite recently, and has corrected it. The values of each term of the two series in $\frac{\pi}{4} = 4\tan^{-1}\frac{1}{5} - \tan^{-1}\frac{1}{239}$, are far too bulky to be given *in extenso:* fortunately, but few would care to see them!

It may here be stated that Prof. Richter, of Elbing, found π

*) Der Titel der uns jüngst von Hrn. K. zugesandten Schrift heifst: „Periodlänge unendlicher Dezimalbrüche, deren ursprünglicher Nenner eine Primzahl (p) ist, für alle p unterhalb 100 000".

to 500 decimals in the year 1853 — all of which agree with the author's, published early in the same year.

Value of $\pi = 3.$

14159	26535	89793	23846	26433	83279	50288	41971	69399
37510	58209	74944	59230	78164	06286	20899	86280	34825
34211	70679	82148	08651	32823	06647	09384	46095	50582
23172	53594	08128	48111	74502	84102	70193	85211	05559
64462	29489	54930	38196	44288	10975	66593	34461	28475
64823	37867	83165	27120	19091	45648	56692	34603	48610
45432	66482	13393	60726	02491	41273	72458	70066	06315
58817	48815	20920	96282	92540	91715	36436	78925	90360
01133	05305	48820	46652	13841	46951	94151	16094	33057
27036	57595	91953	09218	61173	81932	61179	31051	18548
07446	23799	62749	56735	18857	52724	89122	79381	83011
94912	98336	73362	44065	66430	86021	39501	60924	48077
23094	36285	53096	62027	55693	97986	95022	24749	96206
07497	03041	23668	86199	51100	89202	38377	02131	41694
11902	98858	25446	81639	79990	46597	00081	70029	63123
77381	34208	41307	91451	18398	05709	85 &c		

April 14, 1873.

II.

Es war mir von Interesse zu erfahren, wie oft jede der einstelligen natürlichen Zahlen 0 bis 9 in dieser berühmten auf 707 Stellen berechneten Zahl π vorkomme; vielleicht — so dachte ich — dafs sich hieraus ein Gesetz ergiebt? Ich habe mir daher das Vergnügen — wenn man es so nennen will — gemacht, diese Zahlenreihe darauf hin zu untersuchen, und ich stelle das gefundene Resultat in folgender Tabelle zusammen*):

Natürliche Zahlenreihe.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Wie oft jede vorkommt.	74 mal	78 „	74 „	72 „	71 „	64 „	70 „	53 „	72 „	79 „

Wenn man die Häufigkeit des Vorkommens als das Gewicht der Zahl bezeichnet, so würden die einstelligen Zahlen von 0 bis 9 ihrem Gewichte nach so aufeinander folgen:

*) Sollte ein Kollege in unserer Berechnung Fehler finden (was ja möglich wäre, da die Arbeit nicht gerade anmutend war), so bitten wir um Mitteilung derselben zwecks Berichtigung der Tabelle. Vielleicht liefse sich die Revision derselben von einigen Schülern bewirken durch einen ausgesetzten Preis für jeden Fehler. Die Gewichtszahlen geben wirklich die Summe 707.

Nach ihrer Abnahme geordnete Gewichte.	79	78	74	74	72	72	71	70	64	53
Zugehörige Zahlen.	9	1	0	2	3	8	4	6	5	7

Hieraus ist ersichtlich, dafs 9 das gröfste und 7 das geringste Gewicht hat; die 7 ist sozusagen die ärmste, während 9 die reichste ist. 0 und 2 und ebenso 3 und 8 sind gleichgewichtig. Überhaupt aber unterscheiden sich die Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9 bez. ihres Gewichts wenig von einander; nur 5 und 7 machen eine Ausnahme, sie haben geringeres, 7 sogar das geringste Gewicht. Sollte hieraus etwas geschlossen werden können?

Man könnte die Sache aber auch anders betrachten; man könnte sagen: 5 und 7 machen sich am „rarsten", sie sind am zurückhaltendsten, vornehmsten, sie sind sozusagen die schweigsamsten; die Randzahlen 9 und 1 dagegen sind die geschwätzigsten. Vielleicht macht einer unserer Fachgenossen von der „höchsten Mathematik" hieraus eine „Philosophie der Zahlen" und bildet einen neuen Zweig der Zahlenlehre aus. —

Um über unsern vorstehenden Aufsatz ein Urteil auch von anderer Seite zu gewinnen, sandten wir denselben einem Freunde und fleifsigen Mitarbeiter unserer Ztschr. zur Meinungsäufserung. Derselbe — Lehrer und Gelehrter zugleich — hat uns folgende Bemerkungen zur Verfügung gestellt:

Arbeiten wie die von Shanks werden von vielen jüngeren Mathematikern mit Geringschätzung betrachtet; sie vermissen darin schöpferische Gedanken und bedenken nicht, welche unschätzbaren Tabellen-Werke (Logarithmen-Tafeln, Faktoren-Tafeln u. s. w.) die Wissenschaft dem Fleifse und der Energie solcher „Rechner" verdankt. Übrigens haben auch grofse Mathematiker, wie Euler, Wallis, Gaufs, Jacobi u. a. es nicht für unter ihrer Würde gehalten, im Dienste der Wissenschaft recht mühselige Rechnungen auszuführen. Ja sogar bei vollständig wertlosen Rechnungen, die nur aus Freude am Rechnen selbst unternommen werden, kann man für mildernde Umstände plädieren. Die Neigungen der Menschen sind glücklicherweise verschieden: der eine sucht Erholung im Skatspiel, der andere im Rechnen. Der jüngst verstorbene französische Mathematiker Eduard Lucas erzählt im dritten Bande seiner *Récréations mathématiques*, er habe während einer Sitzung der Akademie einen hervorragenden Gelehrten die Multiplikation zweier beliebig gewählten enorm grofsen Zahlen ausführen sehen und demselben seine Verwunderung über diese Beschäftigung ausgedrückt. Der Herr habe ihm sofort geantwortet: „Aber bedenken Sie doch, welches Vergnügen mir die Probe durch die Division machen wird."

Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert von Prof. Dr. LIEBER-Stettin und C. MÜSEBECK-Waren in Mecklenburg.

A. Auflösungen.

1313. (Gestellt von Stoll XXV$_6$, 431.) a) $\frac{1}{\binom{n}{k}}+\frac{1}{\binom{n-1}{k}}+\frac{1}{\binom{n-2}{k}}+\cdots+\frac{1}{\binom{k}{k}}=\frac{k}{k-1}\left(1-\frac{1}{\binom{n}{k-1}}\right)$. b) $\frac{1}{\binom{n}{k}}+\frac{1}{\binom{n-1}{k-1}}+\frac{1}{\binom{n-2}{k-2}}+\cdots+\frac{1}{\binom{n-k}{0}}=\frac{n-k}{n-k-1}\left(1-\frac{1}{\binom{n}{k+1}}\right)$. Ein elementarer Beweis wird gewünscht.

1. Beweis. Man hat $\alpha)\ \binom{n-i}{k}=\frac{n-i}{k}\binom{n-i-1}{k-1}$, $\beta)\ \binom{n-i-1}{k-1}=\frac{n-i-k+1}{n-i}\binom{n-i}{k-1}=\left(1-\frac{k-1}{n-i}\right)\binom{n-i}{k-1}$, also $\gamma)\ \binom{n-i-1}{k-1}-\binom{n-i}{k-1}=-\frac{k-1}{n-i}\binom{n-i}{k-1}$; die Multiplikation von $\alpha)$ und $\gamma)$ liefert $\binom{n-i}{k}\left[\binom{n-i-1}{k-1}-\binom{n-i}{k-1}\right]=-\frac{k-1}{k}\binom{n-i-1}{k-1}\binom{n-i}{k-1}$ oder $\frac{1}{\binom{n-i}{k}}=-\frac{k}{k-1}\left(\frac{1}{\binom{n-i}{k-1}}-\frac{1}{\binom{n-i-1}{k-1}}\right)$. Setzt man hier der Reihe nach $i=0, 1,$ u. s. w. bis $n-k$ und addiert, so erhält man die Behauptung, da sich auf der rechten Seite alle Glieder mit Ausnahme des ersten und letzten aufheben. — b) folgt aus a) wenn k durch $n-k$ ersetzt wird, da $\binom{n-i}{n-k}=\binom{n-i}{k-i}$ ist.

BESEKE (Wolfenbüttel). EMMERICH (Mülheim-Ruhr). HENKE (Dresden).

2. **Beweis.** a) Setzt man $n = k + 1$, so wird $\dfrac{1}{\binom{k+1}{k}}$

$$+ \frac{1}{\binom{k}{k}} = \frac{1}{k+1} + 1 = \frac{k+2}{k+1} = \frac{k}{k-1} \frac{(k+2)(k-1)}{(k+1)k}$$

$$= \frac{k}{k-1} \cdot \frac{k^2+k-2}{(k+1)k} = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{k(k+1)-2}{(k+1)k} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{2}{(k+1)k}\right)$$

$$= \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{1}{\binom{k+1}{2}}\right) = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{1}{\binom{k+1}{k-1}}\right)$$ d. h. die Gleichung ist für $n = k + 1$ richtig. Mit Hilfe des Schlusses von n auf $n + 1$ folgt dann die Richtigkeit der Behauptung, da $\dfrac{1}{\binom{n+1}{k}}$

$$+ \frac{1}{\binom{n}{k}} + \frac{1}{\binom{n-1}{k}} + \text{u. s. w.} \cdots = \frac{1}{\binom{n+1}{k}} + \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{1}{\binom{n}{k-1}}\right)$$

$$= \frac{k}{k-1} - \frac{k}{k-1} \frac{1}{\binom{n}{k-1}} + \frac{1}{\binom{n+1}{k}} = \frac{k}{k-1} - \frac{k}{k-1}$$

$$\cdot \frac{(k-1)!}{n(n-1)\cdots(n-k+2)} + \frac{k!}{(n+1)n\cdots(n-k+2)}$$

$$= \frac{k}{k-1} - \frac{(n+1)k! - (k-1)k!}{(k-1)(n+1)n\cdots(n-k+2)}$$

$$= \frac{k}{k-1} - \frac{k!}{(k-1)(n+1)n\cdots(n-k+3)}$$

$$= \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{(k-1)!}{(n+1)n\cdots(n-k+3)}\right) = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{1}{\binom{n+1}{k-1}}\right)$$

— b) ähnlich. STECKELBERG (Witten.)

3. **Beweis.** (Vergleiche Fuhrmann, Progr. d. Realg. auf der Burg Königsberg i. Pr. 1886. S. 5. Satz 31.) Setzt man $\varphi(x) = (x+1)\cdot(x+2)\cdots(x+n)$ und zerlegt $\frac{x}{\varphi(x)}$ in Partialbrüche, so erhält man 1) $\dfrac{x}{\varphi(x)} = \sum\limits_{1}^{n} \dfrac{-h}{\varphi' - (h)} \cdot \dfrac{1}{x+h}$. Setzt man ferner $\Pi h = 1\cdot 2\cdots h$, so ist $\varphi'(-1) = \Pi(n-1) = (n-1)! -$ $\varphi' - h = (-1)^{h-1} \cdot \Pi(h-1)\Pi(n-h)$. Setzt man nun in 1) $x = k$, so ist $\dfrac{k}{(n+k)(n+k-1)\cdots(k+1)} = \dfrac{1}{\Pi(n-1)} \cdot \dfrac{1}{k+1}$

$$+ \frac{1}{\Pi(1)} \cdot \frac{1}{\Pi(n-2)} \cdot \frac{2}{k+2} + \cdots + (-1^{n-1}) \cdot \frac{1}{\Pi(n-1)\cdot\Pi 0 k} \cdot \frac{1}{k+n}$$

wo $\Pi\, 0 = 1$ ist. Durch Multiplikation mit $\varphi(n-1)$ folgt hieraus

$$\frac{k}{(k+1)\binom{n+k}{k-1}} = k\left[-\frac{1}{k+1}+\frac{2}{k+2}\binom{n-1}{1}\right.$$

$$\left.-\frac{3}{k+3}\binom{n-1}{2}\cdots\cdots+(-1)^n\cdot\frac{n+1}{n+k}\binom{n}{n}\right]$$ oder da $\binom{n+k}{n-1}$

$=\binom{n+k}{n-1}$ ist, $\frac{1}{\binom{n}{k}}=\frac{k}{k-1}\cdot\sum\limits_{0}^{n-k}\cdot(-1)^{h-1}\cdot\frac{h+1}{h+k}\binom{n-k}{h}$ wo $k>1$ sein

mufs. Mithin ist $\frac{1}{\binom{n}{k-1}}=\frac{k-1}{k-2}\sum\limits_{0}^{n-k+1}(-1)^{h-1}\frac{h+1}{h+k-1}\cdot\binom{n-k+1}{h}$

$$=\frac{k-1}{k-2}\left[-\frac{1}{k-1}+\frac{2}{k}\binom{n-k+1}{1}-\frac{3}{k+1}\binom{n-k+1}{2}+\cdots\right].$$

Addiert man rechts $\frac{1}{k-2}\left[1-\binom{n-k+1}{1}+\binom{n-k+1}{2}\right.$

$\left.+\cdots\cdot(-1)^{n-k+1}\cdot\binom{n-k+1}{n-k+1}\right]=0,$ so folgt $\frac{1}{\binom{n}{k-1}}$

$$=\left[\frac{1}{k}\binom{n-k+1}{1}-\frac{2}{k+1}\binom{n-k+1}{2}+\frac{3}{k+2}\binom{n-k+1}{3}\right.$$

$\left.+\cdots(-1)^{n-1}\cdot\frac{n-k+1}{n}\binom{n-k+1}{n-k+1}\right].$ Führt man die Summation $\frac{1}{\binom{n}{k}}+\frac{1}{\binom{n-1}{k}}+\cdots\frac{1}{\binom{k}{k}}$ aus, so erhält man $\frac{k}{k-1}\Big[1-\frac{1}{k}$

$$\left(\binom{n-k}{0}+\binom{n-k-1}{0}+\cdots\binom{1}{0}+1\right)+\frac{2}{2k+1}\left(\binom{n-k}{1}+\binom{n-k-1}{1}\right.$$

$$\left.+\cdots\binom{1}{1}\right)-\frac{3}{k+2}\left(\binom{n-k}{2}+\binom{n-k-1}{2}+\cdots\binom{2}{2}\right)+\cdots\Big]=$$

$$\frac{k}{k-1}\left[1-\frac{1}{k}\binom{n-k+1}{2}+\frac{2}{k+1}\binom{n-k+1}{2}-\cdots+(-1)^{k-1}\frac{k+1}{n}\binom{k}{k}\right]$$

$=\frac{k}{k-1}\left(1-\frac{1}{\binom{n}{k-1}}\right).$ — b) folgt sofort aus a) da man in $\binom{n}{k}$ k mit $n-k$ vertauschen kann, ohne den Wert zu verändern.

Fuhrmann (Königsberg i. Pr.).

1314. (Gestellt von Stoll XXV_6, 431.) $\frac{1}{\binom{n}{0}}-\frac{1}{\binom{n}{1}}+\frac{1}{\binom{n}{2}}$ $-\frac{1}{\binom{n}{3}}+\cdots=\frac{n+1}{n+2}\cdot(1-(-1)^{n+1}).$ Ein elementarer Beweis wird gewünscht.

1. Beweis. Diese Formel ist bereits bewiesen Nr. 506, XVII, 22; in Zeile 3—5 des Beweises mufs statt $(m+1)!$ stehen $m+1$.

EMMERICH.

2. Beweis. Aus $\frac{1}{\binom{n+1}{k}} + \frac{1}{\binom{n+1}{k+1}} = \frac{n+2}{n+1} \cdot \frac{1}{\binom{n}{k}}$ folgt $\frac{1}{\binom{n+1}{0}} + \frac{1}{\binom{n+1}{1}} = \frac{n+2}{n+1} \cdot \frac{1}{\binom{n}{0}}$, $\frac{1}{\binom{n+1}{1}} + \frac{1}{\binom{n+1}{2}} = \frac{n+2}{n+1} \cdot \frac{1}{\binom{n}{1}}$, .. $\frac{1}{\binom{n+1}{1}} + \frac{1}{\binom{n+1}{n+1}} = \frac{n+2}{n+1} \cdot \frac{1}{\binom{n}{1}}$. Multipliziert man diese $n+1$ Gleichungen abwechselnd mit $+1$ und -1 und addiert, so erhält man $\frac{1}{\binom{n+1}{0}} - (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{\binom{n+1}{n+1}} = \frac{n+2}{n+1} \cdot \frac{n+1}{n+2} [1 - (-1)^{n+1}]$.

1315. (Gestellt von Niseteo XXV$_6$, 341.) Die Reihe $S = \frac{1}{a} + \frac{1+2a}{a^2} + \frac{1+2a+3a^2}{a^3} + \cdots \frac{1+2a+\cdots+na^{n-1}}{a^n}$ zu summieren.

1. Auflösung. Setzt man $A_n = 1 + 2a + 3a^2 + \cdots na^{n-1}$, also $A_n a = a + 2a^2 + \cdots na^n$, so folgt $A_n(a-1) = na^n - \frac{a^n-1}{a-1}$, also $A_n = \frac{an^n}{a-1} - \frac{a^n-1}{(a+1)^2}$. Es ist nun $\frac{S}{a} = \frac{1}{a^2} + \frac{1+2a}{a^3} + \cdots \frac{1+2a+\cdots+na^{n-1}}{a^n+1}$, also $S\left(1-\frac{1}{a}\right) = \frac{1}{a} + \frac{2}{a} + \frac{3}{a} + \cdots \frac{n}{a} - \frac{1+2a+\cdots+na^{n-1}}{a^n+1}$, oder $S\frac{a-1}{a} = \frac{(n+1)n}{2a} - \frac{an^n}{(a-1)a^{n+1}} + \frac{a^n-1}{(a-1)^2a^{n+1}}$, oder $S = \frac{(n+1)n}{2(a-1)} - \frac{n}{(a-1)2} + \frac{a^n-1}{(a-1)^3a^n}$.

BERMBACH (Münstereifel). STOLL (Bensheim). SWITALSKI (Braunsberg).

2. Auflösung. Multiplizert man S mit a^n und ordnet die Glieder, so wird $a^nS = 1 + 3a + 6a^2 + 10a^3 + \cdots \binom{n+1}{2}a^{n-1} = \frac{1}{a-1} \cdot \left[\binom{n+1}{2}a^n - \frac{na^n}{a-1} + \frac{a^n-1}{(a-1)2}\right]$.

BEMMER. DEMES (Oldenburg). EMMERICH. NISETEO (Zara).

3. Auflösung. Durch Division innerhalb der einzelnen Brüche wird die Reihe zerlegt in

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}+\cdots+\frac{1}{a^n}\right)+2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}+\cdots+\frac{1}{a^n}-1\right)$$

$$+\cdots n\left(\frac{1}{a}\right)=\frac{1}{a-1}\left(1-\frac{1}{a^n}\right)+\frac{2}{a-1}\left(1-\frac{1}{a^{n-1}}\right)$$

$$+\cdots\frac{n}{a-1}\left(1-\frac{1}{a}\right)=\frac{(n+1)n}{2(a-1)}$$

$$-\frac{1}{a-1}\left(\left(\frac{1}{a^n}+\frac{1}{a^{n-1}}+\cdots\frac{1}{a}\right)+\left(\frac{1}{a^{n-1}}+\frac{1}{a^{n-2}}+\cdots\frac{1}{a}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{a}\right)\right)$$

$$=\frac{(n+1)n}{2(a-1)}-\frac{n}{(a-1)2}+\frac{1}{(a-1)3}\cdot\left(1-\frac{1}{a^n}\right).$$

Rittgen (Schlettstadt) Steckelberg. Vollhering (Bautzen). Zander (Osnabrück).

4. Auflösung. Es ist $\frac{1}{(1-a)2}=1+2a+3a^2\cdots na^{n-1}$ $\frac{(n+1)a^n-na^{n+1}}{(1-a)^2}$, also $1+2a+\cdots na^{n-1}=\frac{1-(n+1)a^n-na^{n+1}}{(1-a)^2}$.

Erweitert man die einzelnen Brüche der Reihe S mit $(1-a)^2$, so wird

$$S(1-a)^2=\frac{1-2a+a^2}{a(1-a)^2}+\frac{1-3a^2+2a^3}{a^2(1-a)^2}+\frac{1-4a^3+3a^4}{a^3(1-a)^2}$$

$$+\cdots+\frac{1-(n+1)a^n+na^{n+1}}{a^n(1-a)^2}=\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}+\cdots\frac{1}{a^n}$$

$$-(2+3+4+\cdots(n+1))+a(1+2+3+\cdots+n)\cdots$$

Glaser (Homburg v. d. H.).

1316. (Gestellt von Niseteo XXV$_6$, 341.) Die Reihe $\frac{1}{a}$ $+\frac{1-2a}{a^2}+\frac{1-2a+3a^2}{a^3}+\frac{1-2a+3a^2-4a^3}{a^4}+\cdots+(-1)^{n-1}$

$$+\frac{1-2a+3a^2-4a^3\cdots+(-1)^{n-1}\cdot na^{n-1}}{a^n}$$ zu summieren.

1. Auflösung. Es ist $A_n=\frac{1-2a+3a^2-\cdots+(-1)^{n-1}na^{n-1}}{a^n}$, also $aA_n=(a-2a^2+3a^3-\cdots(-1)^{n-2}(n-1)a^{n-1}+(-1)^{n-1}na^n)$ $:a^n$, mithin $(a+1)A_n=[(-1)^n na^n+1-a+a^2-a^3+\cdots$ $+(-1)^{n-1}a^{n-1}]:a^n=(-1)^n n+\frac{(-1)^{n-1}a^{n+1}}{a^n(a+1)}=(-1)^n n$ $+(-1)^{n-1}\cdot\frac{1}{a+1}+\frac{1}{a^n}\cdot\frac{1}{a+1}$ und $A_n=\frac{(-1)^n\cdot n}{a+1}+\frac{(-1)^{n-1}}{(a+1)^2}$ $+\frac{1}{a^n(a+1)^2}=S_n-S_{n-1}$, wo S_n die Reihe in der Aufgabe mit

n Gliedern, S_{n-1} dieselbe Reihe mit $n-1$ Gliedern bedeutet. Bildet man ebenso $S_{n-1} - S_{n-2}$, $S_{n-2} - S_{n-3}$, $\cdots S_1 - S_0$, wo $S_0 = 0$ ist und addiert, so folgt $S_n = \frac{1}{a+1}(1 - 2 + 3 - 4 + \cdots + (-1)^{n-1}n) + \frac{1}{(a+1)^2}(1 - 1 + 1 - 1 + \cdots + (-1)^{n-1}) + \frac{1}{(a+1)^2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} + \cdots \frac{1}{a^n}\right)$. Ist n gerade, so ist demnach $S_n = -\frac{n}{2(a+1)} + \frac{1}{(a+1)^2} \cdot \frac{a^n - 1}{a^n(a-1)}$, ist n ungerade, so wird $S_n = \frac{n+1}{2(a+1)} + \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{1}{(a+1)^2} \cdot \frac{a^{n-1}}{a^n(a-1)} = \frac{n+1}{2(a+1)} + \frac{a^{n+1} - 1}{a^n(a-1)}$.

BERMBACH. STOLL. SWITALSKI.

2. Auflösung. Durch Multiplikation mit a^n und Ordnen der Glieder erhält man wie in Nr. 1315, 2. Auflösung die obigen Resultate.

BESEKE. EMMERICH. NIESTRO.

3. Auflösung. Durch Division innerhalb der einzelnen Brüche wird die Reihe zerlegt in $\sum_1^n \frac{1}{a}k - 2\sum_1^{n-1} \frac{1}{a}k + 3\sum_1^{n-2}\frac{1}{a}k - \cdots (-1)^{n-1}\frac{n}{a}$, woraus sich wie in Nr. 1315, 3. Auflösung die Summen für ein gerades und ungerades n ergeben.

STECKELBERG. VOLLHERING. ZANDER.

4. Auflösung. Wie Nr. 1315, 4. Auflösung. GLASER.

1317. (Gestellt von Schlömilch XXV$_6$, 432.) Die Summe der Quadrate aller sechs trigonometrischen Funktionen eines Winkels sei gegeben $= a$; man soll hieraus den Winkel bestimmen. Auch sind die Grenzen zu ermitteln, zwischen denen a liegen mufs, wenn der gesuchte Winkel reell ausfallen soll. Beispiel. $a = \frac{29}{3}$.

Auflösung: Es ist

$$\sin\alpha^2 + \cos\alpha^2 + \operatorname{tg}\alpha^2 + \cot\alpha^2 + \sec\alpha^2 + \operatorname{cosec}\alpha^2$$
$$= 1 + \frac{1+\sin\alpha^2}{\cos\alpha^2} + \frac{1+\cos\alpha^2}{\sin\alpha^2} = \frac{\sin\alpha^2\cos\alpha^2 + \sin\alpha^2 + \cos\alpha^2 + \sin\alpha^4 + \cos\alpha^4}{\sin\alpha^2\cos\alpha^2}$$
$$= \frac{1 + \sin\alpha^4 + 2\sin\alpha^2\cos\alpha^2 + \cos\alpha^4 - \sin\alpha^2\cos\alpha^2}{\sin\alpha^2\cos\alpha^2}$$

$= \frac{2}{\sin\alpha^2\cos\alpha^2} - 1 = a$, also $\frac{2}{\sin\alpha^2\cos\alpha^2} = a + 1$; mithin $4\sin\alpha^2\cos\alpha^2 = \frac{8}{a+1}$ oder $\sin 2\alpha = 2\sqrt{\frac{2}{a+1}}$. — Werden alle Werte durch $\operatorname{tg}\alpha^2$

und $\cot \alpha^2$ ausgedrückt, so sind $\operatorname{tg} \alpha^2$ und $\cot \alpha^2$ die Wurzeln von

$z^2 - \frac{a-3}{2} z + 1 = 0$; es ergiebt sich $z = \frac{a - 3 \pm \sqrt{(a-7)(a-1)}}{4}$.

Aus beiden ergiebt sich, dafs $7 < a < \infty$ sein mufs, damit a reell wird. — Für $a = \frac{29}{3}$ ist $\alpha = \frac{1}{2}\left(n \pm \frac{1}{3}\right)\pi$; für $a = 7$ ist $\alpha = \left(n \pm \frac{1}{4}\right)\pi$.

Bermbach. Beseke. Beyel (Zürich). Bökle (Reutlingen). Drees. Emmerich. Fuhrmann. Glaser. Haberland (Neustrelitz). Handel (Reichenbach i. Schles.). von Jettmar (Wien). Kobbke (Berlin). Knops (Essen). Korneck (Kempen i. Pos.). Massinger (Karlsruhe). Nisetko. Reisky (Gleiwitz). Ritgen. Sievers (Frankenberg i. S.) Steckelberg. Stegmann (Prenzlau). Stoll. Switalski. Vollhering. Weinmeister (Leipzig). Zander.

1318. (Gestellt von Stoll XXV_6, 432.) Im Anschlufs an Nr. 1209 XXV_2, 113. Man soll einen Kreissektor so bestimmen, dafs das Verhältnis der beiden Kreise, von denen der eine, der die Sehne berührende Ankreis des zugehörigen Dreiecks, der andere der gröfste Berührungskreis des zugehörigen Kreissegmentes ist, ein Minimum sei.

1. Auflösung: Die Radien des Kreissektors seien $MA = MB = r$, der Radius des zur Sehne AB gehörigen Ankreises des Dreiecks AMB sei $M_1D = r_1$, und r_2 der Radius das Inkreises des Segmentes. Setzt man $\angle BMA = 2\alpha$, so ist $r_1 = \frac{r \sin\alpha\,(1+\sin\alpha)}{\cos\alpha}$,

und $r_2 = \frac{r(1-\cos\alpha)}{2}$, also $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2\sin\alpha(1+\sin\alpha)}{\cos\alpha\,(1-\cos\alpha)} = \frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{(1-\sin\alpha)(1-\cos\alpha)}$.

Es ist daher zu bestimmen, wann $f = \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{(1-\sin\alpha)(1-\cos\alpha)}$, ein

Minimum wird. Setzt man $\beta = 90^0 - \alpha$, so wird $f = \frac{\sin\alpha\sin\beta}{(1-\cos\alpha)(1-\cos\beta)}$

$= \frac{\cos\frac{1}{2}\alpha\cos\frac{1}{2}\beta}{\sin\frac{1}{2}\alpha\sin\frac{1}{2}\beta} = \frac{\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)+\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}{\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)-\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)} = 1 + \frac{2\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}{\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}$

$-\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$. Da nun $\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta) = \cos 45^0 = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ ist, so wird f ein Minimum, wenn $\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ ein Maximum, also $\alpha = \beta = 45^0$ ist.

Emmerich. Fuhrmann. Massinger. Steckelberg.

2. Auflösung. Ist C die Mitte von AB, so ist $M_1C = AC \cdot \operatorname{tg} CAM_1$, also $r_1 = M_1A \sin\left(45^0 + \frac{1}{2}\alpha\right)$, und

$M_1A : r = \sin\alpha : \cos\left(45^0 + \frac{1}{2}\alpha\right)$, mithin $r_1 = r\sin\alpha\,\mathrm{tg}\left(45^0 + \frac{1}{2}\alpha\right)$ $= 2r\sin\frac{1}{2}\alpha\cos\frac{1}{2}\alpha \cdot \frac{1+\mathrm{tg}\frac{1}{2}\alpha}{1-\mathrm{tg}\frac{1}{2}\alpha}$. Da $r_2 = \frac{1}{2}r(1-\cos\alpha)$ $= r\sin\frac{1}{2}\alpha^2$, so folgt $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2\left(1+\mathrm{tg}\frac{1}{2}\alpha\right)}{\mathrm{tg}\frac{1}{2}\alpha\left(1-\mathrm{tg}\frac{1}{2}\alpha\right)}$, was für $\frac{1}{2}\alpha = 22\frac{1}{2}^0$ ein Minimum wird. Ritgen. Sievers. Stegemann. Stoll. Zander.

1319. (Gestellt von Junker XXV$_6$, 432.) Den geometrischen Ort der Punkte innerhalb des Dreiecks ABC zu bestimmen, welche die Bedingung $\cot x + \cot y + \cot z = \cot(\alpha - x) + \cot(\beta - y) + \cot(\gamma - z)$ erfüllen, wo x, y, z die Winkel bedeuten, welche die von einem beliebigen Punkt der Kurve nach den Ecken gezogenen Strahlen mit den Seiten einschliefsen.

1. Auflösung. ABC sei das Koordinatendreieck und die Koordinaten von P seien $PE = x_1$, $PF = x_2$, $PD = x_3$. Zieht man $DG \perp AC$, $PI \perp DG$, so ist $GD = ID + GI = x_3\cos\alpha + x_2$, also $AD = \frac{x_3\cos\alpha + x_2}{\sin\alpha}$. Ebenso findet man die Seitenabschnitte, welche durch die von P gefällten Lote gebildet werden, und kann nun $\cot x$, $\cot y$ u. s. w. durch die Koordinaten von P ausdrücken. Dann erhält man unter Berücksichtigung der gegebenen Bedingungsgleichung $\frac{x_1}{\sin\alpha}\cdot(x_2^2 - x_3^2) + \frac{x_2}{\sin\beta}\cdot(x_3^2 - x_1^2) + \frac{x_3}{\sin\gamma}(x_1^2 - x_2^2) = 0$, also eine Kurve dritter Ordnung. Auf dieser Kurve liegen die Ecken des Dreiecks, die Mitten der Seiten, die Mittelpunkte des Umkreises, des Inkreises und der Ankreise, der Höhenschnittpunkt und der Schwerpunkt. Emmerich. Hellmann (Erfurt). Junker (Krefeld).

2. Auflösung. Nimmt man $AB = 2c$ als X-Achse, und die Mitte O von AB als Koordinatenanfang, so ist, wenn man die Koordinaten von P mit ξ und η bezeichnet, $\cot x = \frac{c+\xi}{\eta}$, $\cot(\beta - x)$ $= \frac{c-\xi}{\eta}$, $\cot(\alpha - x) = \frac{1+\cot\alpha\cot x}{\cot x - \cot\alpha} = \frac{\eta + c\cot\alpha\,\xi\cot\alpha}{c+\xi-\eta\cot\alpha}$; $\cot y = \cot(\beta - (\beta - y)) = \frac{\eta + c\cot\beta - \xi\cot\beta}{c - \xi - \eta\cot\beta}$. Schneidet CP die X-Achse in D, so ist $\sphericalangle z = CDB - \alpha$, und $\sphericalangle \gamma - z$ $= CDA - \beta$. C hat die Koordinaten $\xi_c = \frac{c\sin(\beta-\alpha)}{\sin\gamma}$,

$\eta_c = \dfrac{2c \sin\alpha \sin\beta}{\sin\gamma}$; mithin ist, da $\cot CDB = \dfrac{\xi_c - \xi}{\eta_c - \eta} = -\cot CDA$,

$\cot\alpha = \dfrac{c + \xi_c}{\eta_c}$, $\cot\beta = \dfrac{c - \xi_c}{\eta_c}$ ist, $\cot z = \dfrac{c\cot\alpha - 2c\cot\gamma - \xi\cot\alpha - \eta}{c + \xi - \eta\cot\alpha}$,

und $\cot(\gamma - z) = \dfrac{2c\cot\gamma + c\cot\beta - \eta + \xi\cot\beta}{c - \eta\cot\beta - \xi}$, so dafs man als

Gleichung der gesuchten Kurve $\xi^3 + \eta^3(\cot\alpha - \cot\beta)$
$- 2\xi^2\eta(\cot\alpha - \cot\beta) - \xi\eta^2(2 + 3\cot\alpha\cot\beta)$
$+ 2c\xi\eta(\cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma) - c^2\xi - c\eta^2(\cot\alpha - \cot\beta)\cot\gamma = 0$
erhält.

Steckelberg.

Anmerkung. Für $\alpha = \beta$ zerfällt die Kurve in die Höhe und eine Hyperbel, die durch A und B geht, für $\alpha = \beta = \gamma$ wird sie durch die drei Höhen dargestellt.

Steckelberg.

1320. (Gestellt von Bökle XXV_6, 342.) Bleiben zwei Ecken eines Dreiecks fest, und bewegt sich die dritte Ecke auf einer Geraden, so beschreibt der Höhenschnittpunkt einen Kegelschnitt. Derselbe ist eine Parabel, wenn die Gerade parallel zur Verbindungslinie der festen Ecken läuft.

1. Beweis. Im Dreieck ABC sei AB fest, C veränderlich. Ist nun $AD \perp BC$ und $BE \perp AC$, so beschreiben D und E Kreise über den Durchmesser AB. Deshalb sind die Büschel $A(C)$ und $B(E)$ so wie $B(C)$, $A(D)$ kongruent. Da aber $A(C)$ und $B(C)$ perspektivisch sein sollen, so sind $A(D)$ und $B(E)$ projektivisch und erzeugen im Schnitt entsprechender Strahlen einen Kegelschnitt. Dieser hat einen oder zwei unendlich ferne Punkte, ist also eine Parabel oder Hyperbel, je nachdem die Gerade parallel AB ist oder nicht.

Beyel. Emmerich. Hellmann. Steinert (Karlsruhe).

Vergleiche Beyel LVII Sätze über das orthogonale Viereck (Schlömilch, Zeitschr. f. Math. u. Phys. Band XXXIV), wo obiger Satz als Spezialfall eines allgemeinen Satzes abgeleitet ist unter Nr. 18.

2. Beweis. Die Mitte 0 von $AB = 2c$ sei Anfang eines rechtwinkligen Koordinatensystems. Der bewegliche Eckpunkt $C(x_1, y_1)$ bewege sich auf der Geraden $y = nx + k$, dann sind die Koordinaten des Höhenschnittpunktes H: x_1 und $\dfrac{c^2 - x_1^2}{y_1}$, woraus sich als Ort für H ergiebt $x^2 + nxy + ky - c^2 = 0$, eine Gleichung, welche eine Hyperbel darstellt, die für $n = 0$ in die Parabel $x^2 + ky - c^2 = 0$ übergeht.

Beseke. Bökle. Drees. Fuhrmann. Handel. von Jettmar. Nisetbo. Sievers. Steckelberg. Stegemann. Stoll. Switalski. Weinmeister (Leipzig).

1321. (Gestellt von Bökle XXV$_7$, 513.) Welche Kurven umhüllen alle Eulerschen Geraden MSH unter der in Nr. 1320 angegebenen Bedingung? (Einem Punkte M entsprechen zwei Punkte S und S_1, während einem S nur ein O entspricht.

Auflösung. Bezeichnung wie 1320, 2. Beweis. Aus den Koordinaten des Höhenschnittpunktes $\left(x_1, \frac{c^2 - x_1^2}{y}\right)$ und denen des Mittelpunktes des Umkreises $\left(O, \frac{x_1^2 + y_1^2 - s^2}{2y_1}\right)$ ergiebt sich als Gleichung der Eulerschen Geraden $x(3c^2 - 3x_1^2 - y_1^2) - 2x_1y_1y + x_1(x_1^2 + y_1^2 - c^2) = 0$. Setzt man nun $y_1 = mx_1 + k$, wodurch ausgedrückt wird, dafs die Spitze auf der Geraden $y = mx + k$ liegt, so erhalten wir, wenn wir nach Potenzen von x_1 ordnen: $3(1 + m^2x_1^3 - 3x_1^2)((m^2 + 3) + 2my - 2mk) - 3x_1(2mk + 2ky + c^2 - k^2) + 9c^2x - 3k^2x + 0$. Wir erhalten nun die Einhüllende, wenn wir die Diskriminante dieser Gleichung gleich Null setzen. Heifst die Gleichung $a_0x_1^3 + a_1x_1^2 + 3a_2x_1 + a_3 = 0$, so ist dieselbe: $a_0^2a_3^2 + 4a_0 \cdot a_2^3 + 4a_1^3a_3 - 3a_1^2a_2^2 = 0$. Wir dürfen hier also nur setzen $a_0 = 3(1 + m^2)$, $a_1 = -[(m^2 + 3)x + 2my - 2mk]$, $a_2 = -(2mkx + 2ky + c^2 - k^2)$, $a^3 = 3x(3c^2 - k^2)$. Die Kurve ist also von der vierten Ordnung.

Fuhrmann. Hellmann.

1322. (Gestellt von Junker XXV$_7$, 513.) Die beiden Kreise eines bicentrischen Viereckscomplexes zu finden, wenn der Umkreismittelpunkt M, der Inkreismittelpunkt O und der Diagonalenschnittpunkt P gegeben sind.

1. Analysis. Es sei $ABCD$ dasjenige Viereck der Schar, in dem AC der Durchmesser des Umkreises ist. Dann ist $AC \perp BD$. Da nun $\sphericalangle ABD = ACD = ACB = CBM$ ist, so halbiert BO den Winkel MBP, und das Lot OE von O auf MB gefällt ist gleich OP. Mithin ist das rechtwinklige Dreieck MOE durch MO und $OE = OP$ bekannt. Das Lot in P auf MP trifft ME in B, also ist der Radius MB des Umkreises gefunden und damit die Punkte A, C, und D, und der Radius des Inkreises.

Stegemann.

2. Analysis. B ist bestimmt als Schnittpunkt des in P auf PM errichteten Lotes mit dem über OQ konstruierten Apollonischen Kreis, wo Q der dem Punkt O zugeordnete harmonische Punkt ist.

Junker.

3. Analysis. $ABCD$ sei dasjenige Viereck, welches ein gleichschenkliges Trapez ist. Die eine Grundlinie des Trapezes sei a, ein Schenkel b und der von ihnen eingeschlossene Winkel α ein spitzer. Bezeichnen wir die Diagonale mit d, den Radius des Um-

kreises und Inkreises bezüglich mit r und ϱ und setzen $OM = m$, $OP = n$, so ist $d = 2r \sin\alpha$ und $d^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$, ferner ist $a = 2\varrho \cot\frac{1}{2}\alpha$, $b = \frac{2\varrho}{\sin\alpha}$, also $r^2 = \varrho^2 \frac{1+\sin\alpha^2}{\sin\alpha^4}$. Ist nun F die Mitte von AD und $EO \perp AD$, so ist $FO = \frac{\varrho}{\sin\alpha}$, also $AF = FO = FD$, mithin $n^2 = FM^2 - FO^2 = AM^2 - AF^2 - FO^2$ $= r^2 - 2\left(\frac{1}{2}b\right)^2 = \varrho^2 \cdot \frac{1-\sin\alpha^2}{\sin\alpha^4}$, also $\sin\alpha^2 = \frac{r^2-n^2}{r^2+n^2}$, und $(r^2 - m^2)^2 = 2\varrho^2(r^2+m^2)$ (Vergleiche Nr. 1270). Da ferner $EP \parallel AB$, also $\perp PM$ ist, so folgt $\sin EFO = \sin\alpha = \frac{n}{FE}$ und $\sin FMO = \sin\alpha = \frac{FE}{n}$, also $\sin\alpha^2 = \frac{n}{m}$, d. h. $\varrho = n\sqrt{\frac{m}{m-n}}$, $r = m\sqrt{\frac{m+n}{m-n}}$.

STECKELBERG.

4. Analysis. Verlängert man AD, bis MP in Q geschnitten wird, so sind P und Q Pole in Bezug auf den Inkreis und Umkreis, also $PO \cdot QO = \varrho^2$ und $PM \cdot QM = r^2$. Setzt man $PQ = x$, so wird $n(x+n) = \varrho^2$ und $(n+m)(x+n+m) = r^2$, oder $x + n = \frac{\varrho^2}{n} = \frac{r^2}{n+m} - m$. Mit Berücksichtigung der Gleichung $(r^2 - m^2)^2 = 2\varrho^2(r^2+m^2)$ erhält man $r_1^{\,2} = \frac{m^2(m+n)}{m-n}$, $r_2^{\,2} = m(m+2n)$ und $\varrho_1^{\,2} = \frac{mn^2}{m-n}$, $\varrho_2^{\,2} = \frac{mn^2}{m+n}$. Im letzteren Falle wird $\varrho^2 = n\sqrt{\frac{m}{m+n}}$, also $\varrho_2 < n$ d. h. P liegt aufserhalb des Inkreises, was jedoch unmöglich ist, da P auch der Schnittpunkt der Berührungssehnen sein mufs. Es ist also auch ϱ_2 unmöglich.

STECKELBERG. STOLL.

Vergleiche Schlömilch. Zeitschr. f. Math. und Phys. XXIX, 2 S. 100 und 106.

STOLL.

1323. (Gestellt von Steinert XXV$_7$, 513.) Die Projektionen zweier Geraden, auf die XY-Ebene bilden mit der X-Achse die Winkel φ und φ', die auf die XZ-Ebene mit derselben Achse die Winkel ψ und ψ'. Welche Beziehung mufs zwischen den Tangenten dieser Winkel bestehen, damit die Geraden einen rechten Winkel miteinander bilden?

1. Auflösung. Sind die Winkel, welche die beiden Geraden mit der X-, Y-, Z-Achse bilden α, β, γ bez. α', β', γ' so ist die Bedingung dafür, dafs die Geraden einen rechten Winkel bilden:

$\cos\alpha\cos\alpha' + \cos\beta\cos\beta' + \cos\gamma\cos\gamma' = 0$, also $1 + \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\cdot\frac{\cos\beta'}{\cos\alpha'}$ $+ \frac{\cos\gamma}{\cos\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha'}{\cos\gamma'} = 0$. Nun ist $\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\varphi$, $\frac{\cos\beta'}{\cos\alpha'} = \operatorname{tg}\varphi'$, $\frac{\cos\gamma}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\psi$, $\frac{\cos\gamma'}{\cos\alpha'} = \operatorname{tg}\psi'$, also ist $1 + \operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}\varphi' + \operatorname{tg}\psi\operatorname{tg}\psi' + 0$ die gesuchte Bedingung.

Bummler (Freiburg i. Schles.). Steinert. Stoll.

2. Auflösung. Man verschiebt die eine Gerade parallel mit sich selbst, bis sie die andere in P schneidet und legt durch P die XY-Ebene. Trifft die erste Gerade die XZ-Ebene in A und sind ihre Spuren $PA^x{}_1$ und $AP^x{}_1$, wobei $AA^x{}_1$ und $PP^x{}_1$ senkrecht zur X-Achse stehen, so ist $\sphericalangle PA_1P_1 = 180^0 - \varphi$, und $\sphericalangle AP_1A_1 = 180^0 - \psi'$. Die zweite Gerade treffe die XZ-Ebene in B, ihre Spuren seien PB_1 und BP_1, so ist $\sphericalangle PB_1P_1 = \varphi'$, und $\sphericalangle PP_1B_1 = \psi'$. Da nun $\sphericalangle APB = 90^0$ sein soll, so ist $AB^2 = AP^2 + BP^2$. Nun ist $AB^2 = (AA_1 - BB_1)^2 + A_1B_1^2$, $AP^2 = AA_1^2 + A_1P^2$, $BP^2 = BB_1^2 + B_1P^2$, mithin da $A_1B_1 = A_1P_1 + P_1B_1$ ist, $A_1P_1^2 + 2A_1P_1\cdot B_1P_1 + B_1P_1^2 - 2AA_1\cdot BB_1 = A_1P^2 + B_1P^2$. Nun ist $\operatorname{tg}\psi = -\frac{AA_1}{A_1P_1}$, $\operatorname{tg}\psi' = \frac{BB_1}{B_1P_1}$, $\cos\varphi = -\frac{A_1P_1}{A_1P}$, $\cos\varphi' = \frac{B_1P_1}{P_1P}$. Setzt man diese Gröfsen ein, dividiert durch $A_1P_1^2$ und beachtet, dafs $\frac{B_1P_1}{A_1P_1} = -\frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\varphi'}$ ist, so erhält man nach einigen Reduktionen $1 + \operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}\varphi' + \operatorname{tg}\psi\operatorname{tg}\psi' = 0$.

Von Miorini (Pola). Steckelberg.

1324. (Gestellt von Braun XXV$_7$, 315.) Keine Lösung eingegangen.

1325. (Gestellt von Schlömilch XXV$_7$, 513.) In einem bei C rechtwinkligen Dreieck ABC sind parallel zu AB zwei Gerade gezogen, und dadurch zwei zu CAB ähnliche Dreiecke CMN und $CM'N'$ entstanden; aus den Abschnitten CM und CN', sowie aus CM' und CN hat man die Rechtecke $MCN'P$ und $M'CNQ$ gebildet, und es ist nun zu untersuchen, welche Relation zwischen CM und CM' stattfinden mufs, wenn P und Q Punkte der aus den Halbachsen CA und CB konstruierten Ellipse sein sollen. — Aufserdem ist die Lage der Sehne PQ zu bestimmen. — Da M willkürlich bleibt, lassen sich nach dem vorigen beliebig viele Paare von Ellipsenpunkten konstruieren.

Auflösung. Setzt man $CB = a$, $CA = b$, $CM = \lambda b$, $CM' = \lambda' b$, $CN = \lambda a$, $CN' = \lambda' a$, so soll die Gleichung $a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$ durch $y = \lambda b$, $x = \lambda' a$ und durch $y = \lambda' b$ und $x = \lambda a$ befriedigt werden; das ist der Fall, wenn $\lambda^2 + \lambda'^2 = 1$

oder $CM^2 + CM'^2 = b^2$ ist. Errichtet man also über CA als Durchmesser einen Halbkreis und zieht eine Sehne CR, so ist $CR^2 + RA^2 = b^2$. Man findet also die Punkte P und Q durch $CM = CR$ und $CM' = RA$. Die Gleichung von PQ ist $y - \lambda b = (x - \lambda' a) \cdot \frac{\lambda b - \lambda' b}{\lambda' a - \lambda a} = -\frac{b}{a}(x - \lambda' a)$ d. h. $PQ \parallel AB$.

Beseke. Glaser. Rummler. Steckelberg. Stegemann. Stoll. Zander.

1326. (Gestellt von Bökle XXV$_7$, 513.) Wie konstruiert man am einfachsten Punkte der Kurve $\frac{1}{\xi^2} + \frac{1}{\eta^2} = \frac{1}{\gamma^2}$?

1. Konstruktion. Sind ξ und η die Katheten, γ die Höhe zur Hypotenuse in einem rechtwinkligen Dreieck, so ist $\frac{1}{\xi^2} + \frac{1}{\eta^2} = \frac{1}{\gamma^2}$. Errichtet man also auf einer Geraden ein Lot gleich γ und konstruiert alle rechten Winkel, deren Scheitelpunkt der Endpunkt des Lotes ist, so sind die Strecken der Schenkel bis zur ersten Geraden die Koordinaten der Punkte der Kurve, oder was dasselbe ist ξ und η sind die von den Tangenten eines Kreises, der mit dem Radius γ um den Anfangspunkt geschrieben ist, auf den rechtwinkligen Achsen abgeschnittenen Stücke.

Bökle. Fuhrmann. Ritgen. Rummler.

2. Konstruktion. Setzt man $\frac{1}{x} = \frac{\cos\varphi}{\gamma}$, $\frac{1}{y} = \frac{\sin\varphi}{\gamma}$, so folgt $x^2 + y^2 = \varrho^2 = \frac{\gamma^2}{\sin\varphi^2 \cos\varphi^2}$, oder $\varrho = \frac{\gamma}{\sin\varphi\cos\varphi} = \gamma(\operatorname{tg}\varphi + \cot\varphi)$. Trägt man also auf der Ordinatenachse die Strecke $OP = \gamma$ und auf der Abcissenachse $OQ = \gamma$ ab, zieht $PR \parallel OQ$, $QR \parallel OP$ und durch O eine Gerade unter dem Winkel φ zur Abcissenachse, welche PR in P' und QR in Q' schneidet, so erhält man einen Kurvenpunkt, indem man $PP' + QQ'$ auf der Geraden durch O von O aus abträgt.

Von Miorini. Stoll.

3. Konstruktion. Aus der Gleichung der Kurve folgt $\eta = \pm\frac{\gamma\cdot\xi}{\sqrt{\xi^2 - \gamma^2}}$, und $\xi = \pm\frac{\gamma\eta}{\sqrt{\eta^2 - \gamma^2}}$, d. h. die Kurve ist symmetrisch zu beiden Achsen, und besteht aus vier kongruenten Ästen, zu denen die Geraden $\xi = \pm\gamma$ und $\eta = \pm\gamma$ die Asymtoten sind. Zur Konstruktion setze man $\xi = 2\gamma$, $3\gamma\cdots$, so wird $\eta^2 = \frac{4}{3}\gamma^2$, $\eta^2 = \frac{9}{8}\gamma^2$ u. s. w., woraus sich η leicht als mittlere Proportionale konstruieren läſst.

Steckelberg.

B. Neue Aufgaben.

1393. Kann mit dem System $\frac{y}{z} + \frac{z}{y} = \frac{z}{x} + \frac{x}{z} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ mit drei von einander verschiedenen Werten für x, y, z genügt werden? Emmerich (Mülheim-Ruhr).

1394. Durch einen gegebenen Punkt zwischen den Schenkeln eines gegebenen Winkels soll eine Gerade von gegebener Länge so eingetragen werden, dafs die Endpunkte derselben auf den Schenkeln des Winkels liegen. Haberland (Neustrelitz).

1395. Man bezeichne mit G die Kollineationsachse zweier perspektivischen Dreiecke ABC und $A_1B_1C_1$, mit ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3 bezüglich die Verhältnisse $\sin\varphi_1 : \sin\vartheta_1$, $\sin\varphi_2 : \sin\vartheta_2$, $\sin\varphi_3 : \sin\vartheta_3$, wo φ_1 den Winkel bezeichnet, den BC und B_1C_1 und ϑ_1 den Winkel, den B_1C_1 und G mit einander bilden u. s. w. das Kollineationscentrum dieser Dreiecke bleibt bei jeder Lageänderung von G dasselbe, wenn nur ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3 ihre Werte behalten. Stoll (Bensheim).

1396. Man bezeichne das Kollineationscentrum zweier perspektivischen Dreiecke ABC und $A_1B_1C_1$ mit P, und die Verhältnisse $AA_1 : A_1P$, $BB_1 : B_1P$, $CC_1 : C_1P$ mit $\mathfrak{r}_1$, $\mathfrak{r}_2$, $\mathfrak{r}_3$; die Kollineationsachse dieser Dreiecke bleibt bei jeder Ortsänderung P dieselbe, wenn nur $\mathfrak{r}_1$, $\mathfrak{r}_2$, $\mathfrak{r}_3$ ihre Werte behalten.

Stoll (Bensheim).

1397. Zwei Dreiecke ABC und $A_1B_1C_1$ seien perspektivisch mit dem Kollineationscentrum P_1; BC_1 schneide CB_1 in A', CA_1 schneide AC_1 in B', AB_1 schneide BA_1 in C'. Dann sind auch die Dreiecke ABC und $A'B'C'$, $A_1B_1C_1$ und $A'B'C'$ perspektivisch, ihre Kollineationscentra P_2 und P_3 liegen mit P_1 in in gerader Linie, und die Kollineationsachsen der drei Dreiecke fallen zusammen. Stoll (Bensheim).

1398. Zwei Dreiecke ABC und $A_1B_1C_1$ seien perspektivisch mit der Kollineationsachse G_1. Die Verbindungslinie der Schnittpunkte von CA, A_1B_1 und AB, C_1A_1 heifse a', die der Schnittpunkte von AB, B_1C_1 und BC, A_1B_1 heifse b', die der Schnittpunkte von BC, C_1A_1 und CA, B_1C_1 heifse c'; die Ecken des dadurch entstandenen Dreiseits $a'b'c'$ sollen A', B', C' genannt werden. Dann sind auch die Dreiecke ABC, $A'B'C'$, $A_1B_1C_1$ und $A'B'C'$ perspektivisch, ihre Kollineationsachsen G_2 und G_3 gehen durch einen Punkt von G_1, und die Kollineationscentra der drei Dreiecke fallen zusammen. Stoll (Bensheim).

1399. Sind g und g' zwei beliebige Gerade in der Ebene des Dreiecks (Dreiseits) ABC (abc), und liegen die Schnittpunkte von CA und g, AB und g' auf der Geraden a_1, von CA und g', AB und g auf der Geraden a_1', von AB und g, BC und g' auf der Geraden b_1, von AB und g', BC und g auf der Geraden b_1', von BC und g, CA und g' auf der Geraden c_1, von BC und g', CA und g auf der Geraden c_1', so sind die Dreiseite $a_1 b_1 c_1$ und $a_1' b_1' c_1'$ sowohl dem Grunddreiseit abc als unter sich perspektivisch; die Kollineationscentra fallen zusammen und die Kollineationsachsen schneiden einander in einem Punkte. STOLL (Bensheim).

1400. Der Schwerpunkt der vier Schnittpunkte einer Parabel und eines Kreises liegt auf der Parabelachse, und zwar ist sein Abstand von der Scheiteltangente um den Parameter kleiner als der des Kreismittelpunktes. — Besondere Fälle: doppelt berührender Kreis und Krümmungskreis. WEINMEISTER (Tharandt).

1401. Man soll den Satz 1400 auf den Schwerpunkt der Schnittpunkte einer Parabel und einer Ellipse verallgemeinern, und hierauf den allgemeinen Satz zweier Parabeln specialisieren. WEINMEISTER (Tharandt).

1402. Die Brennpunkte aller Kegelschnitte, welche denselben Mittelpunkt haben, und sich in einem Punkt P berühren, liegen auf einer gleichseitigen Hyperbel. Dieselbe geht durch P, hat O zum Mittelpunkt, und eine Asymptote ist zu der gemeinsamen Tangente der Kegelschnitte in P parallel. BEYEL (Zürich).

1403. Schneiden sich zwei Kegelschnitte in einem Punkte P unter rechtem Winkel und haben sie denselben Mittelpunkt O, so liegen ihre Brennpunkte auf einer gleichseitigen Hyperbel, welche durch P geht, O zum Mittelpunkt hat, und deren Asymptoten zu den Tangenten in P an die zwei Kegelschnitte parallel sind. BEYEL (Zürich).

1404. a) Zieht man von den Punkten der Geraden gleicher Potenzen zweier Kreise K und K_1 die Tangenten t_k und t_{k_1} an die Kreise und halbiert die Winkel dieser Tangentenpaare, so umhüllen die Halbierungslinien einen Kegelschnitt. b) Was für eine Kurve umhüllen die Halbierungslinien der Nebenwinkel? BÖKLE (Reutlingen).

1405. Zieht man von D aus (Projektionscentrum des Brocardschen Dreiecks $A'B'C'$ und des Dreiecks ABC) durch S_a, S_b und S_c Gerade (S_a, S_b und S_c sind die Mittelpunkte der Seiten BC, AC und AB) und macht man $S_a D_1 = DS_a$, $S_b D_2 = DS_b$ und $S_c D_3 = DS_c$, so sind 1) die Figuren $D_1 O' A O$, $D_2 O' B O$ und $D_3 O' C O$ Parallelogramme 2) $\triangle D_1 D_2 D_3 \cong \triangle ABC$, und die Seiten der Dreiecke sind parallel zu einander und 3) $D_1 A$, $D_2 B$ und $D_3 C$ schneiden sich in S. SCHWATT (Philadelphia).

1406. Wie mufs die Aussage des Magister Matheseos abgeändert werden, damit dieser Satz auch auf der Kugel seine Richtigkeit behält? Traub (Lahr).

1407. Unter welcher Bedingung fällt der Doppelpunkt der verlängerten Cycloide in den Mittelpunkt des Rollkreises, wenn der Halbmesser des letzteren mit r bezeichnet wird? Welchen Winkel schliefsen die Tangenten des Doppelpunktes in diesem Falle mit einander ein? Rulf (Wien).

Druckfehler-Verzeichnis zu Heft 3.

S. 177, 2. Anal. Z. 2 statt $A'B_0C_0$ lies $B'B_0C_0$. — S. 177, 3. Anal. Z. 3 statt GCA' lies $A'GC$. — S. 182, 2. Bew. Z. 3 statt FB lies CB. — S. 182, 4. Bew. Z. 3 statt CJ lies CA. — S. 183, 2. Bew. Z. 3 statt CP lies AP.

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Lösungen sind eingegangen von Beseke 1326. 1327. 1341. 1346. Brückner 1370. 1380. 1381. Fuhrmann 1354—1361. 1363—1365. 1371. 1375. Glaser 1362—1364. 1375. Haberland 1320. 1329. 1342. 1343. 1345. 1349. 1354. 1355. Hellmann 1332—1334. 1336. 1337. 1364. 1365. 1367. 1368. Isac 1355. 1363—1365. 1367—1370. 1375. Kniat 1355. 1361. Knops 1368. Kücker 1332—1337. Otte 1380. 1382. Ritgen 1355. 1361. 1365. 1367. 1368. 1371. Steckelberg 1338. 1342. 1343. 1348—1350. 1353—1361. Stegemann 1363—1365. 1367. 1368. 1370—1375. Steinbart 1367. Steinert 1371. 1372. 1380. Trognitz*) (Meiningen) 1380—1382. 1387—1390. Weinmeister (Leipzig) 1381.

Neue Aufgaben haben eingesendet: a) Mit Lösung: Emmerich (2). b) Ohne Lösung: Kücker (3).

Da immer noch Beiträge für das Aufgaben-Repertorium zu spät einlaufen, so bitten wir wiederholt, die Einsendungstermine (zuletzt mitgeteilt im Jahrg. XXV, S. 639) zu berücksichtigen. D. Red.

Die nächsten Einsendungstermine für dieses Jahr sind: 15. Juni, 1. August, 15. September, 1. November, 15. Dezember (wo möglich einige Tage vorher).

---

*) Dieser Herr hat sich der Red. ds. Ztschr. vorgestellt, was manche Teilnehmer am Aufgaben-Repertorium nicht für nötig gehalten haben, weshalb sie dem Chef-Redakteur auch völlig unbekannt sind.
D. Red.

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen und Anzeigen.

Holzmüller, Dr. Gustav (Direktor der Gewerbeschule zu Hagen i. W. etc. etc.), Methodisches Lehrbuch der Elementar-Mathematik. Leipzig 1894. Druck und Verlag von B. G. Teubner. 8°. — Erster Teil, nach Jahrgängen geordnet und bis zur Abschlufsprüfung der Vollanstalt reichend. Mit 142 Figuren im Text. 212 S. (Hiervon bereits eine zweite Auflage, Leipzig 1895. 229 S.*) Preis 2,40 Mk. — Zweiter Teil, für die drei Oberklassen der höheren Lehranstalten bestimmt. Mit 210 Figuren im Text. Preis 3 Mk. — Dritter Teil, Lehr- und Übungsstoff zur freien Auswahl für die Prima realistischer Vollanstalten und höherer Fachschulen, nebst Vorbereitungen auf die Hochschul-Mathematik. Mit 160 Figuren im Text. Preis 2,80 Mk.

Wenn ein Lehrbuch, von dem 3000 Exemplare gedruckt wurden, noch vor Jahresfrist eine zweite Auflage erlebt, wie dies bei dem ersten Bändchen des Holzmüllerschen Werkes der Fall war, so ist dadurch wohl für dessen didaktischen Wert das beweiskräftigste Zeugnis abgelegt, und wer des Verfassers „Einführung in das stereometrische Zeichnen" (Leipzig 1886) kennt, wird sich auch nicht darüber wundern, dafs er mit dem vorliegenden Kompendium einen grofsen Erfolg erzielt hat. Das, was sich als das auszeichnende Moment darstellt, läfst sich aber auch mit Leichtigkeit angeben: eine grofse Einfachheit in der Behandlung des Stoffes, Verzicht auf alle Künsteleien, ruhige Klarheit der Entwicklung, stets Bedachtnehmen auf die wirklichen Bedürfnisse des Lernenden. Gerade gegenüber den jetzt sich mehrenden Bestrebungen, die hohen Anforderungen der Gegenwart an „mathematische Strenge" auch in die Schule hineinzutragen, wo es doch thatsächlich auf ganz andere Dinge ankommt, ist ein Buch, wie das uns hier zur Besprechung unterstellte, eine höchst erfreuliche Erscheinung; der Pädagoge tritt niemals hinter dem Berufsmathematiker zurück, und ein gesunder

*) Unsere Besprechung lehnt sich hier natürlich gleich an die zweite, übrigens durchaus nicht einschneidend veränderte Ausgabe an.

praktischer Sinn sorgt dafür, dass auch die thatsächlich schwierigen Partieen nach Möglichkeit erleichtert werden. So eignet sich das Lehrbuch auch ganz vorzüglich für den Selbstunterricht, während es im übrigen auf jeder Mittelschule gleich gut dem Unterrichte zu grunde gelegt werden kann. Manche Abschnitte sind für das humanistische Gymnasium nicht notwendig, und von diesen sieht eben der Lehrer ab, während es dem strebsameren Schüler gewifs nichts schadet, wenn er sich mit ihrem Inhalte privatim bekannt macht. So finden wir es erfreulich, dafs das Werk auch bereits an einer Gelehrtenschule, am Martino-Catharineum zu Braunschweig, zur Einführung gelangt ist.

Zunächst möge auf die Verteilung des Stoffes hingewiesen werden. Der erste Teil führt die Geometrie bis zur Lehre von der Gleichheit und Ähnlichkeit ebener Gebilde, mit Einschlufs der Konstruktion algebraischer Ausdrücke; die Arithmetik reicht bis zu den quadratischen Gleichungen und Logarithmen; dazu kommen noch erste Anfänge der Goniometrie und ebenen Trigonometrie, sowie die Elemente der Körperlehre. Der zweite Teil bringt die Planimetrie zum Abschlusse, indem die Lösung von Konstruktionsaufgaben systematisch betrieben und damit die Einleitung in die neuere synthetische Geometrie verknüpft wird; auch fehlt zuletzt nicht der Übergang zur Koordinatengeometrie, welche allerdings vorläufig bei den Gleichungen der geraden Linie und des Kreises Halt machen mufs. Das arithmetische Pensum dieser Stufe umfasst geometrische und arithmetische Reihen, binomischen Lehrsatz und sonstige einfachere Potenzreihen, sowie die Theorie der komplexen Zahlen, der reziproken Gleichungen und der Gleichungssysteme. Der trigonometrische Teil holt nach, was von der Goniometrie vorher noch absichtlich weggelassen worden war, und führt die eigentliche Dreiecksberechnung weiter aus. Auch in der Stereometrie kommen jetzt erst die Lagebeziehungen von Punkten, Linien und Ebenen, sowie die Hauptsätze der Parallelprojektion zur Sprache, während fernerweit noch die schwierigeren Körperberechnungen (namentlich auch die angenäherten) und die G u l d i n sche Regel zur Sprache kommen. Die Kegelschnitte werden völlig elementar behandelt, und nur anhangsweise wird gezeigt, dafs und wie man auch mit den Hilfsmitteln der analytischen Geometrie ihre Eigenschaften zu erkennen vermag.

Der dritte Teil steht völlig selbständig da, und ihm mufs eine besondere, über den unmittelbaren Lehrzweck weit hinausgehende Tragweite zuerkannt werden. Es ist schon zum öfteren, und gerade auch in dieser Zeitschrift, Klage darüber geführt worden, dafs zwischen der Mathematik der Mittelschule und derjenigen der Hochschule — hauptsächlich der Universität, denn am Polytechnikum liegen doch die Dinge viel günstiger — eine weite, schier unüberbrückbare Kluft klafft, so dafs also der Student, welcher mit der

Gymnasialmathematik auf dem besten Fufse stand, kaum imstande ist, sich sofort in den Vorlesungen, welche er zu hören hat, zurechtzufinden. Hier soll nun der Ergänzungsband des Verfassers eingreifen, und wir zweifeln auch nicht, dafs er seine Schuldigkeit thun und für viele Primaner von Realgymnasien und noch mehr von Oberrealschulen eine höchst nützliche Vorschule für den nachfolgenden akademischen Unterricht sein werde. Auch für angehende Mathematiker, welche sich noch einmal über all das orientieren möchten, was man auch ohne die Algorithmen der höheren Analysis leisten kann, wird dieses dritte Bändchen die Bedeutung eines brauchbaren und erschöpfenden Repetitoriums erlangen.

An die Spitze ist die „Geometrie des Lineales" gestellt, und an sie reihen sich noch einige Problemzyklen, etwa dem entsprechend, was der Franzose treffend als „géométrie complémentaire" bezeichnet (vornehmlich die Erzeugung der Linien zweiter Ordnung durch projektivische Büschel). Die analytische Geometrie wird nur da angewandt, wo man ihrer nicht entraten kann, wie bei der Berechnung der Krümmungsradien. Unter den Zusätzen zur Stereometrie finden die Trägheitsmomente ihre Stelle, und ihnen folgen die Körper, deren Schnittkurven unter allen Umständen Kegelschnitte sind (das Rotationshyperboloid war gelegentlich schon im zweiten Teile zur Erläuterung des Begriffs der Achsendrehung, betrachtet worden). Mehrfache Kubierungen, auch von verwickelteren Körperformen, werden mit Hilfe des Prinzips von Cavallieri vorgenommen. Darauf wird auch noch kurz auf Axonometrie und Zentralperspektive eingegangen, während die darstellende Geometrie im engeren Sinne ausgeschlossen bleibt; mit Rücksicht auf diejenigen höher strebenden Gymnasialabiturienten, welche vielleicht dieses dritten Bandes zur Vorbereitung auf die Hochschulmathematik sich bedienen, würde uns ein gedrängter Kurs auch dieses Zweiges ganz wünschenswert erscheinen. Die sphärische Trigonometrie wird völlig in dem Umfange abgehandelt, dessen sie bedarf, um als Hilfsdisziplin für Physik, Astronomie und Geographie ihre ganze Verwendbarkeit zu dokumentieren. Von hier wird zur algebraischen Analysis fortgeschritten: ganze rationale Funktionen, allgemeine Simpsonsche Regel mit geometrischen Anwendungen, Tangentenproblem, Kurvenquadratur mit Umgehung der Integralrechnung, unendliche Reihen. Hier bleibt der Verfasser nicht bei den ersten Anfängen stehen, sondern entwickelt auch die wichtigeren Konvergenzkriterien und beweist u. a., wie unter Umständen die Summe einer Reihe von der Anordnung ihrer Glieder abhängen kann. Die zahlreichen Beispiele sind gröfstenteils dem Gebiete der Mechanik (Gravitationslehre, Thermodynamik, Maschinenkunde) entnommen. Bei der Lehre von den höheren Gleichungen bescheidet sich der Verfasser mit Recht so viel wie möglich; er begnügt sich nicht mit einem Scheinbeweise für den Fundamentalsatz, dafs jeder Gleichung eine Wurzel zu-

kommen mufs, sondern verweist den Beweis dafür in ein höheres unterrichtliches Stadium, indem er nur die Beziehungen zwischen Koeffizienten und Wurzeln, unter Voraussetzung jenes Theoremes, bespricht. Ein Anhang beschäftigt sich endlich noch mit den involutorischen Punktreihen und Strahlbüscheln und mit der Rektifikation der Parabel, welche phoronomisch auf die Quadratur der Hyperbel zurückgeführt wird.

Diese Übersicht mag genügen, um den Leser darüber zu vergewissern, welch reichen und mannigfaltigen Inhalt das Werk von Holzmüller auf einem Raume vereinigt, der, wenn man den schönen, keineswegs kompressen Druck des Textes wie nicht minder der Formeln berücksichtigt, nichts weniger denn ein sehr beträchtlicher ist. — Es sei nun gestattet, auf einzelne Punkte zu sprechen zu kommen, hinsichtlich deren die von uns bereits lobend hervorgehobene Thatsache, dafs der Autor durchweg als Schulmann und nicht als rigoroser Systematiker zu uns spricht, sich besonders deutlich zu erkennen giebt. Wir meinen die Behandlung der Trigonometrie und Stereometrie. Folgt man den meisten Schulplänen und Lehrbüchern — die bayerischen Erfahrungen des Berichterstatters haben ihn auf keine Ausnahme stofsen lassen —, so sieht man, wie die Anfänger sich mit den Winkelfunktionen plagen müssen, ohne zu wissen, was sich später damit anfangen läfst; mit viel gröfserem Rechte giebt Holzmüller der alten guten Devise „vom leichteren zum schwereren“ auch hier Raum und stellt an die Spitze die Dreiecksrechnung selbst, beziehungsweise die Lehre von den ebenflächigen Körpern. Bei dieser letzteren kann sich der Schüler sofort etwas vorstellen, und er sieht auch die Notwendigkeit ein, solche Dinge zu betrachten, während er schon ein aufsergewöhnlich guter mathematischer Kopf sein mufs, um die Notwendigkeit einzusehen, dafs man Lagebeziehungen augenfälligster Art — wie z. B., wenn eine von zwei Parallellinien auf einer Ebene senkrecht steht, so steht auch die andere auf ihr senkrecht — erst noch mit komplizierten Beweisen versehen mufs. Nebenbei bemerkt, sind nahezu alle Beweise des XI. euklidischen Buches (und an ihnen halten die meisten unserer stereometrischen Leitfäden mit Zähigkeit fest), „Mausefallenbeweise“ schlimmster Gattung und entbehren jeder Anschaulichkeit. Deshalb freuen wir uns, dafs der Verfasser (II, S. 184 ff.) sich in diesem Kapitel der gröfsten Kürze beflissen und all den Ballast, der sich von Generation zu Generation fort schleppt, nach Kräften beschnitten hat, während zudem die schönen räumlichen Figuren noch dazu beitragen, alle Schwierigkeiten, welche die noch unausgebildete Raumanschauung des Knaben notwendig mit sich bringt, soweit zu heben, als überhaupt angängig ist.

In dieser Hinsicht darf auch dem Buche das vollste Lob gezollt werden, denn die Zeichnungen sind durchweg vortrefflich, und wie sehr durch solche nicht blos schematische, sondern den räum-

lichen Verhältnissen genau angepafste Figuren das Verständnis erleichtert wird, braucht an diesem Orte nicht besonders hervorgehoben zu werden. Alle kleinen Hilfen, wie sie in richtigem Wechsel zwischen gestrichelten und ganz ausgezogenen Linien beruhen, sind angewendet worden, und der plastische Eindruck, den die Raumgebilde hervorbringen, läfst nichts zu wünschen übrig.

Damit steht im Einklange die Schreibart der Formeln, die Anordnung der numerischen Rechnungen (insonderheit in der Trigonometrie); alles ist durchsichtig und klar. Nur die Verwendung des Prozentzeichens $\%_0$ an Stelle eines eigenen Buchstabens scheint uns mit den sonst allenthalben befolgten Grundsatze der Einfachheit nicht ganz zu stimmen; wählt man dafür das übliche p, so erhält man z. B. bei der Grundformel der Zinseszinsrechnung die bequeme Einkleidung $k = c \cdot 1,0p^n$ statt der hier (II, S. 104) gewählten $k = c\left(1 + \frac{\%_0}{100}\right)^n$. Dies ist aber auch der einzige Fall, in welchem wir eine andere Bezeichnung, als die vom Verfasser angewandte, für zweckmäfsiger halten.

Im Vorworte erklärt sich Direktor Holzmüller gegen jenen übereifrigen Purismus, der neuerdings leider auch in der Elementarmathematik ein geeignetes Agitationsgebiet erblickt, und der, wenn es nach ihm ginge, unsere Wissenschaft eines ihrer höchsten Güter, des internationalen Charakters und der allgemeinen Verständlichkeit, berauben würde. Nur in beschränktem Mafse wird die Verdeutschbarkeit der mathematischen Kunstwörter als berechtigt anerkannt, und einige der vom Verfasser eingeführten neuen Namen können auch den Beifall des sonst sehr zurückhaltenden Referenten finden. Dahin gehört die Verdrängung von „Parallelepipedum“ durch „Rechteckskörper“, denn der erstgenannte Terminus ist erstens für jugendliche Zungen schwer auszusprechen, und zweitens wird das Parallelepipedum selbst in Werken, in denen man es nicht erwarten sollte, falsch geschrieben. Dazu kommt, dafs die Übertragung auch eine sprach- und sinngerechte genannt werden darf, im Gegensatze zu vielen unglücklichen Neubildungen der mathematischen Nomenklatur.

Wir glauben hiermit unseren Bericht über das Holzmüllersche Lehrbuch schliefsen zu sollen, obwohl sich noch gar viel darüber sagen liefse.*) Dieser Bericht wird doch, bei aller Gedrängtheit, jedem Leser die Überzeugung verschafft haben, dafs er hier nicht ein Stück jener Dutzendware, mit welcher der Büchermarkt überschwemmt wird, sondern ein Produkt reifer, schulmännischer Erfahrung und angestrengten Nachsinnens über die beste Art, junge Geister für eine als schwierig verschrieene Wissenschaft zu gewinnen, vor sich hat. Das Werk wird viel Nutzen stiften, und wir wünschen

---

*) Die hübschen kartographischen Konstruktionen z. B. wären einer besonderen Beleuchtung sehr würdig.

ihm sowohl eine ausgiebige Verbreitung in den höheren Schulen als auch sorgsame Beachtung seitens derjenigen, welche selbst unter die Kompendiographen zu gehen gedenken.

München. Dr. S. Günther.

Klein, F. (Professor der Mathematik in Göttingen), **Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie.** Ausgearbeitet von F. Tägert (Oberlehrer am Realprogymnasium in Ems). Eine Festschrift zu der Pfingsten 1895 in Göttingen stattfindenden 3. Versammlung des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts. (Mit 10 in den Text gedruckten Figuren und 2 lithographischen Tafeln.) Leipzig, bei Teubner 1895. Mit einer Vorrede von F. Klein. Preis geh. 2 Mk.

Die genannte Vorrede beginnt mit den Worten: „Die schärferen Begriffsbestimmungen und Beweismethoden, welche die moderne Mathematik entwickelt hat, gelten in den Kreisen der Gymnasiallehrer vielfach als abstrus und übertrieben abstrakt und werden dem entsprechend gern so angesehen, als seien sie nur für den engeren Kreis der Spezialisten von Bedeutung".

Demgegenüber hat es dem Herrn Verfasser „Vergnügen gemacht", nachdem er bereits vorher den Teilnehmern der in den Osterferien 1894 in Göttingen stattgefundenen Ferienkurse eine Skizze von, gegen obige Ansichten gerichteten, Vorträgen vorgelegt hatte, im vergangenen Sommer (1894) in einer zweistündigen Vorlesung vor einer gröſseren Anzahl von Zuhörern darzulegen, was die neuere Wissenschaft über die Möglichkeit der elementargeometrischen Konstruktionen zu sagen weiſs".

Der Referent beabsichtigt hier nur den **Inhalt** der einzelnen Abschnitte und Kapitel anzugeben und zwar zuvörderst für diejenigen Leser unseres Blattes, welche an der bevorstehenden Vereinsversammlung in Göttingen teilnehmen wollen; die **Beurteilung** derselben vom Standpunkte der Schulpädagogik möchte er einer in der Schulpraxis stehenden Autorität überlassen.*)

I. Abschnitt. Die Möglichkeit der Konstruktion algebraischer Ausdrücke.

Kap. 1. Diejenigen algebraischen Gleichungen, welche sich durch Quadratwurzeln lösen lassen. (Nr. 1—14.) — Kap. 2. Das Delische Problem und die Dritteilung des Winkels. (1—3.) — Kap. 3. Die Kreisteilung. (1—8.) — Kap. 4. Die Konstruktion des regulären 17-Ecks. (1—9.) — Kap. 5. Allgemeines über algebraische Konstruktionen. (1—5.)

---

*) Das nächste (5.) Heft wird vorerst eine Rezension aus der Feder eines Hochschullehrers bringen. D. Red.

II. Abschnitt. Die transcendenten Zahlen und die Quadratur des Kreises.

Kap. 1. Der Cantorsche Beweis von der Existenz transcendenter Zahlen. (1—3.) — Kap. 2. Geschichtlicher Überblick über die Versuche zur Berechnung und Konstruktion der Zahl π. (1—4.) — Kap. 3. Die Transcendenz der Zahl e. (1—3.) — Kap. 4. Die Transcendenz der Zahl π. (1—7.)

Anhang. Der Integraph von Abdank-Abakanowicz.

H.

Landsberg, Bernhard (Oberlehrer am Kgl. Gymnasium zu Allenstein, O.-Pr.). Streifzüge durch Wald und Flur. Eine Anleitung zur Beobachtung der heimischen Natur in Monatsbildern. Für Haus und Schule bearbeitet. Leipzig 1895. Teubner. X und 193 S. Pr. geb. ℳ 2,80.

In dem Maſse, wie die noch stetig zunehmende Konzentration des Lebens in den Groſsstädten die Jugend mehr und mehr der freien Natur entfremdet, wird es für den Lehrer der Naturbeschreibung immer schwieriger, seiner Aufgabe gerecht zu werden, dem Stande der biologischen Wissenschaft entsprechend dem Schüler einen auf eigne Beobachtung begründeten Einblick zu verschaffen in das Leben und Weben in der Natur und in das stille Wirken ihrer gewaltigen Kräfte. Hier, wo dem Schulunterrichte unübersteigbare Schranken gesetzt sind — denn an die Durchführung eines vollständigen naturbeschreibenden Unterrichts im Freien ist im Ernste nicht zu denken — sucht die vorliegende Jugendschrift auszuhelfen, indem sie dem Schüler Anregung und Anleitung giebt, sich selbst vertraut zu machen mit der Welt der ihn umgebenden Lebewesen. Vor allen ähnlichen, schon früher erschienenen Naturschilderungen, die wie die Bachschen Studien und Lesefrüchte denselben Zweck mit viel Geschick verfolgten, besitzen die Landsbergschen Streifzüge, welche nach festen methodischen Grundsätzen entworfen sind, entschiedene Vorzüge. Der Verfasser giebt keine langen, auf die Dauer ermüdenden morphologischen Beschreibungen, die nur im Klassenunterricht Berechtigung haben, sondern er führt die ihm liebgewordene Jugend hinaus an das Fluſsufer, auf die Wiese, auf das Stoppelfeld und zeigt ihnen, welch' reiche Fundgrube für interessante Beobachtungen auch das ödeste Fleckchen Erde bietet. Er leitet sie an, biologische Experimente selbst anzustellen, und so die Natur zur Beantwortung der an sie gerichteten Fragen zu veranlassen. Aus dem Werkchen, welches in seiner hübschen Ausstattung sich zu Schulprämien recht gut eignet, wird auch der Lehrende bezüglich des Inhalts, wie auch namentlich der Behandlungsweise vielfache Anregung und Belehrung schöpfen können. Namentlich aber sei es empfohlen allen Eltern und Er-

ziehern, welche an freien Nachmittagen mit ihren Schützlingen hinauswandern, um in diesen Liebe und Verständnis für das Naturleben und hierdurch einen gesunden Idealismus zu wecken und zu pflegen.

In dem von der Verlagshandlung allen Interessenten zur Verfügung gestellten Begleitworte „Einkehr oder Umkehr" (16 S. 8°) entwickelt der Verfasser, der zwischen dem Lübenschen Verfahren und der durch Junges „Dorfteich" eingeleiteten Reform die richtige Mitte zu finden weiſs, seine methodischen Ansichten, bezüglich deren auf den in dieser Zeitschr. Bd. 25, p. 241—256 erschienenen Aufsatz hingewiesen sein möge.

Düsseldorf. Dr. Norrenberg.

Ihne, Egon, Beschreibende Naturwissenschaft und Chemie. Sonderabdrücke aus den Jahresberichten über das höhere Schulwesen. Band VII, Jahrgang 1892; Band VIII, Jahrgang 1893. Berlin, R. Gaertnersche Verlagsbuchhandlung, H. Heyfelder.

Die Rethwischschen Jahresberichte sind allgemein als ein wertvolles Hilfsmittel für den praktischen Schulmann bekannt, welcher ohne solche Unterstützung den Überblick über die Unterrichtslitteratur seines Faches in sehr vielen Fällen einbüſsen würde. Nachdem nun in jenen Berichten die oben erwähnten Disziplinen einen neuen Vertreter, den durch seine phänologisch-klimatologischen Arbeiten allen Geographen und Meteorologen wohl bekannten Dr. Ihne in Friedberg (Oberhessen), erhalten haben, darf wohl darauf hingewiesen werden, daſs die Art und Weise, wie auch unter dem neuen Kurse sich die Berichterstattung gestaltet hat, eine anerkennende Erwähnung beanspruchen kann. Die einzelnen Mitteilungen, welche sich übrigens auch auf Geologie erstrecken, geben von den wichtigeren Lehrbüchern wie von den in das Fach einschlagenden pädagogischen Abhandlungen ein gedrängtes, aber für die erste Orientierung vollkommen ausreichendes Bild; eigentliche Kritik, zu deren Begründung ja der Raum fehlen würde, tritt nur ganz gelegentlich hervor. Eingehender sind allgemeine methodische Fragen behandelt, so z. B. die Frage der Exkursionen oder Schulspaziergänge; in früherer Zeit vernachlässigte man diese wichtige Seite der Pädagogik ganz, heutzutage scheint man, wie auch Dr. Ihne andeutet, gewissen dabei nicht ganz zu umgehenden Äuſserlichkeiten ein etwas zu groſses Gewicht beizulegen. Sehr dankenswert erscheinen uns die Mitteilungen über Schulgärten. — Wir können nur dem Wunsche Ausdruck verleihen, daſs diese nützlichen Referate auch künftig in dem gleichen Sinne weitergeführt werden möchten.

München. Dr. S. Günther.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Provinz Sachsen mit Thüringen. Ostern 1894.

Referent: Prof. Dr. Gantzer vom Pädag. z. Kl. u. l. Fr. i. Magdeburg.

Magdeburg, Königl. Domgymnasium. Progr. Nr. 239. Oberl. Röser. *In welcher Weise vermag die Jugend durch Thun und Lassen praktisch zum Schutze der Tiere beizutragen?* 4°. 16 S.

Eine aufsergewöhnlich lehrreiche Schrift, welche nicht nur den Menschen, deren Herz, von dem materiellen Getriebe der Zeit noch unberührt, der lebenden Natur noch warm und treu entgegenschlägt, sondern allen Menschen, sofern ihnen das Gefühl noch nicht ganz abhanden gekommen ist, dafs der Mensch, „der Herr der Schöpfung, durch Schonung und Pflege kleiner schutzloser Tiere den Schöpfer und sich selbst ehrt, sich selbst aber entehrt, wenn er zu deren Henker herabsinkt", dringend zur Beachtung zu empfehlen ist! Jeder wird die Abhandlung mit regem Interesse von Anfang bis zu Ende durchlesen und mit hoher Befriedigung aus der Hand legen, aber nicht, um zu vergessen, wozu sie mit warmen Worten auffordert, sondern mit dem ernsten Vorsatze, die zahlreichen, von dem Herrn Verf. gegebenen Winke an seinem Teile zu benutzen. Die Fülle des gebotenen Stoffes ist eine so grofse, dafs es unmöglich ist, in wenigen Worten ein klares Bild des Inhaltes zu entwerfen. Die Abhandlung zeigt zuerst, in welcher Weise der Mensch durch sein Thun und Lassen die Tierwelt gegen die zahlreichen ihr Leben bedrohenden Gefahren zu schützen im stande ist. Manche Gefahren sind freilich unabwendbar; aber die Mutter Natur gleicht solche Verluste wieder aus. Viel verderblicher, als Naturgewalten, wirkt der Mensch durch gedankenlosen Mutwillen, durch Unwissenheit und Aberglauben auf die Vernichtung der Tierwelt hin. Wir Menschen, und insbesondere unsere Jugend, sollten vielmehr den Schwerpunkt unserer Aufgabe darin erblicken, das tierische Leben zu erhalten. Nicht scharf genug zu tadeln ist deshalb u. a. das Einfangen von lebenden Tieren (Eidechsen, Fischen, Insekten u. s. w.), das Sammeln von Eiern und vieles andere, sofern es einer Laune entspringt. Freilich soll damit nicht der Sammeleifer überhaupt getadelt werden; wenn vielmehr der Sammeleifer sich von dem nutzlosen Schädigen der Tierwelt und insbesondere von der für Unberufene fast notwendig damit verbundenen Tierquälerei, welche der Herr Verf. in mancherlei Gestalten vor Augen führt, fernhält, so kann er vielmehr dazu dienen, der Tierwelt Gutes zu erweisen. Wir lernen die Lebensbedingungen der Tiere genauer kennen und bringen uns so in die Lage, dieselben besser zu gestalten; und je weiter sich die Kenntnis der Lebensweise der Tiere verbreitet, desto mehr können wir Menschen sogar unmittelbar der Tierwelt nützlich werden. Dafs die zahlreichen Mittel, unsere heimische Vogelwelt gegen den oft bitteren Mangel an Nahrung und seine Folgen zu schützen, und unseren gefiederten Freunden im Frühjahr und im Sommer bequeme und gesicherte Nist- und Brutstätten zu bereiten, ausführlich besprochen werden, braucht wohl kaum versichert zu werden. Mit Fug und Recht schliefst der Herr Verf. seinen sehr lehrreichen Aufsatz mit dem, zugleich als Überschrift gewählten, Motto: Es giebt keine wahrhaft gute Erziehung und auch kein wahrhaft gutes Herz ohne Mitleid gegen die Tiere!

Burg, Königl. Viktoria-Gymnasium. Programm Nr. 231. Oberl. Ernst Ahrens. *Tabellen zur Bestimmung der in der Umgebung von Burg wildwachsenden Phanerogamen.* II. Teil. 16 S.

Die Arbeit bildet lediglich die Fortsetzung der im vorigen Jahre unter Nr. 232 veröffentlichten Programm-Abhandlung. Es werden hier

im Ganzen 186 Pflanzengattungen aus 15 verschiedenen Ordnungen aufgezählt. Unter den Ordnungen sind die Umbelliferen, die Papilionaceen, die Rosaceen und Labiaten besonders hervorzuheben. Mitten in der Aufzählung der kopfblütigen Pflanzen bricht die Tabelle ab.

Halle, Saale, Stadtgymnasium. Programm Nr. 237. Oberl. Otto Genest. *Bemerkungen zum erdkundlichen Unterricht auf höh. Lehranstalten nach den neuen Lehrplänen.* 14 S.

Der Herr Verf. will nur einzelne Punkte aus den Forderungen der neuen Lehrpläne herausgreifen, aus welchen der Fortschritt gegenüber den früheren Bestimmungen klar hervortritt, oder in welchen die neuen Lehrpläne an Zweckmäfsigkeit hinter den älteren zurückbleiben. Zunächst führt der Herr Verf. aus, dafs der erdkundliche Unterricht in beschränkter Weise dringend der Behandlung durch Fachmänner bedarf, und beklagt, dafs dieser Unterricht fast stets von einer gröfseren Anzahl von Lehrern erteilt wird. Die Lehrpläne von 82 und 92 decken sich zwar in den allgemeinen Zielen des erdkundlichen Unterrichts, aber in der Gestaltung der Lehraufgabe weichen sie erheblich von einander ab. Ob die Verteilung des Lehrstoffes auf die einzelnen Klassen, wie sie 1892 vorgeschrieben wurde, ein Vorteil oder Schaden für unser höheres Schulwesen ist, will der Verf. nicht entscheiden. — Das Klassenpensum der Sexta deckt sich einerseits mit dem, was die Vorschule unter Heimatskunde gelehrt hat; andererseits bietet die örtliche Umgebung nur ausnahmsweise Gelegenheit, dem kindlichen Sinn die charakteristischen Merkmale der Gebirgswelt, eines Wasserlaufs, der See u. s. f. zur Anschauung zu bringen. Der Verf. möchte lieber dem Sextaner etwas Neues bieten, ihn in die Ferne führen und deshalb die physische Erdkunde von Australien, Amerika, Afrika, Asien und zuletzt Europa (also in aufsteigender Reihenfolge) für Sexta vorschreiben; daran müfsten sich die allereinfachsten Grundlagen der mathematischen Geographie anschliefsen. — Für die Tertien fordern die neuen Lehrpläne zunächst die Wiederholung der Erdkunde Deutschlands. Der Verf. weist nach, dafs es sich thatsächlich um eine neue Durchnahme von Deutschland, natürlich dem Standpunkt der Klasse entsprechend, handeln mufs. Nicht minder auffällig erscheint es, dafs für U. III. die Wiederholung der politischen, für O. III. die der physischen Erdkunde gefordert wird; zum mindesten hätte doch, ihrer Wichtigkeit entsprechend, eine Umstellung der beiden Pensen erfolgen müssen, wenn man nicht lieber, dem Vorschlage des Verf. folgend, die physische und politische Erdkunde Deutschlands nicht von einander trennen mochte. Ebenso tadelt der Verf. mit Recht, dafs den beiden Tertien die Erdkunde der aufsereuropäischen Länder und der deutschen Kolonien als ein Anhängsel zugewiesen ist. Abgesehen davon, dafs auf diese Weise für beide Abschnitte nur der Rest der Zeit, welche die Geographie Europas nicht beansprucht hat, übrig bleibt, und dafs dadurch der Gefahr, diesen Teil der Erdkunde über das Knie zu brechen, Thür und Thor geöffnet ist, wird auch der U. III., welche durch das Eingreifen einer neuen Sprache schwer belastet ist, gegenüber der Oberstufe zu viel zugemutet. Und weshalb der in der Sache begründete Zusammenhang zwischen den aufsereuropäischen Ländern und den deutschen Kolonien zerrissen wird, ist noch weniger ersichtlich. Wenn aber der Verf. eine besondere und eingehende Behandlung der deutschen Kolonien nicht für erspriefslich hält, sondern lediglich in dem bescheidenen Umfange, wie ihn der natürliche Zusammenhang der Dinge von selbst ergiebt, die Kolonien besprochen zu sehen wünscht, so kann ich ihm darin nicht völlig beistimmen; nicht früh genug kann unsere Jugend auf die Wichtigkeit unserer aufsereuropäischen Besitzungen hingewiesen werden. — Der Verf. empfiehlt für die drei ersten Vierteljahre der Untertertia die Erdkunde der aufsereuropäischen Länder in der vom Einfachen zum Schwierigen aufsteigenden Reihenfolge,

und im vierten die von Oberdeutschland (Mitteleuropa); für die Oberstufe bleiben dann Mittel- und Niederdeutschland. — Zum Schlufs macht der Verf. auf den scharfen Unterschied der Lehrpläne von 82 und 92 in betreff des Zeichnens im erdkundlichen Unterricht aufmerksam, weil die letzteren das Zeichnen von Seiten der Lehrer und Schüler in den Klassen V bis U. II unbedingt verlangen. Trotz der zu weit gehenden Forderung der Fertigkeit im geographischen Zeichnen, welche die Prüfungsordnung von 87 von den Bewerbern um eine Lehrbefähigung für die Erdkunde verlangt, weil diese Fertigkeit sich nicht jedermann erwerben kann, entsprechen die von Lehrern der Erdkunde an der Wandtafel entworfenenen Skizzen häufig genug nicht der Wirklichkeit, sondern stellen Zerrbilder dar, die den lauten oder verborgenen Spott der Schüler herausfordern. Man sollte deshalb zu der Freiheit der Lehrpläne von 82 zurückkehren, welche das Zeichnen dem geschickten Lehrer überliefsen. — Wie aus dieser gedrängten Inhaltsangabe hervorgeht, enthält die Abhandlung eine Reihe von sehr beherzigenswerten und wohlbegründeten Vorschlägen.

Nordhausen, Königl. Gymnasium. Programm 246. Professor Friedr. Pietzker. *Das humanistische Element im exakten wissenschaftlichen Unterricht.* 4° 16 S.

Die Erziehung des Menschen zum lebendigen Bewufstsein der Pflichten, welche der Einzelne zu der ganzen menschlichen Gesellschaft und zu dem engeren Kreise hat, in den er durch die Natur gestellt ist, das bezeichnet der Herr Verf. als die Hauptaufgabe jeder Schule; in diesem Sinne ist auch die Volksschule humanistisch. Aber der Verf. will sich nur auf die höheren Schulen beschränken, für welche die in Betracht kommenden Fächer allein die sprachlich-litterarischen und die mathematisch-naturwissenschaftlichen sind. Übrigens ist es in der ersten Gruppe ausschliefslich oder doch fast ausschliefslich der dem Schüler die Kenntnis der geistigen Erzeugnisse hervorragender Menschen oder Zeiten vermittelnde Litteratur-Unterricht. Und doch, trotz der schönen und dankbaren Aufgabe, welche hier der Schule gestellt ist, ist die Wirkung des Unterrichts nur eine einseitige; nicht blofs, weil der Schüler nur die Eindrücke, welche das Leben im Geiste grofser Männer hinterlassen hat, empfängt, sondern auch, weil von den Künsten ausschliefslich die Dichtkunst zu ihrem Rechte kommt. Der sprachlich-litterarische Unterricht wird durch den mathematisch-naturwissenschaftlichen ergänzt. Um aber nur das Wichtigste kurz hervorheben zu können, beschränkt sich der Verfasser auf die Mathematik und Physik, und bezeichnet als ein starkes humanistisches Element in dem exakt-wissenschaftlichen Unterricht die geschichtliche Entwickelung unserer mathematisch-physikalischen Einsicht. Es würde den Rahmen einer Programmschau überschreiten, wollte der Berichterstatter auch nur anzudeuten versuchen, in welcher geistreichen und fesselnden Weise dieser Nachweis geführt wird. Diesen direkten Beziehungen treten weitere zahlreiche indirekte Beziehungen ergänzend zur Seite. Und nun gar erst der physikalische Unterricht! Welche unerschöpfliche Fundgrube für Hinweise auf die neuen Wege, welche das Nutzbarmachen der Naturkräfte dem menschlichen Unternehmungsgeist erschlossen hat, bietet er dar! Auffällig erscheint es, dafs der Herr Verf. das schon jetzt so grofsartige Eingreifen der Elektrizität nur eben streift. Dafs er aber keineswegs eine bestimmte Gruppe von Einwirkungen für den Unterricht verwertet wissen will, dafs er vielmehr verlangt, der Lehrer solle mehr als nur ein Techniker seines Faches sein, „die aus dem Rahmen der Lehraufgabe im engsten Sinne je nach dem Gange des Unterrichts von selbst und unvorhergesehen heraustretenden Erörterungen müssen in dem gegebenen Augenblicke an zufällige Anlässe anknüpfen“, „wenn der Unterricht das receptive Interesse an der umgebenden Welt zu einem werkthätigen umgestalten“ und so seinen humanistischen Zweck erfüllen soll, möchte ich

noch ganz besonders hervorheben. Erst dann wird der Unterricht dazu erziehen, „menschliche Dinge teilnehmend zu verstehen und auf Menschen und menschliche Angelegenheiten wohlwollend förderlich einzuwirken."

Wernigerode, Fürstlich Stolbergsches Gymnasium. Programm 257. Hilfslehrer Bühring. *Verwendung des Prinzips der Erhaltung der Energie bei dem Unterrichte u. s. w.* 8°. 35 S. 1 Tafel Figuren.

Der Herr Verf. geht von der Frage aus: „Wie erleichtert man dem Schüler das Eindringen in die Grundbegriffe, ohne ihm dabei den Ausblick zu schmälern, den die weittragende Bedeutung der physikalischen Grundgesetze bietet." Mit der Beantwortung dieser Frage soll keineswegs einem „pädagogischen Schematismus das Wort geredet", oder „die freie Bewegung" des für sein Fach begeisterten und deshalb auch zum Erregen von Begeisterung für die Physik fähigen Lehrers „durch die zwingenden Formen eines Leitfadens eingeengt werden." Vielmehr soll nur versucht werden, „zu zeigen, wie viel das wichtige Prinzip von der Erhaltung der Energie zur Vereinfachung der Methoden der Entwickelung der physikalischen Gesetze beiträgt." Wenn auch das Experiment stets im Vordergrund stehen bleiben muſs, und wenn auch an ihm und aus ihm das leitende und beherrschende Gesetz zu erkennen und abzuleiten ist, so wird es doch jetzt, nachdem die Lehrpläne von 92 den physikalischen Unterricht in zwei Kursen angeordnet haben, möglich sein, in der Oberstufe für gewisse Zweige der Physik ein deduktives Verfahren einzuschlagen, indem sich der Lehrer auf die physikalischen Vorkommnisse aus der Unterstufe stützt; ein solches Verfahren kann „fruchtbringender sein, als eine durch Zusätze erweiterte Wiederholung des vorbereitenden Kursus". Ganz besonders eignet sich zu einem solchen Verfahren die Mechanik, der Teil der Physik, der als verbindendes Glied zwischen Mathematik und Physik steht und dadurch, daſs er der Unterprima zugewiesen ist, der Klasse, in der es wesentlich darauf ankommt, das in früheren Klassen erlernte mathematische Pensum durch Übungen zu befestigen, gewissermaſsen zur Verwendung des Prinzips von der Erhaltung der Energie herausfordert. Es werden alsdann die erforderlichen physikalischen Vorbegriffe erörtert: Die Grundmaſse im Centimeter-Gramm-Sekunden-System, die gleichförmige Bewegung, die Beschleunigung und die gleichförmig-beschleunigte Bewegung, die Kraft (Masse, Gewicht), die Arbeit und Energie (potentielle und kinetische). Dann wendet der Verf. das Prinzip der Erhaltung der Energie auf einige Aufgaben aus der Mechanik starrer Körper an; es werden die Gleichgewichtsbedingungen für die sogen. einfachen Maschinen entwickelt, denen sich die Erklärung des Schwerpunktes und der Gleichgewichtslage anschlieſst. Es folgen die Gesetze des freien Falles, des Wurfes, des Falles auf vorgeschriebener Bahn und auf der schiefen Ebene (Schraube, Keil), des Pendels. Die Schwingungsdauer des Pendels wird auf dem gewöhnlichen Wege ermittelt, der sich auf die Annahme stützt, daſs die Bahn des schwingenden Massenpunktes durch die zugehörige Sehne dieser Bahn ersetzt werden kann. In einer besonderen Anmerkung wiederholt der Herr Verf. aus Trappe's Schulphysik, bearbeitet von Kindel, 1893, den elementaren Beweis dafür, daſs jeder Massenpunkt des Pendels in jedem Augenblick dieselbe Geschwindigkeit besitzt, welche ein Punkt haben würde, der als rechtwinklige Projektion eines auf der Peripherie eines Kreises mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich bewegenden Punktes auf den Durchmesser des Kreises sich bewegt. Den Abschluſs der Entwickelungen bildet die Zentral-Bewegung. — Wenn man bedenkt, daſs auſser dem Prinzip der Erhaltung der Energie nur noch das Gesetz vom Beharrungsvermögen und das Prinzip der Undurchdringlichkeit, beide gleich einfach und leicht verständlich, zur Erklärung der physikalischen Thatsachen erforderlich ist, so springt in die Augen, daſs auf diesem Wege, nämlich durch das Prinzip von der Erhaltung der Energie, zumal bei der beschränkten Stundenzahl

für die Physik, auffallend viel geleistet werden kann. Der Versuch, den der Herr Verf. hier unternommen hat, ist als sehr wohl gelungen zu bezeichnen. Die überall einfache klare Sprache, die durchsichtige, jede Schwierigkeit geschickt vermeidende Entwickelung, lassen die Abhandlung als eine nicht bloſs dem Fachgenossen zur Beachtung, sondern auch dem Laien zum Lesen zu empfehlende Arbeit erscheinen.

Naumburg, Saale, Domgymnasium. Programm Nr. 244. (Auſser einer Abhandlung über den „Püstrich“ zu Sondershausen:) Oberlehrer Alfred Holtze. *Kleine mathematische Abhandlungen.* 18 S. 2 Tafeln Figuren. 4°.

Der Herr Verf. veröffentlicht hier 8 kürzere mathematische Aufsätze, welche unter sich in keinem Zusammenhang stehen. In dem ersten Aufsatze wird aus der Differentialgleichung der Bewegung, welche durch eine, dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional wirkende Kraft hervorgerufen wird, besonders auf die Theorie des freien Falles eingegangen und gezeigt, daſs, sobald die Fallhöhe, abgesehen von dem Luftwiderstande, etwa 1 geogr. Meile übersteigt, die auf elementarem Wege abgeleiteten Zahlenresultate für die Endgeschwindigkeit und die Fallzeit von den mit Hilfe der höheren Mathematik abgeleiteten erheblich abweichen. Freilich hätte der Herr Verf. besser gethan, die Ungenauigkeit, welche durch die Annahme der Fallbeschleunigung $g = 10$ m und des Erdradius $= 860$ geogr. Meilen bedingt ist, zu vermeiden. — Im weiteren wird gezeigt, daſs, wenn Körper (gleicher Masse) durch gleiche Kräfte in derselben Vertikalebene, aber unter verschiedenen Elevationswinkeln geworfen werden, die geometrische Ortslinie der Scheitelpunkte aller Wurfparabeln (abgesehen vom Luftwiderstande) eine Ellipse mit den Halbachsen X und $\frac{X}{2}$ ist; es bedeutet X die unter den gegebenen Bedingungen zu erzielende gröſseste Wurfhöhe. Die groſse Achse liegt horizontal, die kleine vertikal. Die Umhüllungskurve aller Wurfparabeln ist eine Parabel mit vertikaler Achse, deren Parameter gleich der gröſsesten zu erzielenden Wurfweite ist. — In dem dritten Abschnitt wird nachgewiesen, daſs die logarithmische Linie der durch die Gleichung $y = \frac{x^\alpha - 1}{\alpha}$ dargestellten Kurvenschar (α ist ein variabler Parameter) angehört. Der Herr Verf. untersucht nun, welche von diesen Kurven Asymptoten haben. Es ergiebt sich, daſs die logarithmische Linie eine Asymptote (die y-Achse) hat, daſs den Kurven mit negativem α zwei, denen mit positivem α keine Asymptoten zukommen. Auch die Quadratur der bezeichneten Kurven wird gestreift. Die Übergangsstellung, welche die logarithmische Linie innerhalb der Kurvenschar einnimmt, hat viel Ähnlichkeit mit der Übergangsstellung der Parabel zwischen Ellipse und Hyperbel. — Aus der Summe der harmonischen Reihe $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n}$ ermittelt der Herr Verf., bis zu welchem Gliede diese Addition auszudehnen ist, um eine bestimmte, gegebene Summe zu erhalten. Beispielsweise für die Summe 1000 muſs man bis zu dem Gliede fortschreiten, dessen Nenner $f \cdot 10^{434,29}$ ist, wobei $2 > f > 1,213$ ist. Die Reihe konvergiert also auſserordentlich schwach. —

Der fünfte Aufsatz beschäftigt sich mit dem bemerkenswerten Satze von Cauchy (aus seinen *exercices de Mathématiques* I. Band S. 114 f.): „Ordnet man alle unkürzbaren Brüche, deren Nenner eine gewisse Grenze nicht übersteigt, ihrer Gröſse nach an, so ist die Differenz je zweier Nachbarbrüche ebenfalls unkürzbar und zwar ein Stammbruch; ferner ist

jeder Bruch gleich dem Quotienten aus der Summe der Zähler und der Summe der Nenner seines linken und rechten Nachbarbruches." Der Beweis wird mit Hilfe von Kettenbrüchen geführt.

Der folgende Abschnitt handelt von der Darstellung der ganzen Zahlen in der Form $\sum_k' 2^k$ und $\sum_k'(\pm 3^k)$. Diese an sich unbedeutende mathematische Spielerei hat für den Schulunterricht eine hohe Bedeutung, da sie erfahrungsmäfsig imstande ist, selbst solchen Schülern, welchen die Mathematik eine *magna crux* ist, ein, wenn auch vorübergehendes, Interesse für die Mathematik einzuflöfsen. Der verstorbene Prof. Schellbach hat wohl in keinem Jahrgang versäumt, dieses Zugmittel anzuwenden; und ein besonderer Reiz für die Schüler lag nun aufserdem noch in dem Gewande, in welches er diese mathematische Spielerei einzukleiden verstand. — Ebenso hat Schellbach häufig den wesentlichen Inhalt des folgenden Abschnitts, welcher von dem Bau der Bienenzellen handelt, als Beispiel bei Aufgaben über Maxima und Minima mit grofsem Erfolg benutzt.

Der letzte Abschnitt ist völlig elementarer Art und dürfte für den Unterricht besonders verwertbar sein. Ausgehend davon, dafs die Kreislinie als die geometrische Ortslinie für die Spitzen aller derjenigen Dreiecke anzusehen ist, für welche die eine Seite $= 2\,l$ und die Summe der anliegenden Winkel konstant ist, wirft der Verf. die Frage nach der geometrischen Ortslinie für die Spitzen der Dreiecke auf, für welche die Differenz der der gegebenen Seite anliegenden Winkel konstant ist. Es zeigt sich, dafs die gesuchte Ortslinie eine gleichseitige Hyperbel mit der Halbachse $l\sqrt{\sin\delta}$ ist.

Wenn auch, wie aus dieser gedrängten Inhaltsangabe hervorgeht, nur ein kleiner Teil der Arbeit für den Schulunterricht unmittelbar verwertbar ist, so dürfte doch die Hoffnung, die der Herr Verf. ausspricht, „dafs die blofse Mitteilung der gefundenen Resultate zur Belebung der mathematischen Lehrstunden beitragen werde", eine sehr wohl berechtigte sein.

Nordhausen, Königl. Realgymnasium. Progr. 269. Oberl. Dr. Bernhard Hoffmann. *Die geodätischen Konstanten eines Punktes im physikalischen Lehrzimmer. Die magnetischen Konstanten für Nordhausen und die Epoche 1894.* 4°. 18 S.

Die Arbeit ist veranlafst durch den Wunsch, für den trigonometrischen Unterricht Übungsstoff aus der nächsten Umgebung, welcher den thatsächlichen Verhältnissen entspricht, heranzuziehen, und die vorhandenen physikalischen Apparate der Schule auf ihre Leistungsfähigkeit zu prüfen. In dem ersten Teile der Arbeit werden die geodätischen Konstanten des Mittelpunktes der Apsis des physikalischen Lehrzimmers bestimmt, indem die Koordinaten des Petriturmknopfes in Nordhausen, wie sie bei der Triangulation Thüringens bestimmt sind, zu Grunde gelegt werden. Die Höhe dieses Nullpunktes über *NN* beträgt 280,92 m. Daraus folgen die Höhe und die Koordinaten des festen Punktes im physikalischen Zimmer zu 226,36 m über *NN* und $= 51^0\,30'\,3'',_{78}$, bez. $28^0\,28'\,7'',_{99}$. Eine unmittelbare Bestimmung der Lage des Meridians und der Polhöhe durch Beobachtung von Durchgängen durch den ersten Vertikal, bez. durch den Meridian ist mit derselben Sicherheit durchzuführen nicht möglich gewesen. Es konnten für die Meridianbestimmungen nur 4 Beobachtungsreihen infolge meteorologischer Hindernisse durchgeführt werden.

Die magnetische Deklination ist durch drei je 24 stündige Beobachtungsreihen in der Nähe der Wohnung des Herrn Verf. am 21/22. Mai, am 30./31. Juli und am 10./11. November 1893 zu $-11^0\,30',_9$ bez. $-11^0\,29',_4$ und $-11^0\,27',_5$ ermittelt worden, sodafs unter Annahme gleichmäfsigen Sinkens der Deklination für 1894,0 sich als Deklination des Beobachtungs-

punktes in Nordhausen ergiebt: — 11° 26',4. Die magnetische Inklination glaubt der Verf. trotz vielfacher Bemühungen nicht mit einer der Deklinations-Bestimmung nur annähernd gleichwertigen Sicherheit festgestellt zu haben. Die Hauptreihe der Beobachtungen ist wieder in der Nähe der Wohnung des Verf. und zwar am 18. Februar 1894 in drei Gruppen von je drei Beobachtungen um $7^{h.a.}$, $2^{h.p.}$ und $10^{h.p.}$ angestellt worden. Als Mittel aus je acht Ablesungen jeder Einzelbeobachtung haben sich ergeben 65° 50', 65° 56' und 65° 52'; der mittlere Wert wurde durch Beobachtungen an den folgenden Tagen mit ziemlicher Übereinstimmung bestätigt. Darnach ist als Mittelwert für 1894,0 anzusehen $i = 65° 53'$.

Die horizontale Intensität ist nach der Gaufsischen Methode durch Beobachtungen der Schwingungen eines Magneten von 10. 1. 1 cm³ Dimensionen an Nachmittagen des 21./XII. 93 und 25./I. 94 bestimmt worden. Die Zahlenwerte, welche an diesen Tagen durch je vier, in Zwischenräumen von je sechs Minuten auf einander folgenden Beobachtungen ermittelt sind, werden ausführlich mitgeteilt. Daraus ergiebt sich die horizontale Intensität für Nordhausen zur Zeit 1894,0 zu $H = 0{,}1898$ in *cgs* Mafssystem.

Halberstadt, Städt. Oberrealschule. Progr. 273. Oberl. Leonhard Zech. *Die geologischen Verhältnisse der nördlichen Umgebung von Halberstadt.* 19 S.

Es handelt sich hier um die geologischen Verhältnisse des Mefstischblattes Schwanebeck und eines Teiles von Dingelstedt und Halberstadt. Da sich hier erheblich einfachere Verhältnisse darbieten als südlich von Halberstadt, so hat der Herr Verf. es unternommen, ein Bild dieses noch wenig durchforschten Teiles der Erdkruste zu entwerfen, ein um so erfreulicheres Unternehmen, als die Schüler sich selbst mehr oder weniger leicht von der Richtigkeit des Bildes überzeugen können. Nach einer „historischen Entwickelung“ über die Bildung der Erdkruste des Magdeburg-Harzer Beckens werden die „Schichtenfolge und die Lagerungsverhältnisse“ besprochen. In der Buntsandsteinformation, dessen unterste Schicht am Südrande des Huy an einzelnen Stellen zu Tage tritt, sind organische Überreste nicht anzutreffen. Dagegen sind in dem darüber gelagerten Muschelkalk, der auf dem ganzen Südrande des Huy durch aufgelagerte Schottermassen verdeckt ist, an zwei Stellen über den Höhenzug hinübergreift und am Nordrande an zwei dicht benachbarten Stellen Terassen bildend hervortritt, die charakteristischen Arten von Petrefakten eingebettet; sie stimmen fast vollständig mit denen des Braunschweiger Muschelkalks überein. Über dem Kalk ist rings um den Huy herum Keuper in Mächtigkeit von rund 350 m aufgelagert. An einigen Stellen tritt der Gipskeuper und Steinmergel zu Tage, dagegen findet sich der obere Keuper, das Bonebed, auf dem Gebiete nicht frei, und Lettenkohle gar nicht. Von tertiären Ablagerungen werden Braunkohle, Septarienthon und Süfswasserkalk, welche durch tertiäre Kies-, Schotter-, Lehm- und Thondecken von einander getrennt sind, beobachtet; Kreide fehlt. — Die diluvialen Ablagerungen rühren entweder von Gletschern oder von Überflutungen der einheimischen Flüsse her, und sind demgemäfs teils nordischen Ursprungs, teils stammen sie vom Harz. Die nicht gleichmäfsig verteilten nordischen Schottermassen lassen vermuten, dafs das Eis mit einzelnen Zungen in dies Gebiet hineingeragt hat. Später haben die Flüsse des Harzes die weite Ebene des Nordens überflutet und so den nordischen Schotter mit Gebirgsschutt vermischt. Über die einheimischen Flufskiese ist ebenso wie über die nordischen Grande die Lehmdecke der zweiten Eiszeit gleichmäfsig ausgebreitet. Darüber endlich lagern die alluvialen Gebilde, in welche die Holtemme und der Assebach ihre Betten eingeschnitten haben; im wesentlichen ist es reiner Harzschotter, der mit einer dünnen Lehmschicht überdeckt ist. Am Nordfufse des Huy ist als

Bildung der Neuzeit noch ein Süſswasserkalklager zu erwähnen. Den Schluſs der sehr interessanten Abhandlung bildet eine tabellarische Übersicht der Formationen.

Magdeburg, Städt. Realschule. Ostern 1894. Programm Nr. 276. Oberl. Gustav Matthes. *Über den erdkundlichen Unterricht in der Sexta.* 4°. 12 S.

Die Abhandlung verfolgt im Hinblick auf die von den Lehrplänen gesteckten Ziele den Zweck, „ein kleines Bild von dem zu geben, was für einen Sextaner zu wissen nötig sein könnte, wenn er mit einigem Verständnis die physischen Erscheinungen und Veränderungen auf der Erdoberfläche, sowie die wichtigsten Erscheinungen am Himmel betrachten will.“ Der Verf. beginnt mit der Heimatskunde, die freilich zum Teil schon in dem vom Verf. hier bezeichneten Umfange auf der Vorschule getrieben ist. An die Heimatskunde schlieſst sich als zweiter Teil die Erklärung der „Grundbegriffe der physischen Erdkunde“ an. Hier bietet der Verf. einen sehr reichen, sorgfältig zusammengetragenen und geordneten Stoff für den erdkundlichen Unterricht dar; nach allen Richtungen hin wird der Gegenstand beleuchtet, und es dürfte wohl unmöglich sein, hier noch etwas Neues hinzuzufügen, so daſs dem „Lehrer überlassen bleiben muſs, aus dem reichen Stoff das allerwichtigste auszuwählen.“ Dem Anschein nach will der Herr Verf. diese Beschränkung nur auf die „allgemeine Übersicht über die Erdteile“ ausgedehnt wissen, während sie in erheblichem Maſse geübt werden müſste bei dem dritten, die Grundbegriffe der mathematischen Erdkunde umfassenden Abschnitt; das hier Gebotene wird nicht bloſs dem Sextaner, sondern sogar noch manchem Schüler der mittleren und oberen Klassen Schwierigkeiten bereiten. Es ist gewiſs zu billigen, daſs der Sextaner über die Himmelsrichtungen und die Art ihrer Bestimmung unterrichtet wird; aber ob es nötig, ja zweckmäſsig ist, hier schon von dem Azimut eines Punktes des Horizontes zu sprechen, erscheint mir sehr zweifelhaft. Ebenso bedenklich ist es, auf dieser Stufe bei Gelegenheit der Achsendrehung der Erde den Foucault'schen Pendelversuch zu erwähnen. Es gehört weiter nichts nach Sexta als die Bewegung der Erde um die Sonne in dem Umfange, wie der Herr Verf. in seiner Abhandlung ausführt. Nach meiner Erfahrung macht u. a. die Thatsache, daſs die Sonne für den Bewohner des Erdäquators Tagesbogen zu beschreiben scheint, welche den Horizont senkrecht schneiden, selbst Sekundanern und Primanern, wenn ihnen die Verhältnisse nicht zuvor an einer Armillar-Sphäre gezeigt werden, noch Schwierigkeiten. Weiter geht der Herr Verf. auf die Bewegung des Mondes über, bei welcher der Unterschied zwischen siderischer und synodischer Umlaufszeit ganz unerwähnt hätte bleiben können, weil er den kleinen Schülern ebensowenig verständlich ist, wie die Veränderung der Knotenlinie der Mondbahn, welche in $18^1/_2$ Jahren vollendet werden soll. Die Erklärung der Mondphasen und der Finsternisse ist in der Darstellung des Herrn Verf. wohlgelungen; freilich hätte ich diese Betrachtungen ebensowenig auf Sternbedeckungen und ihre Bedeutung für die Bestimmung des Längenunterschiedes entfernter Orte auf der Erde ausgedehnt, wie ich die „Durchgänge“ der Venus und des Merkur durch die Sonnenscheibe hier zur Sprache gebracht hätte. Das sind alles Dinge, die dem Verstande der kleineren Schüler völlig unklar bleiben und weit über die „elementaren Grundbegriffe der physischen und mathematischen Erdkunde“, welche die Lehrpläne fordern, hinausgehen. Dagegen hätte ich bedeutend gröſseren Nachdruck darauf gelegt, daſs die Erscheinungen, welche bei dem Unterricht besprochen werden, den kleineren Schülern in bedeutend gröſserem Umfange, als es im allgemeinen der Fall ist, an groſsen Tellurien und groſsen Armillarsphären vor Augen geführt werden. Derartige Anschauungen würden vielmehr nützen, als die theoretischen, noch so einfachen Entwickelungen.

Herzogtum Sachsen-Altenburg.

Eisenberg, Herzogl. Christians-Gymnasium. Programm Nr. 688. Oberl. Hermann Heiniger. *Der Philosoph K. Chr. Fr. Krause als Mathematiker.* 4°. 32 S.

Da der Philosoph Krause aus Eisenberg gebürtig ist, so ist es erklärlich, daſs der Herr Verf. es unternommen hat, Krause's mathematische Leistungen näher zu beleuchten. Dabei giebt er selbst zu, „daſs es ihm unmöglich sei, eine der Ideen, die Krause für die Mathematik aufgestellt hat, als vollständig zutreffend anzuerkennen.“ Über die ersten, die Beziehungen zwischen Philosophie und Mathematik behandelnden Abschnitte können wir hier umsomehr hinweg gehen. Krause hat sich mit allen Teilen der niederen Mathematik beschäftigt; auch in einigen Teilen der höheren Mathematik hat er gearbeitet, aber nirgends hat er etwas neues geschaffen. „Ein Grundzug der Krause'schen Philosophie ist, alles unter eine Einheit zu bringen. Dieses Streben nach Einheit hat ihn veranlaſst, die ganze Arithmetik auf einem Begriff, dem des Verhältnisses, aufzubauen.“ Der Herr Verf. zeigt nun ausführlich, in welcher Weise dieser Gedanke für die fünf Rechenoperationen Multiplizieren bis Logarithmieren durchgeführt ist; „das Addieren und Subtrahieren, das Zusammendenken von Gröſsen, steht mit dem Verhältnis in keinem Zusammenhang.“ Auch die Reihen, Kombinationen, binomischer Lehrsatz u. a. m. sind in Krause's arithmetischen Lehrbüchern behandelt. Weiter ist noch eine Faktoren- und Primzahlentafel der Zahlen von 1 bis 100000 (enthaltend die Primzahlen bis 293) im Druck erschienen. Ein groſser Teil der Handschriften mathematischen Inhalts behandelt die Auflösung der Gleichungen bis zum vierten Gr. Auffällig ist dabei, daſs Krause sich anderer als der gewöhnlichen Rechen- und sonstigen Zeichen bedient. So z. B. ist c für ihn das Zeichen für jede unbestimmte Zahl; durch Hinzufügen eines oder mehrerer Striche werden die Zeichen a, b u. s. w. gebildet. — Auch mit Differential- und Integral-Rechnung hat sich Krause beschäftigt. Die Geometrie wird in der vorliegenden Arbeit nur gestreift. Wenn auch vom theoretischen Standpunkt der von Krause eingeschlagene Weg Anerkennung verdient und vielleicht sogar eine nützliche und fruchtbringende Leistung hätte sein können, so ist doch sein Weg für den Schulunterricht völlig unbetretbar. — Die wenigen Andeutungen, die hier über den Inhalt der Krause'schen Schriften gegeben sind, dürften diese Behauptung ohne weiteres bestätigen.

Herzogtum Sachsen-Coburg-Gotha.

Coburg, Gymnasium Casimirianum. Progr. 703. Prof. Dr. R. Mauritius. *Beschreibung einiger neueren physikalischen Apparate.* 4°. 7 S. mit 2 Figurentafeln.

Der Herr Verf. beschreibt und erläutert durch Zeichnungen mehrere Apparate, welche er nach seinen Angaben hat anfertigen lassen. Ob der zweifellos verbesserte Heliotrop in der Zukunft eine gröſsere Bedeutung als der Steinheil'sche und der Gauſsische erlangen wird, bleibt mir zweifelhaft. — Als eine weniger gelungene Verbesserung möchte ich die „schiefe Ebene zu Präcisionsversuchen“ bezeichnen. Denn wenn auch sehr gut polierte Stahlkugeln von gleichen Gröſsen verwendet und sonstige Verbesserungen angebracht werden, so ist doch immer die Reibung (um deren Willen zum Teil wenigstens der Herr Verf. die Atwood'sche Fallmaschine tadelt) vorhanden. Und ob die Höhe und die Länge der schiefen Ebene sich mit der erforderlichen Schärfe feststellen lassen, ist nicht recht ersichtlich. — Der Stromschlieſser ist ein sinnreich erdachter, an den Pohl'schen Kommutator (jedoch ohne dessen Quecksilberkontakt) erinnernder

Apparat. — Mittels des **Fallraummessers** will der Herr Verf. den Fallraum während einer ganzen oder halben Sekunde messen. Und in der That dürfte sich der Apparat dazu wohl eignen, wenn ich auch in die Bedenken in betreff der Atwood'schen Fallmaschine, sofern nur dieselbe mit selbsthätiger elektrischer Auslösung versehen ist, wie sie der hiesige Mechanikus Herr R. Kühne nach meinen Angaben gebaut hat, nicht einstimmen kann. — Der **Wasserstandsfernmesser** soll mittelst eines in den Kreis einer Induktionsspule eingeschalteten Telephons die Stellung, welche einer in der Hauptspule verschiebbaren Eisenstange durch einen Schwimmer gegeben worden ist, auf Millimeter genau zu Gehör bringen. Theoretisch ist die Erfindung sehr sinnreich; ob sie sich praktisch in dieser Schärfe bewährt, ist eine andre Frage.

Coburg, Herzogl. Ernestinum (Realschule). Programm Nr. 704. Oberl. Rob. Amhof. *Das Prinzip der conformen Abbildung, angewendet auf das Problem der Elastizität.* 4°. 21 S. 2 Figurentafeln.

Es handelt sich hier um die Torsion einer geraden quadratischen Säule, deren eine Endfläche festgelegt, und an deren anderer ein Kräftepaar drehend wirksam gedacht wird, deren Komponenten in der Fläche selbst liegen. Indem nun der Herr Verf. die von Schwarz, Holzmüller u. a. dargelegten Beziehungen der conformen Abbildung zwischen Kreis und Quadrat benutzt, werden die erforderlichen Integrationen wesentlich erleichtert. Es würde aber den Rahmen einer Programmschau bei weitem überschreiten, wenn ich den Gang der erforderlichen Rechnungen andeuten oder die zahlreichen Resultate aufführen wollte.

Herzogtum Sachsen-Meiningen.

Saalfeld a. Saale, Herzogl. Realgymnasium. Programm Nr. 711. Prof. Dr. G. Griesmann. *Unsere Ursaale und die durch eine weitere Entwickelung derselben hervorgerufene Bildung des jetzigen Saalthales.* 4°. 20 S.

In der höchst interessanten Abhandlung werden zunächst die geologischen Verhältnisse der Gegend der oberen Saale entwickelt, und dann wird gezeigt, wie sich allmählich die heutigen Thäler der Nebenflüsse der Saale, insbesondere der Orla und Schwarza, unter Abänderung der ursprünglichen Thäler gebildet haben. Das heutige Saalethal war zur Zeit der Vergletscherung Norddeutschlands, welcher die felsige Küste der Berge westlich und südwestlich von Saalfeld ein Ziel gesetzt hatte, noch nicht vorhanden oder höchstens in der Entwickelung seiner ersten Anfänge begriffen. Das Lager von kleinem Geröll im Süden der Saalschlinge entstammt nicht dem Fichtelgebirge, kann also zur heutigen Saale, ja selbst zu der Ursaale nicht in Beziehung gestanden haben. Dagegen bezeichnen die Geröllager vom Conrod bei Ziegenrück bis zum Wetzelstein bei Beulwitz den Lauf der Ursaale. Eine Fortsetzung dieser Reihe bilden die Reste von Schotterlagern zwischen Schwarza und Orlamünde. Die anderen Lager diluvialen Schotters entlang dem Saalethal, bis nach Jena hin, gehören dem jüngeren Diluvium an und enthalten Geröll vom Fichtelgebirge, ein Beweis, dafs zu dieser Zeit die Saale bereits mit dem Fichtelgebirge in Verbindung stand.

Fürstentümer Schwarzburg.

Frankenhausen a. Kyffhäuser, Realgymnasium. Programm 720. Oberl. Dr. Grube-Einwald. *Geognostisch-geologische Exkursionen in der Umgebung Frankenhausens.* I. Teil. 8°. 58 S.

Angeregt durch eine Programmarbeit des Direktors A. Wilke in Gandersheim (1885) wünscht der Herr Verf. zu zeigen, wie er auf Spazier-

gängen älteren Schülern oder anderen Naturfreunden ein Bild der geognostischen Umgebung Frankenhausens zu geben suchen würde. Er trägt seine Auseinandersetzungen in fünf Exkursionen vor. In der ersten wird das Entstehen des Alluviums erklärt. Die zweite und dritte beschäftigen sich mit den Quartärformen des Alluviums (als Kies- oder Schneckenführender Riedboden und als Aulehm) und des Diluviums (Lös und geschiebefreier Lehm, Schotter, einheimisches Geschiebe, Geschiebelehm und nordischer Schotter). In der vierten Exkursion wird die obere und mittlere Zechsteinformation besprochen. Es finden sich u. a. Letten mit Dolomiten, jüngerer Gips (mit Krystallwasser), Stinkschiefer und älterer Gips (Anhydrit). In der fünften Exkursion folgen dann (immer von oben nach unten) Steinsalzlager (in der Tiefe), Zechstein im engeren Sinn, Kupferschiefer, Zechsteinkonglomerate, Porphyrkonglomerate. Diese kurze Inhaltsangabe legt Zeugnis davon ab, welchem Fleifse und welcher scharfen Beobachtungsgabe diese Arbeit ihre Ausführung verdankt.

Arnstadt, Fürstliches Gymnasium. Programm 722. Professor J. Falke. *Die Berechnung der Logarithmen nach einem einfachen elementaren Verfahren*. 4°. 25 S.

Der Herr Verf. bemüht sich in der Einleitung, sein Empfehlen eines elementaren Weges zur Berechnung der Logarithmen zu begründen. Aber das war wohl kaum nötig, denn welcher mathematische Lehrer möchte nicht ebenso, wie der Herr Verf., die „Lernfreudigkeit und die Liebe zur Mathematik anregen“, und wie ist es möglich, wenn dem Schüler auch nur das Geringste unverständlich geblieben ist, und irgend ein Verfahren als eine Art von Taschenspielerkunst erscheint! Jeder Lehrer, „der es mit seiner Wissenschaft ernst nimmt“, wird wohl 1 bis 2 Stunden dazu verwenden, seinen Schülern, nachdem die Potenz- und Wurzellehre vollendet ist, an einigen leichten Beispielen zu zeigen, wie die einer bestimmten Zahl zuzusetzenden Potenzexponenten zu berechnen sind, wenn eine andere gegebene Zahl als Potenz sich ergeben soll. Schwerlich allerdings wird man es, wie auch der Herr Verf. selbst zugiebt, in der Breite thun, wie es in der vorliegenden Abhandlung geschehen ist, schon um den zahllosen Multiplikationen zu entgehen. Der Weg, der hier eingeschlagen wird, besteht darin, dafs für die Hauptpotenzen der Zahl $A = 1{,}00001$ die oberen und die unteren Grenzwerte berechnet werden. Daraus werden dann in einem reichlich ausgedehnten Verfahren die Potenzwerte der Zahlen 2, 3 und 10, d. h. die Logarithmen dieser *numeri* zur Grundzahl A ermittelt; und zwar immer dadurch, dafs für die gesuchten Werte enger und enger gezogene Grenzen gesucht werden. Dann folgt die Berechnung von logg. brigg. 2 und 3 und 5. Damit sind auch die Logarithmen aller zusammengesetzten Zahlen gefunden. — Um die Berechnung der Logarithmen der Primzahlen zu zeigen, benutzt der Herr Verf. die Zahl $7 = 1{,}4 \cdot 5$, so dafs die Berechnung von log. 1,4 notwendig wird. Das geschieht wieder auf dem schon oben für die 2, 3 und 10 angedeuteten Wege. — Der Schlufsparagraph bespricht das Verhalten der Potenzwerte zu den natürlichen Logarithmen; er schliefst mit der Regel: „Der natürliche Logarithmus einer Zahl wird gefunden, indem man den Exponenten ihres Potenzwertes mit (sic) dem Dezimalnenner dividiert.“ — Es dürfte sich hieraus zur Genüge ergeben, dafs dieser von dem Herrn Verf. empfohlene Weg viel zu zeitraubend ist, als dafs er bei dem Schulunterricht betreten werden könnte. Und wollte der Lehrer die einzelnen erforderlichen, sehr langathmigen Multiplikationen nicht bei dem Unterricht wirklich ausführen lassen, sondern die Resultate den Schülern mitteilen, so wird der eigentliche Zweck dieses Aufsatzes, den Schüler zur selbständigen Berechnung der Logarithmen zu befähigen, doch nicht erreicht.

C. Zeitschriftenschau.

Natur und Haus, Jahrg. III.

(Forts. von Heft 1, S. 52.)

Heft 2—4: „Natur und Naturliebhaberei, ein Mahnwort an Alle" so lautet der Titel eines höchst beherzigenswerten Aufsatzes, den Oberlehrer Dr. Greif in Berlin in Hft. 3—4 d. Z. veröffentlicht. Die Ausführungen des Verfassers sind ein Appell an unsere Schulbehörden und Pädagogen, den Sinn und das Verständnis für die Natur und ihre Gebilde bei der heranwachsenden Jugend in höherem Grade zu wecken als bisher geschehen. „Freilich geschieht das nicht durch die trockene lehrhafte Art, in der heutzutage in den Schulen meist der Unterricht in der Naturkunde betrieben wird.*) Das öde Systematisieren und Schablonisieren ist eher geeignet, das kindliche Gemüt abzustoſsen, statt in ihm Begeisterung und Liebe zur Sache zu erwecken." — Den Schulkreisen sei die Lektüre dieses Aufsatzes sehr empfohlen, wie auch des übrigen Inhalts der gediegenen Zeitschrift, die mit ihrem anregenden Inhalt den Lehrern ein treffliches Mittel zur Belebung des erdkundlichen Unterrichts sein kann. Aus dem reichen Inhalt der neuesten Hefte seien folgende meist mit lebenswahren Abbildungen versehene Artikel genannt: Dankbare Treibpflanzen. Von Max Hesdörffer. — Von meinem Balkon. Von J. Trojan. — Holsteiner Gestein. Von Dr. R. Struck. — Das Chamäleon. Von Dr. L. Staby. — Herbstgedanken aus der Vogelwelt. Von R. Hermann. — Kleine Mitteilungen. — Monatskalender. — Fragekasten.

Heft 5—7. Interessante Abbildungen von Schneekrystallen finden sich in dem neuesten (7.) Hefte. Sie zeigen die Photographieen von Schneekrystallen, bedeutend vergröſsert, die Professor G. Nordenskjöld im Winter vorigen Jahres in Stockholm angefertigt hat. Es ist überraschend, welche Fülle der verschiedenartigsten Ornamente hier die Natur hervorzaubert. Der Herausgeber Dr. Staby hat den erläuternden Text dazu geschrieben — In dem gleichen Hefte ist eine ganz vortreffliche lebenswahre Abbildung des sogenannten „Kletterfisches" (*Anabas scandens*) enthalten, welche dem Beschauer diese interessanten Fische teils im Wasser, teils kletternd am Ufer zeigt. Dem Fisch wird die Fortbewegung auf dem Lande durch starke Kiemendeckel ermöglicht, die er nach auſsen biegt und mit denen er sich stützt und unter Beihilfe des hinteren Schwanzteiles vorwärts bewegt. Alle Aquarienfreunde seien besonders auf diese interessante Darstellung aufmerksam gemacht. — Von dem weiteren Inhalte der neuesten Hefte, die wieder den verschiedenartigsten Liebhabereien gerecht werden, seien hier folgende, meist trefflich illustrierte Aufsätze genannt: Das Präpariren und Ausstopfen von Säugetieren. Von Robert Voegler. — Der Kammfinger (ein afrikanisches Nagetier. D. Red.) Von P. Matschie. — Von den Wanderungen der Landvögel. Von C. A. L. von Binzer. — Dankbare Treibpflanzen (Narzissen, Vogelmilch). Von M. Hesdörffer. — Der Purpurkronfink. Von Ed. Rüdiger. — Der Tintenfisch. Von Dr. L. Staby. — Der Fuchs und sein Fang auf dem Schwanenhalse.**) Von O. H. Brand. — Kleine Mitteilungen. — Monatskalender. — Briefkasten.

Heft 8. Hirschgeweihe, mit 6 Abb., fortges. in Hft. 9 mit 4 Abb. Von Staby. — Die Meerschweinchen. Von Huth und in Hft. 10: Das wilde M. Von Staby. — Zwei Barsche. Von Sprenger (Orig.-Z.) und Hft. 10: Der Barsch und sein Fang (mit 2 Abb.) von Brandt. —

*) Dieser Vorwurf trifft wohl nicht mehr voll zu. D. Red.
**) „Schwanenhals" heiſst das Fangeisen. D. Red.

Hydrocleis nymphoides = teichrosenähnlicher Wasserschlüssel (südam. Pflanze), Von Richter. — Das Aufsuchen der Himmelskörper, ein Kapitel aus der elementaren astronomischen Geographie. Von Thieme (mit Angabe einer Anzahl populär-astronom. Schriften). — Kleine Mitteilungen (*Leptona hyalina* = krebsartiger Wasserfloh im Bodensee. Weifse Krähe. Zwei merkwürdige Buchen. Beobachtungen am Höckerschwan [Brautwerbung]. Korkeiche und K.-Produktion). —

Heft 9. Aufser den in Heft 8 notierten Aufsätzen: Grünlingzucht. Von Rüdiger (Grünling = Grünfink). — Die besten Zimmerpflanzen. Von Sprenger und Zimmerdekorationen aus Pflanzen. Von Hesdörfer (mit 2 Abb.). — Eine nützliche Zierde für Aquarien (Bimstein). Ein Vortrag von Buck-Konstanz. — Wintergrün d. h. verschiedene im Winter grünende Pflanzen von Theen. — Pflanzen-Monatskalender (Februar). — Korrespondenz (Fragen u. Antw.). — Beilage: Vereinsnachrichten, Triton = Verein f. Aquarien- und Terrarienkunde in Berlin.

Heft 10. Die Stellung der Frau zur Naturliebhaberei. Von Hermann. — Sprechende Vögel. Von J. von Pleyel (Orig.-Z.). — Unsere Stand-, Strich- und Zugvögel, zeitweilige Wintergäste. Von Prof. Glaser. — Eine dankbare Wasserpflanze: seegrasblättrige *Hetheranthera* („Sauerstofferzeugerin"). Von Hesdörfer. — Ein Heizapparat, in Aquarien zu hängen. Von Lachmann. — Für den Haus- und Zimmergarten (Aufbinden der Hyazinthen). — Kleine Mitteilungen. Bücherschau. — Korrespondenz (Fragen u. Antw.). Aus derselben ist zu ersehen, dafs das Blatt viel gelesen wird und dafs es viele Menschen giebt, die „Naturliebhabereien" treiben und bei der Redaktion d. Z. Rat suchen.

Heft 11—13. Das Erwachen der Natur ruft auch die Menschen wieder hinaus ins Freie und für den Naturfreund beginnt nun die Zeit der schönsten Genüsse. In reicher Weise haben die drei neuesten Hefte dieser illustrierten Zeitschrift den Naturfreund schon bedacht mit anregenden und vorbereitenden Aufsätzen aus fachkundiger Feder, sodafs der Leser wohl vorbereitet dem Frühling entgegengeht, sei er nun Blumenliebhaber, Vogelfreund, Besitzer eines Aquariums oder Terrariums, Naturaliensammler oder mag er sonst einer Naturliebhaberei obliegen. Auch der Lehrer der Naturgeschichte vermag an der Hand dieser Zeitschrift seinen Schülern stets reiches Material interessanten Inhaltes zu bieten und kann die Zeitschrift mit Erfolg benutzen, unterstützt durch die vorzüglichen Abbildungen, welche die Artikel schmücken. Wir nennen von dem Inhalt der letzten Hefte: Oculi da kommen sie (näml. die Schnepfen). Von A. John. Hierzu als Extrabeilage eine wohlgelungene Reproduktion eines Bildes von P. Müller-Kaempff. — Das Werden des Lebens. Von F. Thieme. — Die Krystalle und ihre Eigentümlichkeiten. Von Dr. M. Fiebelkorn. — Bletia-Orchideen. Von C. Sprenger. Aktinien im Aquarium. Von Lehrer Philippson. — Tomaten, Eierfrucht und spanischer Pfeffer. Von M. Hesdörffer. — Unser edelstes Vogelwild. Von C. A. L. von Binzer. — Sprechende Vögel. Von J. von Pleyel. — Seltene Stubengenossen aus der Vogelwelt. Von R. Hermann. Kleine Mitteilungen. — Monatskalender. — Fragen und Antworten.

Wir empfehlen diese Zeitschrift aufs neue den Lehrern der Naturgeschichte an Real- und Bürgerschulen. Sie werden auch unter den darin befindlichen Ankündigungen manches Neue und Interessante finden.

D. Bibliographie.

Februar 1895.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Gesundheitsbüchlein. Gemeinfafsliche Anleitung zur Gesundheitspflege. Bearbeitet im kaiserlichen Gesundheitsamt. Mit Abb. u. 2 farb. Taf. (254 S.) Berlin, Springer. 1,00.

Kuntzemüller, Dr., Die Lösung der Schulfrage, den nationalen, sozialen, wirtschaftlichen u. pädagogischen Forderungen entsprechend. (41. S.) Dessau, Kahle. 1,00.

Grosse, Rektor Dr., Reform der preufsischen Rektoratsschulen. Ein Vorschlag. (48 S.) Ems, Sommer. 0,80.

Viereck, Oberl. Dr, *Wilhelm Krumme.* Ein Bild seines Lebens u. Wirkens. (54 S.) Mit Bildnifs. Braunschweig, Salle. 0,80.

Bieling, Oberl. Prof. Dr., Orthographische Notstände. Vortrag. (28 S.) Berlin, Meyer u. Müller. 0,50.

Lange, Dir. Dr., Lehrmethode u. Lehrerpersönlichkeit. Vortrag. (24 S.) Plauen, Neupert. 0,50.

Focken, Rektor, Begriff u. Wesen der Apperception u. ihre Wichtigkeit für den unterrichtenden Lehrer. (52 S.) Minden, Hufeland. 0,80.

Schwemer, Gymn.-Oberl. Dr., Das höhere Schulwesen in Frankreich. Eine pädag. Skizze. (29 S.) Frankfurt a. M., Kefselring. 0,60.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Pasch, M., Über den Bildungswert der Mathematik. (18 S.) Giefsen. 1,20.

Lengauer, Gymn.-Prof., Die Grundlehren der ebenen Trigonometrie. Ein Leitfaden für den Unterricht mit Übungsaufgaben. (51 S.) Kempten, Kösel. 0,80.

2. Arithmetik.

Muth, Dr., Grundlagen für die geometrische Anwendung der Invariantentheorie. (131 S.) Leipzig, Teubner. 3,00.

Schlesinger, Prof. Dr., Handbuch der Theorie der linearen Differentialgleichungen. I. Bd. (486 S.) Leipzig, Teubner. 16,00.

Schnitzler, H., Abhandlung über die periodischen Dezimalbrüche. (16 S.) Leipzig, Giegler. 0,25.

Weber, Prof. Heinr., Lehrbuch der Algebra. 1. Bd. (653 S.) Braunschweig, Vieweg. 16,00.

B. Angewandte Mathematik.

Astronomie, Geodäsie, Mechanik.

Das Wissenswerteste aus den mathematisch-technischen Fächern. (48 S.) Wien, Siegl. 0,40.

Wislicenus, Prof. Dr., Astronomische Chronologie. (163 S.) Leipzig, Teubner. 5,00.

Rohrbach, C., Sternkarten in gnomonischer Projektion zum Einzeichnen von Meteorbahnen, Nordlichtstrahlen, Kometenschweifen, leuchtenden Wolken, Zodiakallicht u. a. Himmelserscheinungen, zugleich als Repetitionsatlas für das Studium der Sternbilder etc. (12 Karten.) Berlin. 1,00. (Die Karten werden auch als Block, 10 Exemplare von einer Karte enthaltend, auf Pappe mit Gebrauchsanweisung geliefert. Preis pro Block 1,00.)

Hoppe, Prof., Elementares Lehrbuch der technischen Mechanik für Studirende und zum Selbstunterricht. 2. Abtlg. Mechanik der tropfbaren und gasförmigen Flüssigkeiten. (135 S.) Leipzig, Felix. 4,50.

Physik.

Djakonow u. Lermantoff, Die Bearbeitung des Glases auf dem Blasetisch. (154 S.) Berlin, Friedländer. 4,00.

Hermann, Geh. Med.-R. Prof. Dr. u. Prof. Dr. Volkmann, Hermann v. Helmholtz. Reden. (24 S.) Königsberg, Koch. 0,80.

Sohncke, Über die Bedeutung wissenschaftlicher Ballonfahrten. Festrede. (24 S.) München, Franz. 0,80.

Arens, Die elektrischen Erscheinungen und ihre Gesetze. (30 S.) 8. Heft der „Kleinen Studien". Neuwied, Schupp. 0,30.

Drude, P., Die Theorie in der Physik. Antrittsvorlesung. (15 S.) Leipzig, Hirzel. 0,80.

Bezold, W. v., *Hermann von Helmholtz.* Gedächtnisrede. Mit Porträt nach Ölgemälde von F. v. Lenbach. (31 S.) Leipzig, Barth. 1,50.

Bauer, L., Beiträge zur Kenntnis des Wesens der Säkularvariation des Erdmagnetismus. (54 S.) Berlin, Mayer u. Müller. 3,00.

Pernet, Prof. Dr., *Hermann von Helmholtz*, 31. Aug. 1821 bis 8. Septbr. 1894. Ein Nachruf. (36 S. mit Bildnis.) Zürich, Faesi u. Beer. 2,20.

Saubert, Dr., Der Erdmagnetismus nach seiner Ursache, sowie nach seiner Bedeutung für die Wetterprognose. (44 S.) Hannover, Helwing. 1,60.

Chemie.

Bischoff, Prof. Dr., Handbuch der Stereochemie. 2. Bd. (S. 449—1060) Frankfurt a. M. Bechhold. 20,00.

Schultze, E., *Lavoisier*, Der „Begründer der Chemie". († 8. Mai 1794) (37 S.). Nr. 212 der Sammlung gemeinverständlicher Vorträge. Hamburg, Verlagsanstalt. 0,80.

Harperath, Prof. Dr., Chemische Briefe. V. Die Weltbildung. Entstehung u. Umbildung der Materie u. der Eigenschaften der Materie, sowie die chem. Elementenbildung im Besonderen. (87 S.) Köln, Dumont-Schauberg. 5,00.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Alsberg, Dr. med., Rechtshändigkeit u. Linkshändigkeit sowie deren mutmafsliche Ursachen. (32 S. m. 4 Abb.) Hamburg. 0,60.

Vogt, Prof. Dr. Karl u. Dr. E. Yung, Lehrbuch der praktischen vergleichenden Anatomie. 2 Bde. Mit 798 Abb. Braunschweig, Vieweg. 58,00.

Brenning, Dr., Die Vergiftung durch Schlangen. Mit Vorwort v. Prof. Dr. Lewin. (175 S.) Stuttgart, Enke. 5,00.

Milla, Die Flugbewegung der Vögel. (95 S. m. 27 Abb.) Wien, Deuticke. 3,60.

Boegle, Dr., Die Entstehung organischer Formen. (18 S.) München, Lehmann. 1,20.

Parker, Prof., Vorlesungen über elementare Biologie. Deutsch von R. v. Hanstein. (303 S.) Braunschweig, Vieweg. 8,00.

Walter, Die Kanarienbastardzucht. Anleitung zur Zucht zwischen unsren einheimischen Finkenvögeln u. Kanarienweibchen. (80 S.) Ilmenau, Schröter. 1,50.

Laue, *Christian Gottfried Ehrenberg.* Ein Vertreter deutscher Naturforschung im 19. Jahrh. 1795—1876. Nach seinen Reiseberichten, s. Briefwechsel mit A. v. Humboldt etc., etc. (287 S. m. Bildnis.) Berlin, Springer. 5,00.

2. Botanik.

Mayer, Dr. Adf., Die Ernährung der grünen Gewächse in 25 Vorlesungen zum Gebrauch an Universitäten u. höheren landwirtschaftl. Lehranstalten sowie zum Selbststudium. 4. Aufl. (424 S.) Heidelberg, Winter. 10,00.

Loew, Realgymn.-Prof. Dr. Einführung in die Blütenbiologie auf historischer Grundlage. (432 S. u. 50 Abb.) Berlin, Dümmler. 6,00.

Tubeuf, Privatdoc. Dr. v., Pflanzenkrankheiten durch kryptogame Parasiten verursacht. Eine Einführung in das Studium der parasitären Pilze, Schleimpilze, Spaltpilze u. Algen. Zugleich eine Anleitung zur Bekämpfung von Krankheiten der Kulturpflanzen. (599 S. m. 306 Abb.) Berlin, Springer. 16,00.

3. Mineralogie.

Tschermak, G., Über gewundene Bergkrystalle. (36 S. m. 5 Taf.) Wien, Tempsky. 4,00.

Geographie.

Boekh, K., Himalaya-Album. Bilder aus den Indischen Alpen. 20 heliograph. Kupferdrucke mit Text. Baden-Baden, Marx. 24,00.

Ney, C. E., Der Wald u. die Quellen. (102 S.) Tübingen. 1,60.

Berndt, Subrekt., Welche Bedeutung hat der richtig erteilte geograph. Unterricht für die Gesamtbildung der Schüler? Minden, Hufeland. 0,60.

Herrich, A., Wandkarte des Weltverkehrs. 1 : 22 000 000, 70 cm : 95 cm. Glogau, Flemming. In Mappe 12,00; auf Leinwand m. Stäben 19,00.

Harms, Fünf Thesen zur Reform des geographischen Unterrichts. Vortrag. (32 S.) Hamburg, Verlagsanstalt. 0,50.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Heilermann, Realgymn.-Dir. Dr., Sammlung geometrischer Aufgaben. 1. Tl. Aufg., die ohne Anwendung der Lehre von der Proportionalität der Linien gelöst werden können. 6. Aufl. (51 S.) Essen, Bädecker. 0,80.

Sickenberger, Prof. Rekt., Leitfaden der elementaren Mathematik. 1. Algebra. 3. Aufl. (75 S.) — 3. Stereometrie u. Trigonometrie. 2. Aufl. (100 S.) München, Ackermann. à 1,20.

—, Übungsbuch zur Algebra. 2. Aufl. (106 S.) Ebenba. 1,20.

Winter, Gymn.-Prof., Stereometrie. 2. Aufl. (115 S.) — Trigonometrie. 2. Aufl. (79 S.) Ebenda. 1,60, bezw. 1,00.

Pietsch, Prof. Dr., Katechismus der Nivellirkunst. 4. Aufl. (105 S.) Leipzig, Weber. Geb. 2,00.

2. Naturwissenschaften.

Bryk, Dr., Kurzes Repetitorium der Chemie, gearb. nach den Werken u. Vorlesungen von Arnold, Bernthsen, Fischer etc. 2. Aufl. 1. Anorgan. Chemie. (146 S.) Wien, Breitenstein. 1,35.

Abendroth, Konrektor Prof. Dr., Leitfaden der Physik mit Einschluß der einfachsten Lehren der math. Geographie nach der Lehr- u. Prüfungs-Ordnung v. 1893 für Gymnasien (Sachsens). 1. Bd. Kursus der Unter- u. Obersekunda. 2. Aufl. (222 S.) Leipzig, Hirzel. 3,60.

Garcke, Prof. Custos Dr., Illustrierte Flora von Deutschland. Zum Gebrauch auf Excursionen, in Schulen u. zum Selbstunterricht. 15. Aufl. vermehrt durch 759 Abbildungen. (768 S.) Berlin, Parey. Geb. 5,00.

Hübner, Exotische Schmetterlinge. Neue Ausgabe von W. F. Kirby. 6 Hefte mit à 10 col. Kupfertafeln. Leipzig, Heyne. à 8,00.

Tyndall, John, Das Licht. 6 Vorles. Deutsch v. Clara Wiedemann. 2. Aufl. (267 S.) Braunschweig, Vieweg. 6,00.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik. Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. dergl.)

Bericht über die dritte Versammlung des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften zu Wiesbaden am 15. und 16. Mai 1894

im Anschlufs an den offiziellen Bericht von einem Teilnehmer.

III. Fortsetzung und Schlufs.*)

(Mit einer Figurentafel.)

Es folgten nun die Verhandlungen über Anträge zur Thätigkeit des Vereins. Herr Oberlehrer Rösler aus Osnabrück sprach den Wunsch aus, die Thesen der Vorträge möchten vor den Versammlungen den Mitgliedern mitgeteilt werden. Herr Professor Schubring beantragte vorherige Drucklegung der Vorträge. Dem wurde widersprochen, dagegen der Wunsch ausgedrückt, die Vorträge möchten kurz und weniger zahlreich sein, die Besprechung sei die Hauptsache. Herr Oberlehrer Presler stellte den Antrag, die Tagesordnung möge etwa sechs Wochen vor der Versammlung den Mitgliedern bekannt gegeben werden und womöglich die Leitsätze der Vortragenden enthalten. Herr Professor Schubring zog seinen Antrag zurück. Der Antrag Presler wurde angenommen. Herr Direktor Schwalbe stellte den Antrag: Thesen, die der Verein als solcher vertreten soll, müssen vor der betr. Versammlung bekannt gegeben und ausführlich begründet werden; Thesen, die erst während einer Versammlung beantragt werden, können im Falle der Annahme nur als Meinungsausdruck dieser Versammlung gelten. Der Antrag wurde angenommen.

Die nun vorgenommene Neuwahl zweier Vorstandsmitglieder an Stelle der satzungsgemäfs ausscheidenden Herren Direktor Schwalbe und Professor Pietzker hatte deren Wiederwahl zum Ergebnis, welche dankend angenommen wurde. Als Ort für die nächste Versammlung wurden Elberfeld und Göttingen vorgeschlagen. Die Versammlung entschied sich für Göttingen und beauftragte Herrn Professor Klein mit der Bildung eines Ortsausschusses daselbst.

Nachdem noch Herr Dr. Schotten auf das fünfundzwanzigjährige Jubiläum des Herrn Hoffmann, des Herausgebers der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht aufmerksam gemacht hatte, schlofs der Vorsitzende die zweite allgemeine Sitzung.

Darauf besichtigte eine Anzahl Teilnehmer unter Führung des Herrn Professor Henrich aus Wiesbaden das musterhaft eingerichtete chemische Laboratorium des königl. Realgymnasiums.

---

*) Man s. T. I in Heft 2, S. 122 ff.; T. II in Heft 3, S. 217 ff.

Am Nachmittag um 3 Uhr fand eine zweite Sitzung der vereinigten Abteilungen für Mathematik und Physik statt. Es sprach zunächst Herr Direktor Kaiser über

Die Behandlung der Maxima und Minima in der Prima der Oberrealschule.

Der Redner leitete seinen Vortrag, wie folgt ein: Die neuen Lehrpläne verzeichnen unter dem allgemeinen Lehrziel für Realgymnasien und Oberrealschulen die „Einführung in die Theorie der Maxima und Minima". Diese Einführung ist der Oberprima zugewiesen unter der Bezeichnung „Elementare Theorie der Maxima und Minima". Die Frage ist nun: Was ist unter einer „elementaren" Theorie zu verstehen? Nach meiner Ansicht kann diese „elementare" Theorie der Grundbegriffe der Differentialrechnung nicht entraten, sie hat sich auf die Elemente der Differentialrechnung, die in O. I zu lehren sind, zu stützen.

Er ging dann auf das Thema näher ein und schloſs seinen hochinteressanten Vortrag mit den Worten:

Die Hauptsache ist, daſs der Schüler mit dem Wesen der Funktion ihrem Wachsen und Abnehmen bekannt wird. Das πάντα ῥεῖ des Heraklit behält auch hier seine Geltung; der Schüler soll gewahr werden, daſs die Mathematik nicht nur für feste Werte, sondern auch für veränderliche Gröſsen die geeigneten Ausdrucksmittel besitzt, mit denen er ihr Werden, ihr Wachsen und Abnehmen verfolgen kann. Die der Oberprima der Realanstalten zugewiesene „Einführung in die Theorie der Maxima und Minima" kann als ein fruchtbarer, dieser Stelle würdiger Unterrichtsgegenstand nur dann gelten, wenn sie auf die Elemente der Differentialrechnung gegründet wird; in diesem Sinne mag dann die Behandlung eine elementare genannt werden.

Bei der Besprechung des Vortrags, an welcher sich die Herren Direktor Hamdorff, Professor Pietzker, Dr. Bode, Professor Dr. Hermes aus Lingen, Rektor Recknagel, Professor Klein und der Herr Vortragende beteiligten, wurde allgemein die Ansicht des letzteren gebilligt, daſs hier von einer elementaren Behandlung keine Rede sein könne, daſs vielmehr nur ein Verfahren angewendet werden könne, welches auf Benutzung der Differentialrechnung hinauslaufe.

Der zweite Vortrag der Sitzung wurde von Herrn Professor Hermes über

Die Behandlung der Kongruenzsätze in der Quarta der höheren Schulen

gehalten. Der Vortrag folgt hier im Auszug:

Eine endgiltige Entscheidung der vielen hier auftretenden Fragen vermöchte wohl nur der herbeizuführen, dem die tiefgehenden Untersuchungen über Axiome, über Bewegung der Figuren etc. bekannt wären, und dem auch das reiche Material des bisher auf diesem Gebiete in planimetrischen Lehrbüchern Geleisteten zu Gebote stände. Referent begnügt sich daher damit, einige dieser Fragen als der Erörterung besonders wert hinzustellen:

Da in der Quarta (vgl. Dr. Schotten's vergleichende Planimetrie, pag. 47), der sogenannte wissenschaftliche Unterricht in der Planimetrie in einem mehr propädeutischen umgewandelt werden müſste, [bei welchem Zeichnen auf Geometrie, Rechnen auf Algebra vorbereitet] so erscheint eine beweismäſsige Durchnahme der Kongruenzsätze für diese Stufe im allgemeinen wohl zu schwer und gehörte eher nach Tertia; andere wollen die ersten beiden Kongruenzsätze in IV, die letzten beiden in IIIb oder mindestens doch den vierten auf der höheren Stufe behandelt wissen.

Man ist nun auf den guten Ausweg gekommen, sie in Quarta als Konstruktionsaufgaben zu stellen. Es wird dann auch nicht der Hilfssatz vom gleichschenkligen Dreiecke gebraucht.

Wichtig erscheint es dem Referenten, bei der beweismäfsigen Durchnahme von einem einheitlichen Gesichtspunkte auszugehen, indem man die Frage nach der Anzahl der Kongruenzfälle etwa durch folgende Einkleidung dem Schüler nahe legt: „Jemand braucht mehrere in Gestalt und Gröfse einander gleiche, in Stärke und Material verschiedene dreieckige Tischplatten, mufs sie aber, da sie aus Granit, Eisen und Holz sein sollen, bei verschiedenen Fabrikanten bestellen; wie hat er nun die Mafse von Winkeln und Seiten — von welchen? von wie vielen? etc. — anzugeben, damit die Fabrikanten unter Voraussetzung richtig angefertigter Arbeit in der That einander kongruente Platten liefern?" Der Schüler mufs die sieben wesentlichen Fälle ermitteln. Ein Fall, der der drei Winkel, ist zurückzuweisen und bildet später den Übergang zur Ähnlichkeit.

Nun glaubt Referent, was den zweiten Grund, pädagogischer Art anbetrifft, weshalb eine beweismäfsige Behandlung der Kongruenzsätze nicht völlig zu unterlassen sein dürfte, den spezifischen Wert derselben für die Bildung der Schüler gerade in der auf strenge Weise gewonnenen Einsicht erblicken zu müssen, dafs nicht unbedingt in den 6 übrigen Fällen Kongruenz, d. i. Eindeutigkeit in verallgemeinertem Sinne eintreten mufs. Hieran schliefst sich die Fassung des Zusatzes zum 4. Kongruenzfall: „Hat man zwei verschieden gestaltete Dreiecke (nicht Grenzfälle), die in zwei Seiten und dem der kleineren gegenüberliegenden Winkel übereinstimmen, so mufs jedes 3. Dreieck, das dieselben genannten Stücke hat, einem von den beiden Dreiecken kongruent sein"; [nebst Anmerkung von einem dabei auftretenden Grenzfalle].

Indem an Benekes philosophische Erörterungen über die „Spur" angeknüpft wird, die einen Lehrgang in allmählich erweiterten Kreisen fordern, würden sich für die Behandlung der Kongruenzsätze 3 konzentrische Kreise ergeben: 1. Unmittelbare Anschauung, vorbereitet durch Vergleichung von Strecken und Winkeln; Aufeinanderlegen von Pappstücken; 2. heuristisch-konstruktiv, etwa wie Direktor Holzmüller es in seinem Lehrbuche macht; 3. heuristisch-deduktiv, denn der Beweis mufs auch von den Schülern gefunden werden, beim 3. Kongruenzsatze aus drei Seiten, durch symmetrisches Aneinanderlegen und Basiswinkelgleichheit, beim 4. durch dieselbe Figur nach Schellbach-Mehler. Hierzu mufs schon früher der Satz vom gleichschenkligen Dreiecke und Umkehrung mit Rücksicht auf den Grenzfall $\alpha = \beta =$ Null ausgesprochen sein. Dafs man den Beweis durch dieselbe Figur vorzuziehen hat, wird näher durch das Herbart'sche Koexistenzprinzip begründet, wonach sich „Vertiefungen" mit und neben einander im Bewufstsein müssen vertragen können." Dies Prinzip bedingt einen durchaus organischen, keineswegs willkürlichen Aufbau und verlangt zugleich Sorgfalt im einzelnen: zweckmäfsigste Bezeichnung etc. Es erheischt z. B. auch folgendes:

Damit die Beweise des 1. und 2. Kongruenzsatzes, die durch Aufeinanderlegen gefolgert werden, und die untereinander nach dem Dualismus verknüpft sind, mit den Beweisen des 3. und 4. im Bewufstsein koexistieren können, (wenn wir mit der Kapazität eines Quartaners oder Untertertianers rechnen), mufs als Übergang gezeigt sein, dafs ein blofses Aufeinanderlegen in den letzten beiden Fällen nicht direkt zum Ziele führt, [vgl. jedoch Euklid's ursprünglich indirekten Beweis] und dafs deshalb die Symmetrie zu Hilfe genommen werden mufs, da die Entstehung der Figur dies auch naturgemäfs fordert.

Referent hebt zum Schlusse in bezug auf die verschiedenen Methoden hervor, dafs sie am besten wohl gleichmäfsig zu berücksichtigen sind. Auch die Deduktion will geübt sein! Im Gleichnisse kann man die

Induktion mit der treibenden Kraft, die Deduktion mit dem regelnden, freilich aufhaltenden, aber doch so notwendigen Pendelschlage vergleichen.

Nach Schopenhauer ist es zwar ein Vorurteil zu meinen, „eine bewiesene Wahrheit habe vor einer anschaulich erkannten etwas voraus", und Dr. Schotten meint, „dieses verbreitete Vorurteil stehe einer gedeihlichen Wirksamkeit des Lehrers im Wege" — aber — wenn wir dies auch zugeben — wird nicht unsere Anschauung erst durch das Beweisen zu einer relativ richtigen, geklärten? Das Beweisen wird wiederum erleichtert durch eine mehr und mehr ausgebildete Anschauung.

Es mufs also ein wechselseitiges Steigern stattfinden und eine „Mathematik ohne Beweis" würde schliefslich der Kürze entbehren, die ihre Weiterentwickelung allein möglich macht. Anfangs ist die Anschauung das schnellere, später der Beweis.

Irgendwo mufs mit dem Beweisen, das auch als solches gelernt sein will, angefangen werden. Die vorbereiteten, also bereits anschaulich gemachten Kongruenzsätze dürften ein geeigneter Anfang sein.

An der Besprechung des Vortrags nahmen die Herren Dr. Schotten, Oberlehrer Dr. Dobriner aus Frankfurt a. M. und Direktor Kaiser teil. Es wurde von denselben besonders hervorgehoben, dafs die Deckung schon bei der Behandlung von Strecken und Winkeln angewendet werden könne, dafs, wie überall in der Mathematik, so auch hier die Benutzung des Gegensatzes sehr zur Förderung des Verständnisses beitrage, und wurde die Benutzung eines Stäbchenkastens oder von Drahtmodellen empfohlen.

Zum dritten Gegenstand der Tagesordnung

Bericht über die Ausführung des in Braunschweig gefafsten Beschlusses über die Umgestaltung des mathematischen Unterrichts im Anschlufs an die neuen preufsischen Lehrpläne

erhielt nunmehr Herr Professor Pietzker das Wort.

Der „Braunschweiger Beschlufs" lautete:

I. a) Die Schüler höherer Lehranstalten sind im allgemeinen noch zu wenig imstande, das Mathematische in den sich ihnen im Leben darbietenden Erscheinungen zu erkennen. — b) Die Ursache davon ist vorzugsweise in dem Umstande zu suchen, dafs die Anwendungen der mathematischen Theorien vielfach in künstlich gemachten Beispielen bestehen, anstatt sich auf Verhältnisse zu beziehen, welche sich in der Wirklichkeit darbieten.

II. a) Daher mufs das System der Schulmathematik von vornherein, unbeschadet seiner vollen Selbständigkeit als Unterrichtsgegenstand, im einzelnen mit Rücksicht auf die sich naturgemäfs darbietende Verwendung (Physik, Chemie, Astronomie etc. und kaufmännisches Rechnen) aufgebaut werden. — b) Die demgemäfs heranzuziehenden Beispiele sollen die Schüler daran gewöhnen, in dem sinnlich Wahrnehmbaren nicht nur Qualitatives, sondern auch Quantitatives zu beobachten, und zwar in solchem Grade, dafs ihnen eine solche Beobachtungsweise dauernd zum unwillkürlichen Bedürfnis wird.

Herr Prof. Pietzker gab eine kurze Übersicht der Gesichtspunkte, welche auf der vorjährigen (Berliner) Versammlung (s. d. Bericht über diese Versammlung S. 29) von Herrn Professor Richter entwickelt und der weiteren Besprechung auf der gegenwärtigen Versammlung vorbehalten worden waren. Mit dem Inhalte des in Braunschweig angenommenen „Leitsatzes" erklärte sich der Redner nach jeder Richtung hin einverstanden; richtig ausgelegt könne dieser Satz, der seiner Natur nach ja nur ein im Unterricht zu erstrebendes Ideal hinstelle, füglich keinen Widerspruch finden. Aber allerdings habe sich mehrfach herausgestellt, dafs

der Satz nicht überall so ausgelegt werde, wie er gemeint sei, manche Fachgenossen glaubten in ihm eine unberechtigte Beschränkung der dem Unterricht notwendig zu gewährenden Freiheit zu erblicken.

Da scheine es ihm denn um so weniger angebracht, zu den Einzelheiten des Bildes, welches Herr Richter auf der Berliner Versammlung von dem zweckmäfsig erteilten mathematischen Unterricht entworfen habe, definitive Stellung zu nehmen; übrigens wolle er ausdrücklich hervorheben, dafs Herr Richter selbst sich dagegen verwahre, seine Vorschläge für die allein selig machenden auszugeben. Immerhin aber enthielten die Richterschen Ausführungen doch ganz bestimmte Urteile über die Verwendbarkeit der einzelnen Partieen des mathematischen Schulpensums, und zwar Urteile, denen man durchaus nicht zuzustimmen brauche, auch wenn man die allgemeine Tendenz des Braunschweiger Leitsatzes vollständig billige.

Er (Redner) sei mit einer ganzen Reihe von Einzelheiten durchaus nicht einverstanden, er könne aber seine Zustimmung zu den Richterschen Vorschlägen schon deshalb nicht geben, weil er sich dadurch mit den Ansichten in Gegensatz stellen würde, die er in seinem Vortrage auf der Berliner Versammlung „über die Verteilung des Stoffes für das mathematische Gymnasialpensum auf zwei Stufen“ geäufsert habe. Die Richterschen Vorschläge schlössen sich eng an die neuen Lehrpläne an, er (Redner) sei aber mit den neuen Lehrplänen nur teilweise zufrieden; gerade in der Verteilung des Lehrstoffes auf die beiden Stufen vermisse er ein klares Prinzip, die obere Stufe müsse eine Erweiterung und Vertiefung des auf der unteren Stufe erworbenen Wissens und Könnens bieten*); statt dessen trete eine äufserliche Vermehrung des Wissensquantums durch allerhand Einzelheiten auf, zwischen denen ein organischer Zusammenhang meistens fehle.

Allerdings sei auch eine zweckmäfsige Regelung des mathematischen Lehrpensums so lange nicht gut möglich, als das Gymnasium bei den Vorrechten, die sein Reifezeugnis gewähre, von einer gröfseren Zahl von Schülern besucht werde, die vermöge ihrer geistigen Beanlagung die gröfste Wirkung durch den Unterricht in den exakten Fächern empfingen, für die man doch also auch sorgen müsse. Wirklich fachgemäfse Stoffbemessung setze voraus, dafs die Schüler der oberen Klassen sich eine Anstalt nach ihrer geistigen Anlage frei wählen könnten, dann werde man auf dem litterarischen Gymnasium das mathematische Pensum füglich einschränken können.

Mehr stimmte der Redner den Forderungen zu, die Herr Richter für die Auswahl der im Unterricht zu verwendenden Übungsaufgaben gestellt hatte, ebenso wie der von Herrn Richter an der gegenwärtigen Gestalt der Reifeprüfung und der Abschlufsprüfung geübten Kritik. Er billige die Forderung, dafs die eingekleideten Aufgaben im Vordergrund stehen und eine der Wirklichkeit möglichst angepasste Einkleidung haben sollten, stimmte auch dem zu, dafs die Ordnung dieser Aufgaben auf den unteren Stufen nach mathematischen Gesichtspunkten, auf den oberen Stufen nach der Natur der zur Einkleidung benutzen Gebiete, also namentlich nach physikalischen Gesichtspunkten erfolgen müsse.

Schliefslich empfahl er, von einer Stellungnahme zu den einzelnen Thesen Richters abzusehen und sich auf eine einzige These allgemeineren Inhalts über die wünschenswerte Einrichtung der Aufgabensammlungen zu beschränken.

---

*) Das wäre sonach ganz dasselbe Prinzip, nach welchem in Österreich die Zweiteilung der höheren Lehranstalten (Unter- und Obergymnasium, Unter- und Oberrealschule) ausgeführt ist. Erweiterung und Vertiefung in konzentrischen Kreisen. Der Herausgeber.

An der Besprechung des Berichts beteiligten sich aufser dem Herrn Berichterstatter die Herren Professor **Richter**, Professor **Klein** und Direktor **Schwalbe**. Herr Professor **Richter** bemerkte, dass an ihn infolge seines Berliner Vortrags vielfach dringende Aufforderungen ergangen seien, Aufgabensammlungen herauszugeben, welche dem Braunschweiger Beschlufs entsprächen, dafs er es jedoch ablehne, dies auszuführen. Auf den Wunsch des Herrn Direktor **Krumme** habe er zwar Aufgaben für die Abiturientenprüfung und aufserdem eine gröfsere Anzahl nautischer Aufgaben aus der ebenen und sphärischen Trigonometrie im „Päd. Archiv" veröffentlicht, im übrigen halte er es aber für richtiger, dafs die Verfasser der bereits eingeführten Aufgabensammlungen dieselben dem Braunschweiger Beschlufs anpafsten, und dafs vom Verein eine Anregung dazu erginge.

Dem entsprechend stellte Herr Professor **Pietzker** folgenden Antrag: **Es ist dringend zu wünschen, dafs in den zur Einübung und Befestigung des mathematischen Systems bestimmten Aufgabensammlungen die Anwendungen auf die Verhältnisse des wirklichen Lebens und der thatsächlichen Naturvorgänge eine weit gröfsere Berücksichtigung finden, als dies zur Zeit fast überall der Fall ist.** Der Antrag wurde angenommen.

Herr Professor **Klein** teilte mit, dafs in Göttingen durch den Braunschweiger Beschlufs die Befürchtung erregt worden sei, dafs der Verein nicht genügend die Selbständigkeit des mathematischen Gymnasialunterrichts anerkenne. Herr Direktor **Schwalbe** berichtete dasselbe von Berlin und forderte Herrn Professor **Richter** als den Veranlasser des Braunschweiger Beschlusses auf, durch Herbeiführung eines erläuternden Beschlusses das Mifsverständnis zu beseitigen. Herr Professor **Richter** erklärte sich dazu bereit und stellte den Antrag: **Der in Braunschweig gefafste Beschlufs habe nicht den Sinn, dafs der Unterricht in der Mathematik sich auf die Darbietung der im Leben und in der Naturwissenschaft ganz unmittelbar verwertbaren Kenntnisse beschränken solle.** Auch dieser Antrag fand Annahme.

Den vierten Gegenstand der Tagesordnung bildete ein Bericht über

Die Notwendigkeit der Aufstellung gewisser Normen für die Einrichtung der physikalischen Sammlungen an den höheren Schulen.

Hierzu bemerkte der Berichterstatter, Herr **Pietzker**, nur kurz: An den höheren Lehranstalten herrscht hinsichtlich der Einrichtungen der physikalischen Sammlungen eine grofse Verschiedenheit. Mannigfach fehlen Apparate, deren Vorhandensein eine Notwendigkeit ist, dafür ist manches durchaus Entbehrliche, ja Überflüssige vorhanden; bei Neubeschaffung von Apparaten hängt man mehr als wünschenswert vom Mechaniker ab.

Es besteht ein Bedürfnis nach einem Normalverzeichnis der Einrichtungen und Apparate, die die physikalischen Kabinette der einzelnen Kategorieen der höheren Lehranstalten notwendig besitzen müssen.

Der Redner schlug nun vor, eine Kommission zu berufen, die die Frage im einzelnen bearbeiten, solche Normalverzeichnisse je nach der Anstaltsart aufstellen und dadurch eine entsprechende Beschlufsfassung der nächstjährigan Versammlung vorbereiten solle.*)

---

*) Solche Normalverzeichnisse finden sich in ds. Z. Bd. V (1874), S. 72—77 von Österreich und in demselben Bd. S. 159—165 von **Sachsen** (Königr.). Beide Verzeichnisse sind von keinem Geringeren als dem bekannten (verstorbenen) Prof. der Physik Dr. J. **Müller** in Freiburg i/B. („Pouillet-**Müller**") begutachtet, resp. kritisiert worden in Bd. VI (1875), S. 22—33. **Die Redaktion.**

Die Versammlung stimmte dem lebhaft zu; an Stelle der Dreizahl für die Kommission, die der Redner vorgeschlagen hatte, wurde auf Vorschlag des Herrn Direktors Schwalbe beschlossen, eine Kommission von 5 Mitgliedern zu berufen. Eine Reihe von Fachmännern, deren Mitwirkung bei dieser Arbeit erwünscht erscheint, wurde in der Versammlung genannt, indessen beschlossen, die Auswahl derselben, sowie selbstverständlich auch die Feststellung des Arbeitsplanes für diese Kommission dem Vorstande zu überlassen.

Da hiermit die Tagesordnung erschöpft war, schloſs der Vorsitzende die Sitzung mit den Worten des Dankes an die Redner, die Teilnehmer und alle, die zum Gelingen der Versammlung beigetragen hätten.

Um sechs Uhr vereinigten sich die Teilnehmer im Kasino zu einem Festmahl, welches den schönsten Verlauf nahm. Nach dem Mahl begab man sich in den Kurgarten, um dem daselbst stattfindenden Gartenfest beizuwohnen.

Am 17. Mai, morgens um 7 Uhr 42 Minuten, brachte die Eisenbahn die Teilnehmer nach Frankfurt a. M. Hier wurden sie am Bahnhof von Vertretern der Frankfurter Kollegen, des Physikalischen Vereins, der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft und der mathematischen Abteilung des freien deutschen Hochstifts empfangen und nach dem groſsen Hörsaal des Gebäudes des Physikalischen Vereins geleitet. Daselbst begrüſste zunächst Herr Dr. Bode die Versammlung mit etwa folgenden Worten:

Seitens des Vorstandes des Physikalischen Vereins ist mir die ehrenvolle Aufgabe geworden, Sie, verehrte Kollegen, in unserm Heim zu bewillkommnen. Erst vor wenigen Wochen konnte ich an dieser Stelle Kollegen begrüſsen, die zu dem von uns veranstalteten Ferienkursus hier erschienen waren. Heute kommen Sie in gröſserer Zahl aus allen Gauen des deutschen Vaterlandes, nachdem Sie in Wiesbaden 2 arbeitsvolle und anregende Tage verlebt haben. Nehmen Sie freundlich das Wenige auf, was unser Verein Ihnen zum Schluſs der Versammlung bieten kann.

Eine besondere Freude ist es mir, den Vertreter des königl. Provinzial-Schulkollegiums, Herrn Geheimrat Lahmeyer hier zu sehen und ihm seitens des Vorstandes des Physikalischen Vereins den Dank auszusprechen für das warme Interesse und die eifrige Förderung, die er unseren Bestrebungen gelegentlich des Ferienkursus hat zu teil werden lassen. Bei der Kürze der Zeit will ich Ihre Geduld nicht lange in Anspruch nehmen und nur in wenigen Worten Ihnen die Entwickelung unseres Institute schildern. Die Anregung zur Gründung des Vereins, die am 24. Oktober 1824 erfolgte, gab der Mechaniker Albert. Als erster Dozent wirkte Professor Wibel, der bald einem Rufe nach der Schweiz folgte und im Jahre 1835 durch Rud. Böttger ersetzt wurde, jenen hervorragenden Gelehrten und Experimentator, dem wir eine Reihe wichtiger Erfindungen zu verdanken haben. Ich nenne nur die Entdeckung der Schieſsbaumwolle, der schwedischen Zündhölzer, der galvanischen Kopierung von Kupferplatten. Volle 46 Jahre war derselbe als Dozent thätig, und zwar umfaſste bis zum Jahre 1860 seine Lehrthätigkeit auch die Physik. In diesem Jahre wurde für dieses Fach ein eigener Dozent angestellt, und es wirkten als solche Männer, die jetzt in der Wissenschaft einen bedeutenden Namen haben, Eisenlohr, Abbe (Jena), Kohlrausch (Strassburg), dann von Frankfurtern Oppel, Nippoldt, Krebs. Nach Böttgers Tode wurde der Lehrstuhl der Chemie Herrn Dr. Lepsius übertragen, der denselben länger als ein Jahrzehnt inne hatte. Allmählich waren die Räume, die der Verein in dem Museums-Gebäude unserer Schwesteranstalt, der Senckenbergischen Naturforschen-

den Gesellschaft, inne hatte, zu eng geworden; Dank den aufserordentlichen Bemühungen zweier Vorstandsmitglieder, der Herren Dr. J. Ziegler und Dr. Th. Petersen, und der Opferwilligkeit vieler Freunde des Vereins wurde es möglich dieses Haus zu bauen, dessen Einrichtungen ich Sie nachher in Augenschein zu nehmen bitte. Im Oktober 1887 konnten wir unser neues Heim beziehen, im April 1889 wurde darin die elektrotechnische Lehr- und Unterrichtsanstalt eröffnet, die unter Leitung des Herrn Dr. Epstein sich einen Ruf in allen Teilen Deutschlands erworben hat; sind doch nach ihrem Muster gleiche Anstalten in Chemnitz und Berlin errichtet. So ist unser Institut von kleinen Anfängen emporgewachsen ohne staatliche Hilfe, allein erhalten von einer für Kunst und Wissenschaft begeisterten Bürgerschaft. Augenblicklich wirken an demselben als Dozent für Physik Herr Professor Dr. König, als Dozent für Chemie Herr Dr. de Neufville, als Dozent für Elektrotechnik Herr Dr. J. Epstein. Dafs der Verein seinem Ziel — die Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse — treu bleibt, hat er neben vielen Veranstaltungen erst jüngst durch den von ihm abgehaltenen Fortbildungskursus für akademisch gebildete Lehrer bewiesen.

Dann richtete Herr Dr. Dobriner nachstehende Worte der Begrüfsung an die Versammlung:

Hochgeehrte Versammlung!

Ich habe den ehrenvollen Auftrag, Sie im Namen des freien Deutschen Hochstifts und insbesondere im Namen seiner mathematisch-naturwissenschaftlichen Sektion zu begrüfsen.

Das Hochstift gliedert sich in eine Reihe wissenschaftlicher Fachabteilungen, die zwar durch die herrschende Spezialisierung aller Gebiete in ihren Bestrebungen weit auseinander geführt werden, die aber eins gemeinsam haben, das Protektorat — wenn ich es so nennen darf — unter das sie sich gestellt haben, das Andenken Goethes, in dessen Geburtshaus die Sektionen ihre Sitzungen abhalten.

Goethe brachte bekanntlich der Mathematik ein sehr geringes Mafs von Wohlwollen entgegen; in seinen Sprüchen über Naturwissenschaft findet sich manches harte Wort gegen sie:

(IV) „Die Mathematik vermag kein Vorurteil wegzuheben, sie kann den „Eigensinn nicht lindern, den Parteigeist nicht beschwichtigen, nichts von „allem Sittlichen vermag sie.“

An anderer Stelle (V) aber spricht er versöhnlicher von einer fernen Zukunft, in der sich ereignen werde, „woran jetzt noch kein Mensch denken kann“, dafs sich nämlich die Mathematiker „des Dünkels entäufsern, als Universalmonarchen über alles zu herrschen, ... alles für nichtig, für inexakt, für unzulänglich zu erklären, was sich nicht dem Kalkül unterwerfen läfst.“

Nun, meine Herren, die Mathematik und die mathematische Naturwissenschaft von heute sind sicherlich von diesem Dünkel frei. Dies geht allein schon aus der Gewissenhaftigkeit hervor, mit der sie die Grundlagen und die Grenzen ihrer Erkenntnis festzulegen bestrebt sind; dies beweisen aber auch Ihre Verhandlungen, meine Herren, die zwar mit Nachdruck der Mathematik und den Naturwissenschaften die gebührende Stellung innerhalb des Jugendunterrichts sichern wollen, die aber niemals der Überhebung Raum lassen, dafs jene allein ausreichen, Geist und Gemüt zu bilden.

Deshalb darf sich heute auch das zu Goethes Ehren gegründete Hochstift mit den aufrichtigsten Wünschen denen zugesellen, die den Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts hier in Frankfurt begrüfsen.

Unsere Sektion hätte es sich zu besonderer Ehre angerechnet, Sie im Goethe-Hause empfangen zu dürfen; da dies aber wegen der Kürze der Zeit, über die Sie zu verfügen haben, nicht angeht, so gestatten Sie mir, Ihnen von dieser Stelle das herzlichste Willkommen zuzurufen.

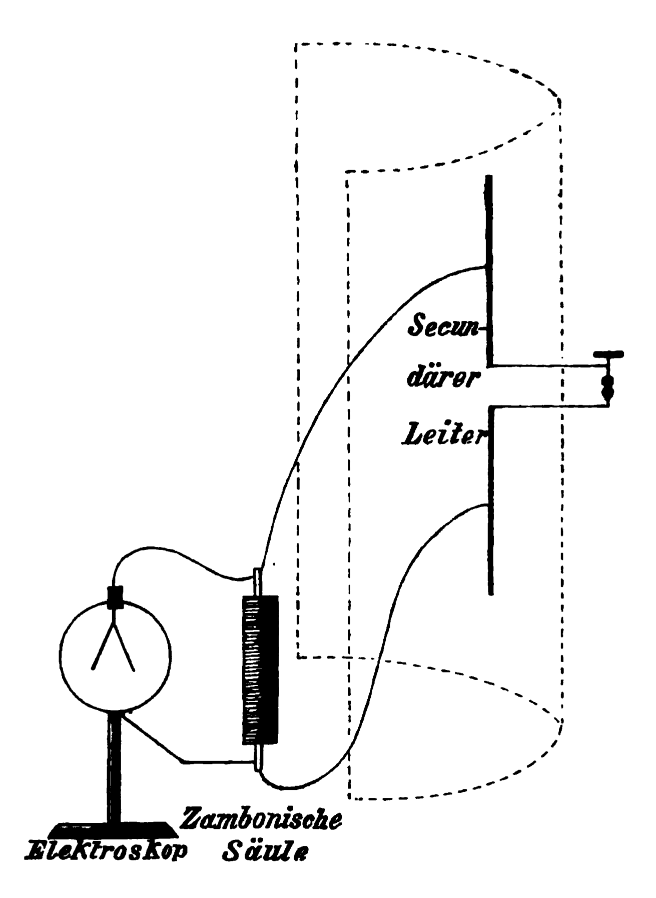
Nachdem Herr Professor Pietzker beiden Herren mit kurzen Worten gedankt hatte, hielt nunmehr Herr Professor König einen Experimentalvortrag über

Hertz'sche Versuche.

Von der grofsen Reihe der Hertz'schen Versuche waren diejenigen mit den grofsen parabolischen Spiegeln zur Vorführung ausgewählt worden. (Siehe umstehende Zeichnung S. 314 u. 315.) Die primären Schwingungen wurden erregt mit Hilfe des von Töpler angegebenen Doppelkondensators. Eine einfache Holtz'sche Influenz-Maschine diente als Elektrizitätsquelle. Eine solche vermag die sehr schnellen Schwingungen auf den kurzen Primär-Leiterstäben direkt nicht zu erregen; dazu sind Entladungen gröfserer Elektrizitätsmengen erforderlich. Um diese zu erhalten, wird die Elektrisiermaschine an die eine Seite eines Doppelkondensators gelegt, die Primärstäbe an die andere. Der Doppelkondensator besteht aus einer Glasplatte von 50 × 25 cm Fläche und 2 mm Dicke. Sie ist auf jeder Seite mit 2 kreisrunden, einander genau gegenüberstehenden Stanniolbelegungen von 18 cm Durchmesser versehen und im übrigen gut lackiert. Metallfedern berühren diese Belegungen und vermitteln den Kontakt auf der einen Seite mit den beiden Kugeln eines Funkenmikrometers, auf der anderen mit den Drähten, die zu den Primärleitern führen. Die beiden Seiten des Funkenmikrometers sind durch 3 m lange, gut isolierte Leitungen mit den beiden Polen der Holtz'schen Maschine verbunden. Die letztere stand in einem Nebenraume; die Leitungen waren durch Öffnungen in der Wand in den Hörsaal hineingeführt. Mit Vorteil verwendet man für solche Zwecke den von Schuckert unter dem Namen „Gummiader" gelieferten, doppelt isolierten Draht. Die Kugeln des Funkenmikrometers (2,6 cm Durchmesser) werden auf eine Schlagweite von 1 cm eingestellt; die abgerundeten Enden der Primärleiter aber werden auf 2 mm einander genähert. Die Primärleiter sind 2 Messingröhren von 4 cm Durchmesser, 14 cm Länge, beiderseits durch aufgelötete Halbkugeln von 2 cm Radius geschlossen. Die Wirkung der Maschine besteht nun darin, die beiden Teile des Doppelkondensators entgegengesetzt zu laden, wobei sich die abgestofsenen Elektrizitäten der anderen Belegungen durch kleine Funken zwischen den Primärleitern ausgleichen. Ist das Potential für eine Schlagweite von 1 cm erreicht, so entladet sich die eine Seite des Doppelkondensators durch das Funkenmikrometer und zugleich die andere Seite durch die Funkenstrecke des Primärleiters. Dieser starke, hellglänzende Funke dient als Erreger der Hertz'schen Schwingungen. Bei rascher Drehung der Maschine folgen sich die wirksamen Funken schnell genug, um alle Wirkungen der Hertz'schen Schwingungen bequem damit zeigen zu können. Diese Kondensator-Methode hat sich bei allen Versuchen aufserordentlich gut bewährt.

Um das Vorhandensein der Sekundärfunkenleiter objektiv zu zeigen, wurde eine von Boltzmann vorgeschlagene Methode in etwas abgeänderter Form benutzt. Der Sekundärleiter bestand aus 2 dünnen Messingblechen von 27,5 cm Länge und 5,5 cm Breite. Von den einander zugekehrten Enden dieser Bleche führten isolierte Drähte durch den parabolischen Spiegel hindurch zu einem kleinen Hertz'schen Funkenmikrometer. Von der Mitte der beiden Hälften des Sekundärleiters führten ferner zwei Drähte zu den beiden Polen einer Zambonischen Säule (von Müller Unkel in Braunschweig). Der eine dieser Pole war aufserdem mit der Hülle, der andere mit den Blättchen eines Blattelektroskopes verbunden. Um die Ausschläge dieses Elektroskopes bequem im ganzen

Hörsaal beobachten zu können, wurden die Blättchen stark vergröſsert auf einen Schirm projiziert. Die Blättchen divergieren, so lange keine Sekundärfunken vorhanden sind; sobald den Sekundärleitern Schwingungen induziert werden und Fünkchen im Mikrometer auftreten, zucken die Blättchen bebhaft, und bei anhaltendem Funkenspiel fallen sie ganz zusammen. — Die groſsen parabolischen Spiegel, in deren Brennlinien die



Primär- und die Sekundärleiter sich befanden, hatten genau die Maſse der von Hertz gebauten Spiegel.*)

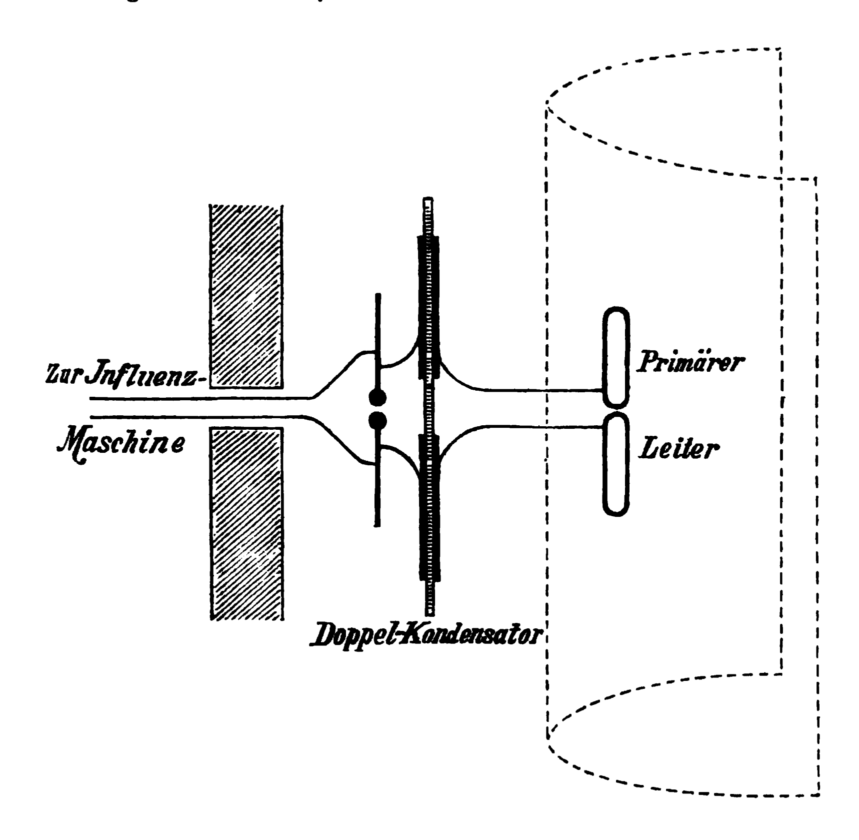
Mit dieser Anordnung wurden folgende Versuche vorgeführt:

1. Die Spiegel wurden in einigen Metern Entfernung einander so gegenüber gestellt, daſs ihre Achsen, d. h. die Strahlrichtungen zusammenfielen. Sobald die Primärfunken einsetzten, verschwand der Ausschlag des Elektroskops. Dazwischentreten eines Menschen hob die Wirkung auf. Ein auf einem Gestell drehbares Drahtgitter von 170 cm Durchmesser wurde zwischen die Spiegel geschoben. Lagen die Drähte hori-

*) Die beigebene Zeichnung soll die Anordnung der Apparate veranschaulichen, jedoch ohne genaue Wiedergabe der Gröſsenverhältnisse.

zontal, so ging die Wirkung ungehindert hindurch, standen sie vertikal, so zeigte das Elektroskop konstante Divergenz.

2. Die Spiegel wurden so gedreht, dafs die Strahlrichtungen einen Winkel von etwa 120° bildeten. In den Schnittpunkt der Achsen wurde das Gitter als reflektierende Fläche aufgestellt. Eine Reflexion der Wirkung fand nur statt, wenn die Drähte vertikal standen und die



Normale der Fläche ungefähr gleiche Winkel mit den beiden Spiegelachsen bildete.

3. Die beiden Spiegel wurden nebeneinander gestellt mit geringer Neigung ihrer Achsen gegeneinander. Ihnen gegenüber wurde in einigen Metern Entfernung eine 4 m grofse ebene Zinkwand aufgestellt, die aus zwei getrennten Teilen von 2 m Höhe und 1 m Breite bestand. Sie reflektierte die Wirkung aus dem primären in den sekundären Spiegel. Standen beide Teile dieser Wand genau in derselben Ebene, so war eine kräftige Wirkung im Sekundärspiegel vorhanden. Wurde der eine Teil aber gegen den anderen in Richtung auf die Spiegel zu oder von ihnen fort verschoben, so verschwand die Wirkung bei 22 cm Abstand zwischen den Teilen; sie trat wieder auf bei 44 cm, verschwand von neuem bei 66 cm etc. (Boltzmannscher Interferenzversuch). Die Länge einer ganzen Welle der benutzten Schwingung würde also etwa 88 cm, ihre Schwingungszahl mithin etwa $3,4 \times 10^8$ betragen.

Es folgte die Besichtigung der physikalischen Sammlung, des chemischen Laboratoriums, des elektrischen Maschinenraumes, der Akkumulatorenbatterie, des Arbeitsraumes für elektrotechnische Untersuchungen, der meteorologischen Station und der elektrotechnischen Lehranstalt des Physikalischen Vereins.

Im Maschinenraum führte Herr Dr. J. Epstein zunächst einige Wechselstromversuche vor. Ein Wechselstrom von wenigen Wechseln in der Sekunde liefs an dem Aufleuchten einer Glühlampe die verschiedenen Phasen erkennen. Eine zweite Glühlampe wurde in einen zweiten Wechselstromkreis geschaltet, dessen Phase um eine Viertelperiode gegen die des ersten verschoben war. Die Phasenverschiedenheit trat in dem abwechselnden Aufleuchten der Lampen zu Tage. Hieran schlofs sich der Nachweis des durch das Zusammenwirken der beiden Ströme erzeugten Drehfeldes vermittelst einer mit Eisenfeilspähnen bestreuten Pappscheibe und vermittelst der Rotation einer im Zentrum des Drehfeldes gelagerten Eisenscheibe. Die Ströme für diese Versuche lieferte eine als Elektromotor laufende Gleichstrommaschine, die durch aufgesetzte Schleifringe zur Abgabe verschiedenphasiger Wechselströme befähigt war.

Unter dem Namen der Thomsonschen Versuche wurden dann eine Reihe frappanter Induktionserscheinungen vorgeführt. Erregt man einen Elektromagneten, über dem an einem Wagenbalken ausbalanziert eine Kupferscheibe hängt, so wird sie abgestofsen, schaltet man den Erregerstrom aus, so wird sie angezogen. Diese entgegengesetzten Einflüsse heben sich nun bei fortdauernder Erregung durch Wechselstrom nicht auf, sondern infolge der in der Scheibe auftretenden Selbstinduktion überwiegt die Abstofsung. Aufgesetzte Ringe wurden von dem Wechselstrom-Elektromagneten weggeschleudert. Der im Ringe wirkende Induktionsstrom verriet sich durch Erwärmung des Ringes. Zur besseren Veranschaulichung des auftretenden Induktionsstromes und der Erhitzung wurde ein gelöteter Ring verwendet. Durch die Erwärmung schmolz das Lot, öffnete den Ring und dieser fiel herab. Auch die Rotation von Kupferscheiben, die unsymmetrisch gegen die Induktionswirkung geschützt waren, wurde gezeigt. In der elektrotechnischen Lehranstalt machte Herr Dr. Epstein Mitteilungen über den Unterrichtsbetrieb. Bei den praktischen Übungen der Schüler wird ein Hauptgewicht auf eigene passende Wahl der Instrumente gelegt. Vor Inangriffnahme jeder Messung ist eine Schaltungsskizze anzufertigen und die gewünschten Instrumente anzugeben. Über jede Messung wird ein ausführliches Protokoll geführt, soweit thunlich unter graphischer Darstellung der erhaltenen Werte. Im Laboratorium der Untersuchungsanstalt wurden verschiedene technische Methoden (für Aichung von Volt- und Ampèremetern mittelst Kompensationsapparates, Isolationsmessungen u. dgl.) vorgeführt. Die reichhaltige Lehrsammlung der Lehranstalt zeichnet sich durch Zusammenstellungen charakteristischer Einzelteile von Maschinen und Apparaten sowie durch Unterrichtsmodelle aus. Ein ganz besonderes Interesse nahm inmitten dieser modernsten Erzeugnisse das Original des Sömmerringschen Telegraphenapparates (vom Jahre 1809) in Anspruch, der im Betriebe vorgeführt wurde.

Nach einer kurzen Frühstückspause begab man sich in das Gebäude der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft. Hier wurde die Versammlung von Herrn Professor Reichenbach im Namen der Gesellschaft begrüfst. Ihm erwiderte Herr Professor Pietzker mit Worten des Dankes, worauf die Besichtigung der zoologischen, mineralogischen und paläontologischen Sammlung der Gesellschaft unter Führung des Herrn Professor Reichenbach, des Herrn Professor Richters aus Frankfurt und des Konservators der aufserordentlich reichhaltigen und wertvollen Sammlungen, Herrn Dr Kinkelin, erfolgte.

Darauf fand ein gemeinschaftliches Mittagsessen im Palmengarten statt, gewürzt durch ernste und heitere Trinksprüche, unter denen selbst-

redend auch solche auf die Frankfurter Herren, welche durch ihre Mühewaltung den Ausflug zu einem so interessanten und belehrenden gemacht hatten, und auf das gastliche Frankfurt nicht fehlten. Nach dem Essen wurde der Palmengarten unter Führung des Direktors desselben, Herrn Siebert, und dann noch von einer Anzahl Teilnehmer der zoologische Garten unter Führung von dessen Direktor, Herrn Dr. Seitz, besichtigt. Damit hatte die Versammlung, die in allen ihren Teilen den gelungensten Verlauf nahm und gewifs sämtlichen Teilnehmern in angenehmer Erinnerung bleiben wird, ihr Ende erreicht, und das Dampfrofs entführte die Teilnehmer wiederum nach allen Gauen des deutschen Vaterlandes.

Was nun das dem offiziellen Bericht noch beigefügte weitere Geschäftliche, nämlich die Vereinssatzungen, das gegenwärtige Mitgliederverzeichnis und den gegenwärtigen Vorstand betrifft, so müssen wir, um unsern leider ohnehin schon zu ausgedehnten Bericht nicht noch mehr zu verlängern, uns hierüber kurz fassen. Die Vereinssatzungen findet man in ds. Zschr. XXV, 157—158; ein Mitgliederverzeichnis in XXIV, 513, das durch das im offiziellen Bericht gegebene (ca. 300 Mitgld. zählende) zu vervollständigen wäre und der gegenwärtige Vorstand besteht nach diesem Bericht aus folgenden Herren:

Dr. Detmer, Professor an der Universität zu Jena.
Dr. Hamdorff, Direktor des Gymnasiums und Realgymnasiums zu Guben.
Dr. Krumme, Direktor der Oberrealschule zu Braunschweig.*)
Professor Pietzker, Oberlehrer am Gymnasium zu Nordhausen.
Professor Dr. Schwalbe, Direktor des Dorotheenstädtischen Realgymnasiums zu Berlin.

Die Geschäftsführung für die Zeit bis zur nächsten Versammlung hat Herr Direktor Dr. Hamdorff übernommen, an den demgemäfs alle auf die nächste Versammlung Bezug habenden Anträge, Anmeldungen etc. zu richten sind.

Ankündigung.

Eine neue geographische Zeitschrift

beginnt noch im Juni d. J. im Verlage von B. G. Teubner in Leipzig unter dem Titel „Geographische Zeitschrift" zu erscheinen, die unter Mitwirkung der bekanntesten und bewährtesten Fachmänner (worunter zahlreiche Lehrer der Geographie) von Dr. Alfred Hettner, ao. Professor an der Universität zu Leipzig, herausgegeben wird.

Die Zeit der grofsen Entdeckungen im Innern der Festländer liegt hinter uns; aber zahlreiche Reisende und Forscher sind noch eifrig bestrebt, die räumlichen Lücken unserer Kenntnis von der Erdoberfläche auszufüllen und uns die Natur und die Bewohner fremder Erdteile besser kennen zu lehren. Das wissenschaftliche Verständnis der Erdnatur und ihrer Beziehungen zu der Entwicklung und dem heutigen Zustande des Menschengeschlechts macht gewaltige Fortschritte, die keineswegs nur für die Fachwissenschaft, sondern für unsere ganze Weltanschauung und auch für das praktische Leben von hoher Bedeutung sind. Der so lange verknöcherte geographische Unterricht ist durch die Fortschritte der geographischen Wissenschaft zu neuem Leben erweckt worden. Auch der Zustand der Erdoberfläche selbst, die Beschaffenheit der Pflanzen-

*) Inzwischen gestorben.

und Tierwelt, die Zusammensetzung der Völker und Staaten, Besiedelung und Verkehr, wirtschaftliche Produktion und Handel, kurz, viele der Thatsachen, die die Eigenart der Länder bestimmen und deshalb den Gegenstand der Geographie bilden, sind in unserem Zeitalter schnelleren Veränderungen als früher unterworfen, und diese Veränderungen haben, bei der engen Verbindung aller Völker durch den hoch entwickelten Verkehr, viel gröfsere Wichtigkeit für uns gewonnen.

Trotz der ansehnlichen Zahl geographischer Zeitschriften und Vereinsmitteilungen fehlt ein Organ, das die Fortschritte des geographischen Wissens und die Veränderungen der geographischen Zustände in übersichtlicher Weise zusammenfafst und zu allgemeiner Kenntnis bringt. Die „Geographische Zeitschrift“ soll diese Lücke ausfüllen. Sie wendet sich keineswegs nur an den geographischen Fachmann, sondern an alle, die an geographischen Dingen Anteil nehmen, an die Lehrer der Geographie, an die Vertreter der Nachbarwissenschaften, an die gebildeten Laien. Sie wird also keine Spezialarbeiten bringen, die nur vom Fachmann verstanden werden und nur für ihn Interesse haben, sondern wird nur Gegenstände von allgemeinem Interesse in allgemein verständlicher und dabei möglichst reiner und fliefsender Sprache behandeln; aber sie wird wahrhaft wissenschaftlich sein, insofern sie nur tüchtige Fachmänner zu Mitarbeitern wählt.

Die Gegenstände, mit denen sich die „Geographische Zeitschrift“ beschäftigen wird, lassen sich in folgende vier Gruppen zusammenfassen:

1. Untersuchungen über wichtige Probleme aus allen Teilen der Geographie und aus ihren Hülfs- und Nachbarwissenschaften, besonders über solche Probleme, die gerade im Vordergrunde der wissenschaftlichen Erörterung stehen.

2. Charakteristiken einzelner Erdräume, und zwar sowohl geschmackvolle Schilderungen von Land und Leuten wie abgerundete Studien über den Zusammenhang der Erscheinungen, die die Landesnatur ausmachen.

3. Übersichten und Erörterungen der Veränderungen geographischer Zustände, besonders der Veränderungen der politischen Geographie, der Bewegung der Bevölkerung, der Entwicklung des Verkehrs und der wirtschaftlichen Verhältnisse.

4. Besprechung wichtiger Fragen aus der Methodik der geographischen Forschung und des geographischen Unterrichts.

Die „Geographische Zeitschrift“ wird in zwölf Monatsheften von $3\frac{1}{2}$ bis 4 Bogen Grofsoktav erscheinen (zum Preise von 16 Mk. für den Jahrgang) und nach Bedarf mit Karten und Figuren versehen sein. Sie wird an erster Stelle mehrere Aufsätze enthalten, und zwar in der Mehrzahl Originalaufsätze, aber daneben auch Auszüge hervorragender deutscher oder fremdsprachlicher Bücher. Sie wird ferner in regelmäfsigen jährlichen Berichten über die wichtigsten Fortschritte der verschiedenen Zweige der Geographie und auch über die hauptsächlichen Veränderungen geographischer Zustände orientieren. Eine dritte Abteilung soll für kurze Mitteilungen dienen und eine Stätte des wissenschaftlichen Meinungsaustausches bilden. In einer vierten Abteilung sollen geographische Neuigkeiten jeder Art mitgeteilt, und zwar sollen neben Entdeckungs- und Forschungsreisen besonders neue Volkszählungen und andere statistische Ausweise, neue Verkehrswege und dergleichen berücksichtigt werden. Eine fünfte Abteilung soll die eingegangenen Bücher zwar nur kurz, aber möglichst bald nach ihrem Erscheinen besprechen. Die sechste Abteilung soll eine Zeitschriftenschau enthalten.

Die Anschaffung dieser neuen Zeitschrift sei allen Schulbibliotheken aufs wärmste empfohlen.

Verein zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und in den Naturwissenschaften*).

Versammlung i. d. Pfingstwoche, 3.—6. Juni ds. J. i. Göttingen.

Programm.

Nach Beschlufs der vorjährigen Hauptversammlung des Vereins in Wiesbaden findet die diesjährige Hauptversammlung zu Pfingsten d. J. in Göttingen statt, zu der die Mitglieder hierdurch eingeladen werden. Die Tagesordnung für die Versammlung ist folgende:

Montag, 3. Juni, abends 8 Uhr: Zwangloses Beisammensein der Teilnehmer im Stadtpark.

Dienstag, 4. Juni, vorm. 9. Uhr: Erste allgemeine Sitzung in der Aula des Gymnasiums. Eröffnung und Begrüfsung. Ansprache des Gymnasialdirektors Prof. Dr. Viertel. Vortrag des Univ.-Prof. Dr. F. Klein: Der mathematische Unterricht an den Universitäten mit besonderem Hinblick auf die Bedürfnisse der Lehramtskandidaten. Vorm. 11—1 Uhr und Nachm. 3—6 Uhr: Sitzungen der Fachabteilungen im Gymnasium. Abends 7 Uhr: Festessen in der Union, Couvert zu 2,50 M.

Mittwoch, 5. Juni, vorm. 9 Uhr: Zweite allgemeine Sitzung in der Aula des Gymnasiums. Vortrag des Geh.-Rats Prof. Dr. Baumann: Über die Bedeutung der Naturwissenschaften für eine wissenschaftliche Lebensauffassung. Vorm. 11 Uhr: Erledigung geschäftlicher Angelegenheiten und zwar: Kassenbericht. Auslosung und Wahl von drei Vorstandsmitgliedern. Antrag des Vereinsvorstandes auf Gründung eines eigenen Vereinsorgans. Desgl. auf Änderung des §. 4 der Satzungen dahin, dafs das Rechnungsjahr mit dem Kalenderjahr in Übereinstimmung gebracht wird. Desgl. auf Änderung des §. 5 der Satzungen hinsichtlich der Einziehung der Mitgliederbeiträge. Sonstige die Vereinsthätigkeit betreffende Anträge. Sonstige geschäftliche Mitteilungen. Nachm. 3 Uhr: Wahlweise Besichtigung der mathematischen Universitätsinstitute. Näheres wird bei Beginn der Versammlung mitgeteilt werden. Abends 8 Uhr: Zwangloses Beisammensein im Stadtpark.

Donnerstag, 6. Juni: Ausflug nach Mariaspring und der Plesse mit dem Zug 11 Uhr 4 Min. Mittagessen in Mariaspring.

Für die Sitzungen der Fachabteilungen sind bis jetzt folgende Vorträge angemeldet:

1) Obl. Schülke (Osterode i. Ostp.): Genügen vierstellige Logarithmentafeln für Gymnasien?

2) Obl. Dr. Schotten (Schmalkalden): Elementare Bewegungslehre.

3) Direktor Prof. Dr. Schwalbe (Berlin): Über die Meteorologie auf der Schule.

4) Bericht der Kommission über die Sammlungen von physikalischen Lehrmitteln an höheren Schulen. (Berichterstatter Direktor Prof. Dr. Schwalbe, Berlin).

5) Demonstration der naturwissenschaftlichen Lehrmittelsammlung des Gymnasiums durch Prof. Frenkel (Göttingen).

In Verbindung mit der Hauptversammlung wird das naturhistorische Institut „Linnaea", Berlin (Dr. Aug. Müller) eine Ausstellung von Lehrmitteln veranstalten.

---

*) Mit Rücksicht auf unsere vorläufige „Bekanntmachung" in Heft 5, S. 238 geben wir hier das uns erst neuerdings (13/V) zugegangene Programm. D. Red.

Empfehlenswerte Hôtels für die Festteilnehmer sind: Hôtel zur Krone (Zimmer mit Frühstück 3—3,75 Mk.) Hôtel Gebhard (3,50—4,50 Mk.) Hôtel Englischer Hof (1,75—2 Mk.) Hôtel Royal. Hôtel zum Deutschen Haus. Hôtel Hofjäger. Aufserdem sind wegen der Pfingstferien zahlreiche Studentenwohnungen zu haben; Anmeldungen für dieselben bitten wir vorher an Herrn Pedell Mankel, Jüdenstrafse 11 zu richten.

Zugleich werden alle Freunde der Vereinsbestrebungen eingeladen, dem Verein, dessen Satzungen nebenstehend abgedruckt sind*), beizutreten. Anmeldungen in Verbindung mit dem Jahresbeitrag von 3 Mk. nimmt der Schatzmeister des Vereins, Prof. Pietzker in Nordhausen, entgegen.

Durch Verfügung Sr. Exz. des Herrn Unterrichtsministers vom 3. Mai sind die Königlich preufsischen Provinzial-Schul-Kollegien veranlafst worden, auch über die Ferienzeit hinaus Urlaub für die Versammlung zu bewilligen.

Der Hauptvorstand: Hamdorff. — Der Orts-Ausschufs: Klein.

---

67. Versammlung der Naturforscher und Ärzte in Lübeck am 16.—21. September 1895.

12. Sektion: Mathematischer und naturwissenschaftlicher Unterricht.

Die Redaktion macht hierdurch bekannt, dafs für die Geschäftsführung der genannten Sektion folgende Herren in Lübeck bestimmt sind:

als Einführender: Oberlehrer Dr. J. Müller (Cronsforder Allee 19),
als Schriftführer: Hauptlehrer H. Pechmann (Hinter der Burg 2).

Die genannten Herren ersuchen alle diejenigen, welche die Versammlung besuchen und Vorträge resp. Demonstrationen halten wollen, dieselben bis Ende Mai d. J. anzumelden, da bereits anfangs Juli das Programm versandt werden soll.

Danksagung.

Es sind mir nach Abschlufs des 25. Jahrganges dieser von mir gegründeten und seit 25 Jahren geleiteten Zeitschrift seitens einer Anzahl Mitarbeiter und Freunde meiner Bestrebungen herzliche Glückwünsche dargebracht worden. Diese auf einem kunstvoll ausgestatteten Diplom ausgesprochene, Dankbarkeit und Wohlwollen atmende Ehrung, verbunden mit einer Gabe, an der sich auch ein Kultus-Ministerium und die Verlagshandlung beteiligt haben, verpflichten mich, den Gebern, besonders aber den Veranstaltern dieser Ehrung, dafür meinen wärmsten Dank auszusprechen. Da ich die einzelnen Geber unter den Lesern ds. Ztschr. nicht kenne, so kann ich meinen Dank nur an dieser Stelle aussprechen und verbinde damit die Hoffnung und die Bitte, sie möchten auch fernerhin der Zeitschrift ihre Gunst und Teilnahme bewahren.

Der Herausgeber.

---

*) Wir verweisen hier auf unsern letzten Abdruck in XXV, 157 f.
D. Red.

Notwendigkeit eines propädeutisch-mathematischen Unterrichts in den Unterklassen höherer Lehranstalten vor dem wissenschaftlich-systematischen.

Von Dir. Dr. GUSTAV HOLZMÜLLER in Hagen i. W.

Im zweiten Hefte des lauf. Jahrg. ds. Z. veröffentlicht Herr Rektor Jansen in Aachen eine Lehrprobe und stellt diese in Vergleich zu einem Bruchstücke aus meinem methodischen Lehrbuche der Elementar-Mathematik. Leider aber enthält das Bruchstück sehr wichtige Dinge, auf die es ganz besonders ankommt, nicht. Dafs dabei falsche Auffassungen entstehen können, ist selbstverständlich. Nicht ein Abschnitt, sondern mehrere hätten abgedruckt werden müssen.

Solche Zusammenstellungen sind in der Regel etwas Mifsliches. Auf der einen Seite steht die Lehrprobe mit dem anregenden Wechselspiele von Frage und Antwort, von Erläuterung, Korrektur und Feststellung von Begriffen, auf der anderen Seite der aus dem Zusammenhang gerissene Abschnitt des Lehrbuchs, dem räumlich weit engere Grenzen gesetzt sind. Das Lehrbuch ist ja doch nur das Gerippe für den eigentlichen Unterricht, bei dem die Hauptsache dem Lehrer überlassen bleiben mufs.

Noch mifslicher wird der Vergleich, wenn das eine Verfahren (das des Herrn Jansen z. B.) wissenschaftliche Strenge und logische Schärfe für sich in Anspruch nimmt, während das andere auf solchen Anspruch verzichtet und lediglich propädeutisch, d. h. nur vorbereitend sein will.

Die Schwierigkeit bei der Behandlung der Parallelen liegt in dem Eingreifen des Unendlichen. Leider hat Herr Jansen diese Hauptsache schon vorher abgethan. Er stützt sich auf den Satz, dafs zwei Gerade, die zu einer dritten parallel sind, unter sich parallel sind.

Daher bin ich nicht in der Lage, darüber zu urteilen, ob das Verfahren des Herrn Jansen hinreichend streng ist, was er behauptet. Mir scheint es aber, als ob er die Begriffe Null und Unendlichklein nicht scharf genug auseinanderhielte.

Hat man nämlich in der Ebene eine feste Gerade und eine andere, die sich um einen außerhalb der festen Geraden liegenden Punkt der Ebene in der letzteren dreht, so kann der Parallelismus der beiden Geraden gelegentlich ein absolut vollkommener sein (wobei der Richtungsunterschied gleich Null ist), er kann aber auch ein unendlich angenäherter sein (wobei der Richtungsunterschied unendlich klein, aber doch nicht gleich Null ist). Die beiden betrachteten Lagen sind dann wohl im endlichen Bereiche als zusammenfallend aufzufassen, nicht aber im unendlichen Bereiche, wo die betreffenden Linien auseinander treten. Das im endlichen Bereiche unendlich kleine Auseinandertreten kann im unendlichen zu einer von Null sehr verschiedenen Gröfse werden, denn

$0 \cdot \infty$ braucht durchaus nicht gleich Null zu sein.

Ein Verfahren, welches wissenschaftliche Strenge und scharfe Logik beansprucht, darf die Begriffe Null und Unendlichklein nicht mit einander vermengen. Ein propädeutischer Unterricht dagegen, der die Begriffe nur vorläufig feststellen will, darf schon eher darüber hinweggehen und dem Schüler die Arbeit erleichtern.

Dafs die wissenschaftliche Strenge noch anderen Forderungen genügen mufs, wird sich unten zeigen. Vorläufig möchte ich mich nur mit einem Punkte, den Herr J. betont, einverstanden erklären, mit dem Beibehalten der indirekten Beweisführung, die nun einmal zu den gebräuchlichen Schlufsformen der Logik gehört und bisweilen grofse Zeitersparnis giebt. Man sehe z. B. den Beweis des Satzes vom vollständigen Vierseit an, den ich auf Seite 39 des zweiten Teiles meines Buches gebe. Ganz sollte man ein solches Beweisverfahren nicht verbannen.

Herr Jansen kommt auf Seite 87 sehr einfach über eine der bedenklichsten Klippen hinweg. Dort heifst es: „Woher kommt es, dafs wir die allgemeinen Grundsätze unmittelbar,

sofort, ohne Beweis erkennen? — aber die Antwort hierauf will ich euch geben. Das kommt daher, dafs Gott der Herr diese Erkenntnis in unsere Seele, in unsere Vernunft gelegt hat.“ Philosophisch also soll dies heifsen, die Grundsätze seien Urteile a priori. Ob dies wahr ist?

Die sogenannten Grundsätze sind gewissermafsen die Axiome der Logik. Von ihnen müssen streng die Axiome der Geometrie geschieden werden. Herr Jansen spricht von den zehn Grundsätzen der Geometrie, scheint aber die der Logik zu meinen, die sich auf jede beliebige Art von Gröfsen, nicht nur auf die geometrischen, anwenden lassen.

Wenn aber, wie wir sehen werden, der aprioristische Charakter der geometrischen Axiome angezweifelt wird, so dürfte sich bezüglich der logischen derselbe Zweifel geltend machen. Entscheiden möchte ich an dieser Stelle diese Frage nicht.

Was ist nun ein geometrisches Axiom? Es handelt sich um einen durch die Anschauung gewonnenen einfachen Satz, den man für richtig erklärt, auf dessen Beweis man aber verzichtet, und den man als eine Grundlage der Raumlehre hinstellt.

Ist dies der Fall, so besteht ein Recht, ein solches Axiom anzuzweifeln. Streicht man es versuchsweise, so erhält man besondere Arten von Raumanschauung, bei denen ein Teil der geometrischen Sätze bestehen bleibt, ein anderer hinfällig wird. Darüber soll unten gesprochen werden.

Der denkende Mathematiker hat die Pflicht, die Richtigkeit und Notwendigkeit der einzelnen Axiome zu prüfen, zu untersuchen, ob sie unabhängig von einander sind, wie weit sich ihre Tragweite erstreckt, ob sie zuviel sagen und z. B. abzuleitende Theoreme enthalten u. s. w.

Man vergleiche in dieser Hinsicht Giuseppe Veronese: Grundzüge der Geometrie von mehreren Dimensionen (übersetzt von Schepp, Leipzig bei Teubner), ein Buch, dessen Vorrede schon zum Studium zu empfehlen ist.

Nach Seite XIV dieses Werkes erklärt Klein in seinen vergleichenden Betrachtungen (Erlangen 1872): Als Mathematiker müfsten wir Gegner der Ansicht Kants sein, der das Parallelenaxiom für eine aprioristische Wahrheit hält.

Man braucht es nicht für wahr zu halten, weil die Anschauung uns nur über einen kleinen Teil des unendlichen Raumes aufklärt. Die Kantianer haben den Beweis für ihre Behauptung nicht geliefert. Helmholtz sagt, der Raum könne Anschauungsform a priori sein, die Axiome aber seien es nicht. Wundt bemerkt, man müsse zugeben, dafs in uns die Fähigkeit wohne, den Raum anzuschauen; die Fähigkeit sei aber nicht die Anschauung selbst, die Raumanschauung sei das Resultat dieser Fähigkeit, combiniert mit der Erfahrung. Andere „Empiristen“ sagen: die geometrischen Formen seien ideale Formen, ein Produkt der Anschauung kombiniert mit der Abstraktion. Letzteres ist im wesentlichen mein Standpunkt.

Es ist von aufserordentlichem Interesse, die Meinungskämpfe auf diesem Grenzgebiete der Mathematik und Philosophie zu verfolgen, insbesondere die Kritik der Euklidschen Axiome, an denen in gewissem Sinne aufserordentlich viel auszusetzen ist.

Wenn aber hervorragende Geister über die Fundamente der mathematischen Wissenschaft Meinungsverschiedenheiten haben, dann ist es ganz selbstverständlich, dafs die Schule, insbesondere die Quarta, auf die logische Kritik der Grundlagen verzichten mufs und sich auf eine vorläufige, d. h. auf eine propädeutische Festlegung derselben zu beschränken hat.

Das didaktische Problem ist, wie Veronese ganz richtig sagt, sehr verschieden vom wissenschaftlichen. Die Schule mufs eine gröfsere Anzahl unbewiesener Sätze für richtig annehmen, als die wissenschaftliche Systematik.

Wie weit der einzelne Lehrer in diesem Sinne zu gehen hat, darüber läfst sich vorläufig nichts festsetzen. Die Individualität hat hier ziemlich freien Spielraum. Schon daraus erklärt sich mancher Unterschied in den Lehrmethoden. Aber soviel steht fest: Ein den strengen Forderungen der Logik und der Wissenschaft entsprechender Lehrgang der Mathematik ist auf den mittleren Klassen, besonders in Quarta, unmöglich. Man poche also nicht allzusehr auf logische Strenge, sobald es sich um den Anfangsunterricht handelt.

Im Gegensatz zu dem aprioristischen Standpunkte, den Herr Jansen einzunehmen scheint, möchte ich den meinigen folgendermaſsen skizzieren:

Die geometrischen Vorstellungen und Begriffe haben ihren Ursprung in der Anschauung der wirklichen Körper. An diesen Körpern beobachten wir Unterschiede und Gemeinsames, sowohl bezüglich der Gestalt, als auch des Stoffes. Sieht man von gewissen Unterschieden ab (abstrahiert man von ihnen), so gewinnt man den Begriff allgemeinerer Körper, die bereits Abstraktionen sind. Abstrahiert man vom Inhalte, so bleibt die bloſse Gestalt, die, wenn sie eine gesetzmäſsige ist, als mathematischer Körper bezeichnet wird. Dieser ist eine Idealgestalt, die der Schüler sich nicht sofort in voller Reinheit vorstellen kann. Mit Hilfe geeigneter Modelle ist man imstande, ihm das Gewinnen solcher Vorstellungen zu erleichtern. Durch weitergehende Abstraktion gewinnt man den Begriff der mathematischen Fläche, der Linie, des Punktes. Der ideale Raum des Mathematikers ist durchaus nicht der wirkliche Raum, sondern ebenfalls eine Abstraktion.

Es ist eine schwierige Aufgabe, den Schüler in die Welt dieser mathematischen Idealgebilde einzuführen. Den von mir gewählten Weg findet man in meinem Lehrbuche. In 25jähriger Unterrichtserfahrung habe ich keine Veranlassung gefunden, von ihm abzugehen. Daſs ich ihn von vornherein eingeschlagen habe, das geschah teils instinktiv, teils infolge eigener Jugenderfahrung.

Wie es nämlich mit Euklid bisweilen geht, davon sei eine Kleinigkeit aus meinem Leben mitgeteilt, die ich um so eher erzählen darf, als sie nichts Rühmliches meldet. Ich bin bis zur Konfirmation auf der von dem bekannten Pädagogen A. Lüben geleiteten Volksschule zu Merseburg erzogen worden. Lübens Begabung lag mehr auf litterarischem und naturwissenschaftlichem, als auf mathematischem Gebiete. Den Unterricht in der Mathematik überlieſs er den Lehrern, die Interesse für diesen Zweig zeigten. In der sogenannten zweiten Klasse begann die Geometrie nach Euklidscher Methode. Ich war damals $9\frac{1}{4}$ Jahre alt, also etwas zu jung für diese Klasse.

Die Definition des Punktes erregte meine Heiterkeit, weniger wegen des in logischer Beziehung anfechtbaren Charakters, als vielmehr deswegen, weil der Lehrer sich vergeblich abmühte, das unendlich kleine Raumelement uns Schülern klar zu machen. Gerade diejenigen Knaben, die nicht auf den Kopf gefallen waren, gaben verkehrte Antworten. Nach Schulschlufs machten wir uns sämtlich lustig über diese erste, grundlegende Lehrstunde, und der Punkt wurde auf allerlei Art karrikiert.

Nun ging es zur geraden Linie, die mit Hilfe des Begriffes der unveränderlichen Richtung erklärt wurde, wobei sich leider die Notwendigkeit herausstellte, diese letztere durch den Begriff der geraden Linie zu erklären, sodafs es den Eindruck machte, als ob der Lehrer sich im Kreise bewege und selbst nicht recht klar sei.

Der abstrakte Begriff des Winkels und der der Parallelen wollte ebenfalls nicht in unsere Köpfe, und so war es kein Wunder, dafs der Standpunkt der ganzen Klasse ein recht bedauerlicher blieb. Namentlich die Parallelensätze und die zugehörigen Beweismethoden blieben durchaus unverstanden.

Als nun endlich die Figur zum Pythagoreischen Lehrsatze an die Wandtafel gezeichnet wurde, flüsterte ich meinem Nachbar zu: „Das sieht aus wie eine Windmühle; heute müssen wir aufpassen.“

Aufmerksam folgte ich der Beweisführung des im übrigen recht tüchtigen Lehrers B., meldete mich zur Wiederholung, erntete zum ersten Male reiches Lob und sagte am Schlufs zu meinem Nachbar, jetzt wüfste ich erst, was die Geometrie wollte, die ganze „Geschichte“ wäre richtig gewesen, wir hätten sie nur nicht verstanden. Das „Ungenügend“ meiner Halbjahrszensur verwandelte sich in „vorzüglich“.

Jetzt auf die Vergangenheit zurückblickend, kann ich über den Vorgang nur sagen, dafs es mir plötzlich wie Schuppen von den Augen fiel, nachdem zum ersten Male eine geometrische Figur meine Aufmerksamkeit gefesselt hatte. Und dies geschah bei dem Euklidschen Beweisverfahren. Es würde in noch höherem Grade bei dem auf Seite 57 meines Lehrbuchs gegebenen Beweise geschehen sein, der fast nur die

Kongruenz von Dreiecken voraussetzt, und der nach meiner Auffassung in propädeutischer Hinsicht allen anderen Entwickelungen jenes Satzes den Rang abläuft.

Mit einem Schlage war mir das Verständnis der geometrischen Beweismethoden eröffnet, und bei der üblichen Wiederholung am Jahresschlufs zeigte sich, dafs aus dem schlechtesten Mathematiker der Klasse der beste geworden war.

Zu bedenken ist dabei folgendes: Obwohl mir die ganze Reihe der vorhergegangenen Begriffe, Vorstellungen und Sätze unzugänglich geblieben war, begriff ich mit einem Schlage das Wesen des mathematischen Denkens so weit, dafs mir mit einem Male das Lehrgebäude wie etwas Selbstverständliches erschien und ich das Gegebene schnell beherrschen lernte.

Nicht an mir allein habe ich diese Beobachtung gemacht. Ein philologisch sehr tüchtiger Primaner des Gymnasiums der Vaterstadt klagte mir, dem Sekundaner, sein mathematisches Herzeleid; das Abiturientenzeugnis werde ihm total verdorben durch das zu erwartende Ungenügend in der Mathematik. Er bat mich, da er diese von Anfang nicht begriffen hätte, um eine Wiederholung des Gebietes. Ich fing mit dem Satze des Pythagoras an, und auch ihm fiel es wie Schuppen von den Augen. Er machte in kurzer Zeit grofse Fortschritte und begriff nicht mehr, wie ihm das Ganze hätte verschlossen bleiben können.

Die oben angedeutete Beweisführung des Pythagoreischen Satzes habe ich bisweilen mit Kindern versucht, die noch nie mathematischen Unterricht gehabt hatten. Ich erläuterte ihnen die Figur und fragte, was nun wohl gröfser sei, das Quadrat mit der Seite c oder die Summe der Quadrate über a und b. Nach einigem Überlegen fanden sie ganz von selbst die Gleichheit. Man erinnere sich auch der Erzählung, wie Sokrates behauptet hatte, jeder beliebige Sklave sei unbewufst im Besitze des genannten Lehrsatzes. Sollte er vielleicht diese Beweismethode angewandt haben?

Daraus geht nun wiederum ein anderes hervor: Es ist durchaus nicht absolut nötig, dafs ein Schüler die ganze „Kette“ des Vorhergegangenen im Kopf haben müsse, um eine geometrische Wahrheit zu verstehen.



Ist er von durchschnittlicher Begabung, so wird es trotzdem mit ihm gehen. Nur in der Arithmetik ist die Sache bedenklicher.

Ich schliefse daraus, dafs Schüler, die in die Tertia aufgenommen werden wollen, vom Mathematiker nicht allzuschroff abgelehnt werden sollten, wenn sie nicht das ganze Quartanerpensum im Kopfe haben.

Als mathematischer Lehrer habe ich dieser eigenen Erfahrung wegen anfangs nie nach Euklidscher Methode unterrichtet, ich ging vielmehr stets vom körperlichen Modelle aus, für welches ich die Schüler zunächst zu interessieren suchte, beschäftigte mich dabei besonders mit den schwächeren Schülern, und kann versichern, dafs der Erfolg ein recht zufriedenstellender war. Meine vorgesetzten Direktoren an den Gymnasien in Magdeburg und Elberfeld kamen mit Vorliebe in meine geometrischen Anfangsstunden und brachten meine Unterrichtsmethode auch in den Konferenzen zur Sprache.

Das Lehrbuch bringt selbstverständlich nur Andeutungen über die Fülle von Begriffen, die bei dem Besprechen des Modells zur Sprache kommen können.

Die didaktische Kunst besteht nach meiner Auffasung bei dem vorliegenden Gegenstande darin, dem Schüler von der ursprünglichen Anschauung des wirklichen Körpers aus zunächst zu einer verfeinerten Anschauung zu bringen, ihn allmählig zu weiteren und weiteren Abstraktionen zu veranlassen, bis er schliefslich den Idealkörper an Stelle des wirklichen Körpers einigermafsen sich vorzustellen imstande ist. Die weitere Übung wird das geometrische Vorstellungsvermögen allmählich zu gröfserer Vollkommenheit bringen.

Es war mir eine besondere Genugthuung, gerade auch von Seiten der Elementarlehrer den von mir vorgeschlagenen Weg anerkannt zu sehen. So war z. B. ein Lehrer-Seminar eine der ersten Anstalten, auf der mein Buch zur Einführung gelangte. Die von seminaristischer Seite aus ergangenen Recensionen schliefsen sich meiner Methode durchaus an.

Nun zu dem einen Parallelenaxiom, dem Schmerzenskinde unserer Didaktik!

Unsere geometrische Beobachtung erstreckt sich nur auf

einen endlichen Teil des Raumes. Das Unendliche ist nicht sinnlich wahrnehmbar, folglich kann von einer wirklichen Vorstellung des Unendlichen zunächst gar nicht die Rede sein. „Man gelangt höchstens zur Vorstellung eines immer gröfser und gröfser werdenden Raumes", nicht aber zu einer geschlossenen Vorstellung. (Progressus in infinitum.)

Beobachtung und Überlegung führen uns zu folgendem Satze: Werden zwei Gerade von einer dritten so geschnitten, dafs zwei gleichliegende (korrespondirende) Winkel einander gleich sind, so schneiden die beiden Geraden im endlichen Bereiche einander nicht.

Der Lehrer giebt dem Schüler irgend welchen Anschauungsbeweis, der selbstverständlich den Anforderungen einer strengen Logik nicht genügen kann. Der Schüler wird solche Anforderungen nicht stellen und sich mit dem propädeutischen Beweise zufrieden geben.

Dreht man nun eine Gerade, die eine andere feste Gerade schneidet, um einen ihrer Punkte, so rückt bei fortgesetzter Drehung der Schnittpunkt weiter und weiter fort und „entzieht sich schliefslich der Beobachtung". Jetzt kommt der kritische Punkt, die unendliche Annäherung an die parallele Lage, bei der der Schnittpunkt in eine nicht mehr vorstellbare unendliche Entfernung rückt.

Wer da sagt, „Parallele schneiden sich auch im Unendlichen nicht", der schliefst ohne weiteres vom Endlichen auf das Unendliche und macht einen gewaltigen Gedankensprung, mit dem die angeblich strenge Logik des Lehrgebäudes zusammenbricht. Man kann die Sache drehen und wenden, wie man will, der Sprung ist ein unvermeidlicher. Man darf höchstens schliefsen, dafs die Parallelen sich im Endlichen nicht schneiden. Über ihr Verhalten in unendlicher Entfernung wissen wir zunächst nichts. Keine wissenschaftliche Untersuchung ist imstande, uns über das Verhalten der einzelnen Geraden, der einzelnen Ebene im unendlich fernen Raum und über den Charakter dieses Raumes selbst aufzuklären. Wie im Allgemeinen $\infty \cdot 0$, $\frac{0}{0}$, 0^{∞}, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty - \infty$ ganz unbestimmte und unendlich vieldeutige Begriffe sind; wie aber diese Symbole etwas

Bestimmtes werden, sobald man den Ausdrücken eine bestimmte Entstehungsweise vorschreibt, so ist auch der unendlich ferne Bereich des Raumes im allgemeinen etwas durchaus unbestimmtes, unendlich-vieldeutiges; aber auch ihm kann man gewissermaſsen eine bestimmte Entstehungsweise vorschreiben, durch die er charakteristische Eigenschaften erhält, und so gelangt man zu bestimmten Auffassungen und Vorstellungen des Raumes, von denen jede einzelne ebenso willkürlich ist, wie die anderen, jede ebenso berechtigt, wie die übrigen, von denen aber keine einzige auf dem Wege zwingender Logik als identisch mit dem wirklichen Raume nachgewiesen werden kann. Dies liegt eben an dem Sprunge vom Endlichen zum Unendlichen und an dem Umstande, daſs der mathematische Idealraum eine bloſse Abstraktion ist.

Wie willkürlich man verfahren kann, ergiebt sich daraus, daſs man in der neueren Geometrie häufig von dem unendlichen Punkte spricht, als ob es nur einen einzigen unendlich fernen Punkt gäbe, oder von der unendlichen Geraden, oder von der unendlichen Ebene. Dies ist zunächst nur *façon de parler*, aber es steckt eine ganz bestimmte Art von räumlicher Vorstellung dahinter.

Wer ferner in der Kreislehre die Vorstellungsweise gestattet, ein unendlich kleines Stück der endlichen Kreislinie als gerade Linie aufzufassen, wie es wohl in jedem Elementarbuche geschieht, der muſs notwendiger Weise zulassen, die endliche Gerade als sehr kleinen Bruchteil eines unendlich groſsen Kreises zu betrachten, denn das neue Gebilde ist nur eine gesetzmäſsige Vergröſserung des vorigen. Wer bei gewissen stereometrischen Beweisen ein unendlich kleines Stück der Kugelfläche als eben betrachtet, muſs mit derselben Notwendigkeit zulassen, eine endliche Ebene als sehr kleinen Bruchteil einer unendlich groſsen Kugelfläche zu betrachten, deren gröſste Kreise im Endlichen den Eindruck von Geraden machen, die aber trotzdem geschlossene Kurven sind.

Schneiden also zwei dieser Kreise (Geraden) einander in einem Punkte, so schneiden sie sich auch noch in einem zweiten, im

Antipodenpunkte. Die Asymptoten einer Hyperbel, z. B. schneiden einander dann noch einmal in unendlicher Entfernung und die Kurve selbst kann als eine geschlossene aufgefafst werden. Denkt man sich das unendlich grofse Kugelzweieck durch einen beide Kreise normal schneidenden Kreis symmetrisch zerlegt, so entspricht letzterer einer Geraden, auf der zwei Lote errichtet sind, die also im Endlichen als Parallele aufzufassen sind. Jetzt schneiden sich also die Parallelen in zwei Punkten, die in unendlicher Entfernung liegen und von denen der eine in Bezug auf die Symmetrieachse das Spiegelbild des andern ist. (Vergl. Seite 13 von Teil I meines Lehrbuchs.)

Wendet jemand ein, dafs sei ein „Wahngebilde", dann ist genau ebenso die Auffassung, von der wir ausgegangen waren, und deren Konsequenz wir nur gezogen hatten, ein Wahngebilde. Das eine Wahngebilde ist gewissermafsen die gesetzmäfsige Vergröfserung des andern.

Verlangt der Gegner, seine Ebene solle ihren Charakter auch im Unendlichen beibehalten, so ändert dies an der Sache nichts, denn wir können sie auch dann als unendlich kleinen Teil einer Kugelfläche vom Radius $r = \infty^2$ betrachten u. s. w. Das Unendliche höherer Ordnung beseitigt jede Schwierigkeit.

Beide Raumauffassungen, so grundverschieden sie sind, stimmen doch bis ins Unendliche (von der ersten Ordnung) hinaus vollkommen mit einander überein und treten erst später auseinander.

Aber man kann sich die Ebenen z. B. auch als Bruchteil einer Hyberboloidfläche denken, auf der dann die Parallelen sich im allgemeinen nicht schneiden, sondern im Unendlichen weiter und weiter auseinander gehen.

Hier hat man einen Raum mit negativer, dort hat man einen Raum mit positiver Krümmung.

Wo aber dergleichen auseinandergehende Vorstellungen möglich sind, da hört alles strenge Beweisen auf — und die Scheinbeweise fangen an.

Den unendlichen Bereich kann sich jeder vorstellen, wie er will. Um gewisse Zwecke zu erreichen, kann er, wie oben gesagt wurde, dem unendlichen Bereiche bestimmte Vorschriften machen und dann die

Konsequenzen ziehen, ohne mit der nur im Endlichen operierenden Geometrie in Zwiespalt zu geraten.

Selbstverständlich gehören solche Dinge nicht in die Schule, denn sie würden in den Köpfen der Schüler heillose Verwirrung anrichten, aber einiges können wir Lehrer aus solchen Betrachtungen lernen: Erstens ist es bedenklich, von dem endlichen Raume auf den unendlichen zu schliefsen, zweitens ist es unmöglich, gewisse Sätze, die vom endlichen Raume gelten, für den endlosen Raum als giltig, als zwingende Notwendigkeit zu beweisen.

Man erkennt hieraus sofort das eigentliche Wesen gewisser Scheinbeweise, die lediglich darauf beruhen, dafs man der Auffassung des Raumes Vorschriften macht, denen sich niemand zu fügen braucht. Und mancher, dessen einseitiger Standpunkt auf strenge Logik pocht, ist unlogisch genug, den Schlufs vom Endlichen auf das Unendliche zu wagen.

Aber noch ein Drittes ergiebt sich. Wir erkennen, dafs die Betrachtung des unendlichen Raumes uns gestattet, von gewissen Axiomen abzusehen. Dabei ist es von besonderem Interesse, zu untersuchen, welche Sätze dann noch bestehen bleiben. Jede solche Untersuchung ergiebt eine besondere Art von absoluter Geometrie.

So kann man z. B. fragen, welche Sätze der Geometrie richtig bleiben, wenn die Summe der Dreieckswinkel als verschieden von 180° angenommen wird (was z. B. bei der obigen Auffassung der Ebene als Teil einer unendlich grofsen Kugelfläche anzunehmen ist, wo die unendlich grofsen Kugeldreiecke eine Winkelsumme haben, die gröfser als 180° ist).

Aber wozu solche Untersuchungen? Antwort: Sie klären uns auf über die Tragweite der einzelnen Axiome. Wir erfahren, wie weit ein solches Axiom seine Wirksamkeit erstreckt, und welcher Teil der Geometrie von ihm unabhängig ist. Darin aber liegt meines Erachtens ein ganz aufserordentlicher erkenntnis-theoretischer Gewinn. Vielleicht ist die betreffende Methode der einzige gangbare Weg, hier Klarheit zu schaffen. Ferner: Axiome, von denen man absehen kann, sind unmöglich als Sätze a priori zu

betrachten, sie gelten nur für besondere Arten der Raumanschauung.

Angenommen, Untersuchungen solcher Art brächten uns auch nicht den geringsten Gewinn auf rein geometrischem Gebiete, so würde doch eine Art erkenntnis-theoretischen Gewinnes übrig bleiben, auf den der denkende Lehrer nicht verzichten sollte.

In ganz ähnlicher Weise sollten meines Erachtens die mit den obigen verwandten Untersuchungen über mehrdimensionale Räume aufgefafst werden, zu deren Verständnis allerdings einige Übung und Abstraktionsfähigkeit gehört. Bestimmt und eindeutig sind die geometrischen Vorstellungen nur im endlichen Gebiete. Im unendlichen Bereiche handelt es sich um förmliche Proteusgestalten, die sich den verschiedensten Forderungen anbequemen können.

Auch der Einführung der imaginären und komplexen Zahlen hat man sich früher schroff gegenübergestellt, auch von diesen „Wahngebilden“ wollte man nichts wissen. Ihrer endgiltigen Einführung durch Gaufs verdanken wir aber den Ausbau und die Abrundung der wichtigsten Gebiete. Erst jetzt konnte der Fundamentalsatz der Algebra bewiesen werden, erst jetzt wurde eine abgeschlossene Theorie der elliptischen Funktionen möglich, und nun folgten die schönen Anwendungen auf den Gebieten der Kartographie, der stationären Strömungen des Wassers, der Wärme, der Elektrizität, gewisser Kurvensysteme, die in der Festigkeitslehre zur Geltung kommen u. s. w.

Zwar glaube ich nicht, dafs jene Raumspekulationen einen ähnlichen Fortschritt bringen werden, aber es scheint doch, als ob es durch sie gelingen wollte, manche scheinbar getrennten Gebiete unter höheren Gesichtspunkten zu vereinigen. Sollten wir aber in geometrischer Hinsicht ganz leer ausgehen, so würde doch Klarheit über die Grundbegriffe unserer Wissenschaft gewonnen sein. Und diese Klarheit mufs geschaffen werden, wenn die Mathematik als exakte Wissenschaft gelten soll. Und ebenso liegt ein grofser Gewinn darin, dafs die Geometrie von gewissen Scheinbeweisen befreit wird, die nicht etwa nur propädeutischen Wert beanspruchen, sondern

als streng logisch und wissenschaftlich gelten wollen, obwohl sie einen bedeutenden Mangel an Logik verraten.

Unser einfaches Sprichwort, dafs aller Anfang schwer sei, gewinnt eine eigentümliche philosophische Bedeutung, wenn man den Sinn hineinlegt, in jeder Wissenschaft sei es das Schwerste, das Fundament zu legen, die Grundbegriffe in voller Schärfe zu formulieren und sie von allem Beiwerk zu befreien. Die damit verbundene Geistesarbeit ist eine so schwere, dafs zwischen den hervorragendsten Geistern Meinungsverschiedenheiten bestehen, dafs vieles mifsverstanden wird, dafs zahlreiche Mathematiker sich in dieses Labyrinth philosophischer Fragen gar nicht hineinwagen und über die angeblich unnütze Arbeit spotten, was allerdings keine besonderen Schwierigkeiten macht.

Für mich aber haben jene Untersuchungen den Erfolg gehabt, mich in der Überzeugung von der Notwendigkeit einer propädeutischen Behandlung der Mathematik zu bestärken, und mir die Unmöglichkeit klarzulegen, auf der Unterstufe nach Euklidscher Methode zu unterrichten und zugleich streng logisch und wissenschaftlich zu sein.

Es war also innere Überzeugung, die mich auf den in meinem Lehrbuche eingeschlagenen Weg drängte, es handelte sich durchaus nicht um einen leichtfertigen Versuch, von alten Traditionen abzugehen. Bedenken wir nur, dafs Euklid nicht für Quartaner, sondern für gereifte Männer geschrieben hat, während wir Lehrer mit der heranzubildenden Jugend zu thun haben.

Kirchhoff sagt in seinem Werke über die mathematische Physik, die Aufgabe der letzteren sei, die physikalischen Vorgänge in einfachster Weise zu beschreiben. Über dieses Wort ist viel hin und her geredet worden, weil es allzu bescheiden klang für den theoretischen Physiker, der deduktiv, nicht induktiv, verfahren sollte.

Es wäre nicht ohne Interesse, einmal zu untersuchen, ob es nicht auch die Aufgabe der Schulmathematik sein sollte, die Körper u. s. w. zunächst in einfachster Weise zu beschreiben. Vielleicht käme mehr dabei heraus, als bei einem angeblich

strengen und angeblich allen wissenschaftlichen Forderungen genügenden deduktiven Verfahren. Dieses Beschreiben will und soll nichts anderes sein, als ein Aufklären zahlreicher geometrischer Begriffe, Vorstellungen und Beziehungen, die man auf dem Wege der Anschauung gewinnt. Ist erst ein gewisser Reichtum von Begriffen und Vorstellungen vorhanden, und haben sie das Interesse der Jugend gefunden, so kann man den Versuch machen, zu einer mehr wissenschaftlichen Betrachtungsweise überzugehen. Wo Interesse ist, da steigert sich die Kraft des Gedächtnisses und die Auffassungsgabe ganz aufserordentlich. Besteht aber der ganze Reichtum von Begriffen nur aus Punkt, Gerade und Winkel, und soll mit diesen vielleicht noch dazu unvollkommen aufgefafsten Begriffen streng logisch operiert werden, dann ist es kein Wunder, wenn unsere Schüler nicht verstehen, was das Ganze will oder soll, und dafs sie der langweiligen Arbeit mit den armseligen und inhaltslosen Abstraktionen einen passiven Widerstand entgegensetzen.

Das Ganze erinnert dann an jene jetzt veralteten Lehrbücher der französischen Sprache, die mit einigen Vokabeln, z. B. Vater, Mutter, Sohn und Tochter begannen, ein unverstandenes *j'ai* oder *je suis* hinzufügten und nun diese paar Worte mit Hülfe von *et* = und durch alle möglichen Kombinationen „hindurchelendeten". Man vergleiche damit *„the English Student"* des Herrn Professor Dr. Hausknecht, der jetzt im Sturmschritt die Schulwelt erobert, weil er von vornherein ins volle, frische Leben greift und das Interesse der Jugend spielend gewinnt. Früher wäre ein solches Buch verpönt gewesen, und es ist ein schöner Erfolg der Schulreform, dafs jene veralteten Anschauungen jetzt beseitigt sind.

Entsprechende Bücher sind auch für die Mathematik nötig, Bücher, die sofort Interesse für die Wissenschaft erwecken, indem sie von vornherein Einblick in die Fülle von Begriffen und Vorstellungen und in ihre zahlreichen Beziehungen zum wirklichen Leben gewähren, von Anfang an auf die nutzbringenden Anwendungen hinweisen und der Jugend die Überzeugung beibringen, dafs sie in dem Gebrauche eines Hebels

geübt werden soll, der nicht nur die Wissenschaft gefördert hat, dem wir auch das Verkehrsleben und die Industrie der Gegenwart zu verdanken haben.

Die logische Durchbildung wird dabei durchaus nicht aus der Schule verbannt, denn auch bei der propädeutischen Behandlung kommt die Logik zu ihrem Rechte, vielleicht sogar in fruchtbarerer Weise, als bei jener angeblich streng wissenschaftlichen Unterrichtsmethode.

Wozu auf den Unterklassen das sklavische Unterordnen unter eine systematische Anordnung? Warum soll der Schüler nicht schon in der Quarta einfache Körper und ihre Gewichte berechnen lernen, warum nicht schon in Tertia nach Kenntnisnahme der Zahl π cylindrische Körper berechnen, die aus den interessantesten Gebieten herausgegriffen werden? Warum soll er nicht den Satz von Sekante und Tangente benutzen, zu untersuchen, wie weit man von dem Maste eines Schiffes aus das Licht des Leuchtturms von Helgoland oder Arkona erkennen kann, wie viele Quadratmeilen man ungefähr vom Gipfel des Montblanc aus überblickt? Warum soll er nach Kenntnisnahme des mit der Tangente geschlagenen rechtwinklig schneidenden Kreises nicht angeleitet werden, das Gradnetz der östlichen oder westlichen Halbkugel zu zeichnen? Es beruht auf engherziger Pedanterie, wenn man die stereometrischen Anwendungen ausschliefst, weil die Stereometrie erst im Lehrplan der Sekunda steht.

Jedes Heraustreten aus der Starrheit des Euklidschen Systems belebt den Unterricht und erweckt Interesse auch bei den weniger begabten Knaben.

Damit ist aber noch etwas anderes gewonnen. Der Knabe, der aus irgend welchen Gründen die höhere Schule schon nach absolvierter Quarta oder Tertia verlassen mufs, nimmt wenigstens einiges ins praktische Leben hinaus, was er anwenden kann, was ihn nicht allzu hilflos dastehen läfst.

Also weg mit dem starren System und seinen armseligen Erfolgen! Die höheren Schulen müssen endlich einsehen, dafs die Fortschritte der Seminarpropädeutik nicht mehr ignoriert werden dürfen. Von hervorragender Seite her ist schon vielfach darauf aufmerksam

gemacht worden, welche grofsen Erfolge die Volksschulpädagogik aufzuweisen hat. Die höheren Schulen blieben zum Teil zurück, weil die wissenschaftlich gebildeten Lehrer wissenschaftlich-systematisch unterrichten wollten, weil sie das deduktive Verfahren dem induktiven vorzogen und lieber von unvollkommen theoretischen Vorstellungen ausgingen, statt von der lebendigen Anschauung der wirklichen Welt zu jenen Vorstellungen hinüberzuleiten.

Die Schulreform hat dies erkannt und die Schulen auf den richtigen Weg gewiesen. Wird die damit zusammenhängende innere Umwandlung des Schulbetriebs erreicht, so ist ein gewaltiger Erfolg erzielt. Bleibt es aber beim Alten, dann hilft alles Reformieren nichts. Ich denke aber, dafs wir mit den besten Hoffnungen der Zukunft entgegen gehen können.

Man denke durchaus nicht, dafs die obigen Erörterungen über verschiedene Auffassungen des Raumes für jene Spekulationen Propaganda machen sollen. Ich habe lediglich das Mafs ihrer Berechtigung angedeutet, den eigentlichen Fehler gewisser Scheinbeweise klargelegt, das Entfernen dieser nur angeblich strengen Beweismethoden aus den Unterklassen befürwortet und nur Propaganda gemacht für einen wirklich propädeutischen Anfangsunterricht in der Mathematik. Auf diesen sollte sich die mathematische Lehrerwelt konzentrieren, um die Methode der Zukunft zu schaffen, ein Ziel, zu dem die Kräfte des Einzelnen nicht ausreichen.

Dafs einzelne Mathematiker, wie z. B. der Herausgeber dieser Zeitschrift und nach ihm manche andere, um die Propädeutik unserer Wissenschaft sich besondere Verdienste erworben haben, darauf brauche ich wohl nicht hinzuweisen. Dafs ihre Bestrebungen aber leider nicht allgemeine Würdigung gefunden haben, ergiebt sich z. B. aus der Besprechung meines Lehrbuchs durch Herrn Professor R. Hoppe im Archiv für Mathematik und Physik, wo über alle Unternehmungen solcher Art, wie sie in den letzten 80 Jahren aufgetreten sind, einfach der Stab gebrochen wird.

Man vergesse nicht, dafs der gröfste aller Geometer seine

Vorbildung der Pestalozzischen Anschauungsschule verdankte und seine Schüler in drastischer Ausdrucksweise auf das Anschauen der Gebilde hinzuweisen pflegte. (Z. B. „Hier heifst es die Augen aufsperren!“)

Ein systematisches Verfahren kann erst dann von Erfolg sein, wenn durch vorangegangenen Anschauungsunterricht eine derartige Menge von Begriffen, Vorstellungen und gegenseitigen Beziehungen gewonnen ist, dafs es sich überhaupt der Mühe verlohnt, durch Sichten und Ordnen des Materials ein System aufzubauen.

Auf welcher Klasse mit diesem „Ordnen“ begonnen werden soll, das kann nicht ohne weiteres einseitig vorgeschrieben werden, denn es sind mehrere Wege gangbar. Man kann schon am Schlufse des ersten Jahrgangs (Quarta) damit beginnen, man darf es aber auch auf die Unter- oder Ober-Sekunda verschieben.

Wählt man das erstere, so empfiehlt es sich, gegen Ende des Schuljahrs eine übersichtliche Zusammenstellung der wichtigsten Ergebnisse unter lebendiger Mitarbeit der Schüler anzufertigen, wie ich sie in meinem Lehrbuche andeute. Dabei wird zugleich der blofse Übungsstoff ausgesondert, und nur der dem Gedächtnis einzuprägende wenig umfangreiche Teil des Lehrstoffs bleibt übrig. Damit ist dann beiden Bedürfnissen genügt, sowohl dem methodischen, als auch dem systematischen.

Die Schulreform verlangt mit Recht eine Bevorzugung der methodischen Behandlungsweise im Gegensatz zu der wissenschaftlich-systematischen. Die Systematiker wollen sich dieser Forderung nicht ohne weiteres fügen, und man bleibt vielfach noch bei dem althergebrachten Lehrgange, dessen geringe Erfolge den Aberglauben grofs gezogen haben, dafs zur Mathematik besondere Anlagen nötig seien.

Wie wenig der Kampf zwischen den Parteien der Methodiker und Systematiker bisher ausgetragen ist, darüber liefse sich Vieles erzählen. Selbst im Schofse einzelner Lehrer-Kollegien ist es bei den Beratungen über die Lehrbücher zu erbitterten Fehden gekommen. Auch das Verhalten einzelner Provinzial-Schulkollegien weicht in auffallender Weise von dem der übrigen ab. Vergleicht man endlich die Besprechungen einzelner Lehr-

bücher mit einander, so findet man häufig vollständig entgegengesetzte Urteile über ein und dasselbe Werk, eine Erscheinung, die unerklärlich sein würde, wenn nicht eben zwei einander durchaus entgegenstehende Parteien vorhanden wären, deren Einigung eine Notwendigkeit für das Gedeihen unseres Schullebens sein dürfte. Denn was soll man von dem Standpunkte unserer Pädagogik halten, wenn der eine Lehrer als vollkommen unbrauchbar erklärt, was der andere als ein Meisterwerk in den Himmel erhebt! „Hier ist etwas faul im Staate Dänemark", und hier mufs die Schulverwaltung jedes Staates die Hebel ansetzen, um den Lehrern, die das didaktische Problem nicht von dem wissenschaftlich-systematischen trennen können oder wollen, den grofsen Unterschied zwischen schulmäfsiger und wissenschaftlicher Behandlung und den ebenso grofsen zwischen Pädagogik und Gelehrsamkeit klar zu machen.

Unsere Schulmathematiker werden auf der Universität viel mehr zu Gelehrten, als zu Schulmännern vorgebildet, ein grofser Teil blickt sogar mit falschem Gelehrtenstolz auf jede pädagogische Leistung geringschätzig herab, und die Folge ist, dafs auf den Schulen in mathematischer Hinsicht kaum der dritte Teil von dem geleistet wird, was geleistet werden könnte.

Auch hier zeigt sich die Notwendigkeit, die Kluft zwischen Schule und Universität zu überbrücken. Nicht nur die Schüler sollen für die Hochschule gut vorgebildet werden, sondern auch die Lehrer sollen für die Schule die geeignete Vorbildung erhalten. Das erstere ist nicht möglich ohne das letztere.

Zur guten Vorbildung der Lehrer gehört aber, davon überzeugt zu werden, dafs aller Anfangsunterricht propädeutisch sein mufs, und dafs der wissenschaftlich-systematische Unterricht nur im Anschlufs an den ersteren ausgestaltet werden kann.

Der Grundfehler, durch den die Systematiker an ihre verfehlte Unterrichtsmethode gefesselt werden, liegt in dem bekannten Irrtume, in der Mathematik handle es sich um eine ununterbrochene Kette von Wahrheiten. Um eine Kette? Nein, viel besser läfst sich das Ganze mit einem vielverzweigten Eisenbahnnetze vergleichen, in dem es wichtige Knotenpunkte (gewisse Fundamentalsätze) giebt, die von den verschiedensten

Richtungen aus erreicht werden können, und wo Kreuz- und Querfahrten und ebenso Rundfahrten möglich sind. Man kann allerdings sehr rationell von Aachen bis Gumbinnen fahren, ohne nach rechts oder links von der direkten Route abzuweichen, aber das Schönste und Interessanteste läfst man dabei seitwärts liegen, und man darf dann nicht behaupten, Norddeutschland kennen gelernt zu haben. Dies etwa entspricht dem Wege des Euklid, neben dem noch unzählige andere möglich sind, zwischen denen sich höchst interessante Verbindungsglieder befinden. Wie armselig ist es also, nur jene einzige Kette von Wahrheiten zu kennen. Auch diese beschränkte Auffassung hat viel dazu beigetragen, den mathematischen Unterricht zu einem verhältnismäfsig erfolglosen zu machen. Möge es recht bald anders werden!

Bemerkung der Redaktion.

Wir mufsten die übrigen über die Jansensche Lehrprobe eingelaufenen und bereits zum Druck beförderten sehr ausführlichen und interessanten Artikel, so leid es uns that, aus diesem Hefte ausscheiden, da wir sonst die anderen Abteilungen, für welche noch vieles Ältere vorliegt, ungebührlich hätten schmälern müssen und manche Artikel in Heft 6 verspätet gekommen wären. Übrigens wird der Ausfall des Sprechsaales auch deshalb kein so grofser Nachteil sein, weil der Artikel Holzmüller über die J. Lehrprobe sich vorzugsweise nach einer Richtung, der wissenschaftlichen, schon hinreichend verbreitet, während die anderen, die H. Kritik ergänzend, die J. Arbeit in anderer Richtung, der rein formal-logischen und pädagogischen Seite beleuchten.

Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert von Prof. Dr. Lieber (Stettin) und C. Müsebeck (Waren).

A. Auflösungen.

1327. (Gestellt von Stoll XXV$_7$, 513.) Die Seiten eines Dreiecks ABC werden von einer Geraden bez. in den Punkten A_1, B_1, C_1 geschnitten. Liegt diese Gerade so, daſs $\triangle AB_1C_1 = \frac{1}{2}ABC$ ist, so berührt sie eine gewisse Hyperbel; legt man sie so, daſs $\triangle BC_1A_1$ oder $CA_1B_1 = \frac{1}{2}ABC$ ist, so berührt sie jedesmal eine andere Hyperbel. Diese drei Hyperbeln berühren sich untereinander in den Mitten der Mittellinien des Dreiecks ABC.

Beweis. Da jede Tangente einer Hyperbel mit den Asymptoten ein Dreieck von konstantem Inhalte bildet, so müssen die Geraden, für welche $AB_1C_1 = \frac{1}{2}ABC$ eine Hyperbel H_a umhüllen, welche AB, AC zu Asymptoten hat. Die durch C gehende Mittellinie m des Dreiecks ABC ist eine Tangente der Hyperbel. Der Berührungspunkt M_c halbiert das Stück zwischen den zwei Asymptoten, d. h. er ist der Mittelpunkt der Mittellinie.

Die Gerade, für welche $BC_1A_1 = \frac{1}{2}ABC$, umhüllt eine zweite Hyperbel H_b. Sie hat BA, BC zu Asymptoten und berührt m_c in M_c. Folglich berühren sich H_a, H_b in M_c.

In gleicher Weise läſst sich zeigen, daſs sich die übrigen Hyperbelpaare je in der Mitte einer Mittellinie berühren.

Beseke (Wolfenbüttel). Beyel (Zürich). Bökle (Reutlingen). Hellmann (Erfurt). Rummler (Freiburg i. Schlesien). Steckelberg (Witten). Stegemann (Prenzlau). Stoll (Bensheim).

1328. (Gestellt von Stoll XXV$_7$, 513.) Sind α_1 und α_2 die Schnittpunkte der ersten in Aufgabe Nr. 1327 erwähnten Hyperbeln mit BC, β_1 und β_2, die der zweiten mit CA, γ_1, die der dritten mit AB, so sind a) die halbmondförmigen Räume $\alpha_1\mathfrak{b}\mathfrak{c}\alpha_2\alpha_1$, $\beta_1\mathfrak{c}\mathfrak{a}\beta_2\beta_1$, $\gamma_1\mathfrak{a}\mathfrak{b}\gamma_2\gamma_1$, die von je einer Seite und einer Hyperbel begrenzt werden, flächengleich; b) die sechs gemischtlinigen Dreiecke $Aa\beta_2$, $Aa\gamma_1$, $Bb\gamma_2$, $Bb\alpha_1$, $C\mathfrak{c}\alpha_2$, $C\mathfrak{c}\beta_1$, die von je zwei Seiten und einem Hyperbelbogen begrenzt werden, flächengleich; c) wenn S

der Schwerpunkt des Dreiecks ABC ist, so sind die drei gemischtlinigen Dreiecke Sbc, Sca, Sab, die von je zwei Mittellinien und einer Hyperbel begrenzt werden, flächengleich.

Beweis. AB und AC sind die Achsen. Seite BC hat die Gleichung $\frac{x}{c} + \frac{y}{b} = 1$. Die Hyperbel $\alpha_1\alpha_2$ hat die Gleichung $xy = \frac{bc}{8}$. Daraus ergeben sich die Koordinaten von $\alpha_1 : x_{\alpha_1} = \frac{c}{a}\left(1 + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$ und $y_{\alpha_1} = \frac{b}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$; ebenso $x_{\alpha_2} = \frac{c}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$ und $y_{\alpha_2} = \frac{b}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$. Bestimmt man ebenso die Koordinaten von β_1, β_2, γ_1, γ_2, indem man von B, resp. C als Koordinatenanfang ausgeht, so ergiebt sich $x_{\beta_1} = \frac{c}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$, also $x_{\beta_1} = x_{\alpha_1}$, d. h. $\beta_1\alpha_1 \parallel AB$. Ebenso wird $\beta_2\alpha_1 \parallel AB$; ferner $\alpha_2\gamma_1 \parallel \alpha_1\gamma_2 \parallel AC$, und $\beta_2\gamma_1 \parallel \beta_1\gamma_2 \parallel BC$. Ferner ergiebt sich, daſs $A\beta_1\alpha_2\gamma_1 = A\beta_2\alpha_1\gamma_2$ ist, folglich auch Trapez $\beta_2\beta_1\alpha_2\alpha_1 = \gamma_1\alpha_2\alpha_1\gamma_2$. a) Das Flächenstück, welches von den drei Geraden $\alpha_2\gamma_1$, $\gamma_1\gamma_2$, $\gamma_2\alpha_1$ und dem Hyperbelbogen $\alpha_1\alpha_2$ begrenzt ist, hat den Inhalt $I = \frac{bc}{8}\sin\alpha$ $\log\text{nat}\left(\frac{x_{\alpha_2}}{x_{\alpha_1}}\right) = \frac{bc}{8}\sin\alpha\log\text{nat}\left(3 - 2\sqrt{2}\right) = \frac{1}{4}\triangle\log\text{nat}\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$; folglich ist das halbmondförmige Flächenstück über $\alpha_1\alpha_2$ = Trapez $\gamma_1\alpha_2\alpha_1\gamma_2 - \frac{1}{4}\triangle\log\text{nat}\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$. Für das halbmondförmige Flächenstück über $\beta_1\beta_2$ erhält man ebenso Trapez $\beta_2\beta_1\alpha_2\alpha_1 - \frac{1}{4}\triangle$ $\log\text{nat}\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$. Da die Trapeze gleich sind, so sind auch die Halbmonde gleich. b) Zieht man durch b (Mitte von t_b) $bD \parallel AC$ (D Mitte von AB), so ist das Flächenstück, welches von bD, $D\gamma_2$, $\gamma_2\alpha_1$ und dem Hyperbelbogen $\alpha_1 b$ begrenzt ist, $F = \frac{bc}{8}\sin\alpha$

$$\log\text{nat}\left(\frac{x_b}{x_{\alpha_1}}\right) = \frac{1}{4}\triangle\log\text{nat}\frac{\frac{c}{2}}{\frac{c}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)} = \frac{1}{4}\triangle\log\text{nat}\left(2 - \sqrt{2}\right).$$

Addiert man $\triangle B\alpha_1\gamma_2$ und subtrahiert $\triangle bDB = \frac{1}{8}\triangle$, so bleibt für das gemischtlinige $\triangle B\alpha_1 b$ übrig: $\frac{1}{4}\triangle\log\text{not}\left(2 - \sqrt{2}\right)$ $+ \triangle\alpha_1\gamma_2 B - \frac{1}{8}\triangle$. Denselben Ausdruck erhält man, da $\triangle B\alpha_1\gamma_2 = A\beta_2\gamma_1 = C\beta_1\alpha_1$ ist, für die fünf übrigen Dreiecke; also sind sie gleich. c) Zieht man ferner $SF \parallel cE \parallel AC$ (F und E liegen auf AB), so ist der Inhalt des gemischtlinigen Dreiecks Sbc gleich dem gemischtlinigen Trapez $cEDB$ vermindert um die gerad-

linigen Trapeze $cEFS$ und $bDFS$. Nun ist $cEDB = \frac{1}{4}\triangle \log\text{nat}\left(\frac{x_c}{x_b}\right) = \frac{1}{4}\triangle \log\text{nat}\left(\frac{\frac{c}{4}}{\frac{c}{2}}\right) = \frac{1}{4}\triangle \log\text{nat}\left(\frac{1}{2}\right)$; ferner $\triangle CAD = \frac{1}{2}\triangle$; $\triangle\, cED = \frac{1}{8}\triangle$ und $\triangle\, SFD = \frac{1}{18}\triangle$; folglich Trapez $cEFS = \triangle\, cED - SFD = \frac{1}{8}\triangle - \frac{1}{18}\triangle = \frac{5}{72}\triangle$; Trapez $bDFS = \frac{7}{72}\triangle$; folglich das gemischtlinige $\triangle\, Sbc = \frac{1}{4}\triangle \log\text{nat}\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{6}\triangle$. Denselben Ausdruck erhält man für $\triangle\, Sca$ und Sab, also sind sie gleich.

Hellmann. Steckelberg. Stegemann. Stoll.

1329. (Gestellt von Sievers XXV$_7$, 514.) Einen geraden Kegel parallel zur Grundfläche in zwei Teile von gleicher Oberfläche zu teilen. Ebenso den Kegelstumpf, den Kugelsektor, das Kugelsegment und die Kugelschicht.

Auflösung. Bei Vergleichung der Oberflächen der Teilkörper kann jedesmal die beiden Teilen gemeinsame Schnittfläche wegbleiben. a) Der Kegel sei gegeben durch r und α; gesucht x der Radius des Schnittes. $x \cdot \frac{x}{\cos\alpha}\pi = r^2\pi + (r+x)\left(\frac{r}{\cos\alpha} - \frac{x}{\cos\alpha}\right)\pi$; $\frac{x^2}{\cos\alpha} = r^2 + \frac{r^2 - x^2}{\cos\alpha}$; $2x^2 = r^2(1+\cos\alpha) = 2r^2\cos\frac{\alpha^2}{2}$; $x = r\cdot\cos\frac{\alpha}{2}$. b) Der Kegelstumpf sei gegeben durch r, ϱ und α; gesucht x, der Radius der Schnittfläche. Man hat unter baldiger Weglassung von $\pi\varrho^2 + (x+\varrho)\left(\frac{x}{\cos\alpha} - \frac{\varrho}{\cos\alpha}\right) = r^2 + (r+x)\left(\frac{r}{\cos\alpha} - \frac{x}{\cos\alpha}\right)$; $\varrho^2 + \frac{x^2 - \varrho^2}{\cos\alpha} = r^2 + \frac{r^2 - x^2}{\cos\alpha}$; $2x^2 = r^2(1+\cos\alpha) + \varrho^2(1-\cos\alpha)$ $= 2r^2\cdot\cos\frac{\alpha^2}{2} + 2\varrho^2\sin\frac{\alpha^2}{2}$; $x = \sqrt{r^2\cdot\cos\frac{\alpha^2}{2} + \varrho^2\sin\frac{\alpha^2}{2}}$. c) Der Kugelsektor sei gegeben durch den Kugelradius R und α, dem halben Centriwinkel; gesucht x, die Seitenlinie des Schnittes. Es ist zu beachten, daſs die Höhe der Kugelkappe

$$h = \frac{R^2\sin\alpha^2}{R + R\cos\alpha} = \frac{R^2\sin\alpha^2}{2R\cos\frac{\alpha^2}{2}} = \frac{4R\sin\frac{\alpha^2}{2}\cos\frac{\alpha^2}{2}}{2\cos\frac{\alpha^2}{2}} = 2R\sin\frac{\alpha^2}{2};$$

$(x\sin\alpha)x = (R\sin\alpha + x\sin\alpha)(R - x) + 2R\left(2R\sin\frac{\alpha^2}{2}\right)$; $x^2\sin\alpha = (R^2 - x^2)\sin\alpha + 4R^2\sin\frac{\alpha^2}{2}$; $2x^2\sin\alpha = R^2\sin\alpha + 4R^2\sin\frac{\alpha^2}{2}$. $2x^2 = R^2 + \frac{4R^2\sin\frac{\alpha^2}{2}}{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}} = R^2\left(1 + 2\,\text{tg}\,\frac{\alpha}{2}\right)$;

$x = R\sqrt{\frac{1}{2} + \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}$. d) Das Kugelsegment sei gegeben durch den Kugelradius R und α, den halben Centriwinkel; gesucht φ, der halbe Centriwinkel des neuen Segments

$$2R\left(2R\sin\frac{\varphi^2}{2}\right) = R^2\sin\alpha^2 + 2R\left[2R\left(\sin\frac{\alpha^2}{2} - \sin\frac{\varphi^2}{2}\right)\right],$$

$$4\sin\frac{\varphi^2}{2} = \sin\alpha^2 + 4\sin\frac{\alpha^2}{2} - 4\sin\frac{\varphi^2}{2};\; 8\sin\frac{\varphi^2}{2} = 4\sin\frac{\alpha^2}{2}\cos\frac{\alpha^2}{2} + 4\sin\frac{\alpha^2}{2}$$

$$2\sin\frac{\varphi^2}{2} = \sin\frac{\alpha^2}{2}\left(1 + \cos\frac{\alpha^2}{2}\right) = 1 - \cos\frac{\alpha^4}{2};\quad \sin\frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos\frac{\alpha^4}{2}}{2}}.$$

e) Die Kugelschicht sei gegeben durch den Kugelradius R und α und β, die Hälften der zu den Kreisflächen gehörenden Kugelcentriwinkel; $(\alpha > \beta)$ gesucht φ, der halbe Centriwinkel des Schnittes.

Die Höhen der drei vorkommenden Kappen sind bezüglich: $2R\sin\frac{\alpha}{2}$, $2R\sin\frac{\varphi}{2}$ und $2R\sin\frac{\beta}{2}$. $R^2\sin\beta^2 + \left[2R\left(\sin\frac{\varphi^2}{2} - \sin\frac{\beta^2}{2}\right)\right]$ $= R^2\sin\alpha^2 + 2R\left[2R\left(\sin\frac{\alpha^2}{2}\sin\frac{\varphi^2}{2}\right)\right]$; $\sin\beta^2 + 4\sin\frac{\varphi^2}{2}$ $- 4\sin\frac{\beta^2}{2} = \sin\alpha^2 + 4\sin\frac{\alpha^2}{2} - 4\sin\frac{\varphi^2}{2}$; $8\sin\frac{\varphi^2}{2} = 4\sin\frac{\alpha^2}{2}\cos\frac{\alpha^2}{2}$ $+ 4\sin\frac{\alpha^2}{2} - 4\left(\sin\frac{\beta^2}{2}\cos\frac{\beta^2}{2} - \sin\frac{\beta^2}{2}\right)$; $2\sin\frac{\varphi}{2} = \sin\frac{\alpha^2}{2}\left(1 + \cos\frac{\alpha^2}{2}\right)$

$$+ \sin\frac{\beta^2}{2}\left(1 - \cos\frac{\beta^2}{2}\right) = 1 - \cos\frac{\alpha^4}{2} + \sin\frac{\beta^4}{2}$$

$$\sin\frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos\frac{\alpha^4}{2}\sin\frac{\beta^4}{2}}{2}}.$$

HABERLAND (Neustrelitz). RUMMLER. SIEVERS (Frankenberg i. S.) STECKELBERG. STOLL. WEINMEISTER (Leipzig).

1330. (Gestellt von Bökle XXV$_7$, 514.) Zwei Scharen koaxialer Kreiskegel haben dieselbe Spitze und man ordnet jedem Kegel der einen Schar einen der zweiten Schar so zu, daſs die Radien der zu den Achsen senkrechten Schnittkreise in gleicher Entfernung von der Spitze ein konstantes Verhältnis haben. Wo liegen dann die Schnittlinien der Tangentialebene, die man an jeden der zwei Kegel eines zugeordneten Paares von der Achse des anderen aus legen kann? — Im Fall, wo beide Scharen in Cylinder ausarten, erhalten wir einen Kreiscylinder, dessen Achse mit denjenigen der beiden Scharen parallel läuft.

Auflösung. Die Achsen beider Kegelscharen sollen in der YZ-Ebene liegen und der Winkel 2φ, den sie mit einander bilden,

durch die Z-Achse halbiert werden. Wenn dann α und α' die halben Centriwinkel sind, so ist zunächst $\operatorname{tg} \alpha' = \lambda \operatorname{tg} \alpha$. Die Gleichungen beider Kegel aber sind $(z \cos \varphi + y \cos \varphi)^2 = (x^2 + y^2 + z^2) \cos \alpha^2$ und $(z \cos \varphi - y \sin \varphi)^2 = (x^2 + y^2 + z^2) \cos \alpha'^2$ und die Gleichungen ihrer Achsen: $x = 0$, $y = z \operatorname{tg} \varphi$ und $x = 0$, $y = - z \operatorname{tg} \varphi$. Eine durch die Achse des zweiten Kegels gelegte Ebene hat im allgemeinen die Gleichung $x = p(y \cos \varphi + z \sin \varphi)$. Setzt man dies in die Gleichung des ersten Kegels ein, so erhält man: $y^2 \{\sin \varphi^2 - (1 + p^2 \cos \varphi^2) \cos \alpha^2\} + z^2 \{\cos \varphi^2 - (1 + p^2 \sin \varphi^2) \cos \alpha^2\} + 2yz \sin \varphi \cos \varphi (1 - p^2 \cos \alpha^2)$. Soll die Ebene Tangentialebene sein, so mufs $\{\sin \varphi^2 - (1 + p^2 \cos \varphi^2) \cos \alpha^2\} \{\cos \varphi^2 - (1 + p^2 \sin \varphi^2) \cos \alpha^2\} = (1 - p^2 \cos \alpha^2)^2$ sein; daraus folgt $p^2 = \sin \alpha^2 : (\sin 2\varphi^2 - \sin \alpha^2) = \operatorname{tg} \alpha^2 : (\sin 2\varphi^2 - \operatorname{tg} \alpha^2 \cos 2\varphi^2)$. Daher ist die Gleichung des ersten Tangentialebenenpaares

$$x^2 = (y \cos \varphi + z \sin \varphi)^2 \operatorname{tg} \alpha^2 : (\sin 2\varphi^2 - \operatorname{tg} \alpha^2 \cos 2\varphi^2).$$

Die Gleichung des zweiten Tangententialebenenpaares

$$x^2 = (y \cos \varphi - z \sin \varphi)^2 \lambda^2 \operatorname{tg} \alpha^2 : (\sin (2\varphi^2 - \lambda^2 \operatorname{tg} \alpha^2 \cos 2\varphi^2).$$

Eliminiert man $\operatorname{tg} \alpha$ aus den Gleichungen der beiden Tangentialebenenpaare, so kommt als Gleichung des gesuchten Ortes: $\lambda^2 [x^2 \cos 2\varphi^2 + (y \cos \varphi - z \sin \varphi)^2] = x^2 \cos 2\varphi^2 + (y \cos \varphi + z \sin \varphi)^2$.

In dem speziellen Falle $\lambda = 1$ wird diese Gleichung $4yz \sin \varphi \cos \varphi = 0$ oder $yz = 0$, d. h. wenn beide Kegelscharen identisch sind, so schneiden sich die Tangentialebenenpaare in der XY-Ebene und in der XZ-Ebene. Ist aber λ von 1 verschieden, so kann man der Ortsgleichung folgende Gestalt geben:

$$x^2 \cos 2\varphi^2 + \left\{y - z \operatorname{tg} \varphi \frac{\lambda^2 + 1}{\lambda^2 - 1}\right\}^2 \cos \varphi^2 = \frac{4\lambda^2 z^2 \sin \varphi^2 \cdot}{(\lambda^2 - 1)^2},$$

woraus hervorgeht, dafs sie einen elliptischen Kegel bedeutet, der seine Spitze im Ursprung hat und dessen Achse in der YZ-Ebene liegt mit der Gleichung $y = z \operatorname{tg} \varphi \frac{\lambda^2 + 1}{\lambda^2 - 1}$; alle Schnitte parallel der YZ-Ebene sind Ellipsen. —

Arten beide Scharen in Cylinder aus, so kann man als Gleichungen derselben annehmen $(y - f)^2 + x^2 = r^2$ und $(y + f)^2 + x^2 = \lambda^2 r^2$. Die Gleichungen der beiden Tangentialebenenpaare sind dann $x^2 = r^2 (y + f)^2 : (4f^2 - r^2)$ und $x^2 = \lambda^2 r^2 (y - f)^2 : (4f^2 - \lambda^2 r^2)$. Durch Elimination von r erhält man hieraus $\lambda^2 [x^2 + (y - f)^2] = x^2 + (y + f)^2$, oder anders geordnet: $x^2 + \left\{y - f \cdot \frac{\lambda^2 + 1}{\lambda^2 - 1}\right\}^2 = \frac{4\lambda^2 f^2}{(\lambda^2 - 1)^2}$; diese Gleichung bedeutet einen Kreiscylinder, dessen Achse den Achsen der Cylinderscharen parallel läuft und zwar in der Entfernung $f \cdot \frac{\lambda^2 + 1}{\lambda^2 - 1}$ von der Z-Achse.

von Miorini (Pola). Stoll.

1331. (Gestellt von Sievers XXV$_7$, 514.) Verbindet man die Seitenmittelpunkte eines Vierecks der Reihe nach, so erhält man bekanntlich ein Parallelogramm. Wiederholt man diese Konstruktion, so werden einerseits das 1., 3., 5., ... andererseits das 2., 4., 6., ... Parallelogramm ähnlich. Wenn sind alle einander ähnlich?

Auflösung. a sei die längere, b die kürzere Seite, e die längere, f die kürzere Diagonale des ersten Parallelogramms. Den Strecken a, b, e, f beim ersten entsprechen dann beim zweiten Parallelogramm die Strecken $\frac{1}{2}e$, $\frac{1}{2}f$, a, b. Aus der Ähnlichkeit beider folgt, $a : b : e : f = \frac{1}{2}e : \frac{1}{2}f : a : b$. Die Proportionen $a : e = \frac{1}{2}e : a$, $b : f = \frac{1}{2}f : b$ liefern $e = a\sqrt{2}$, $f = b\sqrt{2}$, zwei Bedingungen, von denen die eine aus der anderen folgt, da $e^2 + f^2 = 2a^2 + 2b^2$ ist. Es mufs also beim ersten Parallelogramm eine Diagonale das $\sqrt{2}$fache einer Seite sein. Oder beim ursprünglichen Viereck mufs eine Diagonale das $\sqrt{2}$fache der Verbindungslinie der Mitten zweier gegenüberliegenden Seiten sein.

Beseke. Emmerich (Mülheim-Ruhr). Fuhrmann (Königsberg i. Pr.). Glaser (Homburg v. d. H.). von Miorini. Rummler. Steckelberg. Stegemann. Stoll.

1332. (Gestellt von Bücking XXV$_7$, 514.) Zeichne diejenige Fufspunktlinie f, welche zu einer gegebenen Geraden g a) senkrecht, b) parallel ist (Vergleiche Nr. 646, XXV$_3$, 196).

1. Auflösung. Wenn PP' ein Umkreisdurchmesser von ABC ist, der mit BC den Winkel φ bildet, so sind die Gleichungen der zu P und P' gehörenden Fufspunktlinien (siehe Lösungen zu 1224 und 1225): $y + (x - r\cos\varphi)\cot(\delta - \frac{1}{2}\varphi) = 0$ oder $y - (x + r\cos\varphi)\operatorname{tg}(\delta - \frac{1}{2}\varphi)$, wo $\delta = 45^0 - \frac{1}{2}(\gamma - \beta)$ ist. Diese Linien schneiden sich in dem Punkte des Feuerbachschen Kreises, dessen Koordinaten $x = r\cos\varphi\sin(\gamma - \beta + \varphi)$, $y = r\cos\varphi'\cos(\gamma - \beta + \varphi)$ sind. Soll nun die erste der genannten Linien auf einer Geraden, welche mit BC den Winkel φ' bildet, senkrecht stehen, so mufs $-\cot\varphi' = -\cot(\delta - \frac{1}{2}\varphi)$, oder $2\varphi' = 90^0 - (\gamma - \beta + \varphi)$ sein. Es bedeutet $2\varphi'$ den in der Richtung ABC gezählten Winkel, welchen der Halbmesser OA mit dem Halbmesser OP bildet. Damit ist der Punkt P bestimmt.

Stoll.

2. Auflösung. Wenn AD und AE die Sehnen sind, welche beziehlich gleichlaufend und senkrecht zu der Richtungslinie sind, so ist der Endpunkt F der Winkelgegensehne von AE derjenige Punkt, dessen Fufspunktlinie xyz mit AD gleichlaufend ist, denn $\sphericalangle Cyx = 90^0 - \sphericalangle BCF = 90^0 - \sphericalangle EAC = DAC$.

Beseke. Bücking. Hellmann. Steckelberg. Stegemann.

1333. (Gestellt von Bücking XXV_7, 514.) Zeichne die drei durch einen Punkt G des Feuerbachschen Kreises F des $\triangle ABC$ gehenden Fufspunktlinien.

1334. (Gestellt von Bücking XXV_7, 514.) Ziehe die durch den gegebenen Punkt P des Feuerbachschen Kreises möglichen Fufspunktlinien des $\triangle ABC$.

1. Auflösung. Der Punkt des Feuerbachschen Kreises sei Q; als Schnittpunkt zweier Fufspunktlinien (siehe 1332 Aufl. 1) hat er die Koordinaten: $x = \frac{1}{2}r \sin(\gamma - \beta) + \frac{1}{2}r \sin(\gamma - \beta + 2\varphi)$, $y = \frac{1}{2}r \cos(\gamma - \beta) + \frac{1}{2}r \cos(\gamma - \beta + 2\varphi)$, d. h. der durch ihn gehende Durchmesser des Feuerbachschen Kreises bildet mit BC den Winkel $\psi = 90^0 - (\gamma - \beta + 2\varphi)$. Für eine beliebige durch Q gehende Fufspunktlinie habe φ den Wert φ', dann müssen die Koordinaten von Q auch der Gleichung genügen $r \cos\varphi' \cos(\gamma - \beta + \varphi')$ $+ [r \cos\varphi' \sin(\gamma - \beta + \varphi') - r \cos\varphi] \cot[45^0 - \frac{1}{2}(\gamma - \beta + \varphi)]$, woraus folgt $\sin[45^0 + \frac{1}{2}(\gamma - \beta - \varphi) + 2\varphi'] = \sin[45^0 + \frac{1}{2}(\gamma - \beta + 3\varphi)]$ und mithin $45^0 + \frac{1}{2}(\gamma - \beta + 3\varphi) = 45^0 + \frac{1}{2}(\gamma - \beta - \varphi) + 2\varphi'$ oder $= 360^0 + 45^0 + \frac{1}{2}(\gamma - \beta - \varphi) + 2\varphi'$ oder $= 180^0 - 45^0 - \frac{1}{2}(\gamma - \beta - \varphi) - 2\varphi$, also $\varphi = \varphi'$ oder $= 180^0 + \varphi'$, wie zu erwarten war, oder $\varphi = 90^0 - (\gamma - \beta + 2\varphi')$. Die entsprechenden ψ für diese drei Werte sind $\psi_1 = 90^0 - (\gamma - \beta + 2\varphi')$, $\psi_2 = -(270^0 + \gamma - \beta + 2\varphi')$, $\psi_3 = -90^0 + \gamma - \beta + 4\varphi'$, also $\psi_1 - \psi_2 = 360^0$ oder $\psi_1 = \psi_2$ und $\psi_3 = 90^0 - (2\psi_1 + \gamma - \beta)$; für jeden Punkt Q (Parameter ψ_1) läfst sich also der Punkt Q_1 (Parameter ψ_3) bestimmen, so dafs QQ_1 eine Fufspunktlinie ist.

Stoll.

2. Auflösung. Der Höhenschnitt sei H und HQ treffe den Umkreis in P, dann geht die zu P gehörende Fufspunktlinie durch Q. Ist noch DE der zur letzteren senkrechte Durchmesser, so sind offenbar BE und PD mit den zu D und E gehörenden, durch Q gehenden Fufspunktlinien gleichlaufend. Oder: Ist G die Mitte von BC und F der Fufs der Höhe zu BC, so sind AF und FG zwei sich lotrecht schneidende Fufspunktlinien, folglich mufs die von letzteren begrenzte Strecke der einen durch Q gehenden Fufspunktlinie von Q gehälftet werden und die beiden anderen müssen mit den Hälftungslinien des Winkels QGF gleichlaufend sein.

Bücking. Hellmann. Stegemann.

B. Neue Aufgaben.

1408. Auf dem Umkreise von $\triangle ABC$ einen Punkt D so zu bestimmen, dafs $ABCD$ ein Tangentenviereck wird.

Kücker (Stettin).

1409. Um das Dreieck ABC ist ein beliebiges Dreieck beschrieben. Werden von den Ecken des ersteren auf den Seiten des letzteren Strecken gleichwendig abgetragen, welche sich wie diese Seiten verhalten, so haben die Endpunkte der Strecken denselben Schwerpunkt wie ABC. Kücker (Stettin).

1410. Es seien S, P, P_1 der Schwerpunkt und die isogonischen Punkte von ABC. Werden von den Ecken aus auf den durch P und P_1 gehenden Strahlen gleiche Strecken entsprechend abgetragen, deren Endpunkte die veränderlichen Dreiecke XYZ und $X_1Y_1Z_1$ bestimmen, so findet Folgendes statt: a) XYZ und $X_1Y_1Z_1$ haben S zum Schwerpunkt. b) der zweite isogonische Punkt von XYZ, bez. $X_1Y_1Z_1$ liegt auf SP_1 bez. SP. c) Die Lote von A, B, C auf XY, YZ, ZX oder X_1Y_1, Y_1Z_1, Z_1X_1 schneiden sich in einem Punkte der Eulerschen Geraden von ABC. Die veränderlichen Seiten von XY, YZ, ZX, X_1Y_1, Y_1Z_1, Z_1X_1, werden von sechs Parabeln berührt, welche die Schwerpunkte der auf den Seiten von ABC errichteten gleichseitigem Dreiecke zu Brennpunkten und die Halbierungslinien des Winkels S_1PS zu gemeinschaftlichen Tangenten haben. e) Die Umkreismittelpunkte von XYZ bez. $X_1Y_1Z_1$ liegen je auf einer gleichseitigen Hyperbel. Kücker (Stettin).

1411. Bei welcher Deklination δ geht die Sonne an einem Ort von der geographischen Breite φ und der östlichen Länge λ von Greenwich um 6^h mitteleuropäischer Zeit auf?

Emmerich (Mülheim-Ruhr).

1412. Sind ϱ, ϱ', ϱ'', ϱ''' die Radien der vier Kreise, welche drei Gerade berühren, so verhält sich das Produkt von zwei dieser Radien zum Produkt der beiden anderen, wie die Summe der ersten beiden Radien zur Summe der beiden anderen. Beyel (Zürich)

1413. Gegeben ist das Trapez $ABCD$ mit den parallelen Seiten AB und CD und einem Punkt M auf AB. Im Inneren einen Punkt X so zu finden, dafs XM, XC, XD das Trapez in drei gleiche Teile teilen. Bökle (Reutlingen).

1414. Gegeben sind zwei Kreise und ein Punkt P. Durch P eine Sekante so zu ziehen, dafs die in beiden Kreisen abgeschnittenen Sehnen sich wie $m:n$ verhalten. Bökle (Reutlingen).

1415. Welches ist der Ort für die Mittelpunkte aller Kreise, die von zwei gegebenen Kreisen Bogen ausschneiden, deren Sehnen gleich s sind? Bökle (Reutlingen).

1416. Folgende Relationen sollen bewiesen werden, in denen α, β, γ die Winkel und ω den Brocardschen Winkel des Dreiecks ABC bedeuten: a) $\sin\alpha^4 + \sin\beta^4 + \sin\gamma^4 - \sin\beta^2 \sin\gamma^2 - \sin\gamma^2 \sin\alpha^2 - \sin\alpha^2 \sin\beta^2 = \sin\alpha^2 \sin\beta^2 \sin\gamma^2 (\cot\omega^2 - 3)$ (schon bekannt). b) $\sin\alpha^2 \sin\beta^2 \sin\gamma^2 (\cot\omega^2 - 3) + \sin\beta \sin\gamma \sin(\gamma - \alpha) \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha^2 \sin(\beta - \gamma)^2$ und die beiden analogen. c) $\sin\alpha^3 \sin(\beta - \gamma)^3 + \sin\beta^3 \sin(\gamma - \alpha)^3 + \sin\gamma^3 \sin(\alpha - \beta)^3 = 3 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \sin(\beta - \gamma) \sin(\gamma - \alpha) \sin(\alpha - \beta)$. d) $\cos\alpha \sin\alpha^2 \sin(\beta - \gamma)^3 + \cos\beta \sin\beta^2 \sin(\gamma - \alpha)^3 + \cos\gamma \sin\gamma^2 \sin(\alpha - \beta)^3 = \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \sin(\beta - \gamma) \sin(\gamma - \alpha) \sin(\alpha - \beta) \cot\omega$. e) $\sin\alpha^5 \sin(\beta - \gamma)^3 + \sin\beta^5 \sin(\gamma - \alpha)^3 + \sin\gamma^5 \sin(\alpha - \beta)^3 = 2 \sin\alpha^2 \sin\beta^2 \sin\gamma^2 \sin(\beta - \gamma) \sin(\gamma - \alpha) \sin(\alpha - \beta) \cot\omega$. f) $\cos\alpha^2 \sin\alpha^3 \sin(\beta - \gamma)^3 + \cos\beta^2 \sin\beta^3 \sin(\gamma - \alpha)^3 + \cos\gamma^2 \sin\gamma^3 \sin(\alpha - \beta)^3 = (1 - 2\cos\alpha \cos\beta \cos\gamma) \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \sin(\beta - \gamma) \sin(\gamma - \alpha) \sin(\alpha - \beta)$. g) $\sin\alpha^5 \cos\alpha \sin(\beta - \gamma)^2 + \sin\beta^5 \cos\beta \sin(\gamma - \alpha)^2 + \sin\gamma^5 \cos\gamma \sin(\alpha - \beta)^2 = \sin\alpha^3 \sin\beta^3 \sin\gamma^3 (\cot\omega^2 - 3)$.

Stoll (Bensheim).

1417. AB schneide den zu BC gehörenden Neubergschen Kreis in $\mathfrak{A}_b$, AC in $\mathfrak{A}_c$, BC schneide den zu CA gehörenden Neubergschen Kreis in $\mathfrak{B}_c$, BA in $\mathfrak{B}_a$, CA schneide den zu AB gehörenden Neubergschen Kreis in $\mathfrak{C}_a$, CB in $\mathfrak{C}_b$; die drei Verbindungsgeraden $\mathfrak{A}_b\mathfrak{A}_c$, $\mathfrak{B}_c\mathfrak{B}_a$, $\mathfrak{C}_a\mathfrak{C}_b$ stehen senkrecht auf der Verbindungslinie des Grebeschen Punktes und des Umkreismittelpunktes.

Stoll (Bensheim).

1418. Wenn die Verbindungsgerade $\mathfrak{A}_b\mathfrak{A}_c$ durch den Mittelpunkt von BC geht, so ist das Dreieck ABC seinem Mittelliniendreieck ähnlich.

Stoll (Bensheim).

1419. Warum lauten, wenn man die Zahlenreihen:

```
               1
             1 1 1
           1 1 2 1 1
A(2))    1 1 2 2 2 1 1
       1 1 2 2 3 2 2 1 1
     1 1 2 2 3 3 3 2 2 1 1
   1 1 2 2 3 3 4 3 3 2 2 1 1 ....
```

u. s. w. jede folgende um eine Stelle einrückt, untereinander setzt und kolonnenweise addiert, z. B.

```
        1
          1 1 1
A(3))       1 1 2 1 1
              1 1 2 2 2 1 1
        -------------------
        1 1 2 3 3 3 3 2 1 1
```

die entstehenden Reihen $A_{(3)}$ vorwärts und rückwärts gelesen, gleich?

Hermes (Lingen).

1420. Die Anzahl $G_{(m,\,k,\,\varrho)}$ aller (auch permutierter) Zerlegungen einer Zahl m zu je k Summanden, welche $\overline{\overline{>}}\,\varrho$ sind, ist der Binomialkoeffizient: $\binom{m + k - 1 - k\varrho}{k - 1}$.

Hermes (Lingen).

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Gleichungen.

Die von den Redakteuren des A.-R. gegebenen Lösungen sind mit einem † bezeichnet.

717. Ein Mann ist Vater von sieben Söhnen, die alle leben; sie folgen einander mit einem konstanten Altersunterschiede von 3 Jahren. Die Summe des Alters der Söhne ist gleich dem Doppelten von dem Alter des Vaters; vor 9 Jahren jedoch war das Alter des Vaters gerade gleich der Summe des Alters seiner Söhne. Wie alt ist jetzt der Vater und jeder seiner Söhne?

Auflösung. Der jüngste Sohn sei jetzt x Jahre, der Vater y Jahre alt; der älteste Sohn ist jetzt $x + 18$ Jahr; mithin $7x + 63 = 2y(1)$. Nimmt man ferner an, dafs vor 9 Jahren n Söhne lebten, das gegenwärtige Alter dieser n Söhne bildet dann eine arithmetische Reihe, deren erstes Glied $x + 18$, deren Differenz -3 ist, und in welcher die Anzahl der Glieder n ist, also ist der jüngste dieser n Söhne $x + 18 - (n - 1)3 = x + 21 - 3n$; also ist die Summe des gegenwärtigen Alters der n Söhne $= \frac{1}{2}n(x + 18 + x + 2) - 3n = \frac{1}{2}n(2x + 39 - 3n)$ und vor 9 Jahren $\frac{1}{2}n(2x + 39 - 3n) - 9n = y - 9$ oder $2nx - 7x = 3n^2 - 24n + 45$, also $x = \frac{3(n^2 - 7n + 15)}{2n - 7}$; es mufs also $2n > 7$, $n > \frac{7}{2}$ und daher $n \overline{\overline{>}} 4$ sein, also entweder 4 oder 5 oder 6 oder 7 sein. Für $n = 4$ ist $x = 9$; für $n = 5$ ist $x = 5$; für $n = 6$ ist $x = 5\frac{2}{5}$; und für $n = 7$ ist $x = 6\frac{3}{7}$. Mit Berücksichtigung des Umstandes, dafs vor 9 Jahren das Alter des Vaters gleich dem der Söhne ist, pafst nur $x = 5$. Das Alter der Söhne ist also 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23 Jahre und das des Vaters 49 Jahre.

Nyt Tidsskrift.

718. Jemand verteilt eine Summe unter mehrere Personen auf folgende Weise: I erhält aM und den n^{ten} Teil des Restes. II erhält $2aM$ und den n^{ten} Teil des Restes; III erhält $3aM$ und den n^{ten} Teil des Restes u. s. w. Die Summe wird auf diese Weise vollständig verteilt und jeder erhält eine gleiche Summe. Zu berechnen ist die zu verteilende Summe x, die Anzahl y der Personen und der Anteil z jeder Person.

Auflösung. I erhält

$$a + \frac{x - a}{n} \text{ und II: } 2a + \left[x - \left(a + \frac{x - a}{n}\right) - 2a\right] : n;$$

da beide gleich sein sollen, so findet man $x = a(n - 1)^2$. Ferner ist $z = a + \frac{x - a}{n} = a(n - 1)$; und $x = zy$, also $y = \frac{x}{z} = n - 1$

Da die Aufgabe nur für den Fall gelöst ist, dafs I = II, so ist noch nachzuweisen, dafs der Anteil z' der p^{ten} Person auch $a(n-1)$ ist. Es ist nämlich $z' = pa + \frac{a(n-1)^2 - a(p-1)(n-1) - pa}{n}$ $= a(n-1)$.

719. Von einem Dreieck ist gegeben r, ϱ, s, wo $a+b+c = 2s$. Man soll die Gleichung aufstellen, deren Wurzeln die Seiten des Dreiecks sind.

Auflösung. Es ist $a+b+c=2s$; ferner $abc = 4r\Delta$. Ferner ist $\varrho = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}$, also $\varrho^2 s = (s-a)(s-b)(s-c)$ $= s^3 - s^2(a+b+c) + 3(ab+ac+bc) - 4r\varrho s$; mithin $ab+ac+bc = \varrho^2 + s^2 + 4r\varrho$. Die gesuchte Gleichung ist daher $x^3 - 2sx^2 + (s^2+\varrho^2+4r\varrho)x - 4r\varrho s = 0$. Nyt Tidsskrift.

720. Von einem Dreieck kennt man $a+b+c=2s$, r, ϱ. Man soll die Gleichung aufstellen, deren Wurzeln ϱ_a, ϱ_b, ϱ_c sind.

Auflösung. $\varrho_a = \frac{\Delta}{s-a} = \frac{\varrho s}{s-a}$, $\varrho_b = \frac{\varrho s}{s-b}$, $\varrho_c = \frac{\varrho s}{s-c}$. Nach Nr. 719 ist $ab+ac+bc = \varrho^2 + s^2 + 4r\varrho$. Nun ist $\varrho_a + \varrho_b + \varrho_c = \frac{\varrho s\,((s-a)(s-b)+(s-a)(s-c)+(s-b)(s-c))}{(s-a)(s-b)(s-c)}$ $= \frac{1}{\varrho}(3s^2 - 2s(a+b+c) + ab+ac+bc) = \frac{1}{\varrho}(-s^2+\varrho^2)$ $+ 4r\varrho = \varrho + 4r$. Ferner $\varrho_a\varrho_b + \varrho_a\varrho_c + \varrho_b\varrho_c = \frac{\varrho^2 s^2(s-a+s-b+s-c)}{\varrho^2 s}$ $= s^2$ und $\varrho_a\varrho_b\varrho_c = \frac{\varrho^3 s^3}{\varrho^2 s} = \varrho s^2$. Die gesuchte Gleichung ist also $x^3 - (\varrho+4r)x^2 + s^2 x - \varrho s^2 = 0$. Nyt Tidsskrift.

721. x zu berechnen aus
$$\begin{vmatrix} x & \frac{a}{b}+\frac{b}{a} & \frac{a}{c}+\frac{c}{a} \\ \frac{a}{b}+\frac{b}{a} & x & \frac{b}{c}+\frac{c}{b} \\ \frac{a}{c}+\frac{c}{a} & \frac{b}{c}+\frac{c}{b} & x \end{vmatrix} = 0.$$

Auflösung. Wird die Rechnung ausgeführt, so erhält man
$$x^3 - x\left(\frac{b^2}{c^2}+\frac{c^2}{b^2}+2\right) - x\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}+2\right)$$
$$+ 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right) - x\left(\frac{a^2}{c^2}+\frac{c^2}{a^2}+2\right) = 0$$
oder
$$x^3 - 4x - x\left(2+\frac{b^2}{c^2}+\frac{c^2}{b^2}+\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}+\frac{a^2}{c^2}+\frac{c^2}{a^2}\right)$$
$$+ 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right) = 0$$

$$\text{oder } x^3 - 4x - x\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)$$
$$+2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)=0$$

$$\text{oder } x^3 - 4x - (x-2)\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)=0;$$

mithin ist $x - 2 = 0$ also $x = 2$. Daher

$$x^2 + 2x - \left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)=0 \text{ u. s. w.}$$

Nyt Tidsskrift.

722. $x^4 - 2x^3 + x - a = 0.$

Auflösung. Berechnet man $\sqrt{x^4 - 2x^3 + x - a}$, so erhält man $x^2 - x - \frac{1}{2}$ und als Rest $-a-\frac{1}{4}$; daher kann die Gleichung auch geschrieben werden: $\left(x^2 - x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(a + \frac{1}{4}\right) = 0$; also $x^2 - x - \frac{1}{2} = \pm\sqrt{a+\frac{1}{4}}$; mithin $x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{3}{4} \pm \sqrt{a+\frac{1}{4}}}$.

Nyt Tidsskrift.

723. $(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)(x^2 + 2xy + y^2) = \sqrt{a^3}$ (1); $(x^3 - x^2y + xy^2 - y^3)(x^2 - 2xy + y^2) = \sqrt{b^3}$.

Auflösung. $(x^2+y^2)(x+y)^3 = \sqrt{a^3}$ (1); $(x^2+y^2)(x-y)^3 = \sqrt{b^3}$ (2); also $\frac{x+y}{x-y} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ oder $\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$. Dann ist $x = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt[5]{16(a+b)}}$; $y = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[16]{16(a+b)}}$. — Für $a = 36$, $b = 28$ ergiebt sich $x = \frac{3+\sqrt{7}}{2}$, $y = \frac{3-\sqrt{7}}{2}$.

Nyt Tidsskrift.

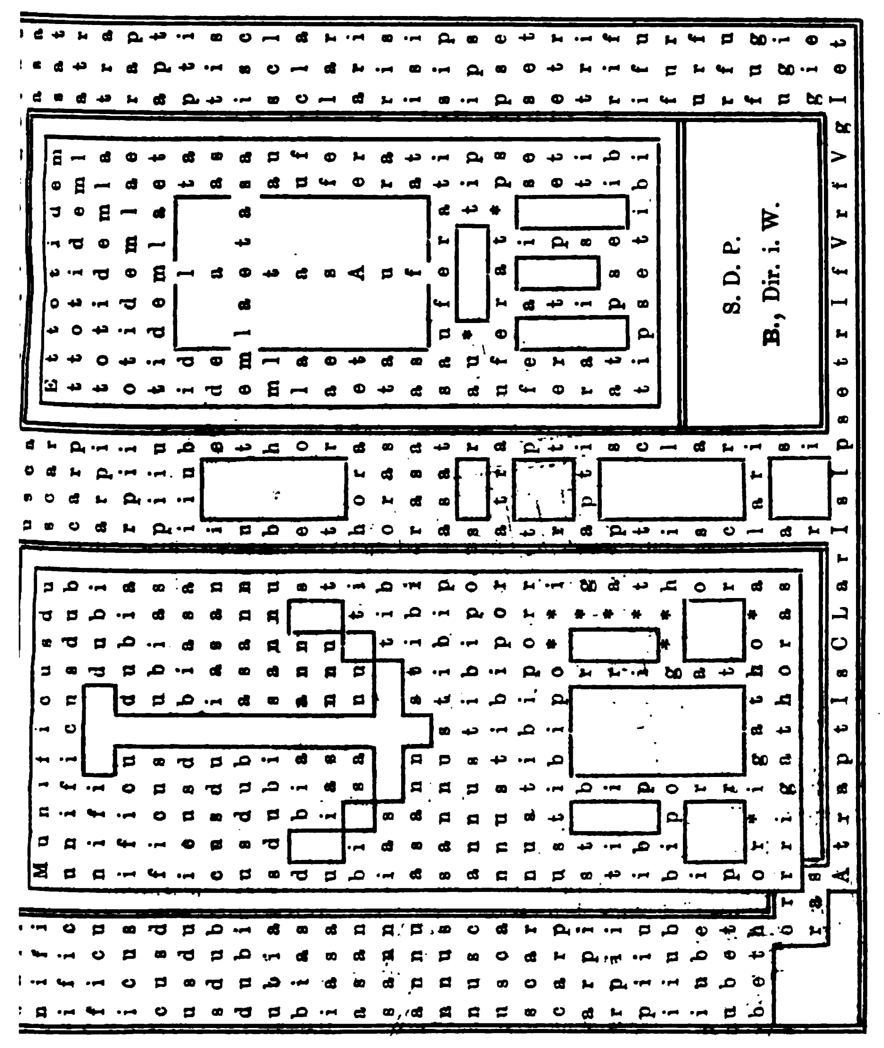
Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Lösungen sind eingegangen von Beseke 1331. 1332. 1367. 1369. 1380—1382. 1387. Beyel 1364. 1370. 1373. 1375. Emmerich 1368. 1378—1380. 1387. Glaser 1378—1383. 1387. Haberland 1368. 1370—1372. Handel 1348. 1349. 1355. 1361. 1365. 1371. 1372. Hellmann 1321. 1325. 1327 (zu spät) 1367. 1373—1376. v. Jettmar 1364. 1375. Knops 1381. 1382. v. Miorini 1364. 1365. 1370—1372. 1375. 1377. Bitte nicht zu stenographieren. Reisky 1348. 1361. Rummler 1365—1368. 1370—1375. v. Schaewen 1371. 1372. Sievers 1367—1369. 1371. Stegemann 1378—1382. 1387. 1389. 1390. Stoll 1364. 1368. 1369. 1371—1375. 1378—1382. 1387—1390. Vollhering 1318 (zu spät) 1355. 1380—1382.

Neue Aufgaben haben eingesendet: a) Mit Lösung Beyel (2). Emmerich (1). Glaser (1). Handel (2). v. Jettmar (6). Knops (1). Stoll (2). b) Ohne Lösung Emmerich (1). v. Miorini (3). Stoll (1).

Anhang zum Aufgaben-Repertorium.

Ein rätselhafter Neujahrsgrufs.



Frage: Wie ist Vorstehendes zu lesen und in welcher Beziehung steht die Zusammenstellung der Buchstaben zur Anzahl der Stunden des Jahres?

Bemerkung: Diese Hieroglyphe wurde uns zum Beginn des 26. Jahrgangs unserer Zeitschrift als Neujahrsgrufs zugesandt. D. Red.

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen und Anzeigen.

F. KLEIN, Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie, ausgearbeitet von F. Tägert. Leipzig, Teubner 1895. V u. 66 S. mit 10 Figuren im Text und 2 Tafeln. 8⁰. Mark 2,40.*)

Oft und nicht mit Unrecht wird über die „Kluft" geklagt, die zwischen Schulmathematik und Hochschulmathematik besteht. In der That kann man nicht leugnen, dafs der zukünftige Lehrer der Mathematik als Student nur sehr wenig hört, was er später im Unterrichte unmittelbar verwerten kann, und dass andrerseits die Hochschullehrer ihre Bücher fast immer blofs für ihresgleichen schreiben und gar nicht das Bestreben haben, auch solchen, die der Hochschule nicht mehr angehören, etwas zu bieten. Diese Übelstände sind unvermeidlich, solange unsere deutschen Universitäten bleiben sollen, was sie bisher waren, solange man nicht aus ihnen blofse Seminare im höheren Stile machen will, auf denen die künftigen Lehrer nur das lernen, was sie in ihrem späteren Berufe brauchen. Wohl aber kann man erreichen, dafs diese Übelstände minder fühlbar werden, und dahin zu wirken ist eine Pflicht, der sich die Hochschullehrer nicht entziehen dürfen. Sie müssen dafür sorgen, dafs regelmäfsig kleinere Vorlesungen gehalten werden, in denen einzelne Gebiete der Elementarmathematik, namentlich die Anfangsgründe der Geometrie, von einem höheren Standpunkte aus behandelt werden. Sie müssen es andrerseits auch den Lehrern der Mathematik an den höheren Schulen ermöglichen, sich wenigstens mit den Ergebnissen der Wissenschaft bekannt zu machen, die auf die Elementarmathematik und die darin auftretenden Fragen neues Licht werfen.

In diesem Sinne ist das vorliegende Werkchen mit Freuden zu begrüfsen. Es ist hervorgegangen aus Vorträgen, die zuerst vor den Teilnehmern eines an der Universität Göttingen abgehaltenen Ferienkurses und dann in erweiterter Form während des Sommersemesters 1894 gehalten worden sind. Herr Oberlehrer Tägert in Ems hat diese Vorträge mit grofser Sorgfalt für den Druck bearbeitet.

---

*) Man sehe unsere vorläufige Anzeige in Heft 4, S. 286. D. Red.

Die Vorträge beschäftigen sich mit einer Reihe von Fragen, die sich in der elementaren Geometrie unmittelbar aufdrängen, deren Beantwortung jedoch mit den Hilfsmitteln der Elementargeometrie nicht geleistet werden kann. Im Schulunterrichte wird man daher auf diese Fragen nur hinweisen, nicht sie erledigen können, aber man darf wohl heutzutage von jedem Lehrer der Mathematik verlangen, dafs er sich über ihre Bedeutung und ihre Beantwortung klar sei. Durch die Kleinschen Vorträge ist ihm das ermöglicht, denn diese setzen nur die allerersten Anfangsgründe der höheren Analysis voraus.

Die drei Aufgaben: einen Würfel zu verdoppeln (das Delische Problem), einen beliebigen Winkel zu dritteln und die Quadratur des Kreises zu finden bilden sozusagen den Rahmen für die Kleinschen Vorträge. Indem ganze Klassen von verwandten Aufgaben auf einmal behandelt und erledigt werden, ergiebt sich, dafs diese altberühmten Aufgaben mit Zirkel und Lineal nicht lösbar sind.

Die beiden ersten jener Aufgaben führen zunächst auf die allgemeinere Frage nach den algebraischen Ausdrücken, die mit Zirkel und Lineal konstruierbar sind, und damit auf die Frage nach den algebraischen Gleichungen, die sich durch Quadratwurzeln lösen lassen. Nachdem diese letztere Frage beantwortet ist, ergiebt sich leicht die Unmöglichkeit, mit Zirkel und Lineal das Delische Problem zu lösen oder einen beliebigen Winkel zu dritteln. Hierauf folgen Untersuchungen über die Kreisteilung, namentlich wird die Konstruktion des regulären Siebzehnecks ausführlich behandelt. Endlich wird kurz auf die Lösung von Konstruktionsaufgaben mit Hilfe von Kurven höherer Ordnung eingegangen.

Dies der Inhalt des ersten Abschnittes. Im zweiten wird zuerst nach G. Cantor die Existenz der transcendenten Zahlen bewiesen; auf diese einfachen und schönen Betrachtungen sei besonders hingewiesen. Nach einem geschichtlichen Überblick über die Entwicklung der Frage nach der Quadratur des Kreises wird sodann die Transcendenz der beiden Zahlen e und π bewiesen, was ja durch Hilbert, Hurwitz und Gordan ganz aufserordentlich vereinfacht worden ist. Damit ist dann zugleich die Unmöglichkeit der Quadratur des Kreises dargethan. In einem Anhange wird noch der von Abdank-Abakanowicz herrührende Apparat zur mechanischen Ausführung von Quadraturen kurz besprochen.

Wie man sieht, ist der Inhalt dieser Kleinschen Vorträge äufserst anziehend und lehrreich, und da sie, wie gesagt, nur die allerersten Anfangsgründe der höheren Analysis voraussetzen, so können sie allen Lehrern der Mathematik nur auf das Dringendste empfohlen werden. Zugleich kann man nur wünschen, dafs jeder Mathematikstudierende diese Vorträge lese.

Leipzig, im Mai 1895. Friedrich Engel.

Rudio, Dr. F. (Professor am eidgenössischen Polytechnikum zu Zürich), **Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre. Vier Abhandlungen über die Kreismessung, deutsch herausgegeben und mit einer Übersicht über die Geschichte des Problemes von der Quadratur des Zirkels von den ältesten Zeiten bis auf unsere Tage, versehen.** Mit Figuren im Text. Leipzig 1892. Druck und Verlag von B. G. Teubner. 8[0]. VIII. 166 S.

Die gesamte Mathematik des Altertums drehte sich wesentlich um die beiden Probleme der Kreisquadrierung und der Winkelteilung*); man darf sagen, daſs in ihnen Keime zu allen den groſsartigen Errungenschaften liegen, zu welchen es die griechische Geometrie gebracht hat. Die zweitgenannte Aufgabe wurde bereits durch Regiomontanus und Vieta in der richtigen Weise aufgefaſst, d. h. zur Theorie der Gleichungen in Beziehung gesetzt; die „Zirkelquadratur" blieb allen Einzelfortschritten zum Trotze ein dunkler Punkt in der Entwicklung der Mathematik, bis endlich in der Gegenwart durch Hermite, Lindemann und Weierstraſs die definitive Entscheidung in dem Sinne erbracht wurde, daſs das Verlangen, ein in aller Schärfe dem Kreise gleichflächiges Quadrat zu verzeichnen, ein prinzipiell unmögliches ist, weil die Zahl π als Wurzel keiner wie immer beschaffenen Gleichung darstellbar und somit auch unkonstruierbar ist. Bis man jedoch soweit in der Erkenntnis fortgeschritten war, bedurfte es der Zurücklegung sehr vieler Zwischenstadien, und mit jeder Etappe war eine selbständiger mathematischer Fortschritt verbunden. Man kann sich also denken, daſs eine Geschichte der Lösungsversuche das vielseitigste Interesse darbieten muſs, und da seit den älteren Spezialschriften von Montucla und Vorſselman de Heer niemand mehr sich an eine solche gewagt hat, so muſs man es Hrn. Rudio Dank wissen, daſs er sich entschlossen hat, durch eigene Arbeit die Lücke auszufüllen. Und zwar hat er dies in einer Weise gethan, welche unseres Erachtens für andere ähnliche Fälle zur Nachahmung auffordert: der Geschichtserzählung selbst läſst er nämlich den wörtlichen Abdruck der Schriftdenkmäler folgen, deren Autoren am meisten zur Fortbildung der in Rede stehenden Lehre beigetragen haben. So wird der Leser in den Stand gesetzt, die Originale, welche zumeist nicht gerade leicht zugänglich sind, studieren und die Art der Entwickelung unmittelbar kontrollieren zu können.

Rohe Versuche, den Umfang eines Kreises zu bestimmen, lassen

*) Man könnte auch noch das Problem der Würfelverdopplung hierher rechnen, das freilich schon bald durch Hippokrates auf eine weit einfachere planimetrische Fassung reduziert wurde, immerhin aber zur Erfindung einer Anzahl höherer Kurven den Anstoſs gab, um welche man sich auſserdem kaum besonders bemüht haben würde.

sich, wie wir erfahren, bereits bei den Ägyptern, Babyloniern und den alten Juden nachweisen. Die hellenische Philosophie faſste im Gegensatz zu jener geometrischen Praxis die Sache sofort unter einem strengen, theoretischen Gesichtspunkte auf, und nachdem der Pythagoreer Hippokrates um 430 v. Chr. gezeigt hatte, daſs in der That krummlinig begrenzte Figuren (die bekannten „Möndchen") einer exakten Ausmessung (Zurückführung auf gradlinig begrenzte Flächenräume) fähig seien, nachdem ferner Bryson und Antiphon den Grund zu der durch Archimedes virtuos gehandhabten „Exhaustionsmethode" gelegt hatten, schien auch die Kreisquadratur im Bereiche des Möglichen zu liegen. Der Verfasser thut dar, wie Archimedes den Weg für eine wirklich sachgemäſse Bearbeitung des Problemes eröffnete, wie dann durch die Ausbildung der Trigonometrie die Aufsuchung genauerer Näherungswerte für π erleichtert ward, und führt diese verschiedenen Werte nach einander an. Ausführlicher verweilt er bei den zyklometrischen Formeln Vietas, für deren Berechtigung er den noch ausstehenden Konvergenzbeweis nachliefert, und bei der bekannten „Ludolfine", deren Entstehung nach seinem Urteile allerdings mehr dem unerschrockenen Rechner als dem schöpferischen Geometer ein Ruhmeszeugnis ausstellt. Eine überaus verdienstliche Leistung wird dagegen in einem Schriftchen von Huygens anerkannt, durch welches der eigentliche Kern aller rationellen Bestrebungen — Einschlieſsung der Peripherie und des Inhalts eines Kreises zwischen zwei einander immer näher zu bringende Grenzen — in das richtige Licht gestellt wird. Weiter werden die unendlichen Produkte und Reihen behandelt, in welcher Form die neue Analysis die Zahl π auszudrücken lehrte, und welche dazu führten, jene Zahl auf eine beliebig groſse Anzahl von Dezimalstellen zu berechnen. Eingehend wird die Thätigkeit Eulers besprochen, der auch auf diesem Arbeitsfelde sein von Hankel gerühmtes Talent bewährte, sich „mit dem Problem auf Du und Du" zu stellen; ihm gehört auch die Einführung des seitdem zu unveräuſserlichem Bürgerrechte gelangten Buchstabens π an. Aber erst Lambert und Legendre erwiesen dieses π, wie im vierten Kapitel ausgeführt wird, als eine irrationale Zahl und deuteten bereits die Möglichkeit an, daſs es sogar eine „transzendente", durch keine Kombination von Wurzelgröſsen wiedergebbare Zahl sein möge, und so war, nachdem Liouville die Einteilung aller Zahlen in algebraische und transzendente allgemein durchgeführt hatte, die neueste Phase, in welche die alte Streitfrage einzutreten hatte, ausreichend vorbereitet. Der entscheidende Lehrsatz läſst die nachstehende Formulierung (S. 68 unserer Vorlage) zu: „Ein Kreisbogen, dessen Sehne, durch den Halbmesser des Kreises gemessen, eine algebraisch ausdrückbare Länge hat, kann nicht durch eine geometrische Konstruktion, bei der nur algebraische Kurven und Flächen zur Anwendung kommen, rektifiziert werden; ebensowenig ist der

zu einem solchen Bogen gehörige Kreissektor durch eine derartige Konstruktion quadrierbar."

Die vier sozusagen „klassischen" Abhandlungen werden nun textuell wiedergegeben und, wo dies wünschenswert erschien, mit den entsprechenden Erläuterungen ausgestattet. Es sind diese: Archimedes' „κύκλου μέτρησις", Huygens' *„De circuli magnitudine inventa"*, Lamberts „Vorläufige Kenntnisse für die, so die Quadratur und Rectification des Circuls suchen", und Note 4 von Legendres *„Éléments de géométrie"*. Der Verfasser mufste also aus dem Griechischen, Lateinischen, Französischen übersetzen und lediglich bei Lambert konnte es sich um einen einfachen Abdruck handeln. Manchem wäre vielleicht noch lieb gewesen, auch eine Übertragung des bahnbrechenden Aufsatzes von Hermite über den Charakter der Zahl e (Basis des natürlichen Logarithmensystemes) zu erhalten, indessen ist ja derselbe in einem bequem zugänglichen Organe (Compt. rend., 77. Band) enthalten, und so haben wir alle Ursache, mit dem Gebotenen zufrieden zu sein.

München. Dr. S. Günther.

Anderssohn, A. Physikalische Prinzipien der Naturlehre. Halle a. S., G. Schwetschkescher Verlag. Preis 1,60 Mk.

Noch in den letzten Wochen seines Lebens hat der verstorbene Nestor der deutschen Physiker, Helmholtz, die Unhaltbarkeit der bisher unsre physikalischen Anschauungen beherrschenden Fernewirkungstheorie eingestanden und als Ausgangspunkt für die Physik der Zukunft die Faraday-Maxwellsche Theorie mit ihren Verschiebungsströmen im freien Äther bezeichnet. Dieses Geständnis ist um so bedeutungsvoller, als gerade Helmholtz es war, welcher im Verein mit W. Weber, G. Kirchhoff, F. und C. Neumann der Fernewirkungstheorie eine Ausbildung gab, dafs sie, obwohl die ihr zu Grunde liegende Idee, die sogenannte *actio in distans*, von jedem denkenden Physiker als widersinnig bezeichnet werden mufste, doch bis vor Kurzem auf den deutschen Universitäten fast unbestritten das Feld behauptete. Die Umstände aber, welche Helmholtz zu jener gewichtigen Erkenntnis brachten, waren offenbar einmal die Überzeugung, dafs die auf die höchste Stufe ihrer Leistungsfähigkeit gebrachte Fernewirkungstheorie sich zur Erklärung ganzer Gruppen von physikalischen Erscheinungen als unzulänglich erwies, sodann die Erfolge, welche die Faraday-Maxwellsche Theorie bereits im Gebiete der Elektricitätslehre errang, und endlich die Bestätigung, welche die letztgenannte Theorie durch die entscheidenden Versuche von Hertz auch experimentell fand.

Wenn nun demgemäfs in Zukunft, insbesondere die vielfachen, sogenannten Attraktionserscheinungen, welche am Himmel und auf Erden wahrgenommen werden, nicht mehr wie bisher durch eine

unvermittelte Fernewirkung erklärt werden dürfen, so bleibt kein anderer Erklärungsgrund übrig, als ein von aufsen auf die Körper und ihre Teilchen wirkender Druck, welcher wiederum seinen Ursprung in der Bewegung des Äthers und in dem Vorhandensein der ebenfalls in steter Bewegung begriffenen ponderablen Materie haben mufs.

In dem vorliegenden Buche von Anderssohn, der übrigens schon seit mehr als zwei Jahrzehnten die sogenannte Drucktheorie verfochten hat, wird nun zum ersten Male der Druck als einziges Erklärungsprinzip sowohl in der Mechanik der kosmischen, als auch in der Mechanik der terrestrischen Erscheinungen streng durchgeführt, und schon um dieses einheitlichen Grundgedankens willen darf die Schrift das Interesse der Physiker beanspruchen. Der erste, „die Mechanik der kosmischen Erscheinungen" betitelte Teil des Buches handelt nach Einführung einiger Grundbegriffe von den Massen, des Mikrokosmos, von der Bewegungsursache im Weltall, von den Bewegungen im Weltall und von den einzelnen kosmischen Erscheinungen. Der zweite Teil hat die Mechanik der terrestrischen Erscheinungen zum Gegenstande und sucht aus dem angeführten Grundprinzipe die verschiedenen, gewöhnlich unter dem Namen Physik zusammengefafsten Erscheinungsgruppen abzuleiten und zu erklären. Dem Titel entsprechend enthält das Buch nicht eine vollständig ausgeführte Theorie der Phänomene, aber es bietet die Ideen, welche bei der erst von der Zukunft zu erwartenden Entwicklung der neuen Theorie leitend sein müssen. Dafs bei einer solchen ersten Durchführung einer mit den bisherigen Anschauungen in völligem Gegensatze stehenden Grundvorstellung die für manche Erscheinungen gegebenen Erklärungen vielleicht irrige sein mögen, ist wohl möglich. Allein hier kommt es wesentlich auf den Kern der Sache, auf das grofse Ganze an. Betreffs der Einzelheiten wollen wir mit Properz sprechen: *„In magnis voluisse sat est"*.

Dresden. G. Hoffmann.

Giltay, Dr. E., Sieben Objekte unter dem Mikroskop. Einführung in die Grundlehren der Mikroskopie. Mit 6 Tafeln. Leiden, E. J. Brill. 1893. Preis 2,50 M.

Ein Buch wie das vorliegende hat die deutsche Litteratur bisher nicht besessen. Es mag daher am Platze sein, auf den Inhalt etwas genauer einzugehen. Der Verfasser desselben hat sich die Aufgabe gestellt, an sieben einfachen, durch das Mikroskop betrachteten Objekten, dem Leser Rechenschaft zu geben, warum die Bilder so erscheinen, wie sie gesehen werden, und welche Schlüsse aus der Beschaffenheit des Bildes auf diejenige des Objektes gezogen werden können.

Die betrachteten Objekte, denen eine Einleitung über den Bau und den Gebrauch des Mikroskopes vorangeschickt ist, sind folgende: 1) Farbenstriche in einer Fläche parallel mit dem Objekttisch. 2) Mit Wasserfarbe angestrichener Glascylinder. 3) Stärkemehl (Kartoffelstärke und Arrowroot). 4) Luftblasen. 5) Milch. 6) Collenchym. 7) Diffraktionsplatte nach Abbe. An die ersten beiden Objekte werden allgemeine Bemerkungen über das Gesichtsfeld geknüpft, namentlich über die Tiefe desselben, über die Umkehrung des Bildes durch das Mikroskop, über Ableitung der Gestalt des Objektes durch Kombination der Bilder bei verschiedener Höhe der Einstellung. Nr. 3 wird dazu benutzt, die Gestalt eines durchsichtigen Körpers zu bestimmen, der keine oberflächliche Struktur oder dergl. besitzt, dessen Form daher nur durch Vergleichung des Körpers in verschiedenen Lagen abgeleitet werden kann. Sehr schön sind weiterhin die Auseinandersetzungen über reelle und virtuelle Lichtpunkte, die an die Betrachtung der Luftblasen geknüpft werden. Wie in diesem Teile, so wird auch bei der Behandlung des 6. Objektes (collenchymatisches Pflanzengewebe) zunächst über die Verteilung der Helligkeit im mikroskopischen Bilde in geometrisch-physikalischer Behandlungsweise Rechenschaft gegeben. Ferner kommt in diesem Abschnitt der Einflufs der relativen Gröfse des Beleuchtungskegels und des Öffnungswinkels sowie die darauf berechnete Anwendung des Kondensors zur Besprechung. Einen besonders wichtigen Punkt der Theorie des Mikroskopes behandelt der letzte Abschnitt in Anknüpfung an die Beobachtungen an einer Abbeschen Diffraktionsplatte. Es wird gezeigt, wie durch Änderung des Öffnungswinkels, durch Abblendung des abgebeugten Lichtes auch das Bild sich ändert, sodafs es schliefslich dem Objekte gar nicht mehr entspricht; warum ferner mit zunehmender Feinheit einer durch das Mikroskop zu betrachtenden Struktur ein immer gröfserer Öffnungswinkel erforderlich wird und dadurch der Erkennung sehr feiner Strukturen eine Grenze gezogen ist. Gerade in dieser Hinsicht sind selbst bei geübten Mikroskopikern oft genug unklare Vorstellungen zu finden. Beispielsweise die im Anschlufs an die eben angeführten Erscheinungen sich ergebende Schlufsfolgerung, dafs den in dem stark vergröfserten Bilde vieler Diatomeenschalen erscheinenden feinen Strukturen eine ebenso gestaltete Struktur des Objektes selbst durchaus nicht zu entsprechen braucht, findet auch gegenwärtig bei Diatomeenkundigen meist keinen Glauben. Die Bemerkungen zur Erklärung der an der Diffraktionsplatte gemachten Beobachtungen beschränken sich auf Andeutungen, in welcher Richtung die Erklärung zu suchen ist. Zu einer genauen Begründung jener Beobachtungen würde eine gröfsere Summe physikalischer Kenntnisse erforderlich sein, als sie der Verfasser bei seinen Lesern voraussetzt.

Leipzig. Dietel.

STRASBURGER, Dr. E. (Professor der Botanik an der Universität Bonn.) Das kleine botanische Praktikum für Anfänger. Anleitung zum Selbststudium der mikroskopischen Botanik und Einführung in die mikroskopische Technik. Zweite umgearbeitete Auflage. Mit 110 Holzschnitten. Jena, Gustav Fischer 1893. Preis 5 ℳ

In zwei eng miteinander verknüpften Richtungen hat die Botanik durch die Benutzung des Mikroskops eine wissenschaftliche Grundlage erhalten: dieses Instrument hat uns Aufschlufs gebracht über den inneren Aufbau der Pflanzen und deren einzelne Bestandteile und hat zweitens so manches Rätsel gelöst, das der Vorgang der Fortpflanzung dem denkenden Beobachter der Natur darbot. Erst auf der sicheren Grundlage, die hier gewonnen wurde, war es möglich, dafs auch die andere Hauptrichtung der botanischen Wissenschaft, die Pflanzenphysiologie, sich entwickeln und zu zuverlässigen Ergebnissen gelangen konnte. In den beiden zuerst angedeuteten Richtungen will das vorliegende Buch dem Anfänger Anleitung geben und ihn zu selbständigem Weiterarbeiten vorbilden. Es behandelt zuerst die Elementarbestandteile der Pflanzen und den Aufbau des Pflanzenkörpers und sodann die Reproduktion bei den einzelnen Pflanzenklassen. Die Zuverlässigkeit ist bei jeder Anleitung die Hauptsache, es ist daher von ganz besonderer Wichtigkeit, wenn ein so hervorragender Meister der Botanik und speziell der botanischen Mikroskopie wie der Verfasser es ist, am Schlusse des Vorwortes versichert: „Alle Figuren des vorliegenden Werkes sind von mir selbst nach der Natur gezeichnet. Fast alle Angaben des Textes beruhen, selbst wenn sie nur Bekanntes bringen, auf meiner eigenen Untersuchung.“ Hiervon überzeugt man sich auf jeder Seite, und es ist ein wahrer Genufs, das eine oder andere der behandelten Kapitel unter der Leitung dieses Führers durchzuarbeiten.

Was die Anordnung des Buches betrifft — auf den Inhalt selbst kann natürlich hier nicht eingegangen werden —, so ist das Ganze in 32 Pensa geteilt in der Weise, dafs je ein Pensum einen Gegenstand in zusammenfassender Weise behandelt, z. B. Pensum IV die Träger der Pflanzenfarbstoffe: Chloroplasten, Chromoplasten, farbigen Zellsaft, Leukoplasten; Pensum XXI Bakterien; Pensum XXXII Zell- und Kernteilung; Zusammenhang der Protoplasten. — Jedem Pensum ist vorangedruckt, was an Untersuchungsmaterial und an Färbemitteln und Reagentien gebraucht wird. Dadurch ist es sehr erleichtert, sich mit den für eine Untersuchung nötigen Hilfsmitteln zu versehen. Es versteht sich von selbst, dafs ein solches Buch zugleich, wie es auch der Titel besagt, einführen mufs in die mikroskopische Technik, die in neuerer Zeit eine weitgehende Ausbildung erfahren und für das Studium der Pflanzenzelle und ihrer Bestandteile eine immer gröfsere Bedeutung gewonnen hat.

Leipzig. DIETEL.

POKORNYS Naturgeschichte des Pflanzenreiches für höhere Lehranstalten, bearbeitet von MAX FISCHER, Direktor. Neunzehnte verbesserte Auflage. Mit 405 Abbildungen. Leipzig 1894, Verlag von G. Freytag. Preis 2,50 ℳ

Seit Jahrzehnten erfreuen sich Pokornys Naturgeschichtsbücher einer grofsen Beliebtheit und weiten Verbreitung. Ein Vergleich der vorliegenden Neuauflage der Naturgeschichte des Pflanzenreiches mit einer solchen aus früherer Zeit zeigt, wie bedeutende Fortschritte das Buch hinsichtlich des Textes und der Illustrationen aufzuweisen hat. Die letzteren sind aufserordentlich zahlreich und mit wenigen Ausnahmen (z. B. Nr. 388) vorzüglich. Im Texte ist neuerdings durch Einschaltung biologischer Bemerkungen und einer kurzen Darlegung der einfacheren Thatsachen aus der Anatomie und Physiologie der Pflanzen den neueren Lehrplänen Rechnung getragen. Das Kapitel aus der Anatomie ist allerdings noch mancher Verbesserung bedürftig. So z. B. entspricht die Angabe über die Teilung der Pollenmutterzellen der gegenwärtigen Kenntnis dieses Vorganges nicht. Auch orthographische Fehler wie Xantophyll und Antoxanthin (S. 225) sollten in einem Schulbuche ganz vermieden sein.

Leipzig. DIETEL.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme des Grossherzogtums Baden. 1879—94.

Referent: Prof. Dr. O. STRACK, Karlsruhe.

Vorbemerkung des Berichterstatters. Im Jahre 1879 wurde zum letzten Male in d. Z. über badische Programme berichtet*) Der Unterzeichnete hat die Fortsetzung der Berichterstattung vom Jahre 1894 an übernommen. In der Meinung, dafs diese Schau nicht nur über die neuesten Erscheinungen Auskunft erteilen, sondern auch eine Nachschlagehilfe über Erschienenes bieten solle, glaubt er von den in den Interimsjahren veröffentlichten Abhandlungen wenigstens die Titel angeben zu sollen.

1. **Karlsruhe**, Realgymnasium. 1878 Progr. Nr. 498 und 1879 Progr. Nr. 512. Prof. A. Maier, *Aufgaben aus der praktischen Geometrie.*
2. **Karlsruhe**, Realschule. (Ohne Nr.) Herbst 1880. Direktor Dr. Firnhaber, *Der Unterricht in der praktischen Chemie.*
3. **Wertheim a/M.**, Gymnasium. 1880 Progr. Nr. 512 Prof. I. C. Becker, *Zur Reform des geometrischen Unterrichts.*
4. **Mannheim**, Gymnasium. 1885 Progr. Nr. 551. Prof. G. Dreikorn, *Elektrische Studien, mit Bezug auf die Münchener Elektricitäts-Ausstellung* 1882.
5. **Karlsruhe**, Gymnasium. 1883 Progr. Nr. 489. Prof. Dr. O. Strack, *Die Propädeutik der Geometrie.*

---

*) Man sehe ds. Ztschr. Bd. X (1879) S. 212 u. f.: Berichte vom Gymn.-Prof. KOCH i. Freiburg i/B. Die Redaktion.

6. **Durlach**, Pro- und Realgymnasium. 1883 Progr. Nr. 557. Prof. M. Wacker, *Über Georg von Reichenbach.*
7. **Durlach**, Pro- und Realgymnasium. 1885 Progr. Nr. 562. Dr. I. Sachs, *Die Aufgabe des Malfatti.*
8. **Heidelberg**, Gymnasium. 1885 Progr. Nr. 551. Prof. I. Henrici, *Die Erforschung der Schwere durch Galilei, Huygens, Newton.*
9. **Konstanz**, Gymnasium 1885. Progr. Nr. 553. Prof. O. v. Sallwürck, *Beiträge zu einer elementaren Dynamik.*
10. **Offenburg**, Gymnasium. 1886 Progr. Nr. 562. Prof. Behrle, *Der mathematische Unterricht am Gymnasium.*
11. **Karlsruhe**, Realgymnasium. 1886 Progr. Nr. 578. Festschrift zum 300jährigen Jubiläum des Gymnasiums. Prof. Dr. K. L. Bauer, *Der Erfinder des Lullinschen Versuchs und seine Abhandlung über die Elektricität.*
12. **Mannheim**, Realgymnasium. 1886 Progr. Nr. 569. Direktor Vogelgesang, *Gäa von Mannheim.*
13. **Baden**, Gymnasium. 1887 Progr. Nr. 560. Lehramtspraktikant W. Schmidle, *Über Flächen zweiter Ordnung.*
14. **Karlsruhe**, Gymnasium. 1888 Progr. Nr. 572. Prof. Dr. O. Strack, *Die Grundlagen der deutschen Militärdienst-Versicherung.*
15. **Karlsruhe**, Realgymnasium. 1888 Progr. Nr. 585. Prof. A. Maier, *Die in einer Ebene darstellbaren Richtungszahlen.*
16. **Heidelberg**, Realschule. 1891 Progr. Nr. 611. Prof. Dr. E. Ullrich, *Das Rechnen mit Duodezimalzahlen.*
17. **Wertheim a/M.**, Gymnasium. 1893 Progr. Nr. 618. Prof. W. Bunhofer, *Vektorenquadrate im ebenen, stetigen Gebilde.*

Die im Jahre 1894 erschienenen Programme.

18. **Heidelberg**, Gymnasium. 1894 Progr. Nr. 607. Festschrift zur Einweihung des Gymnasium-Neubaues. Prof. I. Henrici, *Einführung in die induktive Logik an Bacons Beispiel (der Wärme) nach Stuart Mills Regeln.* 13 S.

Der durch seine mathematischen und naturwissenschaftlichen Lehrbücher rühmlichst bekannte Verfasser dieser Abhandlung hat hier einen Lehrgegenstand besprochen, welchen er in guten Jahrgängen der Oberprima bereits durchgenommen. Zwei Mächte arbeiten in der Gegenwart an der Umgestaltung des physikalischen Unterrichts. Gewaltige Vermehrung und unterrichtliche Auswertung des Stoffes kämpfen mit der knapp zugemessenen Unterrichtszeit. Wenn auch diejenigen, welche dem Physik-Unterrichte eine zentrale Stellung in der Schule der Zukunft anweisen wollen, sich in der Geduld wohl noch viel üben müssen, so ist doch sicher, daſs derselbe dem Primaner für psychologische und logische Untersuchungen den Stoff nicht nur in reicher Fülle, sondern auch in verständlichen Beispielen bietet. Schulen, welche die Einführung in die Philosophie zu ihren Aufgaben zählen, liefert der Verfasser einen willkommenen Beitrag für die Konzentration des Unterrichts. Er erläutert Stuart Mills fünf Regeln. Wir gehen hier nur mit wenigen Worten auf die erste ein. Sie lautet: „Wenn zweien oder mehreren Fällen der fraglichen Erscheinung nur ein einziger Umstand gemeinsam ist, so ist dieser die Ursache (oder Wirkung) der Erscheinung.“ Zur Erläuterung werden folgende 9 Erscheinungsfälle aufgezählt, in welchen der gemeinsame Umstand in dem „nicht mehr zur Geltung gelangen einer Kraft“ liegt. Nämlich: 1. Reiben von Stein, Holz u. s. w.; 2. Schlagen von Kiesel und Stahl; 3. Reibfeuerzeug; 4. Hämmern von Metallen; 5. Gebrannter Kalk und Wasser; 6. Lösung von Eisen (und andern Metallen) in Säuren; 7. Feucht zusammengepreſstes Heu; 8. Jede Flamme; 9. Erhitzung der

zwischen zwei Magnetpolen rotierenden Kupferscheibe, (wie wenn sie durch Reibung gehemmt wäre).

Auch wer nicht in der Lage ist das Dargebotene im Unterricht zu verwerten, wird die Abhandlung mit Interesse lesen.

19. **Ettenheim,** Realprogymnasium. 1894 Progr. Nr. 614. Prof. Dr. F. Kölmel, *Ableitung der verschiedenen Formen der Kurven dritter Ordnung durch Projektion und Klassification derselben.* I. 12 S. und 4 Figurentafeln.

Nach Newton können die Kurven 3. Ordnung als Schatten von divergierenden Parabeln angesehen werden. Die letzteren, für welche die unendlich ferne Gerade Wendetangente ist, genügen der Gleichung:

$$y^2 z = (x^2 - \beta^2 z^2)(x - \alpha z).$$

Die Aronholdschen Invarianten der dieser Gleichung entsprechenden ternären kubischen Form:

$$f \equiv 3x^3 - 3\alpha x^2 z - 3\beta^2 x z^2 + 3\alpha\beta^2 z^3 - 3y^2 z$$

haben die Werte:

$$S = -\alpha^2 - 3\beta^2$$
$$T = 8\alpha(\alpha^2 - 9\beta^2)$$
$$R = T^2 + 64 S^3 = -64 \cdot 27\beta^2(\alpha^2 - \beta^2)^2.$$

Verf. unterscheidet nun je nach dem Vorzeichen von S, R, T bzw. je 2 Hauptgruppen, Gruppen und Untergruppen. Die in $S^3 : T^2$ übereinstimmenden Kurven faßt er in eine Familie zusammen. Die Familie zerfällt nach dem Vorzeichen von T in 2 Grundformen.

Aus der Grundform werden durch perspektive Kollineation 41 Typen abgeleitet. Verf. sagt darüber: „Es ist dabei zu unterscheiden, ob die unendlich fernen Punkte alle reell oder teilweise imaginär, getrennt oder zusammenfallend, gewöhnlich oder singulär sind; es sind ferner die Verteilung der Schnittpunkte auf den verschiedenen Zweigen und die daraus folgenden Unterschiede in den Asymptoten zu berücksichtigen". Auf 4 Tafeln sind 65 sorgfältig gezeichnete Figuren beigefügt. Eine Angabe über das Verhältnis der vorliegenden Klassifikation zu denen von Newton, Cramer, Plücker, Möbius und Caylay*) ist wohl für die Fortsetzung vorbehalten.

20. **Lahr,** Gymnasium. 1894 Progr. Nr. 610. Lehramtspraktikant Dr. K. E. Müller, *Über die algebraischen Integralfunktionen von Systemen algebraischer Differentialgleichungen.* 15 S.

Die vorliegende Abhandlung will eine Ergänzung bilden zu Königsbergers Lehrbuch der Theorie der Differentialgleichungen mit einer unabhängigen Variabeln und zu Bruns Abhandlung: „Über die Integrale des Vielkörperproblems". Es wird zunächst der Bruns-Königsbergersche Satz von der Reduktion der algebraischen Integralfunktion eines jeden algebraischen Differentialgleichungssystems in die rationale Normalform bewiesen. Alsdann werden folgende Reduktionen ausgeführt: 1. Reduktion der abgebraischen Integralfunktionen mit willkürlichen Parametern auf parameterfreie für beliebige algebraische Differentialgleichungssysteme; 2. Reduktion algebraischer Integralfunktionen algebraischer, von der unabhängigen Variablen freier Differentialgleichungen; 3. Reduktion der algebraischen Integralfunktionen algebraischer homogener und „in den Dimensionen homogener" Differentialgleichungen. Den Schluß bilden Anwendungen auf die Mechanik.

---

*) Vergl. Clebsch, Vorlesungen über Geometrie. Leipzig 1875. Salmon, Höhere ebene Kurven. Ebenda 1882.

21. **Konstanz,** Gymnasium. 1894 Progr. Nr. 609. Prof. I. Maerker; *Klimatologische Betrachtungen über die heiſse Zone.* 25 S.

Nachdem der Verfasser die heiſse Zone als den zwischen den Isothermen $+20^{\circ}$ C liegenden Erdgürtel definiert hat, erklärt er in anschaulicher Weise, an der Hand der Werke von Supan, Hann, und Sueſs, das Vorhandensein von Trockenräumen und Regengebieten in vielen Beispielen. Er sucht die Ursachen des Klimas auf und bespricht dessen Einfluſs auf den Menschen. Es wird gezeigt: „daſs das Auftreten des Passates als Regenwind an eine gebirgige Beschaffenheit des Bodens gebunden ist, daſs er andernfalls, selbst wenn er über die feuchten Flächen des Ozeans dahin weht, ohne auf ein Hindernis zu stoſsen, Trockenheit verursacht“. Weniger glücklich als die Besprechung der Folgen der Luftströmungen ist die Darstellung ihrer Ursachen. Es zeigt sich dies z. B. darin, daſs die Dovesche Theorie der Passate kurz als „hinfällig“ bezeichnet und Supan das Verdienst zugeschrieben wird, die Vorgänge bei der Entstehung dieser Strömungen erörtert und „begründet“ zu haben.

22. **Pforzheim,** Realschule. 1894 Progr. Nr. 625. Dr. phil. I. Grabendörfer, *Beiträge zur Orographie und Geognosie der Gegend von Pforzheim.* 31 S.

Der Verfasser führt uns in das Grenzgebiet zwischen Schwarzwald und Odenwald. Um das Recht, die Nordgrenze des ersteren zu bilden, streiten 3 Linien, welche von Malsch oder Ettlingen oder Durlach ostwärts ziehen. Der letzteren wird mit Neumann das Vorrecht gegeben und so liegt Pforzheim gerade auf der Nordgrenze des Schwarzwaldes und der Südgrenze des sich an den Odenwald anschlieſsenden Pfinz-Kraichgauer Hügellandes. Buntsandstein und Muschelkalk (unterer, mittlerer und oberer) sind die auftretenden Formationen. Auf die näheren Angaben ihrer allgemeinen Beschreibung und die ausführlich beschriebenen Aufschlüsse: 1. Sandsteinbruch bei Eutingen, 2. Hohlweg bei Dietlingen, 3. Enzufer unterhalb Niefern, 4. Steinbruch am Wartberg dürfen wir hier wohl nicht eingehen. Für die in Arbeit befindliche geologische Aufnahme des Landes dürften solche Einzeldarstellungen wertvoll sein.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Provinz Westfalen. Ostern 1894.

Fortsetzung von Heft 1, S. 50.

Berichterstatter: Oberl. Dr. Leonhard in Bochum.

2. **Herford.** Städt. Gymnasium. Nr. 356. Wiss. Hilfsl. Dr. H. Gottschalk. *Konjugierte Poinsot-Bewegungen.* 29 S. 8°.

Ausgehend von den Eulerschen Differentialgleichungen für die Bewegung eines starren Körpers, auf den keine Kräfte wirken, um einen festen Punkt, und von ihren, gleichfalls von Euler aufgefundenen, ersten Integralen, wendet sich Verfasser zur Veranschaulichung dieser Bewegung durch das von Poinsot eingeführte Central- oder Trägheitsellipsoid, welche in dem wichtigen Satze gipfelt, daſs man sich die Bewegung durch Abrollen jenes Ellipsoids auf einer invariablen Ebene versinnlichen könne, und weiterhin zu dem Darbouxschen Versuche einer Verallgemeinerung dieser Bewegung durch veränderte Wahl der Gröſsen, die in jenen Differentialgleichungen als Funktionen der Hauptträgheitsmomente des Körpers für den festen Punkt auftreten, und für die nur eine Bedingungsgleichung beibehalten wird, der auch jene Funktionen selbst genügen. Derartige, von Darboux als „Poinsot-Bewegungen“ bezeichnete Rotationen

können, wie Darboux weiterhin dargethan hat, auch bei veränderter Wahl der Winkelgeschwindigkeiten nach den Hauptträgheitsachsen stattfinden, sofern nur zwischen den Proportionalitätsfaktoren der alten und der neuen Winkelgeschwindigkeiten und den Hauptträgheitsmomenten des Körpers für den festen Punkt eine, in der Abhandlung angegebene, Bedingungsgleichung besteht. Während nun auf dieser Grundlage Darboux selbst und Sylvester je einen besonderen Fall der Rotationsbewegung untersucht haben, stellt Verfasser sich die allgemeinere Aufgabe, die soeben definierten „konjugierten Poinsotbewegungen“ in ihrer Gesamtheit zu untersuchen, deren Lösung ihn zwar, eben dieser gröfseren Allgemeinheit wegen, nicht zur Darstellung neuer, wichtiger Fälle aus der Mechanik führt, wohl aber für die bisher erhaltenen einen breiteren Boden schafft und insofern ein theoretisches Interesse in Anspruch nimmt.

Zunächt werden einige neue Eigenschaften der zu Grunde gelegten Poinsotbewegung selbst dargethan, namentlich die, dafs bei bestimmter Wahl der Reihenfolge in der Gröfse der Achsen der Fläche zweiten Grades (wie man hier den Begriff des Trägheitsellipsoids schon verallgemeinern mufs) der Wert des Abstandes der invariablen Ebene vom Mittelpunkte jener Fläche immer zwischen angebbaren Grenzen liegen mufs, dafs aber unter diesen Bedingungen zugleich die lebendige Kraft stets einen positiven Wert erhält. Bei der folgenden Untersuchung derjenigen Flächen zweiten Grades, die bei konjugierten Poinsotbewegungen das Trägheitsellipsoid zu ersetzen geeignet sind, findet Verfasser zunächst zwei Bedingungsgleichungen zwischen ihren drei Achsen, während, wie die weitere Erörterung lehrt, jene oben für die Poinsotbewegung selbst aufgestellte Bedingung hier zu keiner weiteren Beschränkung führt. Damit aber zugleich mit den neuen Achsen auch die neuen Winkelgeschwindigkeiten reelle Werte und hierdurch eine praktische Bedeutung erhalten, mufs, wie weiterhin dargethan wird, der — dem Werte nach — mittleren Achse der alten auch die mittlere Achse der neuen Fläche zweiten Grades entsprechen. Anhangsweise wird die Modifikation dieser Bedingung für die besonderen Fälle des Rotationsellipsoids und der Kugel dargethan. Zum weiteren Zweck der Untersuchung der Beziehungen zwischen den (neuen) Achsen und Winkelgeschwindigkeiten werden die Proportionalitätsfaktoren, welche die letzteren aus den ursprünglichen Winkelgeschwindigkeiten entstehen lassen, auch ihrerseits als Koordinaten einer neuen Fläche zweiten Grades aufgefafst, und auf diesem Wege für jede Wahl der ursprünglichen Fläche und der neuen Winkelgeschwindigkeiten die Beschaffenheit der Ersatzfläche abgeleitet, wobei sich als mögliche reelle Gestalten derselben Ellipsoide, einschalige und zweischalige Hyperboloide ergeben.

Um endlich die Beziehungen der Integrale der konjugierten Bewegung zu den ursprünglichen, Eulerschen Integralen zu finden, benutzt Verfasser die Bewegung des Pols, d. i. des Schnittpunktes der momentanen Drehungsachse und der mehrerwähnten Fläche zweiten Grades, in beiden Fällen. Die Eulerschen Integrale waren $2T$ und $2T \cdot \varkappa$, wenn T die lebendige Kraft, und $\frac{1}{\sqrt{\varkappa}}$ den Abstand der invariablen Ebene vom Mittelpunkte des Trägheitsellipsoids bezeichnet. Verfasser leitet die entsprechenden Gröfsen T' und $\varkappa'$ für das konjugierte System als Funktionen von T bezw. $\varkappa$ ab, und zwar ergiebt sich $\varkappa'$ als gebrochene Funktion ersten Grades von $\varkappa$, deren Koeffizienten ganze Funktionen der Halbachsen beider Flächen sind, und T' als der Gröfse T proportional, wenn der Proportionalitätsfaktor eine Funktion derselben Halbachsen und aufserdem der Gröfse $\varkappa$ ist. Natürlich ist, wie oben die neue Fläche zweiten Grades, so hier die neue invariable Ebene als reell vorausgesetzt.

Den Schlufs der Arbeit bildet die, wie oben erwähnt und begründet wurde, nur in einem bescheidenen Umfange mögliche mechanische Au-

deutung der gewonnenen Ergebnisse. Die neue Bewegung läfst sich aus der ursprünglichen durch Kombination der letzteren mit einer Rotation von einer angebbaren, im allgemeinen veränderlichen Gröfse um die Normale einer angebbaren Ebene von im allgemeinen veränderlicher Lage erhalten. Die Rotation wird konstant, wenn zwei Komponenten der Winkelgeschwindigkeit gleiche Änderungen erleiden. Die invariable Ebene fällt mit jener (im allgemeinen) veränderlichen Ebene zusammen im Sylvesterschen Fall, und noch speziellere Annahmen ergeben den Darbouxschen Fall.

3. **Bochum.** Städt. Oberrealschule. Nr. 380. Oberl. Dr. G. Beyse. *Schul-Flora von Bochum.* I. Teil. 57 S. 8°.

Wie der Titel der Arbeit sagt, will Verfasser mit derselben ein Schulbuch liefern, und zwar ein solches, welches dem Schüler die ihm innerhalb der kleinsten möglichen Sphäre, also der nächsten Umgebung seines Wohnorts, begegnenden Pflanzen mit Leichtigkeit und Sicherheit zu bestimmen ermöglicht. Das wissenschaftliche Material zu seiner Arbeit stand dem Verfasser schon vollständig zur Verfügung, da eine im Jahre 1887 als Beilage zum Jahresbericht des Bochumer Gymnasiums erschienene Abhandlung des Oberlehrers F. Humpert ein systematisches Verzeichnis aller in Betracht kommenden Blütenpflanzen enthält. (Ob auch die Kryptogamen in einem späteren Teile der vorliegenden Arbeit Aufnahme finden sollen, ist nicht angegeben.) Um seiner Aufgabe in didaktisch-pädagogischer Hinsicht gerecht zu werden, schied Verfasser von diesem Verzeichnis etwa hundert seltene und unbeständige Arten aus, wählte durchweg, der mehr und mehr vorherrschenden Richtung folgend, deutsche Bezeichnungen (denen er jedoch die lateinischen Namen beifügte) und führte nach bekannten Mustern die Zweiteilung streng durch. Um die Bestimmung zu erleichtern, vermeidet er Ausdrücke von unbestimmter oder nur relativer Bedeutung und giebt, wo es irgendwie wünschenswert erscheint, mehrere Unterscheidungsmerkmale an; um die Bestimmung zu vereinfachen, liefert er für Familien, Gattungen und Arten je einen besonderen Schlüssel, von denen aber der erstgedachte erst am Schlusse der ganzen Arbeit erscheinen soll. Die Anordnung der Pflanzen erfolgt nach Garcke, Flora von Deutschland, und der bekannten westfälischen Provinzialflora von Karsch. Um den Charakter eines Schulbuches zu wahren, fügt Verfasser, über den nächsten Zweck der blofsen Bestimmung der Pflanzen hinausgehend, auch jeder Familie und Gattung ihre Merkmale hinzu. Der vorliegende I. Teil umfafst etwa zwei Drittel der Polypetalae, also beiläufig ein Drittel des gesamten in Betracht kommenden Materials.

4. **Paderborn.** Königl. Gymnasium. Nr. 360. Oberl. Dr. W. Krimphoff. *Der Koordinatenbegriff und die Kegelschnitte in elementarer Behandlung.* II. Teil. 9 S. und 18 Fig. im Text. 4°.

Nachtrag zu Ostern 1893.

1. **Paderborn.** Königl. Gymnasium. Nr. 361. Der oben genannten Abhandlung I. Teil. 32 S. u. 19 Fig. im Text. 8°.

Die Abhandlung lehnt sich in Auswahl und Behandlung des Stoffes namentlich an erprobte französische Lehrbücher an, indem sie nicht sowohl systematische Vollständigkeit erstrebt, als vielmehr das Hauptgewicht auf die methodische Behandlung legt, die sie zugleich durch fortwährendes Zurückgehen auf die Anschauung mit der bisher vom Schüler ausschliefslich geübten synthetischen Behandlung der Planimetrie in inneren

Zusammenhang zu setzen sucht. Aus diesem Grunde, verzichtet Verf. auf die Diskussion der allgemeinen Gleichung zweiten Grades sowie auf andere Betrachtungen rein analytischen Charakters, während er die Beifügung einer Sammlung von Aufgaben zu unterlassen durch Raummangel genötigt wird. Nach einer sehr ausführlichen Definition des rechtwinkligen Koordinatensystems, an die sich die Darlegung der Parallelverschiebung unmittelbar anschliefst, wird, zunächst für besondere Fälle, dann für den allgemeinen Fall, die Gleichung der Geraden abgeleitet, und unmittelbar darauf, in ähnlicher Stufenfolge, die des Kreises. Hieran schliefst sich die Definition der Polarkoordinaten, worauf ein längerer Abschnitt sich mit der Ellipse beschäftigt. Derselbe leitet die wichtigsten Eigenschaften der genannten Kurve auf synthetischem Wege her, enthält Angaben über Ordnung und Klasse der Ellipse, stellt dieselbe — an der Hand einer etwas fragwürdigen Figur — auch als rechtwinklige Projektion eines Kreises auf eine Ebene dar, giebt den auf Grund der Exhaustionsmethode berechneten Flächeninhalt der Ellipse an und liefert erst am Schlufs die Gleichung derselben, und zwar in drei verschiedenen Gestalten, als Mittelpunkts-, Scheitel- und Polargleichung, zugleich mit einer Anleitung zur „graphischen Darstellung von Gleichungen."

Ähnlich, nur in kürzerer Darstellung, werden dann im zweiten Teile der Abhandlung (s. oben S. 367 Nr. 4) die Parabel und die Hyperbel behandelt. Auch hier steht die synthetische Form der Untersuchung im Vordergrunde; auch hier werden Ordnung und Klasse, sowie die wichtigsten Eigenschaften der genannten Kurven auf dem Wege Euklidischer Beweismethode abgeleitet, während ihre Gleichungen, abermals in dreifacher Gestalt, anhangsweise folgen, ohne zur Herleitung von Ergebnissen benutzt zu werden. Den Beschlufs bildet eine kurze, gleichfalls auf synthetische Betrachtungen gestützte und trotz ihrer Kürze noch durch einige etymologische und historische Angaben gewürzte Darstellung der behandelten Kurven in ihrer Eigenschaft als Kegelschnitte.

Bemerkung der Redaktion.

Die Programmschau der Provinz Westfalen ist in Ermangelung eines geeigneten Referenten leider sehr lückenhaft geblieben. Von 1880 u. 1881 wurde sie bearbeitet von Reidt (Hamm) in Jahrg. XIII (1882) S. 142 etc. Dann erst wieder in Jahrg. XIX (1888) S. 116 ff. von Schlegel (Hagen). Von da ab wieder grofse Pause und Lücke. Es sollen daher, wie bei Baden (s. hier S. 362) in den nächsten Heften, oder im nächsten Jahrgang, wenigstens die Titel der früher erschienenen Programme der Vollständigkeit halber angeführt werden. —

C. Zeitschriftenschau.

Vacat.

(s. nächstes Heft.)

D. Bibliographie.

März 1895.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Prüfungsordnung für das Lehramt an humanistischen und technischen Unterrichtsanstalten (Bayern). Allerhöchste Verordnung vom 21. I. 95. (42 S.) München, Rieger. 0,[illegible]

Dasselbe. (44 S.) Ansbach, Brügel. 0,40.

Briefe eines Vaters an seinen Sohn, nach dessen Abgang auf die Universität. (104 S.) Breslau, Schles. Buchdruckerei. 1,00.

Reinstein, Sem.-Oberl., Die Frage im Unterricht. Zugleich Versuch einer prakt. Logik. 5. Aufl. (167 S.) Lpz., Leuckardt. 1,50.

Amicus iuventutis, Unsere Primaner. (16 S.) Lpz., Pfau. 0,50.

Werbatus, Schulinsp., Kurz gefafste und populär gehaltene psychologische Anthropologie als Unterlage der Pädagogik. (55 S.) Riga, Stieda. 1,40.

Schuster, Dir. a. D., Dr., In welche Schule schicke ich meinen Sohn? Wie steht es mit den Berechtigungen? Praktische Winke von einem alten Schulmanne. (36 S.) Hannover, Nordd. Verlagsanstalt. 0,75.

Bruhns, Dir., Die Schulwerkstätte in ihrer Verbindung mit dem theoret. Unterricht. (32 Taf. u. 69 S. Text.) Wien, Hölder. 3.00.

Janke, Otto, Über den Unterricht in der Gesundheitslehre. (163 S.) Hamburg, Vofs. 2,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Böttger, Realsch.-Oberl., Die ebene Geometrie. Für den Unterricht an der Realschule bearb. (137 S.) Lpz., Dürr. 1,80.

Wildt, Praktische Beispiele aus der darstellenden Geometrie für Lehranstalten mit bau- oder kunstgewerblicher Richtung. Reichenberg, Fritsche. In Lfgn. à 12 Taf. u. Text. à 14,00.

Eberhard, Prof. Dr., Die Grundlage der ebenen Geometrie. 1. Bd. (302 S.) Lpz., Teubner. 14,00.

—, Über die Grundlagen und Ziele der Raumlehre. [Aus vorigem Werk.] (29 S.) Ebda. 1,60.

Gundelfinger, S., Vorlesungen aus der analytischen Geometrie der Kegelschnitte. (434 S.) Ebda. 12,00.

Wekwerth, Gewerbeschuldir., Sammlung von Aufgaben aus der niederen Mathematik für den Gebrauch an Baugewerkeschulen und anderen technischen und höheren Lehranstalten. (171 S.) Lpz., Seemann. 1,60.

2. Arithmetik.

Prams, Reallehrer, Die Absolutorialaufgaben in Bayern. Aufg. aus der kaufmänn. Arithmetik, Buchführung u. Handelskunde an den bayerischen Real- und Handelsschulen. (64 S.) Nürnberg, Koch. 0,70.

Grofsmann, Dir. Dr., Die Mathematik im Dienste der Nationalökonomie unter Rücksichtnahme auf die praktische Handhabung der Disciplinen der Finanzwissenschaft und Versicherungstechnik etc. Für Versicherungs- und Bankinstitute, sowie auch Lehrkräfte höherer Bildungsanstalten. Suppl. Bd. IV. (80 S.) Wien, Selbstverlag. Sofienbrücke 14. 5,00.

Holzmüller, Dir, Dr., Methodisches Lehrbuch der Elementarmathematik. 3. (Schlufs-) Teil: Lehr- und Übungsstoff zur freien Auswahl für die Prima realistischer Vollanstalten und höherer Fachschulen etc. (224 S.) Lpz., Teubner. Geb. 2,80.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie, Mechanik.)

Beyrich, Konr., Das System der Übergewalt oder das analytisch-synthetische Prinzip der Natur. Ein Beitrag zur Weltäther-, Stoff- und Kraftlehre und zur Lösung naturphilosophisch-kosmischer Probleme in elf Hauptthesen. (164 S.) Berlin, Oppenheim. 3,60.

Förster, Dir. Dr. u. Prof. Dr. Lehmann, Die veränderlichen Tafeln des astron. u. chronolog. Teils des kgl. preufs. Normalkalenders für 1896. (153 S.) Berlin, Statist. Bureau. 5,00.

Physik.

Schollmeyer, Die Wunder des Lichtes. Gemeinverständliche Darstellung des Wissenswertesten aus der Lehre vom Lichte. (75 S.) Neuwied. Heuser. 1,50.

Tyndall, John, Fragmente. Übers. v. Anna von Helmholtz u. Estelle du Bois Reymond. (566 S. mit Bildnis.) Braunschweig, Vieweg. 8.00.

Netoliczka, weil. Prof. Dr., Methodik der Naturlehre. 2. Aufl. v. Sem.-Prof. Kraus. (165 S.) Wien, Pichler. 2,40.

Lambrecht, Wo und wie soll man Wettersäulen bauen? (24 S.) Göttingen, Vandenhoek. 1,00.

Lampa, Dr., Naturkräfte und Naturgesetze. Gemeinverständliche Vorträge. (424 S.) Wien, J. Brand. 2,80.

Sattler, Schulinsp., Aufgaben aus der Physik und Chemie. Ein Wiederholungs- u. Übungsbuch. (200 S.) Braunschweig, Vieweg. 1,60.

Zickler, Prof., Das Universal-Elektrodynamometer. (32 S.) Berlin, Springer. 1,00.

Chemie.

Altmann, Dr., Grundrifs der Chemie. Leitfaden für den Unterr. an landwirtsch. Lehranstalten. 1. Unorgan. Chemie (145 S.) Lpz., Landwirtsch. Schulbuchhandlg. 2,00.

Meyer, Dr., Die künstlich erzeugten organischen Farbstoffe. Neuere Entwicklung der Theerfarbenindustrie. (249 S.) Braunschweig, Vieweg. 6,40.

Grebe, Dr., Die Dynamik der Photochemie. (14 S.) Kassel, Hühn. 0,50.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Pfeffer, Dr., Die Entwickelung. Eine naturwissenschaftliche Betrachtung. (42 S.) Berlin, Friedländer. 1,20.

2. Botanik.

Askenasy, Prof. Dr., Über das Saftsteigen. (23 S.) Heidelberg, Winter. 0,60.

Kozeschnik, Grundrifs der Botanik mit bes. Berücksichtigung der landwirtsch. Culturpflanzen. (246 S.) Lpz., Landwirtsch. Schulbuchh. 2,40.

Spelter, Oberl., Über das Wandern der Pflanzen. (35 S.) Hamburg, Verlagsanstalt. 0,80.

Ludwig, Gymn.-Prof. Dr., Lehrbuch der Biologie der Pflanzen. (604 S.) Stuttgart, Enke. 14,00.

3. Mineralogie.

Greim, Dr., Die Mineralien des Großherzogtums Hessen. (60 S.) Gießen, Roth. 1,00.

Fraas, Dr., Geognostische Wandkarte von Württemberg, Baden und Hohenzollern. 1 : 280000. 4 Blatt à $57\frac{1}{2} : 44\frac{1}{2}$. Stuttgart, Schweizerbart. 12,00.

Eschner, Technologische Wandtafeln. Nr. 3. Hochofen. 82 cm : $61\frac{1}{2}$ cm. Farbendruck. Lpz., Schulbilderverlag. 1,40.

Geographie.

Peters, Dr., Das deutsch-ostafrikanische Schutzgebiet. Mit 23 Vollbildern 21 Textabb. und 3 Karten. (467 S.) München, Oldenbourg. 17,00.

Geistbeck, Dr. A. u. F. Engleder, Geographische Typenbilder. Text zu den Wandbildern von Dr. Geistbeck. (24 S.) Dresden. Fröbelhaus. 1,50.

Geistbeck, Dr., Über Systematik und Induktion im Geographieunterrichte. (39 S.) München, Ackermann. 0,80.

Baschin u. Dr. Wagner, *Bibliotheca geographica* Herausgeg. v. d. Ges. für Erdkunde in Berlin. 1. Bd. Jahrg. 1891 u. 1892. (506 S.) Berlin, Kühl. 10,00.

Gaebler, Schulwandkarte von Europa. 1 : 3 200 000. Politische Ausgabe. Lpz., Lang. 14,00.

Kiepert, Dr., Karte v. Deutsch-Ostafrika in 29 Blatt. Berlin, Reimer. à 1,80.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Hrabák, Oberbergrath, Praktische Hilfstabellen für logarithmische und andere Zahlenrechnungen. 3. Ausg. (253 S.) Lpz., Teubner. Geb. 3,00.

Reidt, Fr., Einleitung in die Trigonometrie und Stereometrie für die Untersekunda höherer Lehranstalten. 2. Aufl. (35 S.) Berlin, Grote. 0,30.

Rothe, Realschuldir., Krystallnetze zur Verfertigung der beim mineralogischen Anschauungsunterricht vorkommenden wichtigsten Krystallgestalten. (8 Taf. enth. 52 Netze.) 10. Aufl. Wien, Pichler. 1,25.

2. Naturwissenschaften.

Hertz, weil. Prof. Dr., Über die Beziehungen zwischen Licht u. Elektrizität. 9. Aufl. (27 S.) Bonn, Strauſs. 1,00.

Krass u. Landois, Dr. Dr., Lehrbuch für den Unterricht in der Naturbeschreibung. 1. Zoologie. 4. Aufl. (346 S.) Freiburg, Herder. 3,30.

Dodel, Prof. Dr., Moses oder Darwin? Eine Schulfrage. Allen Freunden der Wahrheit zum Nachdenken vorgelegt. 5. Aufl. (166 S.) Stuttgart, Dietz. 1,00.

Elsner, Dr., Die Praxis des Chemikers bei Untersuchung von Nahrungs- und Genuſsmitteln etc. 6. Aufl. Hamburg, Voſs. In 10 Lfgn. à 1,25.

Arendt, Prof. Dr., Bildungselemente u. erziehlicher Wert des Unterrichts in der Chemie an niederen und höheren Lehranstalten. 2. Abdruck. (102 S.) Ebda. 2,00.

Wallentin, Gymn.-Dir. em. Privatdoc. Dr., Grundzüge der Naturlehre für die unteren Klassen der Realschulen. 2. Aufl. (148 S.) Wien, Pichler. Geb. 2,00.

Graetz, Prof. Dr., Die Elektrizität u. ihre Anwendungen. Ein Lehr- u. Lesebuch. 5. Aufl. (511 S.) Stuttgart, Engelhorn. 7,00.

3. Geographie.

Neumayr, Prof. Dr., Erdgeschichte. 2. Aufl. von Prof. Dr. V. Uhlig. In 28 Heften. Bibliogr. Institut. à 1,00.

Gild, Rekt., Landeskunde der Prov. Hessen-Nassau. 2. Aufl. (46 S.) Breslau, Hirt. 0,40.

April 1895.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Preufsische Statistik (amtliches Quellenwerk). Heft 125: Statistik der preufs. Landesuniversitäten f. d. Studienjahre Mich. 1890—91 u. 91—92. (652 S.) Berlin, Statist. Bureau. 16,80.

Lewy, W., Experimentelle Untersuchungen über das Gedächtnis. (62 S.) Hamburg, Vofs. 1,50.

Tafel der ansteckenden Krankheiten, die sich in den Schulen entwickeln oder verbreiten können. Leipzig, Grumpelt und Böhm. 0,80.

Was willst du werden? Die Berufsarten des Mannes in Einzeldarstellungen. Der akademisch gebildete Lehrer. (44 S.) Leipzig, Beyer. 0,50.

Krier, Dir., Die Höflichkeit. 20 Konferenzen. 4. Aufl. (204 S.) Freiburg, Herder. 1,00.

Burgerstein, Dr. u. Dr. Netolitzky, Handbuch der Schulhygiene. (429 S. mit 154 Abb.) Jena, Fischer. 10,50.

Kretzschmar, ehem. Realsch.-Dir., Die Einheitlichkeit des Unterrichts im Schulorganismus. Mit bes. Berücksichtigung der preufs. Schulgesetzgebung dargestellt. Ein Vademecum für jeden Schulleiter. (132 S.) Berlin, Driesner.

Volkmann, F., Synthesen zur Erzielung vollkommenerer Grade der Gesundheit. (13 S.) Wien, Szelinski. 0,20.

Gemfs, Prof. Dr., Statistik der Gymnasialabiturienten im Deutschen Reich während der letzten 3 Schuljahre. 4°. (25 S.) Berlin, Weidmann. 1,00.

Kehreins Überblick der Geschichte der Erziehung u. des Unterrichts, bearb. v. Prof. Dr. Kayser. 10. Aufl. (254 S.) Paderborn, Schönigh. 2,50.

Rappold, Prof., Beiträge zur hygienischen Revision unserer Mittelschulen. (11 S.) Wien, Pichler. 0,40.

Zange, Realgymnasialdir. Dr., Realgymnasium u. Gymnasium gegenüber den grofsen Aufgaben der Gegenwart. Festrede. (29 S.) Gotha, Schloefsmann. 0,60.

Jahresverzeichnis der an den deutschen Schulanstalten erschienenen Abhandlungen. VI 1894. (73 S.) Berlin, Ascher. 2,20.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Bützberger, Dr., Kurzer Lehrgang der ebenen Trigonometrie mit vielen Aufgaben und Anwendungen. (38 S.) Bern, Wyfs. 1,20.

Mahler, Gymn.-Prof., Ebene Geometrie. (155 S.) Stuttgart, Göschen. Geb. 0,80.

2. Arithmetik.

Speckmann, Über unbestimmte Gleichungen. (11 S.) Dresden, Koch. 0,50.

Puchberger, Eine allgemeinere Integration der Differentialgleichungen. II. (48 S.) Wien, Gerold. 1,60.

B. Angewandte Mathematik.

Astronomie. Geodäsie. Mechanik.

Gruson, H., Im Reiche des Lichtes. Sonnen, Zodiakallichte, Kometen. (263 S. m. 57 Fig. u. 8 teilweis farb. Taf.) Braunschweig, Westermann. 8,00.
Suess, Prof. Dr., Einige Bemerkungen über den Mond. (34 S.) Wien, Tempsky. 0,70.
Valentiner, Prof. Dr., Handwörterbuch der Astronomie. Breslau, Trewendt. In 12 Lfgn. à 3,00.
Herz, Dr., Keplers Astrologie. (148 S.) Wien, Gerold. 8,00.

Physik.

Sattler, Schulinsp., Aufgaben aus der Physik u. Chemie. Auflösungen (20 S.) werden nur an Lehrer versandt. Braunschweig, Vieweg. 0,50.
Klimpert, R., Wiederholungs- u. Übungsbuch zum Studium der allgemeinen Physik u. elementaren Mechanik. Eine Sammlung von 3000 Prüfungsfragen u. -Aufgaben nebst Antworten und Lösungen. Für Lehrer und Studierende an mittleren u. höheren Unterrichtsanstalten. Dresden, Kühtmann. 8,00.
van Bebber, Prof. Dr., Hygienische Meteorologie. Für Ärzte u. Naturforscher. (330 S.) Stuttgart, Enke. 8,00.
v. Helmholtz, Herm., Wissenschaftliche Abhandlungen. 3. Bd. (654 S. m. Bildnis.) Lpz., Barth. Geb. 18,00.
Hertz, H., Gesammelte Werke. 1. Bd. Schriften vermischten Inhalts. Herausg. v. Lenard. (368 S. m. Taf. u. Bildnis) 12,00. — 2. Bd. Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft. (296 S.) 6,00. — Ebda.
Kolonits, Fabrikinsp., Blitz u. Blitzschutzvorrichtungen. (83 S.) Essen, Baedeker. 1,50.
Kühl, W. H., Aëronautische Bibliographie 1670—1895. (51 S.) Berlin, Selbstverlag. 0,25.
Brandt, Prof. Dr., Schulphysik für die Gymnasien nach Jahrgängen geordnet. 1. Tl. (80 S.) Berlin, Simion. 1,00.
Kolbe, Oberl., Einführung in die Elektrizitätslehre. II. Dynamische Elektrizität. (187 S.) München, Oldenbourg. 3,00.
Arens, Fr., Die Erzeugung der Elektrizität. Eine populäre Darstellung der verschiedenen Hervorbringungsarten. (48 S.) Neuwied, Schupp. 0,50.
Gentsch, Ingen., Das Gasglühlicht. Dessen Geschichte, Wesen u. Wirkung. (130 S.) Stuttgart, Cotta. 2,40.
Stiefel, Dr., Die lichtempfindlichen Papiere der Photographie. (179 S.) Wien, Hartleben. 3,00.
Kotzauer, Die Luftschiffahrt u. ihre Zukunft. (40 S.) Wien, Spielhagen u. Schurich. 2,00.
Mánfai, Ing., Das gelöste Problem der Aëronautik. Vergleichende Kritik der bis heute zur Lösung der aëron. Frage in Vorschlag gebrachten Projekte. (52 S.) Ebda. 2,00.
Prasch, Die elektrotechnischen Maſse. Lehrbuch zum Selbstudium. (153 S.) Lpz., Leiner. 3,00.

Chemie.

Vorschriften betr. die Prüfung der Nahrungsmittelchemiker. (20 S.) Berlin, Hirschwald. 0,20.
Klein, Dr., Chemie. Organischer Teil. (185 S.) Stuttgart, Göschen. Geb. 0,80.

Häussermann, Prof. Dr., Die Elektricität im Dienste der chemischen Industrie. (16 S.) Stuttgart, Wittwer. 0,80.
Behrens, Prof. Dr., Anleitung zur mikrochemischen Analyse. (224 S. Hamburg, Vofs. 6,00.
Smith, Prof., Elektrochemische Analyse, übersetzt von Dr. Ebeling. (112 S.) Berlin, Weidmann. Geb. 2,50.
Georgievicz, Prof. Dr. Fr., Lehrbuch der Farbenchemie. (288 S.) Wien, Deuticke. 7,00.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Hoernes, Privatdoc. Dr., Urgeschichte der Menschheit. (156 S.) Stuttgart, Göschen. Geb. 0,80.
Lehmann, Schuldir., Zoologischer Atlas. Nach Aquarellen von Leutemann, Specht u. Schmidt in Buntdruck ausgeführt. Taf. 42—44: Uhu und Eule, Hirsch, Gemse, Eichhörnchen u. Hamster. Gröfse 0,80 : 61½. Lpz., Schulbilderverlag. à 1,40.
Grevé, Die geographische Verbreitung der jetzt lebenden Raubtiere. (280 S.) Lpz., Engelmann. 30,00.
Ganglbaur, Custos, die Käfer von Mitteleuropa. Die Käfer der österr.-ungar. Monarchie, Deutschlands, der Schweiz, sowie des franz. u. italien. Alpengebietes. 2. Bd. (Staphyliniden u. Pselaphiden.) (880 S.) Wien, Gerold. 25,00.

2. Botanik.

Dennert, Dr., Die Pflanze, ihr Bau u. ihr Leben. Mit 96 Orig.-Abb. des Verf. (143 S.) Stuttg., Göschen. Geb. 0,80.
Hempel, Das Herbarium. Praktische Anleitung zum Sammeln, Präparieren u. Konservieren von Pflanzen für ein Herbarium v. wissenschaftlichem Werte. (95 S.) Berlin, Oppenheim. Geb. 1,50.
Poppendorf, Realschll., Unsere wichtigsten efsbaren Pilze. Eine Anleitung zur sicheren Erkennung der bekanntesten efsb. Pilze. (32 S.) Berlin, Oppenheim. 0,30.
Günther, Prof. Dr. S., Die Phänologie, ein Grenzgebiet zwischen Biologie u. Klimakunde. (51 S.) Münster, Aschendorff. 1,00.

3. Mineralogie.

Kuntze, Dr., Geogenetische Beiträge. (78 S., 7 Textbilder u. 2 Profile.) Lpz., Felix. 3,00.

Geographie.

Seibert, Seminarprof., Landeskunde v. Ober-Österreich. Meth. für den Lehrgebrauch bearb. (116 S.) Wien, Lechner. 3,60.
Joest, Prof. Dr., Weltfahrten. Beiträge zur Länder- u. Völkerkunde. 3 Bde. (379, 318 und 247 S. mit 13 Taf. u. 1 Karte). Berlin, Ascher u. Co. 15,00.
Löwenberg, Geschichte der geographischen Entdeckungsreisen. Mit über 200 Abb. u. 7 Karten. 2 Tle. in 1 Band. (458 u. 418 S.) Lpz., Spamer. 5,00.
Richter, G., Physikalische Schulwandkarte von Thüringen. 1 : 150000. 4 Blatt à 58,5 cm : 72,5 cm Lpz., Lang. 12,00, aufgez. 17,00.
Kaden, Woldemar, Durchs Schweizerland. Sommerfahrten in Gebirg und Thal. Mit 6 Vollbildern, 13 Doppelbildern u. 103 Textillustr., nebst 6 Farbendruckbildern. (405 S.) Gera, Griesbach. Geb. 12,00.

Killisch, Rittmstr. a. D., Geographie. Für die Ablegung eines Examens bearb. I. Anleitung für die Bearbeitung einer geogr. Aufgabe im Examen. II. Mathematisch-astronomische Geographie. III. 100 Fragen aus der math.-astron. Geographie. (112 S.) Berlin, P. Killisch. 1,00.

Fastenrath, Christoph Columbus. Studien zur span. 4. Centenarfeier der Entdeckung Amerikas. (636 S.) Dresden, Reifsner. 8,00.

Schweiger-Lerchenfeld, v., Die Donau als Völkerweg, Schiffahrtsstrafse u. Reiseroute. In 30 Lfgn. Wien, Hartleben. à 0,50.

Baessler, Südseebilder. (371 S., 26 Taf. u. 2 Karten). Berlin, Ascher. 8,00.

Kiepert, Handkarte der deutschen Kolonien. 1 : 16 Mill. — 44 : 58 cm. Berlin, Reimer. 0,60.

—, Wandkarte der deutschen Kolonien 1 : 8000000. 2 Bl. à 87 : 59 cm. Ebda 5,00.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Lübsen, H. B., Ausführliches Lehrbuch der Analysis, zum Selbstunterricht mit Rücksicht auf die Zwecke des praktischen Lebens bearbeitet, 9. Aufl. (208 S.) Leipzig, Brandstetter. 3,60.

Lübsen, H. B., Ausführliches Lehrbuch der Elementar-Geometrie. Ebene u. körperliche Geometrie, zum Selbstunterricht mit Rücksicht auf die Zwecke des prakt. Lebens bearb. 28. Aufl. (179 S.) Ebda.

Baur, Prof. Dr., Lehrbuch der niederen Geodäsie. 5. Aufl. (579 S.) Berlin, Parey. Geb. 12,00.

Haller v. Hallerstein, Lehrbuch der Elementar-Mathematik. Nach dem Lehrplane für das k. preufs. Kadettencorps bearb. v. Prof. Dr. Hülsen. 3. Tl: Pensum der Secunda. 3. Aufl. (242 S.) Berlin, Nauck. Geb. 4,40.

Hoffmann, weil Oberl. Dr., Sammlung planimetrischer Aufgaben, nebst Anleitung zu deren Auflösung. 5. Aufl. v. Oberl. Plassmann. (211 S.) Paderborn, Schöningh. 2,70.

Autenheimer, Maschineningen. früher Prof., Elementarbuch der Differential- u. Integralrechnung mit zahlreichen Anwendungen aus der Analysis, Geometrie, Mechanik, Physik etc. f. höh. Schulen etc. 4. Aufl. (535 S.) Weimar, Voigt. 9,00.

Neumann, Kreditkassenvorst., Durchführung von Zinseszinsen-, Renten- u. Amortisationsrechnungen auf gewöhnlichem Rechnungswege durch ganz neue Anwendung der Zahlen aus den Zinseszinstabellen. 2. Aufl. (255 S.) Wien, Gerold. 4,00.

2. Naturwissenschaften.

Neumayr, Prof. Dr., Erdgeschichte. 2. Aufl. von Prof. Dr. Uhlig. 1. Bd. Allgemeine Geologie. (693 S.) Leipzig, Bibliographisches Institut. Geb. 16,00.

3. Geographie.

Dierecke, Schulatlas für höhere Lehranstalten. 31. Aufl. (158 farb. Kartenseiten.) Braunschweig, Westermann. Geb. 6,00.

Kiepert, Physikalische Wandkarten. Der grofse Ozean. 1 : 12 000 000. 4. Aufl. Berlin, Reimer. 12,00.

—, Politische Schulwandkarte von Asien. 1 : 8 000 000. 4. Aufl. Ebda. 12,00.

—, Politische Wandkarte von Afrika. 1 : 8 000 000. 5. Aufl. Ebda. 8,00.

Steub, Ludw., Drei Sommer in Tirol. 3. Aufl. mit Karte. 1. Bd. (405 S.) München, Hugendubel. 7,00.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik, Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. dergl.)

Verhandlungen der 40. Sektion (mathematischer und naturwissenschaftlicher Unterricht) der 66. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Wien.

Referent: Prof. Dr. K. Haas-Wien.

(Fortsetzung von S. 152 [Heft 2].)

3. Sitzung. Dienstag, den 25. September 1895. Nachmittag.

Vorsitzender: Prof. Feyerabendt-(Thorn).
Stellvertreter: Realschuldirektor Kleckler-(Wien).

Das historische Element im Physikunterrichte.

Vortrag des Prof. Dr. K. Haas-(Wien).

Wie eine gesunde Würze zum Genusse der Speisen reizt und ihre Aufnahme in Fleisch und Blut befördert, so giebt es auch gewisse Zuthaten des Unterrichtes, welche die Lernbegierde der Schüler wecken und die Assimilation des Lehrstoffes erleichtern. Als eine derartige Würze des physikalischen Unterrichtes möchte ich das historische Element bezeichnen. Es ist vor allem ein mächtiges Mittel zur Erregung des Interesses der Schüler. Wird ihnen der Kampf, den große Geister mit tausendjährigen Irrtümern und Vorurteilen geführt haben, in fesselnder Weise vorgeführt, sehen sie die Vernunft über schier unüberwindlich scheinende Schwierigkeiten und Feindschaften triumphieren, so lohnt die Schilderung die rege Teilnahme, die atemlose Spannung der Schüler, die im Geiste die Kämpfe mitkämpfen, die Drangsale der Entdecker mit durchleben.

Ein weiterer Vorzug des historischen Elementes ist sein ethischer Wert. Der Jüngling begeistert sich nicht nur für glänzende Beobachtungsgabe und divinatorischen Scharfsinn; er lernt auch peinliche Gewissenhaftigkeit, unermüdlichen Fleiß und unentwegte Ausdauer kennen und bewundern; er lernt das Dichterwort verstehen:

Da, da spanne sich des Fleißes Nerve
Und beharrlich ringend unterwerfe
Der Gedanke sich das Element.
Nur dem Ernst, den keine Mühe bleichet,
Rauscht der Wahrheit tief versteckter Born;
Nur des Meißels schwerem Schlag erweichet
Sich des Marmors sprödes Korn.

Schiller. Das Ideal und das Leben.

Was vermag kräftiger auf die Charakterbildung der heranreifenden Generation einzuwirken als das Vorbild der Heroen unserer Wissenschaft, welche geistige Gröfse mit selbstloser Bescheidenheit paarend, der Erforschung der Wahrheit, die Freiheit, ja selbst das Leben opferten? Wie erfolgreich läfst sich an der Hand ihres Lebensganges das jugendliche Vorurteil widerlegen, dafs das Genie spielend seine Entdeckungen mache, dafs es seine Kränze

„Oft im Spazierengehn bequem erreiche“

Goethe. Torquato Tasso.

Solcher Aberglaube wird gründlich ausgetilgt, wenn der Jüngling hört, dafs Keppler nach Auffindung der ersten zwei Gesetze neun Jahre mühevoller Arbeit brauchte, um das dritte zu finden; dafs es ihm dreijähriges Nachdenken kostete, die Ursachen der Kurz- und Weitsichtigkeit zu ergründen.

Die Geschichte der Erfindungen ist besonders geeignet, die Jugend mit den Schwierigkeiten, welche sich neuen Ideen stets entgegenstellen, vertraut zu machen und sie auf die Langsamkeit ihrer Entwickelung hinzuweisen. Trifft man doch selbst unter den Gebildeten viele, welche meinen, dafs Erfindungen wie das Thermometer, die Dampfmaschine u. s. w. fix und fertig dem Kopfe eines glücklichen Erfinders entsprungen seien, während in Wirklichkeit die Gedankenarbeit von Generationen dazu gehörte, diese Apparate zu ihrer heutigen Vollkommenheit zu bringen.

Ich gehe nun zur Besprechung jener Faktoren über, durch welche das historische Element beim Physikunterrichte gefördert und unterstützt wird.

Eine der wesentlichsten Vorbedingungen wird natürlich darin liegen, dafs dem Lehrer die Möglichkeit geboten ist, sich in der Geschichte seiner Wissenschaft zu orientieren und das für seine Zwecke Passende auszuwählen. Eine Reihe trefflicher Werke bietet in dieser Hinsicht Anregung und Belehrung.

Von älteren Werken erwähne ich nur: Fischer, Geschichte der Physik und Whewell, Geschichte der induktiven Wissenschaften; von jüngeren: Poggendorfs Geschichte der Physik und sein biographisch-litterarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exakten Wissenschaften; Hellers Geschichte der Physik, welche besonders wegen der eingehenden Behandlung des Lebens und Entwicklungsganges berühmter Physiker zu empfehlen ist (leider fehlt bei derselben das für unsere Zwecke so nötige Sachregister); die in grofsen Zügen angelegte, bis in die neueste Zeit reichende Geschichte von Rosenberger mit ihren synchronistischen Tabellen; das knappe, aber treffliche Büchlein von Gerland, das auch eine ausführliche Litteraturübersicht enthält; endlich die Programmarbeit von Daurer,*) die sich durch geschickte Auswahl, zuverlässiges Material und handliche Anordnung auszeichnet. Die Entwickelung der Mechanik hat in den bekannten Büchern von Mach und von Dühring originelle und lichtvolle Darstellungen gefunden. Eine Fundgrube für den Unterricht ist das Studium der Originalwerke der Meister unserer Wissenschaft; in dieser Richtung sind Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften besonders hervorzuheben.

Da aber das lebendige Wort eine deutlichere, eindringlichere Sprache redet als das Buch, so kann ich hier den Wunsch nicht unterdrücken, dafs das Beispiel Poggendorffs, der durch viele Jahre an der Berliner Universität Vorlesungen über Geschichte der Physik hielt, auch an unsern Universitäten Nachfolger finden möge.

---

*) Biographische Notizen über hervorragende Männer, welche beim Physikunterricht genannt werden, gesammelt von Franz L. Daurer. XXXVIII. Jahresbericht der Wiedener Communal-Oberrealschule in Wien.

Über die bloſse Nennung der Namen der Entdecker und Erfinder hinaus drängen einzelne Kapitel zu einer historischen Behandlung; so z. B. die Lehre von der gleichförmig beschleunigten, respektive verzögerten Bewegung im Anschlusse an die Untersuchungen Galileis; die Lehre von der Centralbewegung, die vom ptolemäischen Weltsysteme zum kopernikanischen, zu Kepplers Gesetzen und zu Newtons Gravitationstheorie führt; eine historische Skizze, welche gleichzeitig zeigt, wie sich die Gesetze und Hypothesen aus der Beobachtung heraus entwickeln; der Streit zwischen der Emissions- und der Undulationstheorie. Bei einzelnen Erfindungen (Thermometer, Dampfmaschine, Telegraph) wird man wohl in gedrängter Kürze die wichtigsten Phasen ihrer Entwickelung besprechen.

Beim Telegraphen wird man wohl auch — zumal am Gymnasium — einige Worte über die Feuer- und Flaggentelegraphie der Griechen und über die akustische Telegraphie der alten Gallier einflechten dürfen. Auch halte ich das Vorführen der Abbildungen der Originalapparate, wie solche in Machs historisch-kritischer Darstellung der Entwickelung der Mechanik, in Gerland und Poggendorf, in Reuleaux Geschichte der Dampfmaschine geboten werden, für sehr instruktiv; namentlich, wenn solche Abbildungen entsprechend vergröſsert und der Betrachtung der Schüler durch längere Zeit im Lehrzimmer zugänglich gemacht werden.

Ein weiteres Hilfsmittel sind chronologische Tabellen über die Entwickelungsstufen von einzelnen Gebieten der Physik, die im Lehrzimmer angebracht werden. Auch Stellen aus griechischen und römischen Autoren, die sich auf die physikalischen Kenntnisse der Alten beziehen, lasse ich zur geeigneten Zeit unter Glas und Rahmen im Lehrzimmer anbringen; so die schöne Stelle über magnetische Induktion in Platons Jon, die Erzählung von der Entdeckung des Archimedischen Gesetzes bei Vitruv, die Stelle von der Auffindung des Grabes des Archimedes in Ciceros Quaestiones Tusculanae, die Verse des Provençalen Guiot, in denen er die schwimmende Magnetnadel besingt u. s. w.

Bezüglich des biographischen Materials wird man sich natürlich auf die hervorragendsten Physiker beschränken müssen und auch von diesen nur die wichtigsten Züge hervorheben können. So wären beispielsweise bei Besprechung der Zentralbewegung Kopernicus, Keppler, Newton, bei der Pendelbewegung Galilei und Huyghens zu besprechen. Eine wirksame Stütze des Gedächtnisses und zugleich eine Zierde des Lehrzimmers sind gelungene Bildnisse der betreffenden Physiker. An Bezugsquellen ist kein Mangel.

In Wien haben die Firmen Lenoir und Forster und Alois Pichlers Wittwe und Sohn Sammlungen von Bildnissen bedeutender Physiker herausgegeben (letztere zu sehr billigen Preisen). In Leipzig erschien bei der, durch ihren physikalischen Verlag bekannten Firma Johann Ambrosius Barth eine Sammlung vorzüglich ausgeführter Portraits (Helmholtz, Hertz, Kirchhoff, Wiedemann, Ohm) zu verhältnismäſsig billigem Preise (1½ Mark); daselbst hat auch die Firma Otto August Schulz das Sammeln und den Verkauf von Portraits berühmter Naturforscher und Ärzte zu ihrer Spezialität gemacht. In England hat die Firma Macmillan u. Co., in London eine Sammlung von künstlerisch ausgeführten Stahlstichen bedeutender Naturforscher unter dem Titel: *Scientific Worthies* veröffentlicht. Endlich freue ich mich bei dieser Gelegenheit auf ein in jüngster Zeit von meinem Freunde Professor Dr. Höfler und von Professor Dr. Maiſs geplantes Unternehmen aufmerksam machen zu können. Sie beabsichtigen unter Mitwirkung des Dozenten für Kunstgeschichte an unserer technischen Hochschule, Herrn Dr. Bodenstein, eine Sammlung von Diapositiven anfertigen zu lassen und so ein sehr wirksames Hülfsmittel für den biographischen Teil des Physikunterrichtes zu schaffen. Da es aber sehr wichtig und wünschenswert ist, daſs die Diapositive nach möglichst authentischen Bildnissen angefertigt werden, so soll auf Grund eines groſsen Portrait-

verzeichnisses (von ca. 83 000 Nummern) vorgegangen werden, in welchem die Provenienz der einzelnen Bildnisse angegeben ist.

Als ein Anregungsmittel für den biographischen Teil des Physikunterrichtes pflege ich im Physiksaale Gedenktafeln anzubringen, die unter dem jeweiligen Datum die Geburts- und Sterbetage berühmter Physiker mit Notizen aus ihrem Leben und mit Angabe ihrer wichtigsten Entdeckungen enthalten. Bei den fremdländischen Physikern wird auch die Aussprache ihres Namens angegeben. Auch das Datum bedeutender Entdeckungen z. B. der Auffindung der Keppler'schen Gesetze, der Entdeckung des Sauerstoffes, der ersten Beobachtung der Protuberanzen, wird in diesen Tafeln erwähnt.

Eine Berücksichtigung des historischen Elementes kann bei der Wiederholung einzelner Partien des Lehrstoffes (namentlich für die Maturitätsprüfung) in der Weise erzielt werden, dafs man entweder den einzelnen Abschnitten ein kurze historische Übersicht vorausgehen läfst oder an eine bedeutende Persönlichkeit, z. B. Gallilei, Bunsen, eine Reihe von Fragen anschliefst, die sich auf deren Entdeckungen beziehen.

Kurze Übersichten über die Entwickelung einzelner Gebiete der Physik in Form historischer Rückblicke hat Direktor Dr. Anton Kauer in seinen trefflichen Lehrbüchern gegeben. „Eine kurze zusammenhängende und übersichtliche Darstellung der Entwickelungsperiode zu geben, welche die Wissenschaft bis zu ihrer gegenwärtigen Gestaltung durchlaufen hat unter Angabe der Untersuchungsgebiete sowie der bei der Untersuchung angewandten Methoden, wie dies Dr. Christian Krenzlin in einem ausgezeichneten Programm-Aufsatze*) vorschlägt, dem ich manche wertvolle Anregung verdanke, das halte ich bei der überaus knapp bemessenen Zeit nicht für ausführbar.

Eine Gelegenheit zum Einflechten von historischem Material bieten auch die physikalischen Aufgaben, welche auf historische Daten zurückgehen (z. B. die Bestimmung der Gold- und Silbermenge in der Krone des Hiero; die Berechnung der Höhe der Kuppel des Domes zu Pisa aus den Pendelschwingungen durch Galilei, die Versuche Coulombs zur Ermittelung des Verhältnisses der Wirkungen eines Stabpoles in verschiedenen Entfernungen.) Solche Aufgaben werden immer der lebhaftesten Aufmerksamkeit der Schüler sicher sein.

Aufserhalb der Lehrstunde kann das Interesse der Schüler für das historische Element durch passende Lektüre gefördert werden, wenn die Schülerbibliothek mit den einschlägigen Büchern versehen ist.

Hier wäre zu nennen: Gerlands Geschichte der Physik; Netoliczka und Wachlowski, Bilder aus der Geschichte der Physik; Reuleaux Geschichte der Dampfmaschine; Franklins Selbstbiographie; Hoffmanns Biographie Guerickes; Emsmann, Die Märtyrer der Wissenschaft; Aragos James Watt und seine *Éloges académiques* (einige derselben sind mit Vorrede und Kommentar in der Weidmannschen Ausgabe französischer Klassiker erschienen); Oliver Lodge, *Pioneeers of Science*. (London, Macmillan u. Co.)

Endlich möchte ich noch darauf hinweisen, dafs auch der Unterricht in den anderen Lehrfächern für die Geschichte der Physik fruchtbar gemacht werden kann. Wie nahe sich Mathematik und Physik stehen und wie sehr sich der Unterricht in diesen Fächern (auch was das historische Element anlangt) durchdringen und befruchten kann, darüber liefse sich sehr viel vorbringen. Der Historiker wird, wenn er seiner Aufgabe voll gerecht werden will, bei seinen kulturhistorischen Übersichten des Anteils,

---

*) Über die Verwendung des geschichtlichen Elementes im physikalischen Unterrichte der höheren Lehranstalten. Von Oberlehrer Professor Dr. Christian Krenzlin. Programm des Königlichen Realgymnasiums zu Nordhausen. 1891.

den die Physik an der Entwickelung des Menschengeschlechtes hat, nicht vergessen. Andererseits wird auch der historisch gebildete Physiker passende Ausblicke auf Welt- und Kulturgeschichte nicht verschmähen. Es schadet durchaus nicht, wenn es den Schülern zum Bewufstsein kommt, dafs sie die Physik nicht blofs für die Physikstunde, die Geschichte nicht blofs für die Geschichtsstunde zu wissen brauchen. Der deutsche Unterricht könnte unserm Zwecke fruchtbar gemacht werden, wenn bei der Auswahl der Lesestücke die populären Schriften unserer grofsen Physiker berücksichtigt würden, wenn ferner hier und da die Monotonie der litteraturgeschichtlichen Themen durch einen Aufsatz physikalischen Inhaltes unterbrochen würde, in welchem sie geübt würden, die wahrgenommenen Thatsachen vollständig zu ordnen und scharf und unzweideutig auszusprechen. Wie viel die Schüler in dieser Richtung noch zu wünschen lassen, hat Helmholtz in der 3. Sitzung der „Verhandlungen über die Fragen des höheren Unterrichts“ hervorgehoben.

Selbst der Philologe wird mitunter im Stande sein, über eine Textstelle durch eine physikalische Interpretation ungeahntes Licht zu verbreiten. Er wird bei der Beschreibung des Schildes des Achilles im XVII. Gesange der Ilias, wo es vom grofsen Bären heifst:

*οἴη δ' ἄμμορός ἐστιν λοέθρων Ὠκεανοῖο**)

die Schüler darauf hinweisen, dafs diese Bemerkung für das jetzige Griechenland nicht mehr gilt. (In Folge der Praecession). Er wird auf das physikalisch treffende, das in der horazischen Bezeichnung des Echos als einer *jocosa imago* liegt, aufmerksam machen. Andererseits wird wohl auch dem Physiker an passender Stelle ein klassisches Citat gegönnt sein z. B. bei der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles die Verse des Lucretius

Ante fit ut cernas ictum quam plaga per auris
Det sonitum; sic fulgorem quoque cernimus ante
Quam tonitrum accipimus.**)

Den Nutzen dieses Zusammenwirkens der einzelnen Fächer hat schon Lessing in jenem klassischen Muster einer krystallklaren, haarscharfen Beweisführung, in seiner Abhandlung, über die Fabel, in folgenden drastischen Worten ausgesprochen:

„Ein Knabe, dessen gesammte Seelenkräfte man so viel als möglich beständig in einerlei Verhältnissen ausbildet und erweitert; den man angewöhnt, alles, was er täglich zu seinen kleinem Wissen hinzugelernt, mit dem, was er gestern bereits wufste, in der Geschwindigkeit zu vergleichen und acht zu haben, ob er durch diese Vergleichung nicht von selbst auf Dinge kommt, die ihm noch nicht gesagt worden; den man beständig von einer Scienz in die andere hinübersehen läfst, den man lehret, sich ebenso leicht vom Besonderen zu dem Allgemeinen zu erheben als von dem Allgemeinen zu dem Besonderen sich wieder herabzulassen: der Knabe wird ein Genie werden oder man kann nichts in der Welt werden.“

In der That lehrt uns die Geschichte der Wissenschaften und nicht zum geringsten jene der Physik, dafs gerade von den Grenzgebieten, welche einzelne Wissenschaften miteinander gemein haben, die gröfsten Entdeckungen ausgehen.

So haben Physiologie und Physik vereint jenen grofsen Genius hervorgebracht, der gestern in der allgemeinen Sitzung in so beredter Weise

*) Unteilhaftig ist er allein das Bades im Weltmeer.

**) Früher siehst du den Streich, bevor der Schlag im Gehöre
Schall erregt; den Blitz auch sehen wir schon sich entflammen,
Eh' noch der Donner das Ohr trifft.

von Professor Sueſs gefeiert wurde.*) Und ich halte es nicht für den kleinsten Gewinn, den unsere Jugend aus dem historischen Einblicke in unsere Wissenschaft zieht, wenn sie frühe einsehen lernt, daſs die bedeutenden Fortschritte der Kultur nicht der ängstlichen Trennung, sondern dem harmonischen Zusammenwirken der einzelnen Wissenschaften entspringen.

Der Vorsitzende spricht dem Vortragenden den Dank der Versammlung aus und zeigt an Reminiscenzen an die Vorträge Doves, wie historische Skizzen bei dem Physikunterricht dauernd nachzuwirken vermögen.

(Schluſs folgt.)

Bericht über die vierte Versammlung des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften zu Göttingen am 4. und 5. Juni 1895.

Referent: Gymn.-Oberl. Dr. Götting in Göttingen.

Nachdem schon am Vorabend, am 3. Juni, eine gemütliche Zusammenkunft die bereits eingetroffenen fremden und die Göttinger Teilnehmer der Versammlung im Stadtpark vereinigt hatte, begannen die Verhandlungen, an denen 68 Herren teilnahmen, in der Aula des Gymnasiums am Morgen des 4. Juni 9 Uhr.

Die erste Sitzung wurde eröffnet durch eine Ansprache des Gymnasialdirektors Prof. Dr. Viertel (Göttingen), der zunächst die Versammlung in den Räumen des Gymnasiums aufs Herzlichste willkommen heiſst. Sodann gedenkt er der Bestrebungen des Vereins, der es sich zur Aufgabe gemacht habe, in Gemeinschaft mit Fachgenossen die vielfachen Fragen des Unterrichts in Disziplinen zu besprechen, von denen die eine, die Mathematik, gemäſs ihrer Bedeutung für den Jugendunterricht längst ihre Stellung als den Sprachen gleichberechtigter Faktor gefunden und infolge dessen eine gesicherte Methode des Unterrichts entwickelt habe, während die Mehrzahl der naturwissenschaftlichen Fächer zwar als notwendiges Element der allgemeinen Bildung und des Jugendunterrichts längst anerkannt seien, aber bei der schnellen Entwickelung dieser Wissenschaften noch keine feste Methode gewonnen hätten und deshalb ihrem pädagogischen Werte nach noch sehr verschieden beurteilt würden. Daſs diese Bestrebungen des Vereins nicht nur in den Reihen der Fachgenossen, sondern weit darüber hinaus Anerkennung und lebhaftes Interesse fänden, zeige bei der heutigen Versammlung die zahlreiche Beteiligung von Mitgliedern der hiesigen Hochschule, bei der das Bedürfnis nach Fühlung mit der Schule schon längst empfunden und in den Ferienkursen feste Gestalt gewonnen habe. Er schlieſst mit dem Wunsche, daſs die Tage zur vollen Befriedigung der Teilnehmer verlaufen und in ihnen das Gefühl zurücklassen mögen, daſs diese Beratungen der deutschen Schule einen namhaften Dienst geleistet hätten.

Darauf begrüſst Herr Prof. Pietzker (Nordhausen) im Namen des Hauptvorstandes die Versammlung. Er dankt zunächst der Unterrichtsverwaltung, die durch den gewährten Urlaub den Besuch dieser Versammlung den Mitgliedern des Vereins ermöglicht habe, dann übermittelt er der Versammlung die Grüſse des eigentlichen Geschäftsführers der Versammlung, des Herrn Direktor Hamdorff (Guben), der lebhaft bedauere, der Versammlung fern bleiben zu müssen.

*) Helmholtz.

Darauf gedenkt er der Mitglieder, die dem Verein im Laufe des letzten Jahres durch den Tod entrissen wurden. Er nennt nur zwei Namen, August Kundt und Wilhelm Krumme. Der erstere, ein Physiker ersten Ranges, dessen wissenschaftliche Bedeutung zu würdigen, hier nicht der Ort sei, habe an den Bestrebungen des Vereins stets den lebhaftesten Anteil genommen; was der letztere dem Verein gewesen, das sei ja bekannt, er habe den Verein gewissermaſsen über die Taufe gehoben und für sein Emporblühen mit seiner ganzen Kraft gewirkt. Die Versammlung ehrt das Andenken der Toten durch Erheben von den Plätzen. Herr Prof. Pietzker führt dann weiter aus, daſs, wie die Ideen der Wissenschaft fortleben, wenn ihre Träger dahingegangen sind, indem sie von jüngeren Kräften aufgenommen und fortentwickelt werden, daſs so auch der Verein sich weiter entwickele in organischer Weise derart, daſs jede Versammlung zwar ihren besonderen Charakter habe, der aber die Weiterentwickelung des Charakters der vorhergehenden sei. Für die heutige Versammlung sei zunächst das charakteristisch, daſs sie zum ersten Male in den Räumen eines humanistischen Gymnasiums tage, zum Zeichen, daſs die Ziele des Vereins dem Gymnasium nicht widerstrebten, da die Bildung, die er zu fördern suche, nur ein gleichberechtigter Faktor im Betriebe des höheren Jugendunterrichtes sein wolle, wie vorher schon Herr Direktor Viertel hervorgehoben habe, dem der Verein für die Gastfreundschaft in diesen Räumen und für die liebenswürdige Begrüſsung aufs Herzlichste danke. Das zweite charakteristische Merkmal der heutigen Versammlung sei, im Anschluſs an den Charakter der Wiesbadener Versammlung die Weiterentwickelung der Verbindung mit der Universität und zwar einmal durch die Festgabe des Herrn Prof. Klein,*) für die er demselben den Dank der Versammlung ausspreche, zweitens durch die Anwesenheit zahlreicher Vertreter der Forschung und des Herrn Kurators der Universität, des Geh. Oberregierungsrates Höpfner, endlich durch die beiden Vorträge, von denen der eine an die Verhandlungen auf der Wiesbadener Versammlung anknüpfe, der andere aber eine ganz neue Seite eröffne, die Verbindung der Naturwissenschaften mit der Philosophie. Die Versammlung tage hier an einer Stätte altehrwürdiger Forschung, er nenne nur die Namen Bernhard Riemann und Wilhelm Weber, und daraus erwachse der Versammlung die Pflicht, den idealen Geist, den Geist der Wissenschaftlichkeit und treuer Arbeit zu pflegen. In der sichern Überzeugung, daſs das so sein werde, eröffne er die vierte Hauptversammlung des Vereins.

Darauf erhält Herr Univ.-Prof. F. Klein das Wort zu seinem Vortrage *über den mathematischen Unterricht an der Göttinger Universität im besonderen Hinblicke auf die Bedürfnisse der Lehramtskandidaten,* der folgenden Wortlaut hatte:

Hochgeehrte Anwesende!

Indem ich vor Sie trete, um Ihnen einiges über unsere Unterrichtseinrichtungen zu erzählen und zumal anzuführen, wie wir den Interessen der Lehramtskandidaten gerecht zu werden suchen, habe ich Sie vor allem im Namen unserer Universität willkommen zu heiſsen. Man sagt, und es ist ja wohl nicht zu leugnen, daſs in den letzten Decennien zwischen Universität und Schule eine gewisse Entfremdung eingetreten sei. Ihr Entschluſs, die diesmalige Pfingstversammlung nach Göttingen zu legen, beweist zur Genüge, daſs auf Ihrer Seite der Wunsch und das

---

*) F. Klein, *Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie.* Ausgearbeitet von F. Tägert. Eine Festschrift zu der Pfingsten 1895 in Göttingen stattfindenden vierten Versammlung des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts. Leipzig 1895

Bedürfnis zur Wiederanknüpfung vorhanden ist. Seien Sie überzeugt, daſs wir von der gleichen Gesinnung beseelt sind, daſs wir in die dargebotene Rechte einschlagen. Noch einmal: seien Sie herzlich willkommen!

Es verlohnt sich wohl, den Gründen der genannten Entfremdung nachzuspüren. Ich bin überzeugt, daſs dieselbe vielfach aus Unkenntnis entstanden ist, aus Unkenntnis der Entwickelung, welche die Methoden und Ziele des mathematischen Unterrichts beiderseitig an Gymnasien und Universitäten im Laufe der Zeit genommen haben. Man denkt sich die Universitätsmathematik in Ihren Kreisen gerne so, als wenn dieselbe durchaus auf die Ausbildung gelehrter Forscher auf dem Felde der einen oder anderen entlegenen Spezialität hinarbeite und zwar unter Zurückdrängung der geometrischen Anschauung mit ausschlieſslicher Hervorkehrung abstrakter Methoden. Das ist doch nur die eine Seite der Sache. Seit nun fast 25 Jahren hat daneben, von Süddeutschland beginnend, eine allgemeinere Richtung fortschreitend an Boden gewonnen, welche die Anschauung in den Vordergrund des Unterrichts rückt. Ich werde hier keine Einzelheiten anführen, sondern will nur auf die glänzende Ausstellung mathematischer Modelle und Apparate verweisen, welche Professor Dyck in München Herbst 1893 im Auftrage der Deutschen mathematischen Vereinigung veranstaltet hat. Es handelt sich hier um Maſsnahmen, die genau im Sinne der Bestrebungen Ihres Vereins liegen, nur daſs wir freilich daneben immer haben betonen müssen, daſs die bloſse Entwickelung der Anschauung nicht genügt, daſs die Übung des konzentrierten logischen Denkens bis hin zur vollen zahlentheoretischen Präcision und Abstraktion ein unerläſsliches Erfordernis des mathematischen Studiums bleibt. Wir haben diese Maſsnahmen auch nicht verheimlicht, sondern zum Teil vor recht zahlreichen Zuhörerschaften ins Werk gesetzt. Wenn dieselben trotzdem so gut wie unbekannt geblieben sind, so ist das nur durch den Mangel einer geeigneten Organisation zu erklären, einer Organisation, die jeden Einzelnen über das unterrichten müſste, was auſserhalb seines Studienortes und seiner Studienjahre für ihn an den Universitäten Wichtiges geschieht. Vielleicht tadeln sie auch, daſs wir uns niemals in zusammenhängender Weise an das eigentliche groſse Publikum gewendet haben. Alles dieses wird sich jetzt von selbst ausgleichen: die Organisation, welche uns fehlte, das ist Ihr Verein, und der Mangel an öffentlichem Hervortreten wird kompensiert sein, indem wir uns mit Ihnen in Verbindung setzen.

Nun müssen Sie von meinem heutigen Vortrag nicht zu viel erwarten. Vermutlich denken Sie nach der ursprünglichen Ankündigung, die etwas allgemeiner gefaſst war, als ich sie hinterher gewählt habe, daſs ich ein festes Programm geben will, wie ich mir den mathematischen Unterricht an den Universitäten gleichförmig gegliedert denke. Dies würde den historisch gegebenen Verhältnissen, wie meiner innersten Denkweise widersprechen. Wir halten für unsere Universitäten fest an dem Gesetz der Freiheit, der wahren akademischen Freiheit, die darin besteht, daſs sich die einzelne Individualität, selbstverständlich im Hinblick auf die objektiv gegebenen Bedingungen, nach den in ihr liegenden Fähigkeiten allseitig zur Geltung bringt. Was ist die beste Methode des mathematischen Unterrichts? Es giebt keine solche, jedenfalls nicht für den Unterricht auf der Hochschule. Je mehr eine Persönlichkeit wissenschaftlich entwickelt ist, desto schärfer ist ihre Eigenart ausgeprägt, und wir lernen aus der Erfahrung, daſs je nach der Begabung des Lehrers entgegengesetzte Methoden zu demselben oder doch zu gleichwertigen Resultaten führen können. Ich werde mich auf eine viel bestimmtere Aufgabe beschränken, die Sie vielleicht enttäuscht. Die Direktoren des Göttinger mathematisch-physikalischen Seminars haben im vorigen Jahre (Neujahr 1894) einen Studienplan für die Kandidaten des höheren Schulamts erscheinen lassen, der vielen von Ihnen bereits bekannt sein wird

und von dem übrigens Exemplare zur Verteilung zur Hand sind. Dieser Studienplan wird unsern Studenten bei der Immatrikulation eingehändigt. Meine Aufgabe soll sein, Ihnen die allgemeinen Bedingungen darzulegen, unter denen derselbe entstanden ist, und noch genauer, als es im Plane selbst geschehen ist, die Zielpunkte zu bezeichnen, die wir betreffs unserer Lehramtskandidaten verfolgen. Ich hoffe sehr, dafs Sie diese meine Erläuterungen nicht als eine *oratio pro domo* auffassen. Vielmehr wünsche ich dringend, dafs die Vertreter der Mathematik an anderen Universitäten mit gleicher Ausführlichkeit ihre Einrichtungen und Auffassungen schildern möchten. Die genaue Kenntnis, welche Sie und wir mit Ihnen auf diese Weise von den bestehenden Verhältnissen erhalten, ist, wie ich schon andeutete, die beste Vorbedingung zur Verständigung; sie wird zu Ideenaustausch und zu Wünschen Anlafs geben, die von der Wirklichkeit der Dinge ausgehen und dann die Kraft in sich tragen werden, auf letztere zurückzuwirken.

Wollen Sie zunächst bemerken, dafs unser Studienplan die gemeinsame Unterschrift der gesamten damaligen Seminardirektion trägt*); das heifst, dafs er nicht der willkürliche Entwurf eines einzelnen Docenten ist, sondern dafs er eine Auffassung entwickelt, über die wir uns geeinigt haben. In der That haben wir alle bei der Redaktion mitgearbeitet. Dadurch hat ja ohne Zweifel die Einheitlichkeit der Darstellung gelitten, es handelt sich bei derselben vielfach um Kompromisse. Hier haben Sie eine der Thatsachen des akademischen Lebens, mit der ich Sie bitte auf alle Fälle rechnen zu wollen: die verschiedenen Vertreter der mathematischen wie der philologischen Fächer stehen unabhängig neben einander und es bleibt ihnen durchaus überlassen, in welcher Weise sie sich verständigen wollen. Unser Entwurf hat dadurch, was er an subjektiver Einheit verlor, nach der objektiven Seite gewonnen: er giebt die thatsächlichen Verhältnisse, wie sie sich durch unser Zusammenwirken entwickelt haben, ziemlich genau wieder. Er will aber auch nicht mehr sein als eine Festlegung dieses augenblicklichen Zustandes. Indem neue Lehrkräfte in unsern Kreis treten, indem wir selbst vielleicht mit den Jahren wechselnd andere Anschauungen mehr in den Vordergrund des Interesses ziehen, wird der Göttinger Studienplan sich notwendig immer ändern, und es ist unsere Meinung, dafs er in Intervallen, je nach den wechselnden Verhältnissen in umgearbeiteter Form immer aufs neue herausgegeben werden soll.

Des Ferneren werden Sie mir einige Worte gestatten über die besonderen Bedingungen, unter denen wir hier in Göttingen arbeiten. Wir haben die grofse wissenschaftliche Tradition von Gaufs und Weber, von Dirichlet, von Riemann, von Clebsch. Dies kommt nach aufsen in doppelter Weise zur Geltung. Zunächst durch die bedeutende Zahl der Docenten, welche in Göttingen wirken. Es sind, wenn ich Mathematik, Physik und Astronomie zusammennehme, im Augenblick nicht weniger als 17, darunter 8 für reine Mathematik. Ferner aber durch die Zusammensetzung unserer Zuhörerschaft. Man hört wohl die Ansicht äufsern, unsere Lehraufgabe, wie die der philologischen Docenten, decke sich ohne weiteres mit der Ausbildung der späteren Lehramtskandidaten. In Wirklichkeit liegen die Verhältnisse bei uns ganz anders, zumal in den letzten Jahren, wo die Zahl der mathematischen Lehramtskandidaten, entsprechend der Überfüllung des Berufes, hier wie überall in Deutschland aufserordentlich gesunken war und der Zugang an jungen Semestern eine Zeitlang überhaupt aufhörte. In den letzten Semestern bestand mehr als die Hälfte unserer Zuhörerschaft aus reiferen Studierenden, welche die allgemeinen Kurse bereits durchlaufen hatten und hier eine weitergehende wissenschaftliche Ausbildung nach der einen oder anderen Seite suchten.

---

*) Wir bedauern inzwischen den Weggang des Prof. Weber, an dessen Stelle nunmehr Prof. Hilbert getreten ist.

Unter diesen Hörern waren Ausländer besonders stark vertreten: Angehörige der verschiedensten Nationen, die mit ganz heterogenen Prämissen zu uns kommen, neuerdings eine gröfsere Zahl studierender Damen (mit denen wir übrigens vorzügliche Erfahrungen machen). Sehr viele dieser Hörer bleiben nur ein Jahr, oft nur ein Semester, sodafs ein fortwährender Wechsel statt hat. Dies letztere gilt übrigens auch von einem Teil unserer jungen deutschen Studenten; Göttingen, in der Mitte Deutschlands gelegen, scheint dazu besonders einzuladen.

Dafs unter so bewandten Umständen bei uns von einem gleichförmigen Studiengange nicht die Rede sein kann, wie an einer geschlossenen Anstalt, liegt auf der Hand. Trotzdem tritt in unserm Studienplan, wie ich hoffe, eine gewisse einheitliche Tendenz hervor, die ich wieder am liebsten an die Göttinger Tradition anschliefse. An den meisten anderen Universitäten steht die eine oder andere mathematische Disziplin im Vordergrunde des wissenschaftlichen Interesses, bald ist es die Funktionentheorie oder es ist die Gruppentheorie, die Algebra, die Geometrie etc. Der eine oder andere hervorragende Forscher vereinigt eine Anzahl spezieller Schüler um sich, die er in das engere Gebiet seiner eigenen Untersuchungen einführt. Der Grundzug der Göttinger Mathematik ist ein anderer. Wir wollen unsere Wissenschaft, so mannigfach sie entwickelt sein mag, als ein untrennbares Ganzes auffassen, dessen einzelne Teile in organischer Wechselwirkung stehen und das mit den Nachbargebieten, mit Astronomie, Physik etc. unmittelbar Fühlung hält. Der einzelne Studierende mufs sich natürlich, sobald er etwas Eigenes leisten will, spezialisieren. Aber Sie werden bemerken, wenn Sie die mathematischen Dissertationen vergleichen, die in den letzten Jahren in Göttingen erschienen sind, dafs sich dieselben auf die verschiedensten Gebiete beziehen, dafs also die Spezialisierung eine individuelle war und nur als solche in dem allgemeinen Rahmen hervortritt.

Ich darf Ihnen nun die Einrichtungen schildern, durch welche wir der so präzisierten Unterrichtsaufgabe gerecht zu werden suchen. Da steht in erster Linie, dafs sich die verschiedenen Docenten von Semester zu Semester über die zu haltenden Vorlesungen verständigen, wobei persönliche Wünsche und Notwendigkeiten des allgemeinen Unterrichts gegen einander abgewogen werden. Man sagt, dies sei in früheren Jahren nicht immer der Fall gewesen, es sei gelegentlich für ein Semester von drei Seiten gleichzeitig eine Vorlesung über denselben Gegenstand angezeigt worden und keine der drei Vorlesungen sei zu Stande gekommen! Daneben blieben dann andere wichtige Gebiete unvertreten. — Ich selbst suche für meine wechselnden Zuhörer eine gewisse Continuität dadurch herzustellen, dafs ich meine Vorlesungen, die sich bald auf dieses bald auf jenes Gebiet beziehen, regelmäfsig ausarbeiten lasse und diese Ausarbeitungen, zum Teil in autographierter Form, den Studierenden zur Verfügung stelle. Dafs wir auf alle Weise bemüht sind, in zahlreichen Seminaren und Übungen mit den Studierenden persönliche Fühlung zu gewinnen, brauche ich kaum auszuführen. Wir unterscheiden 2 Gattungen von Seminaren, die beide ihre eigene Wichtigkeit besitzen: es handelt sich entweder darum, dafs die Teilnehmer einzelne Aufgaben schriftlich bearbeiten oder dafs sie auf der höheren Stufe zusammenhängende Fragen in selbständigen Vorträgen behandeln. Aber dies ist nicht alles. An die Seminare haben sich im Laufe der Jahre eigene mathematische Institute angeschlossen. So haben wir für die besondere geometrisch-anschauungsmäfsige Ausbildung unserer Zuhörer eine Modellsammlung und einen Zeichensaal (der jetzt unter Leitung von Professor Schönflies steht); ich bitte Sie am morgigen Nachmittag von diesen Einrichtungen, die übrigens noch weiter entwickelt werden sollen, Kenntnis zu nehmen. Ganz besonders aber möchte ich Ihre Aufmerksamkeit auf unser mathematisches Lesezimmer lenken.

Den ganzen Tag geöffnet, auch während der Ferien, bietet dasselbe dem Studierenden die gesamte für ihn unmittelbar in Betracht kommende Litteratur in bequemster Form; nur wegen der spezielleren Monographien und der selteneren Zeitschriften bleibt derselbe auf die Universitätsbibliothek angewiesen. Wir legen besonderes Gewicht darauf, daſs der Studierende im Lesezimmer auch die pädagogische und geradezu die populäre Litteratur seines Faches in ausgewählten Beispielen kennen lernt. Wir meinen ihn dadurch zu befähigen, bei seiner späteren Thätigkeit leichter zwischen brauchbaren und ungeeigneten Publikationen zu unterscheiden, als sonst vielleicht der Fall ist. Nebenbei hat das Lesezimmer noch eine andere erwünschte Wirkung: es vermittelt den Zusammenschluſs der Studierenden. Der junge Mathematiker, der eben die Universität bezieht, steht der Fülle der ihm gebotenen Vorlesungen und sonstigen wissenschaftlichen Anregungen zunächst ratlos gegenüber. Jeder von uns erinnert sich aus seiner eigenen Studienzeit, wie unzweckmäſsig er sich vielfach eingerichtet hat, und man braucht nicht groſse Erfahrung zu haben, um zu wissen, daſs mancher Anfänger nur aus Mangel an geeigneter Anleitung zu Grunde gegangen ist. Indem wir auch die jungen Semester einladen, möglichst sofort dem Lesezimmer beizutreten, wo sie geeignete Lektüre und Verkehr mit Gleichstrebenden finden, hoffen wir dem genannten Miſsstande erfolgreicher entgegen zu wirken, als es allein durch gelegentliche Besprechungen und allgemeine Formulare geschieht.

Vielleicht bin ich bei der Schilderung unserer Einrichtungen schon etwas zu ausführlich gewesen und Sie sind ungeduldig geworden, insbesondere zu hören, wie wir im Rahmen unserer allgemeinen Unterrichtsaufgabe den Bedürfnissen der Lehramtskandidaten gerecht zu werden suchen. Da wollen Sie vor allen Dingen eines festhalten: das Gesamtgebiet, welches wir zu umfassen suchen, ist selbstverständlich viel zu weit, die Liste der Vorlesungen, wie sie im Studienplan aufgezählt wird, ist viel zu groſs, als daſs der einzelne Studierende unternehmen könnte, etwa systematisch das Ganze durchzuarbeiten. Wäre dies überhaupt möglich, so wäre es doch das Thörichtste, was er thun könnte. Denn der Zweck des Studiums ist doch nicht das einseitige Recipieren, die Anhäufung einer möglichst groſsen Summe bestimmter Kenntnisse; es kommt darauf an, daſs der Studierende Zeit und Frische zu eigener Gedankenbildung und zur Entfaltung seiner ganzen Persönlichkeit behält. Unsere Meinung ist, daſs er sich nach eigenem Urteile und geleitet durch die Erklärungen, welche ein jeder von uns ihm zu geben bereit ist, innerhalb der Menge des Gebotenen einen eigenen Weg wählen soll. Es kann sich im Folgenden also nur um die Bezeichnung allgemeiner Zielpunkte handeln. Dreierlei ist es, was ich vom Lehramtskandidaten durchgängig erreicht sehen möchte:

1) Eine gleichförmige Grundlegung in den elementaren Dingen. Hier tritt die praktische Ausbildung der räumlichen Anschauung wie auch die Übung des Zahlenrechnens in ihr besonderes Recht und ich will nur beiläufig bemerken, daſs wir bei unseren auf dieses Ziel gerichteten Bemühungen vielfach mit dem passiven Widerstande der Studierenden selbst zu kämpfen haben. Zum Teil mag daran Schuld sein, daſs noch nicht an allen Universitäten gleichartige Einrichtungen bestehen, daſs beispielsweise die Teilnahme an einem Zeichenkurs noch nicht als so selbstverständlich gilt wie etwa die an einem physikalischen Praktikum. Eine andere Hinderung liegt darin, daſs unsere Zuhörer vielfach zu früh in die höheren Kurse drängen; es ist gelegentlich, als fühlten sie sich nur wohl, wenn sie Dinge hören, über die sie sich wundern können und die sie nur halb verstehen.

2) Eine wissenschaftliche Konzentration nach irgend einer Seite hin, — sei es, daſs ein Gebiet der reinen Mathematik oder, bei

anderer Veranlagung des Kandidaten, ein solches der angewandten Mathematik gewählt wird. Diese Konzentration darf nicht fehlen, sie liefert für den wissenschaftlichen Organismus, den wir in dem Kandidaten erzeugen wollen, das Rückgrat. Hier liegt der Grund, weshalb ich unbedingt für die norddeutsche Form der Lehramtsprüfung eintrete, welche vom Kandidaten eine selbständige wissenschaftliche Arbeit verlangt. Auf der anderen Seite denke man nicht, dafs mit der wissenschaftlichen Arbeit das Ganze gethan sei. Das Rückgrat ist zwar ein sehr wesentlicher Teil des Organismus, kann aber nicht die übrigen Teile ersetzen. Und insbesondere mufs hinsichtlich des Mafses der wissenschaftlichen Anforderungen eine vernünftige Beurteilung eingehalten werden. Ist ein Kandidat hervorragend wissenschaftlich begabt, so soll er sich in höherem Grade spezialisieren und wir werden bereit sein, die gelehrte Leistung, zu der er sich befähigt zeigt, ihm weitgehend anzurechnen. Im anderen Falle aber verdirbt man durch Überspannung der wissenschaftlichen Forderungen oder auch nur des eigenen Lehreifers mehr als man nützt. Ich kenne das aus eigener Erfahrung nur zu sehr. Man bringt den Kandidaten vielleicht zu einer Dissertation, die man ihm in die Feder diktiert hat und deren eigentliche Bedeutung er selbst nur halb versteht. Dann treten nur unerfreuliche Folgeerscheinungen ein. Entweder der Kandidat streift die künstliche wissenschaftliche Hülle, die man ihm angezogen, unmittelbar nach dem Verlassen der Universität ab, er vergisst die ihm gewordene höhere Anregung und verfällt trotz aller Mühe, die wir uns mit ihm gegeben haben, der untergeordneten Routine einer handwerksmäfsigen Berufserfüllung. Oder er ist wissenschaftlich hochmütig geworden, er betrachtet die praktischen Lehraufgaben, die fortan an ihn herantreten, als seiner im Grunde nicht würdig und verzehrt sich in selbstgefälliger Zufriedenheit. Wir werden weder das eine noch das andere als unser Ziel betrachten wollen. Wir wünschen, dafs unsere Studierenden auf ihren späteren Lebensweg eine hohe Auffassung der Wissenschaft mitnehmen, die ihren Unterricht belebt und über das Niveau der Alltäglichkeit hinaushebt, — vor allen Dingen aber, dafs sie sich als brauchbare Menschen erweisen, welche die Pflichten ihres Berufes mit Freudigkeit erfüllen.

3) Einen Überblick über die Bedeutung der höheren Mathematik für den Schulunterricht. Dies ist was früher an den Universitäten wohl am wenigsten angestrebt und erreicht worden ist. Man hat lange Zeit geglaubt, dafs jeder Kandidat, der höheren Studien obgelegen, von selbst imstande sein müfste, sich diese Bedeutung klar zu machen. Der Erfolg hat gezeigt, dafs das keineswegs der Fall ist, dafs insbesondere nur in Ausnahmefällen die Fähigkeit erworben wird, der neu erscheinenden wissenschaftlichen Litteratur die in ihr enthaltenen Anregungen zu entnehmen. Und dennoch hat die fortschreitende Wissenschaft in jetziger Zeit wieder in höherem Grade unmittelbarste Bedeutung für die elementaren, d. h. die fundamentalen Fragen. So haben denn auch neuerdings verschiedene Universitätslehrer diesem Punkte ihre besondere Aufmerksamkeit gewidmet. So hat Professor Weber bereits in Marburg die „Encyklopädie der Elementarmathematik“ gelesen, welche Sie in unserem Studienplan angeführt finden. Ich selbst habe im vorigen Sommer versucht in einer zweistündigen Vorlesung unsere neueren Anschauungen über die Möglichkeit der elementar-geometrischen Konstruktionen allgemeinverständlich darzulegen, insbesondere den neuesten Fortschritt, den Beweis für die Unmöglichkeit der Quadratur des Kreises. Auf diese Weise ist die kleine Schrift entstanden, welche ich die Ehre habe, Ihnen vorzulegen.*) Sie werden dieselbe lesen und von da aus die Tendenz genauer erfassen, als ich es hier in Kürze schildern könnte.

*) s. oben S. 382. Anm. D. Red.

Meine Ansicht ist, dafs in ähnlicher Weise zahlreiche andere Gebiete unserer Wissenschaft behandelt werden sollten. Die Fragen, welche ich meiner Schrift zu Grunde legte sind wesentlich abstrakter Natur; ich will damit ausdrücklich der Ansicht entgegentreten, als müfste sich die Bezugnahme zwischen Ihnen und uns auf diejenigen Gegenstände beschränken, welche für die naturwissenschaftlichen Anwendungen in Betracht kommen, so wichtig diese letzteren Gegenstände auch sein mögen und so gewifs wir das unserige thun wollen, um auch sie zur Geltung zu bringen. Ich habe die unmittelbare Anregung zu dieser Schrift durch die Ferienkurse erhalten, welche jetzt alljährlich hier in Göttingen wie anderwärts, stattfinden und in die wir die Mathematik eingeschlossen haben. Diese Kurse scheinen mir in der That eine vorzügliche Einrichtung zu sein, die wesentlich dazu beitragen wird, dafs wir dem Zielpunkt, den wir hier anstreben müssen, näher kommen. Mag es sich bei dem einzelnen Kurs auch nur um eine flüchtige Bezugnahme handeln, auf die Dauer mufs eine gröfsere Wirkung entstehen.

Hochgeehrte Anwesende! Das Studium der Mathematik liegt von den allgemeinen Interessen, wie sie gewöhnlich verstanden werden, etwas entfernt, und es ist vielleicht mancher unter uns, der bedauert, dafs unsere Mühen und Sorgen in weiteren Kreisen so wenig beachtet und gewürdigt werden. Dafür aber und gerade deshalb haben wir, wie ich meine, einen Vorzug vor den Vertretern anderer Disciplinen: Wir stehen unabhängiger da und können das, was wir für richtig halten, in unserem Gebiete freier nach eigenem Ermessen durchführen. Wenn nicht unsere Leistungsfähigkeit versagt, hindert uns Niemand, was uns angeht auf das allgemeine Ziel, welches den Universitäten in neuerer Zeit gestellt scheint, geraden Weges loszusteuern. Das Ziel mufs sein, dafs die Universitäten, indem sie die wissenschaftliche Führung behalten, wieder voll auf das praktische Leben hinauswirken!

Nachdem Herr Professor Pietzker dem Redner den Dank der Versammlung für seinen Vortrag ausgesprochen hat, wird die Sitzung, da keine Diskussion über den Vortrag gewünscht wird, bis 11 Uhr vertagt.

(Fortsetzung folgt.)

Ehrenbezeigungen.

Zum siebzigsten Geburtstage von Prof. Karl Möbius.*)

Am 7. Februar ds. J. beging der berühmte Zoologe Geh. Regierungsrat Prof. Karl Möbius, der verdienstvolle Direktor der zoologischen Sammlung des Museums für Naturkunde in Berlin seinen 70. Geburtstag. Du Bois-Reymond, der ihn 1888 als Mitglied der Akademie der Wissenschaften begrüfste, rühmt an Möbius den erfahrenen Blick, das reiche Wissen und die feine Wahrnehmungsgabe; im Fischerboot auf offenem Meer, mit dem Schleppnetz den Daseinsbedingungen einer thierischen Lebensgemeinde nachspürend, sei er ebenso zu Hause wie am Mikroskopirtisch. Ihres Gleichen sucht auch die Möbius eigene Lebendigkeit, Frische der Rede und schriftlichen Darstellung. Wenn man ihn hört, glaubt man schwer, dafs er nun auch schon das Alter des Psalmisten erreicht hat. Möbius ist am 7. Februar 1825 zu Eilenburg geboren. Nach seiner Studienzeit war er zuerst (1852) wissenschaftlicher Hilfsarbeiter am zoologischen Museum in Berlin. Dann wirkte er als Lehrer an der

*) Aus der Nat.-Ztg. Nr. 87. I. Beiblatt v. 7. Febr. 95. (Wegen Überfülle an Material verspätet.)

Realschule des Johanneums zu Hamburg. Dort beteiligte er sich hervorragend an dem schnell aufblühenden naturhistorischen Museum, dessen Sammlungen ihn zu Arbeiten über die Nester der geselligen südamerikanischen Wespen, über Seesterne, Gorgoniden und echte Perlen veranlafsten, Zugleich wirkte er bei der Gründung und Verwaltung des Hamburger zoologischen Gartens und Aquariums mit, dessen Polypen und Quallen ihm die Grundlage boten zu Untersuchungen der Nesselkapseln. Es folgten seine vortrefflichen Arbeiten über die noch wenig bekannte Fauna der Kieler Bucht (mit H. A. Meyer, 1865—72). Inzwischen war Möbius 1868 als Professor nach Kiel berufen worden, wo er das Zoologische Museum neu eingerichtet und 19 Jahre hindurch verwaltet hat. Besondere Aufmerksamkeit widmete er dem Studium der Austern- und Miesmuschelzucht, welche für die Küstenbevölkerung einen so wichtigen Erwerbsquell bildet; er unternahm 1869 zu diesem Behufe Reisen an die Küsten von Frankreich und England, und machte sehr beachtenswerte Vorschläge zur Zucht jener Weichtiere. 1871 und 1872 war Möbius Mitglied der Expedition zur physikalischen, chemischen und biologischen Erforschung der deutschen Meere, für welche der Avisodampfer „Pommerania“ zur Verfügung gestellt war. Hier kam er im Sommer 1871 zu dem grundlegenden Ergebnis, dafs die Ostsee überhaupt nur eine Auswahl solcher atlantischen und Eismeertiere enthält, welche grofsen Temperaturwechsel vertragen können. Mit Fr. Heincke gab er später eine Übersicht über die Fische der Ostsee. 1874 und 1875 ging er als Mitglied der Expedition zur Beobachtung des Venus-Durchganges nach Mauritius und den Seychellen und verweilte Monate lang auf dem durch die Dichtung verklärten tropischen Korallenriff von Il-de-France, das er selbst als ein „Paradies der Seetierwelt und der Zoologen“ bezeichnet, und das durch seine meisterhaften Tierbilder der Wissenschaft vertraut geworden ist. Auf der Rückfahrt gelang es ihm, einen uralten Irrtum zu zerstören, indem er die Entdeckung machte, dafs die „fliegenden“ Fische in der That nicht fliegen. Sehr bemerkenswert ist seine Stellung zur Lehre Darwins, welche die Zoologie unendlich befruchtet und belebt hat. Möbius schlofs sich mit grofsem Erfolg der neuen Schule an, trat aber mit kritischem Blick ihren Täuschungen und Übertreibungen entgegen. So überraschte er 1878 die Naturforscher-Versammlung in Hamburg, indem er das angebliche vielumstrittene Eozoon, den Bathybius Häckels aus — Seewasser und Alkohol erzeugte. Ein neuer Lebensabschnitt begann für Möbius 1887 mit seiner Berufung nach Berlin. Mit der Leitung der vereinigten zoologischen und zootomischen Sammlung betraut, übernahm er die Aufgabe, die von Männern wie Lichtenstein, W. Peters, C. A. Rudolphi, seinem grofsen Lehrer Joh. Müller und von Reichert gesammelten und verarbeiteten Schätze in den Prachträumen des Museums für Naturkunde zeitgemäfs zu ordnen und zu einem neuen organischen Ganzen zu gestalten. Möbius hat dieses Werk vollbracht, indem er eine zweckmäfsige Auswahl zur öffentlichen Belehrung in einer „Schausammlung“ vereinigte und die grofse Hauptsammlung, bestens geordnet wie die Bücher einer grofsen Bibliothek, ausschliefslich für die wissenschaftliche Arbeit und Entwickelung der Zoologie bestimmte. Seine letzten Abhandlungen sind meist in den Sitzungsberichten der Akademie erschienen.

Im Lichthofe des Naturkunde-Museums fand eine Vorfeier statt behufs Übergabe und Enthüllung des von Freunden und Schülern des Jubilars gestifteten Bildnisses desselben für das Museum. Etwa 200 Vertreter der naturwissenschaftlichen Welt Berlins waren mit ihren Damen zu dieser Feier erschienen. Der engere Fachgenosse des Jubilars, Geh. Regierungsrat Prof. F. Eilhard Schulze, Direktor des zoologischen Instituts der Universität Berlin, übergab das Bild mit folgender, die wissenschaftlichen Verdienste des Gefeierten würdigenden Ansprache:

„Im Namen Ihrer zahlreichen Freunde, Ihrer Schüler und Kollegen,

welche sich vereinigt haben, um Ihnen beim Abschlufs Ihres siebzigsten Lebensjahres hier an der Stätte Ihres verdienstvollen Wirkens ein dauerndes Zeichen der Anerkennung und Verehrung zu weihen, begrüfse ich Sie heute auf das Herzlichste. Befriedigt und glücklich können Sie auf einen langen Lebensweg zurückschauen — reich an Arbeit, aber auch reich an Erfolg. Bewunderungswert ist die Energie, mit welcher Sie, verehrter Jubilar, getrieben von der edelsten Begeisterung für die reine Wissenschaft, sich von der Lehrthätigkeit der Schule emporgerungen haben zu freier selbständiger Forschung, zum Berufe des akademischen Lehrers.

Als Vertreter der Naturgeschichte im Hamburger Johanneum haben Sie einst die günstige Gelegenheit weise benutzt, welche das an überseeischen Formen reiche städtische Museum, der bedeutende zoologische Garten, und das mit Ihrer eigenen eifrigen Theilnahme gegründete Hamburger Aquarium, das erste in Deutschland, Ihnen zum Lernen und Forschen bot. Das Museum lieferte Ihnen das Material zu Ihren eingehenden Untersuchungen über den kunstvollen Nestbau der gesellig lebenden Wespen, über die Perlen, über merkwürdige neue Seesterne und andere Tiergruppen; im zoologischen Garten und im Aquarium konnten Sie die lebende Tierwelt an seltenen oder sonst schwer zugänglichen Formen gründlich studieren. Dort haben Sie sich durch langjährige genaue Beobachtungen an Ostsee- und Nordseetieren erfolgreich ausgebildet und vorbereitet für die Aufgaben kommender Jahre und sind dabei, wie Ihre allbekannte Untersuchung über die Nesselkapseln beweist, bis in das feinste mikroskopische Detail vorgedrungen.

Daneben führte jedoch Ihr reger Forschungsdrang Sie oft genug hinaus aus den Mauern der Grofsstadt, um die Mannigfaltigkeit und das Getriebe der Lebewelt nicht nur an todten Präparaten oder an den Insassen trauriger Gefängnisse sondern auch in der Freiheit, unter normalen Verhältnissen, in Ihrer „Biocoenose“ kennen zu lernen. Da war es vorzüglich die verhältnismäfsig leicht zu erreichende Kieler Bucht, wo Sie im Vereine mit Ihrem Freunde H. A. Meyer auf offenem Boote mit dem Schleppnetz in der Hand nicht nur die Ostseefauna gründlich kennen gelernt, sondern auch deren gesamte Lebensbedingungen so ausgiebig erforscht haben, dafs die erste reife Frucht jener Tage, Ihre im Vereine mit Meyer verfafste schöne Monographie über die Hinterkiemer der Kieler Bucht, noch jetzt als ein kaum erreichtes Muster für derartige Untersuchungen dasteht. Dafs Sie, nach solchen glänzenden Erfolgen zum Vertreter der Zoologie an der Kieler Universität berufen, Ihre Forschungsthätigkeit fast ausschliefslich der Wunderwelt des Ihnen jetzt so nahegerückten Meeres zuwandten, erschien allen Zoologen selbstverständlich, welche denn auch alsbald mit Freude und Genugthuung den zweiten, die Vorderkiemer und Klappmuscheln umfassenden Band der Fauna der Kieler Bucht entgegennahmen, und welche es noch jetzt lebhaft bedauern, dafs aus äufseren Gründen nicht in derselben umfassenden, ja geradezu monumentalen Weise auch Ihre Untersuchungen über die übrigen Tiergruppen der Kieler Bucht veröffentlicht werden konnten. Zu diesen stets unermüdlich fortgesetzten Forschungsarbeiten kam nun in Kiel die ebenso viel Freudigkeit übernommene, als mit reichem Erfolge durchgeführte akademische Lehrthätigkeit, die umsichtige Neueinrichtung des zoologischen Institutes, welches später für manche andere Anstalten der Art zum Muster geworden ist, sowie endlich die auf weite umfassende wissenschaftliche wie praktische Ziele gerichtete Thätigkeit in der Kommission zur (wissenschaftlichen) Erforschung der deutschen Meere. Durch Ihre eingehenden Untersuchungen über die Miesmuschel, die Auster und die Fische der deutschen Meere waren Sie ja, wie kein Anderer, befähigt und berufen, für die gewerbsmäfsige Kultur und Ausbeutung dieser wichtigen Nahrungs- und Genufsmittel dem Vaterlande als Sachverständiger und Berater wichtige Dienste zu leisten.

So mufste es selbstverständlich erscheinen, dafs bei jenen grofsen Expeditionen des Kriegsschiffes „Pommerania", welche die Staatsregierung nach der glücklichen Beendigung des Krieges mit Frankreich zum Teil auf Ihren Antrieb zur Durchforschung der deutschen Meere ausführen liefs, Ihnen die Leitung der zoologischen Untersuchungen übertragen wurde. Nachdem Sie die hierbei gewonnene reiche zoologische Ausbeute in gewissenhaftester Weise durchgearbeitet und verwertet hatten, bot sich Ihnen in der Teilnahme an der zur Beobachtung des Venusdurchganges ausgesandten Expedition auch noch das lange ersehnte Glück, die Wunder der Tropenwelt aus eigener Anschauung kennen zu lernen und zahlreiche tropische Tiere in ihrer Biocoenose unter günstigen Verhältnissen studieren zu können. Zu den wichtigsten Ergebnissen dieser Reise nach Mauritius gehören Ihre Foraminiferen-Studien, durch welche Ihnen die Anregung und das Mittel zur glücklichen Entlarvung des Eozoon-Spukes gegeben wurde. Dafs bei allen diesen Untersuchungen an konkreten Objekten Ihnen auch die Beschäftigung mit allgemeinen naturwissenschaftlichen Fragen nicht fremd blieb, zeigen Ihre eingehenden Erörterungen über den Artbegriff und manche anderen allgemeinen zoologischen Begriffe, welche von Ihnen zuerst präcise gefafst und mit eigenen, glücklich ersonnenen Bezeichnungen versehen wurden. Überall leuchtet aus Ihren Werken und Reden das Verlangen nach wahrer Erkenntnis der Ursachen der Naturerscheinungen, nach einem tieferen philosophischen Verständnisse derselben hervor. Dabei ist Ihnen jedoch auch stets ein offenes Auge für die erhabene Schönheit und Harmonie der Natur, eine feine Empfindung für das Naturschöne und dessen Wiedergabe in der Kunst geblieben und gerade diese letztere glückliche Begabung ist Ihnen besonders zu Statten gekommen bei der Aufstellung und Neuordnung der Berliner zoologischen Sammlung, einer der gröfsten der Welt, deren Direktion man wahrlich keinen geschickteren und treueren Händen hätte anvertrauen können.

Mit welcher Freude müssen Sie die Leitung dieser hervorragenden Sammlung übernommen haben, in welcher Sie einst vor fast einem halben Jahrhundert durch Männer wie Lichtenstein, Ehrenberg und Joh. Müller als junger Student Ihre zoologische Ausbildung erhalten und Ihre ersten wissenschaftlichen Untersuchungen ausgeführt haben. Freilich, nicht leicht war die Aufgabe! Galt es doch, das ungeheure, durch den bewundernswerten Sammelfleifs der Vorgänger zusammengebrachte, aber in den engen Räumen des alten Museums bis zur Unbenutzbarkeit zusammengepferchte und bei dem Mangel an Arbeitskräften zum grofsen Teile noch ganz ungesichtete und unbearbeitete Material, zu dem noch die grofse und an wichtigen Originalien reiche vergleichende anatomische Sammlung hinzukam, in kürzester Frist hier in den weiten Räumen dieses Neubaues wohlgeordnet und passend montiert so aufzustellen, dafs die Benutzung des Ganzen keine wesentliche Unterbrechung erfahre. Und wie glücklich ist es Ihnen gelungen, diese schwierige Aufgabe zu lösen! Eine Freude war es für uns, die wir neben Ihnen mit ähnlichen Arbeiten beschäftigt waren, zu sehen, mit welcher Liebe und Hingabe Sie ans Werk gingen, wie geschickt, wie energisch, geduldig und unermüdlich Sie das als richtig und notwendig Erkannte trotz aller Hindernisse durchzuführen wufsten, ohne jemals die Ruhe und Heiterkeit des Gemütes, die fröhliche Zuversicht des Gelingens zu verlieren. Mit peinlicher Sorgfalt, mit Berücksichtigung des scheinbar Unbedeutendsten wurde jede Frage zunächst gründlich studiert, beraten und erwogen, dann aber der einmal gefafste Entschlufs schnell und konsequent ausgeführt. Solcher Arbeitskraft und Arbeitslust konnte denn auch die Anerkennung und die freudige Mitwirkung aller Beteiligten nicht fehlen. Nach der glücklich durchgeführten Trennung der Schausammlung von dem wissenschaftlichen Arbeitsmateriale ist es Ihnen durch die ebenso lehrhafte als gefällige Aufstellung der ersteren und durch die übersichtliche, streng wissenschaftliche Ordnung

der letzteren gelungen, in gleichem Maſse das Interesse des groſsen Publikums zu wecken, wie auch die Bedürfnisse und Forderungen des gelehrten Forschers zu befriedigen.

Wenn Sie jetzt, verehrter Jubilar, zurückdenken an die Zeit, da Sie als junger Student Ihre zoologischen Arbeiten mit den Hilfsmitteln dieser selben Sammlung begannen, die Sie nun so glücklich restauriert haben, so können Sie mit jener inneren Befriedigung auf die goldenen Tage der Jugend und die ganze seitdem durchlebte Arbeitszeit zurückblicken, welche der schönste Lohn jeder erfolgreichen Anstrengung ist, und es eröffnet sich Ihnen bei der groſsen körperlichen Rüstigkeit und der beneidenswerten geistigen Frische, welche Sie sich bis heute zu erhalten wuſsten, auch die wohlbegründete Aussicht auf ein ferneres reiches Wirken im Dienste der Wissenschaft, wozu wir Ihnen eine lange Lebensdauer mit unveränderter Rüstigkeit wünschen.

Indem ich Ihnen jetzt, hochverehrter Herr Kollege, dieses Bild als Eigentum der zoologischen Sammlung übergebe, fühle ich mich zugleich gedrungen, auch dem Künstler, welcher es mit Liebe und besonderem Interesse geschaffen hat, Herrn Prof. Hildebrandt, Dank und Anerkennung auszusprechen. Möge dieses Kunstwerk fortan jeden Besucher dieser Räume an den Mann erinnern, dessen Eifer, Begabung und Thatkraft unsere zoologische Sammlung ihre jetzige Vollendung hauptsächlich verdankt."

Dr. O. Backlund, der bekannte schwedische Astronom, ist zum Direktor des Observatoriums in Pulkowa ernannt worden. Seine Verdienste um die Berechnung des Encke'schen Kometen und seiner Bahn werden im neuesten Jahresberichte der ruſsischen Akademie der Wissenschaften so hoch angeschlagen, daſs diese beschlossen hat, von nun an den Kometen den „Enck-Backlund'schen" zu nennen.

Nekrologe.

I. Abraham Stern.

Zur Erinnerung an den Mathematiker Moritz Abraham Stern

hat Herr Prof. Rudio in Zürich eine Grabrede (gehalten am 2. Februar 1894 auf dem Friedhofe Rehalp in Zürich) in der Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich (Bd. XXXIX S. 131 u. f.) nebst Zusätzen veröffentlicht. Der Rede ist das Bildnis Sterns und ein Verzeichnis seiner Publikationen beigegeben. Wir teilen diese Rede im Abdruck hier mit:

Hochgeehrte Leidtragende!

Wir übergeben der Erde die sterbliche Hülle eines Mannes, der zwar erst nach vollendetem 80. Lebensjahre in unsern Kreis eingetreten ist, der es aber trotz seiner Jahre verstanden hat, in so kurzer Zeit Wurzel zu fassen und sich hier heimisch zu fühlen, dass wir ihn seit lange als einen der Unseren betrachteten und ihn nun als einen liebgewordenen alten Freund beweinen. Mit Wehmut gedenken wir der jugendlichen Frische seines Geistes, der Gediegenheit seines Wissens, der ungewöhnlichen Vielseitigkeit seiner Interessen, seines feinen, schalkhaften Humors und vor allem seines liebenswürdigen, anspruchslosen, stets hülfsbereiten Wesens. Aber wie groſs auch unser Schmerz ist, so steht es uns doch nicht an, zu klagen. Hat doch der Verstorbene ein so langes, so reiches und trotz schwerer Schicksalsschläge auch so glückliches Leben genossen, wie es

wenigen beschieden ist. Und als der Tod an ihn herantrat, da traf er ihn in ungebrochener Kraft. Und er nahte sich ihm ohne seine Schrecken, als ein milder Freund, und nahm ihn von uns fort, so rasch, so sanft, dass ein schöneres Ende nicht wohl gedacht werden kann.

Lassen Sie mich versuchen, mit wenigen Worten die Lebensverhältnisse zu schildern, die hier ihren Abschlufs gefunden haben.

Geboren am 29. Juni 1807, verlebte Moritz Abraham Stern die Jugendjahre in seiner schönen, an historischen Erinnerungen und Anregungen so reichen Vaterstadt Frankfurt am Main. Ohne je die Schule besucht zu haben, ohne auch je durch ein Maturitätsexamen hindurchgegangen zu sein, erwarb er sich lediglich durch Privatunterricht die zum Universitätsbesuche erforderlichen Kenntnisse. Im Herbste 1826 bezog er die Universität Heidelberg, aber nicht, um vorerst Mathematik zu studieren, sondern um sich, dem Wunsche seiner frommen Mutter folgend, durch philologische Studien auf den Beruf eines Rabbiners vorzubereiten. Wenn ihn auch bald eine innere Neigung mit unwiderstehlicher Gewalt der mathematischen Wissenschaft zuführte, so blieb er doch den historisch-philologischen Studien bis an sein Lebensende treu und kehrte immer und immer wieder zu denselben zurück, namentlich dann, wenn er, durch Schicksalsschläge schwer getroffen, in veränderter wissenschaftlicher Beschäftigung neuen Lebensmut zu schöpfen suchte. Wir verdanken dieser seiner Neigung eine Reihe wertvoller Arbeiten. Ich nenne nur unter vielen andern den in seiner gediegenen Gedrängtheit geradezu klassischen Aufsatz über Regiomontanus, den grofsen Mathematiker der deutschen Renaissance, ferner das mit seinem Freunde Theodor Benfey gemeinschaftlich herausgegebene Werk über die Monatsnamen einiger alter Völker und den im Jahre 1850 unternommenen Versuch einer Lösung der Keilschrift. Ja, noch als 84jähriger Greis begann er, den vielen von ihm beherrschten Sprachen auch die rufsische hinzuzufügen, die er bald in dem Grade sich anzueignen wufste, dafs er nicht nur mathematische Arbeiten, sondern auch Werke der rufsischen Nationallitteratur im Originale lesen konnte. Zur gegenwärtigen Stunde noch liegen auf seinem nunmehr verwaisten Pulte die Gedichte Puschkins aufgeschlagen, an denen er sich einen Tag vor seinem Tode erbaut hatte.

Doch kehren wir zu seiner Studienzeit zurück! Von seinem Freunde Dr. Reifs, einem Frankfurter Mathematiker, auf Gaufs hingewiesen, widmete sich Stern in Göttingen unter dem „princeps mathematicorum" mit solcher Begeisterung seiner Lieblingswissenschaft, dafs er bereits 1829 der Fakultät seine Doktordissertation vorlegen konnte. Mit dieser, die Theorie der Kettenbrüche behandelnden Arbeit betrat er zugleich ein Wissensgebiet, dem er den bei weitem gröfsten Teil seines Lebens gewidmet hat, das Gebiet der Zahlentheorie. Ein eigentümlicher Zufall wollte es, dafs seine Doktorprüfung zugleich die erste von Gaufs abgehaltene war, der später oft noch scherzend geäufsert hat, er habe vor diesem Examen gröfsere Furcht gehabt, als sein Examinand.

Noch in demselben Jahre 1829 habilitierte sich Stern an der Göttinger Universität, der er nun als einer ihrer beliebtesten Lehrer mehr als ein halbes Jahrhundert in ununterbrochener Thätigkeit angehörte. An der gewaltigen Reform des mathematischen Universitätsunterrichtes, die sich in diesem Zeitraume vollzog, hat er einen bedeutenden Anteil gehabt. Hunderte von Schülern, die stets mit inniger Verehrung seiner gedachten, hat er in die mathematische Wissenschaft eingeführt, unter diesen solche, die, um nur Bernhard Riemann zu nennen, den gröfsten Mathematikern ihres Jahrhunderts sich beigesellten. Das Jahr 1848 brachte Stern, nach 19jährigem Privatdozententume, die Ernennung zum Extraordinarius, obwohl er sich schon seit lange durch ausgezeichnete Arbeiten einen geachteten Namen in der Wissenschaft erworben hatte. Erhielt er doch beispielsweise in dem Jahre 1841 gleichzeitig den Preis von der Brüsseler Akademie für

eine Abhandlung über die quadratischen Reste und von der dänischen Akademie für eine Arbeit über die Auflösung der transzendenten Gleichungen! Als im Jahre 1859 Dirichlet starb und Riemann zu seinem Nachfolger ernannt wurde, konnte die Regierung endlich nicht mehr umhin, auch Stern ein Ordinariat zu verleihen.

Noch ein Vierteljahrhundert, nach schon 30jähriger akademischer Thätigkeit, wirkte Stern als Ordinarius in Göttingen. Da veranlaſste ihn, im Herbste des Jahres 1884, der Verlust seiner einzigen Tochter, die Lehrthätigkeit aufzugeben und zu seinem Sohne nach Bern überzusiedeln. Als dieser dann im Jahre 1887 an das eidgenössische Polytechnikum berufen wurde, hatten wir die groſse Freude, mit dem neuen Kollegen zugleich auch den ehrwürdigen Nestor der deutschen Mathematiker in Zürich begrüſsen zu können. Die naturforschende Gesellschaft entbot ihm sofort als Willkomm die Ernennung zum Ehrenmitgliede und beglückwünschte ihn zwei Jahre später durch eine besondere Deputation zum 60jährigen Doktorjubiläum. Wiederum ein Jahr später, im Jahre 1890, feierten wir mit ihm ein Jubiläum ganz seltener Art: Sterns erster Beitrag zu dem Crelle'schen Journale war in dem sechsten Bande desselben erschienen. Und 100 Bände später schloſs er im 106. Bande die stattliche Reihe der diesem berühmten Journale zugewendeten wertvollen Beiträge ab. Es ist hier nicht der Ort, auf die Bedeutung dieser und anderer Arbeiten Sterns für die Wissenschaft einzutreten. Auf eines aber darf noch hingewiesen werden: Mit Moritz Stern sinkt der letzte Zeuge jener groſsen Göttinger Zeit ins Grab, die durch die Namen Gauſs, Wilhelm Weber, Dirichlet, Riemann, Clebsch bezeichnet ist. Mit allen diesen Männern und so vielen anderen seiner Fachgenossen, namentlich mit Eisenstein, war er in inniger Freundschaft verbunden. Aber auch auſserhalb des Kreises der Mathematiker hat er mit manchem hervorragenden Zeitgenossen die herzlichsten Beziehungen unterhalten, so mit Jacob Henle, dem berühmten Anatomen, von dem er so oft und so gerne erzählte, mit Stilling, dem Chirurgen und Physiologen, mit Berthold Auerbach und andern, mit denen er nun im Tode vereint ist.

Ruhe sanft, Du ehrwürdiger Mann! Trauernd umstehen wir Dein Grab. Aber in der Erinnerung an die stets gleichmäſsig ruhige, an Deinen Liebling Spinoza mahnende Heiterkeit Deines Geistes mischt sich mildernd in unsern Schmerz die pietätvolle Freude, daſs es uns vergönnt war, mit Dir, wenigstens eine kurze Spanne Weges, zu wandern, von Dir zu lernen und an Dir emporzuschauen. Dein Andenken wird uns ein köstliches Vermächtnis bleiben für unser ganzes Leben. Ruhe sanft!

II. Arthur Cayley †.*)

London, Anf. Febr. (1895) In dem am 26. Jan. verstorbenen Professor Arthur Cayley hat nicht nur die Universität Cambridge, sondern auch die Wissenschaft der reinen Mathematik, welche Cayley vertrat, einen ihrer bedeutendsten Lehrer verloren. Cayley wurde als Sohn eines in St. Petersburg ansäſsigen Kaufmanns am 16. August 1821 geboren und erhielt mit seinem Bruder Charles, welcher als Übersetzer Dante's, Petrarca's, Äschylus' und Homers bekannt geworden ist († 1883), im Kings Kollege zu London und im Trinity Kollege zu Cambridge eine sehr sorgfältige Ausbildung. Schon mit 17 Jahren galt er als hervorragender Mathematiker, und im Jahre 1842 promovierte er zu Cambridge mit Auszeichnung. Obwohl er sofort die Stelle eines Fellow erhielt, so wandte

*) Münch. Allg. Ztg. Nr. 52. 21. Febr. 1895.

er sich doch der Rechtswissenschaft zu, welche er in London studierte, und war vierzehn Jahre lang als Advocat in Lincolns Inn thätig, blieb aber dabei den mathematischen Studien treu, und mehrere seiner bedeutendsten Untersuchungen auf diesem Gebiete fallen in diese Zeit. 1863 verliefs er endlich die Advocatenlaufbahn, welche ihm nie sonderlich zugesagt hatte, und erhielt die neuerrichtete Sadlerian-Professur für reine Mathematik an der Universität Cambridge. 1852 war er Mitglied der Royal Society geworden, für deren *„Philosophical Transactions“* er nicht weniger als 800 mathematische Abhandlungen geliefert hat. 1858 gründete er mit den Professoren Sylvester und Stokes das *„Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics“* und war seit 1862 regelmäfsiger Mitarbeiter des *„Messenger of Mathematics“*. Die „Pitt Press“ veranstaltete eine Gesamtausgabe seiner Abhandlungen in zehn Bänden, welche gegenwärtig noch im Erscheinen begriffen ist. Aufser seinem eigentlichen Fache, welches ihm zahlreiche bahnbrechende Arbeiten, vor allem über die Invariantentheorie, verdankt, beherrschte und bereicherte er zahlreiche andere Wissensgebiete, namentlich die Physik und Astronomie und die organische Chemie, und wie von Moltke, so läfst sich auch von ihm sagen, dafs er in manchen europäischen Sprachen zu schweigen verstand. Cayley war ein Mann von wenig Worten, aber was er sprach, war präcis, klar und scharf. Ausgestattet mit kolossalem Wissen und immer bereit, seinen Schülern und jüngeren Fachgenossen mit Anleitungen beizustehen, wurde er stets um Rat angegangen, wenn sich einer bei seinen Untersuchungen vergewissern wollte, ob — wie Cayleys Biograph Dr. Salmon sagt — „kein skrupelloser Vorgänger ein Plagiat an seinen Entdekungen begangen habe“. Die Ehren, welche ihm von Seite gelehrter Körperschaften erwiesen wurden, füllen eine lange Liste; er war u. a. Ehrendoktor der Universitäten Oxford, Dublin, Edinburg, Göttingen, Leyden und Bologna, correspondierendes Mitglied des *Institut de France,* der Berliner, der St. Petersbuger, der schwedischen, der ungarischen und der römischen Akademie der Wissenschaften, der *Royal Astronomical Society,* der *London Mathematical Society,* der *Cambridge Philosophical Society* und der *British Association for the advancement science.*

Von den mathematischen Schriften sind diejenigen nicht in die Gesamtausgabe aufgenommen worden, die selbständig in Buchform erschienen und als solche noch erhältlich sind; dies sind die analytisch-geometrischen Entwicklungen, das System der analytischen Geometrie, die Theorie der algebraischen Kurven und die analytische Geometrie des Raumes. Alles übrige ist sorgfältig gesammelt worden. Maſsgebend für die Herausgabe war in erster Linie der Gesichtspunkt, daſs neben Steiner und Möbius, die bereits erschienen, neben Graſsmann und Hesse, die in Vorbereitung sind, Plückers Werke eine notwendige Ergänzung bilden, wenn man sich ein Bild von der Entstehung der modernen Geometrie in Deutschland machen will. Die Methode der abgekürzten Bezeichnung, die Bedeutung der Konstantenzahl, die Einführung der Linien- und Ebenenkoordinaten, die homogene Schreibweise, die Benutzung überzähliger Koordinaten, der Zusammenhang der Singularitäten, die Liniengeometrie, alle die fundamentalen Gedanken und Hilfsmittel, auf Grund deren sich die moderne Geometrie in analytischer und formentheoretischer Richtung wesentlich entwickelt hat, gehen auf Plücker zurück. Seine Bedeutung wird dadurch erhöht, daſs er seine Ideen lange Zeit ganz allein vertreten hat, im bewuſsten Gegensatz gegen die rein geometrische Richtung, die zur damaligen Zeit die Herrschaft besaſs. Dieser Richtung gegenüber hat er die Tragweite seiner Darstellungs- und Denkweise von Anfang an mit klarem Blick erkannt, und es gewährt auch jetzt noch groſses Interesse zu sehen, mit welcher souveränen Kraft er sich von Anfang an seiner neuen Methoden bediente.

Die physikalischen Arbeiten Plückers haben zwar nicht in der Weise bahnbrechend gewirkt, wie die mathematischen, besitzen aber immerhin eine solche Bedeutung, daſs es angezeigt schien, sie gleichzeitig mit den letzteren herauszugeben, schon um in den gesammelten Abhandlungen ein vollständiges Bild von der wissenschaftlichen Persönlichkeit Plückers zu geben. Eine erste groſse Gruppe physikalischer Abhandlungen bezieht sich auf das magnetische Verhalten der Körper, insbesondere den von ihm zuerst bemerkten Einfluſs der Krystallstruktur auf die Einstellung im Magnetfelde; manche der Resultate Plückers auf diesem Gebiete, z. B. in betreff des magnetischen Verhaltens der Gase, wurden durch die gleichzeitigen Untersuchungen Faradays etwas in den Hintergrund gedrängt. Die meisten der späteren physikalischen Arbeiten Plückers, wiederum eine in sich zusammenhängende Gruppe bildend, betreffen die Lichterscheinungen bei elektrischen Entladungen in Geislerschen Röhren, insbesondere deren Modifikationen im Magnetfelde; hieran schlieſsen sich die Beobachtungen über die Spektra verschiedener Gase, welche als erste sichere Grundlage der Spektralanalyse von gröſstem Interesse sind. Die übrigen physikalischen Abhandlungen, welche sich u. a. auf die zweckmäſsigste Anordnung galvanischer Elemente, auf Induktionserscheinungen, sowie Gegenstände der Wärmelehre beziehen, sind in einer dritten Abteilung des II. Bandes zusammengestellt.

---

67. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Lübeck.

16.—21. September 1895.

I. Geschäftsführung.

Senator Dr. jur. et phil. Brehmer, 1. Geschäftsführer.
Dr. med. Th. Eschenburg, 2. Geschäftsführer.
Oberlehrer Dr. J. Müller, Sekretär der Geschäftsführung.
Sigismund v. Schreiber, Kassenführer.

II. Ausschüsse.

a) **Central-Ausschuss.** Derselbe besteht aus den Geschäftsführern, dem Sekretär der Geschäftsführung, dem Kassenführer (s. oben), ferner den Vorsitzenden sämmtlicher Ausschüsse nebst dem Redakteur des Tageblattes (s. unten), endlich aus den Herren Rechtsanwalt Dr. Ad. Brehmer und Professor Dr. Küstermann.
b) **Litterarischer Ausschuss.** Vorsitzender: Senator Dr. jur. H. Eschenburg.
c) **Ausstellungs-Ausschuss.** Vorsitzender: Dr. med. Schorer.
(N. B. Die Ausstellung soll sich nur auf ärztliche Buchführung erstrecken.)
d) **Wohnungs-Ausschuss.** Vorsitzender: Dr. med. Wichmann.
e) **Fest- und Vergnügungs-Ausschuss.** Vorsitzender: Dr. med. Pauli.
f) **Damen-Ausschuss.** Die Bildung desselben hat Rechtsanwalt Dr. jur. Ferd. Fehling übernommen.
g) **Redaktion des Tageblattes:** Dr. med. Ziehl.

Abtheilungsvorstände.

Die gesperrt gedruckten Namen: Einführende. Die compress gedruckten Namen: Schriftführer.

Abtheilung	Name	Stand
Mathematik	Godt	Oberlehrer a. Katharineum, Dr. phil.
	Bender	Oberlehrer a. Katharineum, Dr. phil.
Physik und Meteorologie	Küstermann	Professor a. Katharineum, Dr. phil.
	Stoffregen, V.	Wissenschaftlicher Hilfslehrer am Katharineum
Chemie	Schorer, Th.	Gerichtschemiker
	Krückeberg	Apotheker, Dr. phil.
Agriculturchemie u. landwirthschaftlich. Versuchswesen	Emmerling	Professor der Univ. Kiel, Dr. phil.
	Wetzke	Vorst. d. chem. Laborator., Dr. phil.
Instrumentenkunde	Schorer	prakt. Arzt, Dr. med.
	Schulze, C.	Direktor der Navigationsschule
Botanik	Friedrich	Oberlehrer a. Katharineum, Dr. phil.
	Rohrbach	Lehrer an der von Grossheim'schen Realschule, Dr.
Zoologie	Lenz	Lehrer an der Realschule, Dr.
	Koch, Ad.	Hauptlehrer an der Mädchenmittelschule
Entomologie	Koschitzky, von	Major z. D.
	Westphal, Joh.	Volksschullehrer
Mineralogie und Geologie	Siemssen, Aug.	Kaufmann
	Struck	Polizeiarzt, Dr. med.
Ethnologie u. Anthropologie	Freund	Oberlehrer a. d. Realschule, Dr. phil.
	Dade	prakt. Arzt, Dr. med.
Geographie	Sartori, Aug.	Professor am Katharineum
	Scharff, G.	Kaufmann, Commerz.-Rath
Mathematischer und naturwissenschaftl. Unterricht	Müller, J.	Oberlehrer a. d. Realschule, Dr. phil.
	Pechmann, H.	Hauptlehrer d. Burg-Mädchenschule

Bekanntmachung.

43. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner vom 25. bis 28. September 1895 zu Köln.

Präsidium: Gymnasialdirektor Dr. Oskar Jäger, Köln Severinstraſse 251. Universitätsprofessor Geheimrat Dr. Franz Bücheler, Bonn, Weberstr. 52.

Die vorbereitenden Geschäfte für die Sektionen haben übernommen:

Philologische: Dr. W. Schmitz, Gymnasialdirektor, Köln, Kaiser Wilhelm-Gymnasium. Universitätsprofessor Geheimrat Dr. Usener, Bonn, Baumschuler Allee 26.

Mathematisch - naturwissenschaftliche: Gymnasialdirektor Dr. Schorn, Köln, Realgymnasium, Kreuzgasse. Dr. Thomé, Realschuldirektor, Köln, Spiesergasse 15.

Pädagogische: Professor Lambert Stein, Köln, An den Dominikanern 8. Provinzialschulrat Dr. W. Münch, Coblenz.

Archäologische: Hofrat Dr. Aldenhoven, Direktor des Wallraf-Richartz-Museums, Köln. Universitätsprofessor Dr. Löschke, Bonn, Königstr. 54.

Germanistische: Oberlehrer Dr. Blumschein, Köln, Roonstr. 17. Universitätsprofessor Geheimrat Dr. Wilmanns. Bonn. Weberstr. 13.

Historische: Gymnasialdirektor Dr. Milz, Köln, An den Dominikanern 10. Universitätsprofessor Geheimrat Dr. Ritter, Bonn, Rietstr. 8.

Neusprachliche: Oberlehrer Adeneuer, Köln. Pfeilstr. 25/27. Universitätsprofessor Dr. Förster, Bonn, Arndtstr. 14.

Orientalische und indogermanische: Professor Müller, Köln, Hohenstaufenring 52. Universitätsprofessorren Dr. Prym, Bonn, Coblenzerstr. 39 und Dr. Jakobi, Niebuhrstr. 20.

Anmeldungen von Vorträgen u. s. w. für die Plenarsitzungen bitten wir vor Mitte Juni 1895 an einen der beiden Unterzeichneten für die Sektionen an die bezeichneten Herren Sektions-Obmänner gelangen zu lassen.

Köln/Bonn, im November 1894.

Dr. O. Jäger. Dr. Franz Bücheler.

Deutsche Mathematiker-Vereinigung.

Wir erhielten folgende Mitteilung:

Sehr geehrter Herr! Hierdurch die Mitteilung, daſs der dritte Band des Jahresberichtes der Deutschen Mathematiker Vereinigung erschienen ist und von den Mitgliedern zum ermäſsigten Preise von Mk. 12,00 (bei direkter Bestellung in der Verlagsbuchhandlung von G. Reimer, Berlin, SW., Anhaltstraſse 12) bezogen werden kann.

Diejenigen Mitglieder der Vereinigung, welche den Jahresbericht alljährlich zu beziehen wünschen, wollen Mitteilung hierüber baldmöglichst an mich gelangen lassen. Es wird dann die regelmäſsige direkte Zusendung durch die Verlagsbuchhandlung veranlaſst werden.

Der alljährlich zu erstattende kurze Bericht an die Mitglieder kann erst nach der im Januar stattfindenden Rechnungsablage erfolgen. Es sei daher im Gegenwärtigen noch die Mitteilung des Resultates der auf der Jahresversammlung zu Wien stattgehabten Vorstandswahl gestattet

Es wurden an Stelle der statutengemäfs aus dem Vorstande ausscheidenden Herren:

DYCK, LAMPE, REYE

neugewählt die Herren:

BRILL, GUTZMER, WANGERIN,

welche Herren die Wahl angenommen haben. Vom Januar 1895 ab besteht daher der Vorstand der Vereinigung aus den Herren:

A. BRILL, G. v. ESCHERICH, P. GORDAN, A. GUTZMER, A. WANGERIN, H. WEBER.

Über die innerhalb dieses Vorstandes erfolgende Wahl des Vorsitzenden und des Schriftführers wird seiner Zeit Mitteilung erfolgen.

Hochachtungsvoll!

W. DYCK.
d. Z. Schriftführer.
München, Technische Hochschule.

Bei der Redaktion eingelaufen.

(Ende Februar 1895.)

John Tyndall, Fragmente, neue Folge (übers. von Anna Helmholtz und Estelle du Bois-Reymond). Braunschweig. Vieweg 1895. (Mit dem Bildnis von Tyndall.)

Zeitschriften, Programme, Separat-Abdrücke. The Astrophysical Journal February 1895. Chicago. (Mit dem Bildnis von Ranyard.) — Himmel und Erde (Urania) VII, 5. — Paed. Archiv (ed. Dahn) XXXVII, 2. — Central-Organ XXIII, 2. — Gymnasium (ed. Wetzel) XIII, 4. — Paed. Wochenblatt IV, 18—19. — Ztschr. f. weibl. Bildung XXIII, 4 (Febr.). — Allgem. d. Lehrerzeitung 1895, No. 7.

Separat-Abdrücke. Korneck, Beweis des Fermatschen Satzes von der Unmöglichkeit der Gleichung $x^n + y^n = z^n$ für rationale Z. und $n > 2$. (Aus?)

(Ende März.)

Mathematik.

a) Sammelwerke (Compendien).

Holzmüller, Method. Lehrb. d. Mathematik. 3 Teile. Leipzig, Teubner 1895.

Euclidis opera omnia ed. Heiberg et Menge vol. VII (Optica, Opticorum Recensio Theonis, Catoptrica). Lipsiae, in aed. Teubn. 1895.

Wolf, Taschenbuch für Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie. 6. Aufl. besorgt von Wolfer. 1. Lief. Zürich, Schulthess 1895.

b) Arithmetik.

Schülke, Vierstellige Logarithmentafeln nebst mathematischen, physikalischen und astronomischen Tabellen, für den Schulgebrauch zusammengestellt. Leipzig, Teubner 1895.

Hrabák, Praktische Hilfstabellen für logarithmische und andere Zahlenrechnungen. 3. (abgekürzte) Ausgabe. Ebenda. (Gebundenes Exempl.)

Schnellinger, Fünfstellige Tafeln für die Zehner-Logarithmen der natürlichen und trigonometrischen Zahlen. Wien, Manzsche Hof- und Univ.-Buchh. 1892.

Westrik und Heine, Rechenbuch nebst Aufgaben zur ersten Einführung in die Geometrie für h. u. mittl. Lehranst. 2. Aufl. Münster i. W., Aschendorfsche B.-H. 1894. (Gebundenes Exempl.)

Sickenberger, Leitfaden der Elementar-Mathematik. 1. T. Algebra. 3. Aufl. München, Ackermann 1894.

Sickenberger, Übungsbuch z. Algebra. 1. Abt. (1. u. 2. Stufe d. Rechnungsarten einschl. der linearen Gl. mit einer und mehreren Unbek.). 2. Aufl.
Versluys, *Deelbarheid en Repeteerende Breuken.* Amsterdam, Versluys 1894.

c) Geometrie.

Gundelfinger, Vorlesungen aus der analytischen Geometrie der Kegelschnitte. Herausgegeben von Fr. Dingeldey. Leipzig, Teubner 1895.
Eberhard, Die Grundgebilde der ebenen Geometrie. 1. Bd. Ebenda. — Hieraus Separatabdruck: „Über die Grundlagen und Ziele der Raumgeometrie.“ Ebenda.
Lengauer, Die Grundlehren der ebenen Trigonometrie. Ein Leitfaden f. d. Unterricht mit Übungsaufgaben. Kempten, Köselsche B.-H. 1895.
Sickenberger, Leitfaden der Elementar-Mathematik. 3. T. Stereometrie—Trigonometrie. 2. Aufl. München, Ackermann, 1895.
Winter, {a) Trigonometrie, b) Stereometrie} Lehrbuch und Aufgabensammlung f. Schulen. 2. Aufl. Ebenda.
Delabar, Anleitung zum Linearzeichnen etc. mit besonderer Berücksichtigung des gewerblichen und technischen Zeichnens. 1. Heft. Das geometrische Linearzeichnen. 5. Aufl. Freiburg i. B., Herdersche V.-B. 1894.

Naturwissenschaften.

Graetz, Compendium der Physik für Studierende. 2. Aufl. Leipzig u. Wien, Deuticke 1896.
Genau, Physik für Lehrerbildungsanstalten. Gotha, Thienemann 1895.
Sattler, Aufgaben aus der Physik und Chemie. Ein Wiederholungs- und Übungsbuch (f. d. oberen Kl. v. Bürgerschulen, höheren Töchtersch. u. anderen h. Lehranst. in 2 Kursen). Braunschweig, Vieweg 1895. (Beschnittenes Exemplar.)
Arendt, a) Grundzüge der Chemie, method. bearb. 5. Aufl. Hamburg-Leipzig, Vofs. 1895. — b) Sonderabdruck hieraus: Anorganische Chemie in Grundzügen. 2. Aufl. Ebenda. — c) Bildungselemente und erziehlicher Wert des Unterrichts in der Chemie. 2. (unveränderter) Abdr. Ebenda.
Steiner, Das Mineralreich nach seiner Stellung in Mythologie und Volksglauben, Sitte und Sage, Geschichte und Litteratur, Sprichwort und Volksfest. Kulturgeschichtl. Streifzüge. Gotha, Thienemann 1895.
Behrens, Anleitung zur mikrochemischen Analyse (mit einem Vorwort von Prof. Hoogewerff in Delft.) Hamburg-Leipzig, Vofs 1895.
Krafs-Landois, Lesebuch für den Unterricht in der Zoologie. 4. Aufl. Freiburg i. B., Herdersche V.-B. 1895. (Fortsetzung im nächsten Heft.*)

Briefkasten.

Wir müssen unsere geehrten Mitarbeiter bitten, ihre Berichte, Entgegnungen, ja sogar z. T. d. Orig.-Artikel nicht so umfangreich zu gestalten, bezw. auszudehnen, dafs dieselben den Druckraum der Hefte ungebührlich in Anspruch nehmen. Denn hierdurch wird die Aufnahme anderer Arbeiten verhindert, mindestens aber verzögert und hieraus erwächst uns Verdrufs mit den Verfassern. Wir leiden wieder an Überfülle von Material. Wenn nun darunter auch manches Minderwertige oder für u. Z. Ungeeignetes ist, so bleibt doch noch viel Brauchbares, dessen Unterbringung uns oft viel Kopfzerbrechen macht, zumal da für jedes Heft noch eine gewisse Stoffmenge vorliegt, welche, soll sie fürs nächste nicht gegenstandslos sein, aufgenommen werden mufs. —

*) Mufste leider wegen Mangel an Raum hier abgebrochen werden: ebenso mufste der spezielle Briefkasten fortbleiben.

Sind vierstellige Logarithmentafeln für Gymnasien zu empfehlen?

Vortrag im Verein z. Förd. d. Unt. i. d. Math. u. d. Naturw.
von Dr. A. Schülke (Osterode, Ostpr.).*)

(Mit 3 Figuren im Text.)

Schon vor 50 Jahren empfahl Tr. Müller den Gebrauch vierstelliger Tafeln gegenüber den gröfseren mit den Worten, dafs zwischen zwei Wegen, von denen der eine kurz und mit einem Blicke übersehbar, der andere von beiden das Gegenteil ist, die Wahl kaum zweifelhaft sei, sobald beide zu demselben Ziele führen. Ähnliches ist später öfters geschehen und ich selbst habe diesen Gegenstand nach den verschiedensten Seiten hin in dieser Zeitschr. Jahrg. 1893, S. 1 u. f. und in der „Zeitschr. f. Gymn.“ 1895 S. 193 untersucht, ich will daher heute nur prüfen, ob die weitverbreitete Ansicht begründet ist, dafs bei vier Stellen die Abnahme der Genauigkeit zu grofs und die Leistungsfähigkeit der Tafeln zu gering sei, um eine Reihe von wichtigen Ergebnissen zur Darstellung zu bringen.

Ich beginne mit der Abnahme der Genauigkeit im Verlauf der Rechnung. Bekanntlich kann durch die Addition oder Subtraktion von zwei Logarithmen bereits ein Fehler von einer Einheit in der letzten Stelle entstehen, bei vier Logarithmen könnte der Fehler auf zwei, bei sechs auf drei Einheiten an-

*) Vom Verfasser für unsere Zeitschrift durchgesehen und ergänzt. Obgleich dieser Artikel einen Bestandteil des Berichts über die Göttinger Vereins-Versammlung ausmacht, so haben wir ihn doch, auf Wunsch des Hrn. Verfassers, in die 1. Abteilung (Orig.-Art.) genommen, da er eine Ergänzung des früheren dasselbe Thema behandelnden Art. (Heft 4, S. 241 ff.) desselben Verf. bildet und diesen tiefer begründet. D. Red.

wachsen. Bei oberflächlicher Betrachtung könnte es nun scheinen, als ob hierdurch die Ergebnisse einer längeren Rechnung vollständig wertlos werden. Es ist jedoch sehr unwahrscheinlich, dafs die Summanden immer in demselben Sinne von dem wahren Werte abweichen werden, und durch eine eingehende Untersuchung hat Univ.-Prof. Frischauf in Graz (s. d. lauf. Jahrg. dieser Zeitschr. Heft 3, S. 161 u. f.) nachgewiesen, dafs die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des gröfsten Fehlers bei einer Summe von zwei Logarithmen zwar $^1/_4$ beträgt, bei vier jedoch nur noch $^1/_{192}$, bei sechs $^1/_{23040}$, bei zehn $1 : 1858.10^6$, während die Wahrscheinlichkeit, dafs die durch Addition erhaltene Zahl gar keiner Korrektur bedarf, im letzten Falle noch nahezu $^1/_2$ beträgt.*) Hiermit steht die Erfahrung in Übereinstimmung, dafs auch in längeren Logarithmenrechnungen die Fehler wenige Einheiten der letzten Stelle äusserst selten übersteigen.

Ferner pflegt man die Beibehaltung gröfserer Tafeln damit zu rechtfertigen, dafs dieselben für die Bestimmung der Funktionen kleiner Winkel notwendig seien. Hier besteht allerdings auch bei gröfseren Tafeln eine gewisse Schwierigkeit, denn man hat zwar besondere Hülfstafeln für die einzelnen Sekunden, die bei Schlömilch bis zu 10″, bei Gauss bis zu 60″ gehen, aber bei Beobachtungen kommen Bruchteile von Sekunden vor und dann wird der Wert der Hülfstafeln ein sehr geringer, denn man kann erst von 5′ an in gewöhnlicher Weise interpolieren, bei kleineren Winkeln müfste man entweder zweite Differenzen hinzunehmen oder man erhält Abweichungen, die sich bis in die zweite Stelle erstrecken können. Eine genaue Bestimmung wird zwar durch Einführung der Hülfsgröfsen S und T möglich, aber der Grund für die Regel: Man entnehme den Logarithmus der Sekunden aus der ersten Tafel u. s. w., wird auch besseren Schülern nicht recht klar werden, dieselben sind daher für Schulzwecke wenig geeignet und werden that-

*) Bei der Debatte wurde versucht, die Anwendung der Wahrscheinlichkeit auf diesem Gebiete als unzulässig hinzustellen, „man wolle nicht wahrscheinlich, sondern absolut richtige Ergebnisse.“ Dieser Standpunkt wurde von den griechischen Mathematikern festgehalten, er führt jedoch dahin, auf das Rechnen mit irrationalen Zahlen überhaupt zu verzichten. S. ds. Zeitschr. 1893 S. 4.

sächlich selten benutzt; die sehr lehrreichen Aufgaben über kleine Winkel, von denen ich später noch einige anführen will, müssen daher für gewöhnlich unterbleiben.

Wir haben uns jedoch diese Schwierigkeit selbst geschaffen, weil die Logarithmen die Grundzahl 10 haben und der Grad in Sechzigstel geteilt ist. Sobald die kleinen Winkel in Dezimalteilen des Grades ausgedrückt sind, so ersieht man unmittelbar $\log \sin 1^0 = 0{,}2419-2$, $\log \sin 0{,}1^0 = 0{,}2419-3$ u. s. w.; will man also $\log \sin 0{,}000176^0 = \log \sin 0{,}6336''$ bestimmen, so braucht man nur $\log \sin 1{,}76^0$ aufzuschlagen und die Kennziffer entsprechend abzuändern.

Ich mufs bei dieser Gelegenheit eine Abschweifung über die Dezimalteilung des Grades einschalten. Dieser Gegenstand hat zwar schon vor zwei Jahren die Berliner Versammlung beschäftigt und dieselbe erklärte sich einstimmig dafür, aber trotzdem ist mir mehrfach von beachtenswerter Seite gesagt worden: Wenn auch die Vorzüge der Dezimalteilung auf der Hand liegen, so darf doch die Schule nicht dazu übergehen, solange die Astronomen an der alten Einteilung festhalten.

M. H.! Die Astronomen haben auch gute Gründe für ihr Verhalten, denn zunächst sind die Teilkreise eines Fernrohrs so wertvolle Gegenstände, dafs die gegenwärtig im Gebrauch befindlichen noch für lange Zeit weiter benutzt werden; ferner müssen vielfach Winkel- und Zeitmessungen gleichzeitig gemacht werden und daher ist die gemeinsame Sechzigteilung vorteilhaft; endlich aber ist der Astronom auf die fortwährende Benutzung der Ephemeriden und der früheren Beobachtungen angewiesen, das häufige Umrechnen würde also sehr lästig werden. In anderen Fällen, bei mehr rechnerischer Thätigkeit ist es in der Wissenschaft durchaus gebräuchlich, die jedesmal vorliegende Einheit dezimal zu teilen — dies gilt nicht allein von dem Grad, sondern selbst die Zehnteilung des Tages ist in beständiger Anwendung. Da nun die vorhin erwähnten Gründe, welche die Astronomen zur Beibehaltung von Minuten und Sekunden bestimmen, für die Schule nicht in Betracht kommen, so scheint es mir am zweckmäfsigsten, diese schwerfällige Dreiheit aufzugeben, denn es wäre nach einem Ausspruche

Försters*) „unverzeihlich, diejenigen Vorteile und Erleichterungen ungeerntet liegen zu lassen, welche innerhalb des dekadischen Zahlensystems noch in Fülle zu erlangen sind".

Untersuchen wir nun die Leistungsfähigkeit der Tafeln an einigen Beispielen, von denen mir mündlich oder schriftlich mitgeteilt wurde, dafs zu ihrer Behandlung vier Stellen nicht ausreichten.

Die reine Mathematik können wir hier ausschliefsen, weil für diese die Ziffernzahl überhaupt gleichgültig ist. Aus der angewandten Mathematik werden regelmäfsig Geldangaben erwähnt; hierbei sind häufig viele Stellen nötig und man kann die Zinsen von gröfseren Kapitalien natürlich nicht mit vierstelligen Tafeln berechnen; aber das thut auch niemand, denn man müfste sonst bei Aufstellung des preufsischen Staatshaushalts zu zehnstelligen Tafeln greifen. Bei der Zinseszinsrechnung genügen, wenn man die Bedürfnisse von Versicherungsanstalten aufser Acht läfst, für Schulzwecke vier Stellen mit fünfstelligen Zinsfaktoren.

Aus der Physik ist ein naheliegendes Beispiel die Erwärmung eines Meterstabes um 1°. $l_0(1 + at)$ läfst sich allerdings kaum mit siebenstelligen Tafeln bestimmen, aber für die Verlängerung $l_0\, at$ genügen vier Stellen; offenbar ist die Berechnung des ersten Ausdrucks vom mathematischen Standpunkt aus ebenso verfehlt, als wenn man physikalisch die Ausdehnung durch Messung der Länge des Stabes vor und nach der Erwärmung feststellen wollte. Einmal wurde mir entgegengehalten, dafs man in der Akustik das Schwingungsverhältnis der temperierten Quinte $\sqrt[12]{2^7}$ nicht von dem der reinen 1,5 unterscheiden könnte; wenn man jedoch sein Mifstrauen gegen vierstellige Tafeln soweit überwindet, dafs man wirklich nachrechnet, dann zeigt sich der Einwurf unbegründet.

Für die Feldmessung hat bereits Bremiker vor 20 Jahren bewiesen, dafs vier Stellen vollständig ausreichen. Es bleibt also nur noch die mathematische Geographie und Astronomie übrig, auf die ich etwas ausführlicher eingehen muſs.

*) Aus dem Vorwort zur fünfstelligen Logarithmentafel für Dezimalteilung des Quadranten von Gravelius.

weil hier die Beobachtungen eine besondere Schärfe erreichen. Den Ausgangspunkt wähle ich so, wie in meiner Logarithmentafel,*) da mir dies gerade für den Unterricht empfehlenswert zu sein scheint. O sei (s. Fig. 1) der Schulort, dessen Länge und Breite (im folgenden immer $= 50^0$ gesetzt) bekannt sei, AA_1 u. s. w. sind Nachbarorte, deren Lage durch ihre Abstände in ost-westlicher und nord-südlicher Richtung von O gegeben ist. Damit erhält man zunächst hübsche Aufgaben über das rechtwinkelige Dreieck für den Anfangsunterricht und zugleich eine Einführung in den Koordinatenbegriff.

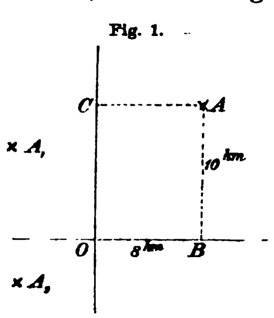


Fig. 1.

Betrachten wir dann später die Erde als Kugel, so mufs zunächst festgesetzt werden, dafs z. B. (Fig. 1) $OB = 8$ km auf einem Parallelkreis und $AB = 10$ km auf einem Meridian gemessen sei.

1) Welchen Breitenunterschied haben A und O? 10000 km entsprechen 90^0, also $AB = 10$ km ergiebt $0{,}09^0$ Unterschied.

2) Der Längenunterschied für 1 km wird $0{,}009^0 : \cos 50^0$, für 8 km wird er also $0{,}072^0 : \cos 50 = \mathbf{0{,}1120^0}$ [$0{,}11201^0$]**). Die Ortszeiten unterscheiden sich um $0{,}112 \cdot 4^{\text{min.}} = 26{,}9^{\text{sec.}}$

3) Um wieviel nähern sich die Meridiane, d. h. wie lang ist $OB - AC$?

Auf dem Parallelkreis AC ergiebt sich für 1 km eine Längenänderung von $0{,}009^0 : \cos 50{,}09$, also für x km eine Änderung von $x \cdot 0{,}009^0 : \cos 50{,}09^0$, diese soll gleich $8 \cdot 0{,}009^0 : \cos 50^0$ werden, daher

$$x = AC = \frac{8 \cdot \cos 50{,}09^0}{\cos 50^0}$$

und

$$OB - AC = 8 \cdot \frac{\cos 50 - \cos 50{,}09}{\cos 50} = 8 \cdot \operatorname{tg} 50^0 \cdot \sin 0{,}09^0,$$

*) Eine Aufzählung und Besprechung anderer Tafeln siehe d. lauf. J. dieser Ztschr. S. 241.

**) Die in Klammer gesetzten Ausdrücke sind mit fünfstelligen Tafeln berechnet.

weil $\cos 50{,}09 = \cos 50 \cos 0{,}09 - \sin 50 \sin 0{,}09$ und $\cos 0{,}09 = 1$ ist; folglich

$$OB - AC = \mathbf{14{,}98\,m}\ [14{,}976\,m].$$

4) Wie weit weicht der Bogen ADB von der geraden Linie AEB ab? (Fig. 2.)

$$DE = r\left(1 - \cos\frac{a}{2}\right) = 2r \sin^2\frac{a}{4}$$

$$2r\pi = 40 \cdot 10^6\,m$$

$$DE = 40 \cdot 10^6 \sin^2 0{,}0225^0 : \pi$$

$= \mathbf{1{,}962\,m}$

$= [1{,}96347]$ mit Benutzung der Hülfsgröfse S

$= [1{,}7502]$ fünfstellig mit einfacher Interpolation, wenn $0{,}0225^0 = 1{,}35'$ gesetzt wird. Dies Beispiel zeigt deutlich dafs die üblichen fünfstelligen Tafeln bei kleinen Winkeln sehr ungenaue Ergebnisse liefern, sobald sie zur Einschaltung benutzt werden; bei Dezimalteilung des Grades machen jedoch selbst noch kleinere Winkel keine Schwierigkeit, denn man sieht sofort für die Bogenlänge 1 km ist die Abweichung 1,96 cm.

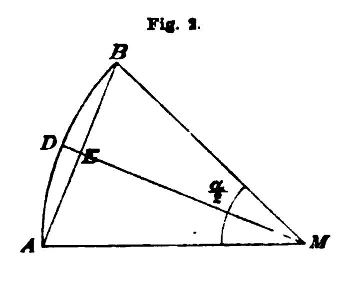


Fig. 2.

„ „ „ 10 m „ „ „ 0,002 mm.

5) Um wieviel unterscheidet sich die Länge des Bogens ADB von der Sehne AEB? (Fig. 2.)

Unzweckmäfsig wäre es, den Bogen $b = ra$ und die Sehne $s = 2r \sin\frac{a}{2}$ gesondert zu berechnen, denn es zeigt sich kein Unterschied bei vier, fünf und sechs Stellen. — Es ist jedoch $b - s = r\left(a - 2\sin\frac{a}{2}\right)$ und durch Reihenentwickelung des sinus erhält man

$$b - s = ra^3 : 24 = 10^7 a^3 : 12\pi = \mathbf{10{,}28\,mm}\ [10{,}281\,mm];$$

man sieht, dafs zur direkten Berechnung selbst siebenstellige Tafeln nicht ausgereicht hätten.

6) Wie grofs ist der Unterschied in der Tageslänge bei den Orten A und O? (Fig. 1.)

Für diesen Fall empfiehlt Martus (der siebenstellige Tafeln zu Grunde legt) die Tageslänge für zwei weit von einander entfernte Orte, etwa Berlin und Greifswald zu berechnen und den Unterschied gleichmäfsig zu verteilen; man erhält dann mit vier Stellen, dafs der Tag in *A* **33,9** sec länger dauert als in *O* [**33,5** sec].

7) Um die Abweichung der Erde von der Kugelgestalt zur Darstellung zu bringen, soll die geocentrische Breite β für Göttingen berechnet werden. (Fig. 3.)

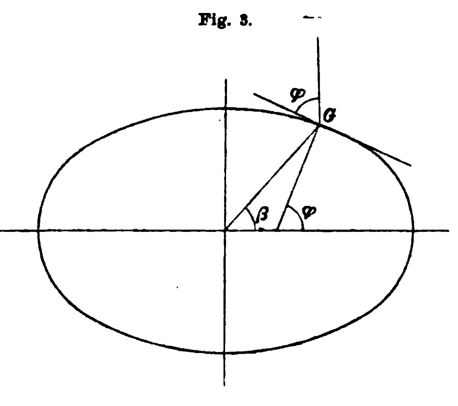
Die Polhöhe von Göttingen ist $\varphi = 51{,}53^0$, dann wird

$$\operatorname{tg}\beta = b^2 \operatorname{tg}\varphi : a^2.$$

$$\beta = \mathbf{51{,}35^0}\ [\mathbf{51{,}343^0}].$$

8) Hier im Zimmer möge ein 1 m langes Lot aufgehängt sein, wie weit müfste der Endpunkt nach Norden verschoben werden, damit es nach dem Mittelpunkt der Erde hinzeigt?

Fig. 3.



Nach dem vorigen ist $\varphi - \beta = 0{,}18^0$, also wird die Verschiebung $v = 1000 \text{ mm} \cdot \operatorname{tg} 0{,}18$ $=$ **3,142 mm** [**3,265 mm**].

In diesem Falle ist der Unterschied besonders stark, weil die Unsicherheit von β in der Differenz viel mehr bemerkbar wird; wenn ich mir eine Formel für $\beta - \varphi$ hergeleitet hätte, würde die Abweichung wie immer in der letzten Stelle geblieben sein.

Ebenso lassen sich die Entfernungen von Mond, Sonne und Fixsternen, sowie die Beschleunigungen, welche die Sonne auf die Planeten und diese auf die Monde ausüben, mit hinreichender Genauigkeit berechnen. Ich könnte auch noch hinzufügen, dafs bei dem geodätischen Ferienkursus Ostern 1895 in Frankfurt a./M. Dr. C. Müller sämtliche Beobachtungen nach meiner Tafel berechnet und dieselbe überall für ausreichend befunden hat — selbst in den Fällen, in welchen

der Praktiker siebenstellige Tafeln für notwendig erachtete.*) Ich will jedoch Ihre Geduld nicht länger auf die Probe stellen, da ich glaube, den Nachweis erbracht zu haben, dafs man mit vierstelligen Tafeln alles auf dem Gymnasium Erreichbare thatsächlich erreichen kann!

Sobald aber dies zugegeben wird, kann niemand die Vorzüge der vierstelligen Tafeln vor gröfseren leugnen. Zunächst fällt die grofse Übersichtlichkeit in die Augen — in meiner Tafel stehen auf den beiden ersten Seiten sämtliche Logarithmen der Zahlen und Zinsfaktoren, dann folgen auf zwei Seiten die Log. der Sinus, Kosinus und der Tangenten, Kotangenten. Ferner wird infolge der geringeren Ziffernanzahl das Wesen der Operationen weit schärfer erfafst und bedeutend an Zeit und Rechnung gespart: jede Ersparnis aber an mechanischer Arbeit ist mit Freude zu begrüfsen, sie kommt der geistigen zu gut. Sodann kann, ohne dafs der Umfang und der Preis einer fünfstelligen Tafel erreicht wird, eine grofse Zahl von physikalischen und astronomischen Angaben beigefügt werden; dadurch wird es ungemein erleichtert, die Aufgaben fortdauernd aus wirklichen Verhältnissen zu entnehmen und dies trägt zur Erweiterung und Vertiefung der mathematischen Ausbildung bei.

Endlich müssen wir bedenken, dafs der Lesestoff, der von der heutigen Jugend bewältigt werden mufs, ein ganz erheblicher ist und damit steht die grofse Verbreitung der Kurzsichtigkeit im Zusammenhang. Wenn wir also durch Einführung von vier Stellen in einem so viel gebrauchten Buche die Ziffernzahl und das Umblättern etwa auf den zehnten Teil verringern, so liefern wir damit auch einen nicht unwesentlichen Beitrag zur Förderung der Gesundheit unserer Schüler.

Nach sehr lebhafter Debatte beschlofs die Versammlung mit sehr grofser Majorität, dafs vierstellige Tafeln für alle höheren Schulen genügen, näheres darüber s. Abteilung III, S. 470—471. D. Red.

*) Nach einer Mitteilung des Bureau of Education zu Washington werden in den Schulen der Vereinigten Staaten fast durchgängig vierstellige Logarithmentafeln benutzt.

Sprech- und Diskussions-Saal.

Stimmen über die Jansensche Lehrprobe.*)

Heft 2, S. 81 u. f.:

(Lehrprobe an dem geometrischen Satze „Durch einen Punkt aufserhalb einer geraden Linie läfst sich nur eine Parallele zu derselben ziehen".)

I.

Besprechung von Professor v. LÜHMANN in Königsberg in der Neumark.

Am Schlusse des genannten Aufsatzes sagt der Herr Herausgeber, dafs er einer objektiv gehaltenen kritischen Aussprache über diesen Aufsatz nicht ablehnend gegenüberstehe. Indem ich mich zu einer solchen Aussprache anschicke, möchte ich vor allem feststellen, um was es sich in dem genannten Aufsatze eigentlich handelt: denn aus der Überschrift geht es nicht genügend hervor. Es war bei der angestellten Lehrprobe bereits der Satz durchgenommen: „Zwei gerade Linien, welche derselben dritten Geraden parallel sind, sind unter sich parallel", und es sollte nun zu dem Satze geschritten werden „Durch einen Punkt aufserhalb einer geraden Linie läfst sich nur eine Parallele zu derselben ziehen". Der Schritt von dem ersten dieser Sätze zum zweiten ist das denkbar einfachste, was in dem mathematischen Unterrichte vorkommen kann. Von pädagogischen Schwierigkeiten ist dort überhaupt keine Rede, und selbst der Neuling im Unterrichten wird den Beweis so durchnehmen können, dafs auch selbst die mäfsig begabten Quartaner ihn zu erfassen und mit Verständnis wiederzugeben vermögen. Er mufs sich nur davor hüten, eigens Schwierigkeiten hineinzubringen, er mufs bei der Sache bleiben, mufs von parallelen Geraden und von sich schneidenden Geraden sprechen, darf aber nicht sprechen von schwarz und weifs, von den vier Spezies, von abstrakten Begriffen wie mittelbar und unmittelbar, von der Gestalt und der Bewegung der Erde oder gar von dem Dasein Gottes. Hiermit ist nun auch ausgesprochen, dafs ich im Grofsen und Ganzen der Lehrprobe des Herrn Rektor Jansen nicht beistimme, wenn ich auch gern zugebe, dafs in Einzelheiten der erfahrene und geschickte Lehrer sich zu erkennen giebt. Wenn es am Eingange jenes Aufsatzes heifst, dafs die Praxis die betreffende Lehrprobe als bewährt erwiesen habe, so will das für den Wert der Methode sehr wenig sagen. Jeder Lehrer, der über Erfahrungen gebietet und sich über die anzuwendende Methode klar geworden ist, ist der Überzeugung, dafs diese Methode sich bewährt habe; denn hätte er diese Überzeugung nicht, so würde er ja seine Methode nicht beibehalten haben. Hiermit soll keineswegs ausgesprochen sein, dafs eine solche Überzeugung vielfach irrig sei.

---

*) Um die Eingänge über die J. Lehrprobe in ds. Hefte zu erledigen, haben wir sie gleich alle gebracht. D. Red.

Im Gegenteile nehme ich an, dafs sie in den meisten Fällen zutrifft und insonderheit habe ich keinen Grund daran zu zweifeln, dafs der Herr Verfasser jenes Aufsatzes mit seinem Lehrverfahren günstige Erfolge erzielt habe. Wie paradox es auch klingen mag, die Erfolge werden in erster Reihe nicht durch die Methode, sondern durch die Eigenart und die Persönlichkeit des Lehrers erzielt. Der innerlich rege, aber äufserlich ruhig ausgeprägte Eifer des Lehrers, eine richtige Paarung von Ruhe und Lebhaftigkeit, eine geschickte Fragestellung, ein freundliches und liebevolles Eingehen in den Ideenkreis der Schüler wirken belebend auf dieselben und führen sie auch durch Dornen und über Klippen fort, und so vermag ein Lehrer auch eine unzureichende und verkehrte Methode zu Ehren zu bringen, wenn er sich nun einmal völlig in dieselbe versenkt hat und sie mit seiner ganzen Persönlichkeit vertritt. Der Wert einer Methode kann hiernach nicht ausschliefslich nach den Erfolgen bemessen werden, die mit ihr an den Schülern erreicht werden, sondern man mufs auch die Arbeit berücksichtigen, die dabei von den Schülern geleistet wird, sowohl die häusliche Arbeit als auch die Denkarbeit in der Klasse. Prüfen wir beides in dem vorliegenden Falle. Der erzielte Erfolg besteht darin, dafs mit Hülfe des einen Satzes von Parallelen der nächste, in der Überschrift bezeichnete, den Schülern zum Verständnisse gebracht worden ist. Dieser Erfolg ist der Natur der Sache gemäfs ein sehr bescheidener, die Schüler sind dabei um einen recht kleinen Schritt gefördert. Betrachten wir dagegen das von dem Herrn Verfasser zur Erreichung dieses Erfolges angewendete Material und die Denkkraft, die er dabei den Quartanern zumutet, so ist diese sehr grofs und in Vergleich mit jenem Erfolge so übergrofs, dafs man ohne Übertreibung bildlich sagen kann, der Herr Verfasser habe nach Spatzen mit Kanonen geschossen. Man wolle mir hier nicht etwa einwenden, dafs solche Denkübungen auch schon an und für sich, also ganz unabhängig von ihrer Verwertung bei einem Beweise, den Schülern Nutzen bringen, indem sie das Denkvermögen stählen und den Gesichtskreis erweitern. Ich meine im Gegenteil, dafs ein Verfahren, wie es der Verfasser einschlägt, für die Schüler schädlich ist. Die Schüler werden mit Hülfe ihres gesunden Menschenverstandes und auf Grund der räumlichen Anschauungen, die sie bereits durch Erfahrung und Beobachtung, vielleicht auch durch einen zweckmäfsigen Zeichenunterricht gewonnen haben, endlich mit Benutzung ihrer bisher erworbenen Kenntnisse einer geometrischen Wahrheit unmittelbar nahe gebracht. Sie meinen dieselbe mit Händen fassen zu können und wollen zugreifen; da wird ihnen ein Halt entgegengerufen. Sie dürfen nicht zugreifen, sie sollen auf einem Umwege das Ziel erreichen. Sie sollen erst gewisse abstrakte Grundsätze (ich komme auf dieselben bald ausführlich zurück) gewinnen und erst mit Hülfe dieser Grundsätze dürfen sie jene Wahrheit erfassen. Sie werden naturgemäfs nun den Eindruck gewinnen, dafs sie mit Hülfe ihres gesunden Menschenverstandes und ihrer räumlichen Anschauung auch selbst eine naheliegende Wahrheit nicht als Wahrheit zu erweisen vermögen, und so werden sie systematisch angeleitet, ihrem eigenen Erkenntnisvermögen zu mifstrauen. Die Schädigung, welche sie hierdurch in ihrer geistigen Entwicklung erleiden, ist so überaus grofs, dafs sie durch keine anderweitigen Vorteile ausgeglichen werden kann, sicherlich nicht durch jene Denkübungen, deren Wert übrigens, wie ich bald nachweisen werde, recht zweifelhaft ist.

Gehen wir nun auf das Lehrverfahren des Herrn Rektor Jansen genauer ein. Zunächst wird S. 84 bis 87 in grofser Breite aus den Schülern der Unterschied zwischen Grundsätzen und Lehrsätzen herausgefragt. Da wird denn auf den Begriffen „mittelbar“ und „unmittelbar“ tüchtig herumgeritten. Ich kann nicht glauben, dafs durch derartige Erklärungen den Schülern wirklich etwas klarer werde. Der Unterschied zwischen den Grundsätzen der Geometrie und den ersten Lehrsätzen ist sehr gering,

und daſs bei den beiden genannten Sätzen die Schüler wirklich empfinden, daſs sie die Richtigkeit dieser Sätze nicht „unmittelbar“ erkennen, und daſs dieselben ihnen erst mittelst eines Beweises einleuchten können, möchte ich bezweifeln. Es ist schon das Beste, daſs man nach Erledigung der Grundsätze den Schülern sagt: „Mit diesen Grundsätzen begnügen wir uns. Von jetzt ab lassen wir keine Behauptung gelten, die wir nicht beweisen können.“ Im weiteren Verlaufe stellt nun Herr Rektor Jansen mit seinen Schülern eine Anzahl „anderer“ Grundsätze auf. Ich teile sie hier mit:

1. Von zwei Gegenteilen ist immer das eine richtig, das andere falsch.

2. Aus der Richtigkeit des einen Gegenteils kann man die Unrichtigkeit des anderen folgern.

3. Aus der Unrichtigkeit des einen Gegenteils kann man die Richtigkeit des anderen folgern.

4. Wenn eine Behauptung richtig ist, dann sind auch die Folgerungen aus derselben richtig.

5. Wenn eine Behauptung falsch ist, dann sind auch die Folgerungen aus derselben falsch.

6. Wenn die Folgerungen aus einer Behauptung richtig sind, dann muſs auch die Behauptung selbst richtig sein.

7. Wenn die Folgerungen aus einer Behauptung falsch sind, dann muſs auch die Behauptung selbst falsch sein.

Diese sogenannten Grundsätze sind ganz abstrakter Natur. Sie sind also nicht mathematische Grundsätze, sondern könnten allenfalls als philosophische Grundsätze gelten. Sie werden aus einer Reihe verschiedener konkreter Beispiele entnommen, und die Beispiele sind wieder verschiedenen Gebieten entlehnt. Die Begriffe weiſs und schwarz werden dazu benutzt, ferner das Gebiet der Zahlen, die Gestalt und die Bewegung der Erde, ja selbst das Dasein Gottes. Mit Hülfe dieser abstrakten Grundsätze wird nun der indirekte Beweis des zweiten (in der Überschrift genannten) Satzes geführt. Es werden also allgemeine abstrakte Sätze auf einen konkreten besonderen Fall angewendet. Darin liegt aber entschieden ein schwerer pädagogischer Fehler. Im Anfangsunterrichte muſs man es nach Möglichkeit vermeiden einen Schluſs vom Allgemeinen auf das Besondere zu machen. Man behandle zunächst jeden vorkommenden besonderen Fall für sich, und hat man dies erst an einer gröſseren Zahl von besonderen Fällen ausgeführt, so werden die Schüler schon selbst das Allgemeine herausfinden und erkennen, daſs sie von dem erweiterten Standpunkte aus alle besonderen Fälle kürzer und schneller erledigen können. In noch höherem Maſse ist für den Anfangsunterricht ein Übergang vom Abstrakten auf einen konkreten Fall zu verwerfen. Alle zu dem Beweise erforderlichen Schlüsse durften nur an dem hier vorliegenden besonderen Falle ausgeführt werden. Anstatt der Fassung auf S. 102 würde ich also etwa folgende vorschlagen:

Voraussetzung: 1. Der Punkt P liegt auſserhalb der Geraden AB. 2. Gerade $CPD \parallel AB$. Behauptung: Durch den Punkt P läſst sich keine zweite Parallele zu AB ziehen.

Beweis. Angenommen die Behauptung wäre falsch, es lieſse sich also noch eine zweite Parallele durch P zu AB legen, und EPF wäre diese Parallele, so hätten wir zwei Gerade, nämlich CD und EF, welche beide einer dritten Geraden, nämlich AB, parallel sind. Von solchen Geraden wissen wir aber, daſs sie einander parallel sind. Es müſste also $CD \parallel EF$ sein. Das ist aber offenbar falsch, denn CD und EF schneiden einander ja in P. Die Annahme, daſs sich durch P noch eine zweite Parallele zu AB legen lasse, hat uns auf etwas Falsches geführt; sie muſs also notwendig selbst falsch sein. Hiernach läſst sich durch den Punkt P nur eine Parallele zu AB ziehen.

Diese Darstellung dürfte wohl auch dem schwächeren Schüler verständlich sein und, was besonders von Wert ist, in ihm die Zuversicht erwecken, daſs er bei gutem Willen dem mathematischen Unterrichte gewachsen ist.

Die sieben abstrakten philosophischen Grundsätze werden von dem Herrn Rektor Jansen an Beispielen aus verschiedenen Gebieten erhärtet. Aus keinem anderen Gebiete lassen sich aber so zweckmäſsige Beispiele entnehmen wie gerade aus der Geometrie, weil hierbei die räumliche Anschauung und die unmittelbare sinnliche Wahrnehmung den Schülern zu Hülfe kommen. Zahlenbeispiele stellen sich in dieser Beziehung entschieden weniger günstig, und gar Beispiele von Dingen, die sich der sinnlichen Wahrnehmung entziehen, wie die Gestalt und die Bewegung der Erde und das Dasein Gottes sind, auch wenn ihnen anderweitig eine löbliche Tendenz zu Grunde liegt, ohne didaktischen Wert. Will man also solche abstrakte Grundsätze überhaupt durchnehmen, so möge es auf einer höheren Stufe geschehen und dann müſsten die erforderlichen Beispiele vornehmlich der Geometrie entnommen werden. Man wolle nur nicht glauben, daſs ein Quartaner, der beim Beweise eines Satzes jene abstrakten Grundsätze anführt und anwendet, dabei auch wirklich den Beweis von einem höheren Standpunkte aus erfaſst habe, und daſs sein Gesichtskreis weiter sei als der eines Schülers, der sich nur an den vorliegenden konkreten Fall hält. Ist der Schüler schwach begabt, so spricht er jene abstrakten Grundsätze ganz gedankenlos nach; ist er begabt, so hat er bei der Angabe des abstrakten Grundsatzes doch immer nur einen konkreten Fall im Auge. Ein zwölfjähriger Knabe kann noch nicht abstrakt denken. Nötigt man ihn zu dem Schritt ins Abstrakte, so verliert er den Boden unter den Füſsen. Indem er sich doch immer an einem konkreten Falle anklammert und ihn zu verallgemeinern sucht, kommt er in die Gefahr einen Fehler zu begehen. Ja, vor dieser Gefahr, bei dem Sprunge vom Konkreten ins Abstrakte, ist selbst der Fachmann nicht sicher. Daſs ich mit dieser Behauptung nicht übertreibe, dafür giebt die Abhandlung des Herrn Rektor Jansen ein schlagendes Beispiel. Sehen wir uns doch einmal den sechsten Grundsatz näher an. Er lautet: Wenn die Folgerungen einer Behauptung richtig sind, dann muſs auch die Behauptung selbst richtig sein. Wenden wir nun einmal diesen Grundsatz auf ein Beispiel aus der Physik an. Nach Newtons Emissionshypothese entsendet jeder leuchtende Körper materielle Teilchen von unendlicher Feinheit. Nehmen wir einmal diese Behauptung als richtig an. Es ist leicht zu erkennen, daſs diese materiellen Teilchen dann elastisch sein müssen, denn sonst würden Lichtstrahlen stets vernichtet werden, so oft sie senkrecht auf eine Fläche treffen. Nun wollen wir uns eine Folgerung aus dieser Behauptung gestatten. Trifft ein elastischer Körper bei geradliniger Bewegung schief auf eine Fläche, so wird er zurückgeworfen, und zwar so, daſs die Bahn des Körpers *vor* der Zurückwerfung, seine Bahn *nach* der Zurückwerfung und das Einfallslot in einer Ebene liegen und daſs das Einfallslot mit jenen beiden Geraden gleiche Winkel bildet. Ist also die Behauptung (die Emissionshypothese) richtig, so folgern wir, daſs ein Lichtstrahl nach dem eben angegebenen Gesetze reflektiert werden muſs. Diese Folgerung ist nun richtig, denn das Reflexionsgesetz besteht in der That. Nach dem sechsten Grundsatze müſste also die Behauptung richtig sein, und es wäre hiermit die Emissionshypothese bewiesen, die sich doch wissenschaftlich als *unzulänglich* gezeigt hat! Aus manchen Hypothesen, die sich später nicht bewahrheitet haben, hatte man Folgerungen ableiten können, die sich als richtig erwiesen haben. Recht drastisch gestaltet sich die Betrachtung an folgendem Beispiele aus der Mathematik. Jemand kommt auf den wunderlichen Einfall zu behaupten, daſs $-a = +a$ sei. Man glaubt es ihm natürlich nicht, aber er behauptet es nun einmal und erbietet sich aus dieser Behauptung eine richtige

Folgerung abzuleiten. Sind zwei Gröfsen gleich, so sind auch ihre Quadrate gleich. Dagegen läfst sich doch gewifs nichts sagen. Aus jener Behauptung leitet er somit die Folgerung ab, dafs $(-a)^2 = (+a)^2$ ist. Nun ist diese Folgerung offenbar richtig, also müfste nach dem sechsten Grundsatze wirklich $-a = +a$ sein, was doch offenbar falsch ist! Nicht anders steht es mit dem fünften Grundsatze. Er lautet: „Wenn eine Behauptung falsch ist, dann sind auch die Folgerungen aus derselben falsch.“ Ein Beispiel genüge zur Widerlegung. Die Behauptung $i = 1$ ist falsch. Dennoch kann man aus ihr eine richtige Folgerung ableiten, nämlich $i^4 = 1^4$. Hiernach sind der fünfte und der sechste Grundsatz nicht von allgemeiner Gültigkeit, und ihre Aufstellung mufs als ein Fehler bezeichnet werden.

Ich kann mit Rücksicht auf die Gründlichkeit, die eine Besprechung erfordert, meine Kritik der sieben abstrakten Grundsätze nicht verlassen, ohne noch auf einen Punkt einzugehen. In einer Anmerkung auf Seite 92 erklärt der Herr Verfasser: Es sind hier und im Folgenden unter „Folgerungen“ immer nur „logische Schlufsfolgerungen“ gemeint. Ich mufs gestehen, dafs mir diese Worte sehr dunkel erscheinen. Eine Folgerung kann doch unter allen Umständen nur auf Grund eines logischen Schlusses geschehen. Vielleicht will der Verfasser mit dieser Erklärung eine Korrektur seiner sieben Grundsätze eintreten lassen. Wenn er aber selbst erkannt hat, dafs sie nicht sämtlich allgemeingültig, also zum Teil nur unter einer Beschränkung richtig sind, so hätte er auch bei der Formulierung der Grundsätze diese Beschränkung klar und bestimmt zum Ausdrucke bringen müssen. Die Quartaner können doch numöglich wissen, für welche Art von Folgerungen die Grundsätze richtig sind und für welche nicht. Es ist gewifs von Interesse dieser Frage näher zu treten. In den ersten drei Grundsätzen ist überhaupt von Folgerungen keine Rede; dieselben sind von allgemeiner Gültigkeit. In den vier übrigen ist von Folgerungen die Rede. Der 4. und der 7. Grundsatz sind stets richtig, von welcher Art auch die Folgerung sein mag; sie sind ohne Einschränkung gültig. Dagegen sind 5 und 6 nur unter einer Einschränkung richtig. Welches ist nun die Einschränkung? Der Verfasser behandelt S. 91 folgendes Beispiel. Die Behauptung sei $1260 : 36 = 35$. Man will die Richtigkeit beweisen, ohne die Division nachzurechnen. Man leitet nun aus dieser Behauptung die Folgerung $1260 = 36 \cdot 35$ ab. Durch die Ausführung der Multiplikation erkennt man, dafs diese Folgerung richtig ist. Nun kann man aber rückwärts aus der Gleichung $1260 = 36 \cdot 35$ schliefsen, dafs auch $1260 : 36 = 35$ sein mufs, und das ist in der That die Behauptung. In diesem Falle erweist sich also der 6. Grundsatz als richtig und dies kommt daher, dafs die Folgerung einen Rückschlufs auf die Behauptung gestattet, dafs sie also auf einem Schlusse beruht, der sich umkehren läfst. Ist die Behauptung $a - b = c$, so kann man daraus die Folgerung $a = b + c$ ableiten. Erweist sich nun diese Folgerung als richtig, so kann man durch den umgekehrten Schlufs folgern, dafs auch $a - b = c$ sein mufs. dafs also die Behauptung richtig ist. Auch hier beruht die Folgerung auf einem Schlusse, der sich umkehren läfst. Von den beiden Gleichungen $a - b = c$ und $a = b + c$ folgt stets die eine aus der anderen. Entweder sind sie beide erfüllt, oder sie sind beide nicht erfüllt. In derselben Beziehung stehen die Gleichungen $a : b = c$ und $a = bc$ zu einander. Ganz anders gestaltet sich das folgende Beispiel. Es liege die Behauptung $a = b$ vor. Aus dieser können wir die Folgerung $a^n = b^n$ ableiten. Hier aber haben wir einen Schlufs gemacht, der sich nicht umkehren läfst. Wenn wir nun auch nachweisen können, dafs wirklich $a^n = b^n$ ist, so folgt daraus durchaus nicht, dafs nun umgekehrt auch $a = b$ sein mufs, und die Behauptung ist in diesem Falle nicht bewiesen. Die Gleichungen $a = b$ und $a^n = b^n$ stehen zu einander nicht in der Beziehung, dafs die eine stets aus der anderen folgt. Die zweite folgt zwar stets aus der

ersten, aber die erste folgt nicht notwendig aus der zweiten; die zweite kann erfüllt sein, ohne daſs die erste es wäre. Es ergiebt sich also Folgendes: Der 5. und der 6. Grundsatz sind nur dann richtig, wenn die Folgerung auf einem Schlusse beruht, der sich umkehren läſst. Bei dieser Beschränkung wird freilich der Inhalt der beiden Grundsätze sehr fade.

Noch bevor der Beweis zusammengefaſst wird, will der Herr Verfasser die Quartaner in das Wesen eines indirekten Beweises überhaupt einführen. Auch das will mir als verfrüht erscheinen. Damit wird man besser warten, bis die Schüler erst eine gröſsere Anzahl indirekter Beweise kennen gelernt haben. Sie sind dann besser in der Lage durch Vergleichung die charakteristischen Merkmale zu finden. Zunächst genügt es sie anzuhalten, daſs sie einen indirekten Beweis mit den Worten zu beginnen haben: Angenommen die Behauptung wäre falsch. Der Verfasser will am Schlusse der Lehrprobe die Begriffe „direkt" und „indirekt" erklären und deren Gebrauch in der Geometrie vor den Schülern gewissermaſsen rechtfertigen. Dieses Bestreben ist darum kein glückliches, weil diese Wörter in der Planimetrie in einem etwas anderen Sinne gebraucht werden als sonst. Der Vergleich eines direkten oder eines indirekten Beweises mit einem direkten oder indirekten Wege ist nur wenig zutreffend. Für zwei Ortschaften giebt es doch nur einen direkten Weg, dagegen z. B. für den Pythagoreischen Lehrsatz sehr viele direkte Beweise. Auch ist doch ein indirekter Beweis etwas anderes als nur ein Beweis auf einem Umwege. Einen indirekten Beweis einen mittelbaren, einen direkten einen unmittelbaren zu nennen, dürfte auch nicht zutreffend sein. Beim Beweise des Satzes „In einem gleichschenkligen Dreiecke sind die Basiswinkel gleich" wird zunächst eine Hülfskonstruktion gemacht, dann wird die Kongruenz zweier Dreiecke bewiesen, und erst mittelst dieser Kongruenz kann man den Schluſs machen, daſs die Basiswinkel gleich sind. Will man überhaupt zwischen unmittelbaren und mittelbaren Beweisen unterscheiden, so müſste man diesen Beweis doch wohl zu den mittelbaren rechnen; dennoch ist er ein direkter Beweis. Man muſs in der Erklärung von Wortbedeutungen Maſs halten.

II.

Bemerkungen von Prof. Ernst Meyer-Herford in W.

Bei dem Mangel eines systematischen Unterrichts in der formalen Logik auf unseren höheren Schulen, muſs man es mit Freuden begrüſsen, wenn andere Disciplinen bei passender Gelegenheit logische Kenntnisse vermitteln. Indes gegen die Lehrprobe des Herrn Jansen, welche einen solchen Versuch macht, habe ich doch mehrfache Bedenken.

1. Die Darstellung ist zu breit und abstrakt; auch bringt sie zu viele heterogene Dinge zugleich, die Definitionen von Grundsatz, Lehrsatz, Zusatz, Gegenteil, die Ableitung des Wortes unmittelbar, welche übrigens nicht ganz genau ist, da dasselbe von Mittel nicht von Mitte gebildet ist, den Hinweis auf mittelbares und unmittelbares Erkennen im Gegensatz zu mittelbarem und unmittelbarem Beweis. — Nachdem auf p. 88 der Grundsatz aufgestellt war, daſs von zwei kontradiktorischen Gegensätzen stets der eine richtig, der andere falsch ist, ergab sich doch sofort: 1. ist der eine richtig, so ist der andere falsch. 2. Ist der eine falsch, so ist der andere richtig; das sind doch keine neuen Grundsätze mehr, sondern es ist derselbe Grundsatz in anderer Form; sie werden ja auch von dem Verf. als Folgerungen hingestellt. Nicht glücklich ist die Darstellung auf p. 90, nach welcher der Satz: „es ist falsch, daſs die Erde eine Kugel sei", ein Grundsatz wäre.

2. Andrerseits wird der wichtige Unterschied zwischen konträren und kontradiktorischen Gegensätzen nicht hervorgehoben. Aus der Verkennung desselben stammen aber die meisten Fehler der indirekten Beweisführung. Nur für im kontradiktorischen Gegensatz stehende Behauptungen ist der Satz richtig, dafs stets die eine richtig, die andere falsch ist. (Vgl. alle Dreiecke sind rechtwinklig, alle Dreiecke sind nicht rechtwinklig.)

3. Es mufste ferner unterschieden werden zwischen einer formell richtigen Folgerung, insofern sie nach logischen Gesetzen aus den Prämissen richtig abgeleitet ist und einer materiell richtigen Folgerung, insofern sie richtigen d. h. der Wahrheit gemäfsen Inhalt hat; man könnte die erstere conclusio, die zweite conclusum benennen. So folgt aus $11 - 5 = 7$ logisch richtig, aber materiell falsch $11 = 5 + 7$.

4. Die Betrachtung logischer Operationen verlangt eine so grofse Umsicht und Einsicht, wie sie auf der Klassenstufe, für welche die Lehrprobe berechnet ist, noch nicht vorhanden ist. Zugegeben, dafs ein Quartaner jede einzelne der vorgetragenen Schlufsfolgerungen einsehen und verstehen kann, so fehlt ihm doch der Überblick über das Ganze, der Zusammenhang, der diesem Wissen erst seinen Wert giebt, und ohne welchen solche Betrachtungen leicht verwirren, anstatt aufzuklären. Jedenfalls hätte eine schärfere und klarer hervortretende Gliederung des Stoffes vorgenommen werden müssen. Der Schüler mufs sich wundern, welch ein Apparat in Scene gesetzt wird, um ihm einen so einfachen Beweis klar zu machen und er wird solch einem Beweise mifstrauen. Man vergleiche einmal damit Kambly § 16 Zus. 2: In einem Punkte einer geraden Linie ist nur eine einzige Senkrechte auf ihr zu errichten möglich. Beweis: Denn gäbe es noch eine, so erhielte man zwei ungleiche rechte Winkel. Sollte diese Widerlegung, die den Gegner so kurz und und präcis ad absurdum führt, weniger beweiskräftig oder weniger einleuchtend sein?

Ich glaube es dem Verf. gern, dafs sich die Lehrprobe in seinem Unterrichte bewährt hat; trotzdem kann ich sie nicht allgemein anempfehlen. Jedenfalls würde ich so lange warten, bis der Schüler durch eine gröfsere Zahl indirekter Beweise für die Theorie empfänglicher geworden ist; der Mangel an konkreten Beispielen hat seinen Grund mit darin, dafs dem Schüler noch kein indirekter Beweis aus der Mathematik bekannt ist; aber der Verf. hätte dann wenigstens Beispiele aus dem praktischen Leben nehmen sollen, wie solche die Kompendien der Logik bieten. Es würde sich dann auch gezeigt haben, dafs die Sache nicht immer so einfach liegt, wie in dem vorliegenden Falle, wo zwischen a und nicht-a (parallel und nicht-parallel) zu entscheiden ist. Zum Beispiel: Zugegeben sei, die Angelsachsen sind nach England gekommen; wenn nun bewiesen wird, dafs sie nicht vor 445 und nicht nach 445 hinübergegangen sind, dann müssen sie im Jahre 445 dorthin gekommen sein. Ähnlich in dem Satze: Dem gröfseren Winkel eines Dreiecks liegt auch die gröfsere Seite gegenüber. Vorauss. $\sphericalangle \gamma > \alpha$. Beh. $AB > BC$. Es wäre hier unzweckmäfsig, nach der Weise des Verfassers zu sagen AB ist entweder gröfser als BC oder nicht, anstatt zu fragen, welche Gröfsenverhältnisse dieser beiden Linien sind möglich? denn man kann den Nachweis, dafs die Annahme AB sei nicht gröfser als BC falsch ist, so ohne weiteres nicht führen, schon darum nicht, weil das kontradiktorische Gegenteil „nicht gröfser als BC“ alles umfafst, was nicht gröfser ist als BC, also auch die Begriffe, die in ganz anderen Sphären liegen, z. B. krumm, schwarz, ewig etc. Wir sind gezwungen, „die sämtlichen in der betreffenden Sphäre vorhandenen Möglichkeiten zu erschöpfen und durch successive Ausschliefsung aller anderen die eine, die allein noch übrig bleibt, zur vollen Gewifsheit zu erheben“ (Überweg) d. h. wir zeigen, dafs es hier nur drei Möglichkeiten giebt, so zwar, dafs eine von ihnen wahr sein mufs, indem sie zugleich die beiden übrigen ausschliefst. Und diese Darstellung würde ich auf

den unteren Stufen als anschaulicher überhaupt vorziehen. Auch die Entwickelung des Unterschieds zwischen direktem und indirektem Beweise gefällt mir nicht recht; ich würde jedenfalls das Wörtchen „ganze" p. 101, 1 fortlassen und mehr betonen, dafs der indirekte Beweis (auf Grund der Voraussetzungen und der Lehrsätze der betreffenden Wissenschaft) nur nachweist, dafs das (kontradiktorische) Gegenteil der Behauptung unmöglich ist, woraus wir dann erst durch das logische Gesetz des ausgeschlossenen dritten (principium exclusi tertii: *a* ist entweder *b* oder nicht *b*; tertium non datur) zu dem Ergebnis kommen, dafs dann notwendig die Behauptung richtig ist. Auch würde ich dann solchen indirekten Beweisen einen anderen Schlufs geben wie der Verf., nämlich folgenden: „mithin ist die Annahme, dafs . . . falsch, und die Behauptung, dafs . . . richtig, w. z. b. w."

5. In Bezug auf die Äufserung des Verfassers über Holzmüllers Darstellung möchte ich mich dahin erklären, dafs es auch mir zweckmäfsiger scheint, einen regelrechten Beweis für unseren Satz zu geben, als sich nur auf die Anschauung zu berufen; aber jedenfalls darf man nicht versäumen, dieselbe ebenfalls heranzuziehen.

6. p. 95: Wieviele Parallelen lassen sich zu AB ziehen? Unzählige. Nicht korrekt statt unendlich viele; unzählig ist z. B. schon eine Trillion.

7. p. 101: Wer zeigt mir nun den direkten und den indirekten Eisenbahnweg von Aachen nach Neufs? in der beigefügten Zeichnung fehlen die Wege, die gezeigt werden sollen.

8. p. 97 ist der Unterschied zwischen der thatsächlich richtigen Voraussetzung und der thatsächlich unrichtigen Annahme verwischt. Es heifst dort: Wenn $EPF \nparallel AB$ und wenn auch $CPD \nparallel AB$, dann ist auch $EPF \nparallel CPD$; besser: wenn $EPF \nparallel AB$ wäre, dann müfste, da $CPD \nparallel AB$ ist, auch $EPF \nparallel CPD$ sein. Ebenso zu ändern p. 102 in:

Dann wäre also 1. $EPF \nparallel AB$,
es ist aber 2. $CPD \nparallel AB$, nach Vor.
müfste $EPF \nparallel CPD$ sein.

9. Gut ist die p. 96 empfohlene Auflösung eines Lehrsatzes in einen Bedingungssatz; freilich ist bei genauerer Betrachtung die Auflösung „wenn ein Punkt aufserhalb einer geraden Linie liegt und wenn durch denselben schon eine Parallele zu der Linie gezogen ist, dann läfst sich durch diesen Punkt keine zweite Parallelle zu derselben mehr ziehen" nicht ganz korrekt, weil diese beiden Bedingungen nicht gleichwertig sind, sie stehen nicht auf einer Stufe; die zweite ist der ersten untergeordnet. Gleichwertig sind z. B. die drei Voraussetzungen für die Kongruenz zweier Dreiecke; aber die vier Voraussetzungen vom Sehnenviereck: „die vier Ecken des Vierecks $ABCD$ liegen auf der Peripherie eines Kreises" sind nicht gleichwertig; von denselben sind drei übergeordnet, nämlich: „durch drei Ecken des Vierecks z. B. A, B und C sei ein Kreis gezogen"; die vierte, untergeordnete, aber für unsern Satz eben vorzugsweise in Frage kommende Voraussetzung ist: „dieser (durch A, B und C gezogene) Kreis gehe auch durch D". Die Einsicht in dieses Verhältnis ist nicht gleichgiltig, auch bei Umkehrungen von Wichtigkeit. Wir können dasselbe durch den Satzbau andeuten z. B.: wenn die Angelsachsen, falls sie überhaupt nach England gekommen sind, weder vor 445 noch nach 445 dorthin gekommen sind, dann geschah es im Jahre 445. In unserem obigen Satze kann man übrigens die erste Voraussetzung getrost weglassen, weil durch die Annahme einer Parallele zu AB durch P dieser Punkt bereits als aufserhalb AB liegend charakterisiert ist. —

Es bleibt mir nun noch übrig, zwei logische Irrtümer nachzuweisen. Der Verf. sagt p. 92: „wenn aber eine Behauptung falsch ist, dann sind auch die Folgerungen aus derselben falsch" und p. 93: „wie kann man

also prüfen, ob eine Behauptung richtig ist? Indem man die Folgerung aus dieser Behauptung prüft. Wenn es sich hierbei ergiebt, daſs die Folgerung aus einer Behauptung richtig ist, was dann? Dann muſs auch die Behauptung selbst richtig sein." Ebenso kurz darauf: „ob eine Behauptung richtig oder falsch ist, wie kann man das immer prüfen?" und so öfter.

Ich würde mich mit dem bloſsen Hinweis auf diese Irrtümer begnügt haben, vielleicht mit Berufung auf Aristoteles (Anal. pri. II, 2 aus Wahrem kann man nicht Falsches schlieſsen, aber aus Falschem Wahres) oder Überweg, System der Logik[3] § 133, wenn nicht der Verf. einem Referenten gegenüber, der ihn bereits auf dieselben aufmerksam gemacht hatte, seine Behauptung aufrecht gehalten hätte. Deshalb wird man es begreiflich finden, wenn ich genauer darauf eingehe.

A. Der Referent hatte geschrieben: Eine ganze Reihe richtiger Himmelserscheinungen folgt ebenso richtig aus der falschen Annahme, daſs das Himmelsgewölbe sich um die Erde drehe, als aus der richtigen, daſs die Erde sich um ihre Achse drehe. Darauf erwidert der Verf.: Ihr Herr Referent erklärt den Satz als falsch: „Wenn eine Behauptung falsch ist, dann sind auch die aus derselben sich ergebenden Folgerungen falsch." Nein, dieser Satz ist richtig und bleibt richtig. Wohl kommt es vor, daſs aus einer Behauptung sich einige Teilfolgerungen als richtig ergeben, niemals aber die abschlieſsende End- und Gesamtfolgerung. Hätte doch Ihr Herr Referent das Beispiel von den Himmelserscheinungen verschwiegen! Ist doch die scheinbare Achsendrehung des Himmelsgewölbes nichts anderes als die Wirkung der wirklichen Achsendrehung der Erde, so daſs*) man mit den Wirkungen ebenso sicher muſs rechnen können wie mit der Ursache und umgekehrt. Und da nennt Ihr Herr Referent die Wirkungen einer Ursache eine falsche Behauptung!"

Der Verf. giebt also selbst zu, es kommt vor, daſs aus einer falschen Behauptung sich einige Teilfolgerungen als richtig ergeben. Da dies also vorkommt, so kann man nicht mit Sicherheit aus der Richtigkeit einer Folgerung auf die Richtigkeit der Behauptung schlieſsen. Was eine Teilfolgerung, was eine abschlieſsende End- und Gesamtfolgerung ist, wie kann das derjenige entscheiden, der eine Behauptung prüfen soll? Sobald zugegeben ist, daſs es jemals möglich ist, daſs eine Folgerung aus einer falschen Behauptung dennoch richtig sein kann, so ist die Richtigkeit einer Folgerung kein Kriterium mehr für die Richtigkeit der Behauptung. Beispiele: Richtig ist der Satz: „Wenn zwei Zahlen gleich sind, dann sind auch ihre Quadrate gleich". Ich soll nun prüfen, ob $a - b = b - a$ ist; ich ziehe die Folgerung, daſs nach obigem Satze dann $(a-b)^2 = (b-a)^2$ sein muſs; die Folgerung ist richtig und doch die Behauptung falsch. Ich will prüfen, ob in Potenzen die Grundzahl mit dem Exponenten vertauscht werden darf d. h. ob $a^b = b^a$; ich ziehe die Folgerung $2^4 = 4^2$, die Folgerung ist richtig und doch die Behauptung falsch. Ich prüfe die Behauptung, daſs alle gleichschenkligen Trapeze gleichwinklige Vierecke sind; ich ziehe die Folgerung, dann müssen die Diagonalen gleich sein; die Folgerung ist richtig und doch die Behauptung falsch. Ferner „alle Vierecke sind Sehnenvierecke"; ich greife aus dem aufgespeicherten Vorrate vier verschiedene heraus, es sei ein Quadrat, ein Rechteck, ein gleichschenkliges Trapez und ein beliebiges anderes Viereck, in welchem gerade $\sphericalangle\, \alpha + \gamma = 2\,R$ ist; ich finde bei allen die Folgerung richtig und doch ist die Behauptung falsch. So kann die Neunerprobe stimmen und die Rechnung doch falsch sein. Richtig ist der Satz „wenn es regnet, so ist es naſs". Nun behauptet jemand „es regnet"; wir prüfen dies, indem wir zusehen, ob die Folgerung „daſs es naſs sei" richtig ist; diese erweise sich als wahr, trotzdem kann die Behauptung falsch sein; denn die Folge

*) Ist das eine Folge des vorhergehenden Satzes?

kann eben auch anderswoher kommen; deshalb ist nur der Schlufs berechtigt, dafs die Behauptung richtig sein kann, nicht aber, dafs sie richtig sein mufs. — Das freilich ist zuzugeben, dafs, wenn alle Folgerungen aus einer Behauptung etwas richtiges ergeben, die Behauptung richtig sein mufs. Aber abgesehen davon, dafs der Verf. seinen Satz als bedingungslos richtig hingestellt hat, so ist ja solch ein Kriterium so gut wie gar nicht brauchbar. Wie gelangen wir denn zu allen Folgerungen, und wann weifs der Prüfende, dafs er sie alle gezogen hat? Die Physiker und Astronomen stellten eine Behauptung auf, um gewisse Erscheinungen zu erklären. Sie hielten sie für richtig, weil alle die Folgerungen, die sie gezogen hatten, sich als richtig erwiesen. Nun kam plötzlich Jemand und zeigte, dafs es auch Folgerungen giebt, die nicht richtig sind; damit war denn die Behauptung sofort als unrichtig erkannt. Also, obwohl eine ganze Reihe von Folgerungen richtig war, war die Behauptung doch falsch. Fermat hielt den Satz für richtig, dafs alle Zahlen von der Form $2^{(2^n)}+1$, falls n eine ganze positive Zahl ist, eine Primzahl sei; alle Folgerungen, welche er zog, erwiesen sich als richtig und trotzdem war der Satz falsch, da, wie Euler gezeigt hat $2^{(2^5)}+1 = 4294967297$ durch 641 teilbar ist. — Was die Frage wegen der Achsendrehung des Himmels anbetrifft, so handelt es sich gar nicht darum, ob ich mit den Wirkungen ebenso gut rechnen kann wie mit der Ursache, sondern, ob die Behauptung, das Himmelsgewölbe drehe sich um die Erde, aus der sich sehr viele richtige Folgerungen ergeben, richtig ist. Nun sagt der Verf., die scheinbare Achsendrehung des Himmels sei nichts anderes als die Wirkung der wirklichen Achsendrehung der Erde und wundert sich, dafs der Referent die Wirkung einer Ursache eine falsche Behauptung nennt. Aber das thut derselbe gar nicht. Die Astronomen behaupteten ja nicht eine scheinbare Achsendrehung des Himmels — diese Behauptung wäre richtig gewesen — sondern eine wirkliche, und dies ist doch zweifellos eine falsche Behauptung; demnach haben wir auch hier wieder ein Beispiel dafür, dafs eine Behauptung falsch ist, obwohl sich aus ihr richtige Folgerungen ergeben. Gerade weil die beobachteten Erscheinungen sowohl von der wirklichen als auch von der scheinbaren Bewegung herrühren können, deshalb ist ein Schlufs von diesen Erscheinungen auf die wirkliche Bewegung unstatthaft. In den Beispielen, welche der Verf. anführt:

$12 - 5 = 7$ ist richtig, denn die Folgerung $5 + 7 = 12$ ist richtig
und $72 : 12 = 6$ ist richtig, denn die Folgerung $6 \times 12 = 72$ ist richtig

liegt die Sache anders. Die Definition „eine Differenz ist die Zahl, welche zum Subtrahend addiert den Minuend ergiebt" ermächtigt mich, 7 für die Differenz von 12 und 5 dann zu erklären, wenn 7 zu 5 addiert 12 ergiebt. Ebenso die Definition „ein Quotient ist die Zahl, welche mit dem Divisor multipliziert den Dividend ergiebt" ermächtigt mich, 6 für den Quotienten von $72:12$ dann zu erklären, wenn 6 mit 12 multipliziert 72 ergiebt. (Natürlich kann man auch umgekehrt $12 - 5 = 7$ als Folgerung von $5+7=12$ hinstellen, nach dem Grundsatz Gleiches von Gleichem subtrahiert giebt Gleiches; ähnlich bei dem zweiten Beispiel.) Der Verf. schreibt p. 92, 1: Zieht selber die Folgerung daraus (nämlich aus $72:12=6$); es lassen sich doch viele ziehen! Aber es handelt sich hier in der That um mehr als eine beliebige Folgerung, wie ich soeben entwickelt habe.

B. Auf den zweiten Vorwurf erwidert der Verf.: Ihr Herr Referent verwirft den Satz: „Wenn eine Folgerung aus einer Behauptung richtig ist, dann ist auch die Behauptung selbst richtig" mit dem Bemerken: „dann braucht die Umkehrung keines Satzes bewiesen zu werden". Aber

seit wann ist denn jede Umkehrung eines Satzes eine Folgerung aus dem Satze? Für Umkehrungen hat man bekanntlich folgendes festzuhalten:

a. Nicht alle Umkehrungen sind richtig z. B. alle gleichseitigen Dreiecke sind auch gleichschenklige. Eine falsche Umkehrung wäre: alle gleichschenkligen Dreiecke sind auch gleichseitige. Die richtige Umkehrung würde nur heifsen: Dreiecke, welche nicht gleichschenklig sind, sind auch nicht gleichseitig.

b. als Umkehrungen, die zu den Folgerungen gerechnet werden und darum keines Beweises bedürfen, zählen nur die Umkehrungen von allgemein bejahenden Urteilen, wenn das Prädikat dem Subjekt exklusiv zukommt z. B. Quadrate sind Parallelogramme mit rechten Winkeln und gleichen Seiten; daher in Umkehrung: Parallelogramme mit rechten Winkeln und gleichen Seiten sind Quadrate.

c. alle übrigen Umkehrungen müssen auf ihre Richtigkeit geprüft resp. bewiesen werden.

Zunächst ist festzuhalten, dafs die Umkehrung (conversio) allgemein bejahender Urteile, alle *a* sind *b*, oder alle gleichseitigen Dreiecke sind gleichschenklig, lautet: alle *b* sind *a*, alle gleichschenkligen Dreiecke sind gleichseitig; ob diese Umkehrung aus dem ursprünglichen Satze richtiger Weise gefolgert werden kann, prüft die Logik, und sie zeigt nun, dafs die Umkehrung allgemein bejahender Urteile nur dann stets richtig ist, wenn die Quantität des Urteils geändert wird d. h. wenn aus dem allgemeinen Urteil ein besonderes wird. Die richtige Umkehrung lautet darnach: einige gleichschenklige Dreiecke sind gleichseitig. Wenn der Verf. behauptet, die richtige Umkehrung würde heifsen: Dreiecke, welche nicht gleichschenklig sind, sind auch nicht gleichseitig, so verwechselt er die Konversion mit der Kontraposition. Aufserdem zeigt sie, dafs es allerdings auch einzelne Fälle giebt, in welchen die einfache Umkehrung materiell richtig ist z. B. alle gleichseitigen Dreiecke sind gleichwinklig, und natürlich überall da, wo der Prädikatsbegriff sich mit dem Subjektsbegriff deckt, wie das bei Definitionen der Fall ist; dazu gehört das vom Verf. angeführte Beispiel vom Quadrat; eine solche Umkehrung bedarf aber der Prüfung resp. eines Beweises. Nun schiebt der Verf. dem Referenten die Ansicht unter, jede Umkehrung eines Satzes sei die Folgerung aus dem Satze d. h. die einfache Umkehrung jedes allgemein bejahenden Urteils sei richtig. Der Referent ist jedoch ganz und gar nicht dieser Ansicht; im Gegenteil, er will aus der anerkannten Unrichtigkeit dieses Satzes die Unrichtigkeit des vom Verf. aufgestellten Grundsatzes beweisen. Der Referent hatte dabei offenbar mehr die mathematischen Lehrsätze im Auge als die logischen Konversionen; indes das ändert an der Frage nichts. Er meint so: Bewiesen sei der Lehrsatz: gleichen Seiten eines Dreiecks liegen gleiche Winkel gegenüber. Ich stelle nun die Umkehrung auf: gleichen Winkeln eines Dreiecks liegen gleiche Seiten gegenüber, und erweise sie folgendermafsen: Vor. $\sphericalangle \alpha = \beta$. Beh. $CB = CA$. Beweis: Wie erkenne ich, dafs eine Behauptung richtig ist? Nach dem Grundsatz des Verfassers daran, dafs die Folgerung richtig ist; nun ist die Folgerung $\sphericalangle \alpha = \beta$ richtig, also ist auch die Behauptung richtig. Oder: alle gleichwinkligen Vierecke sind Parallelogramme. Umkehrung: alle Parallelogramme sind gleichwinklige Vierecke. Vor. $ABCD$ ist ein Parallelogramm. Beh. $ABCD$ ist gleichwinklig. Prüfung: Welche Folgerung ergiebt sich aus der zu prüfenden Behauptung? Dafs $ABCD$ ein Parallelogramm ist; da die Folgerung richtig ist, so ist auch die Behauptung richtig. Oder allgemein: Erwiesen sei, alle *a* sind *b*; ich behaupte nun: alle *b* sind *a*. Die Richtigkeit dieser Behauptung prüfe ich nach dem Grundsatz des Verfassers dadurch, dafs ich untersuche, ob die Folgerung daraus richtig ist; nun ist richtig nicht blofs einige *a* sind *b* (was schon ausreichend wäre) sondern sogar alle *a*

sind *b*, folglich ist die Behauptung richtig. — Der Referent hatte also recht, wenn er sagte, dafs die Umkehrung keines Satzes noch eines besonderen Beweises bedürfe, dafs die Umkehrung jedes Lehrsatzes richtig sein müsse, wenn des Verfassers Grundsatz richtig wäre.

Hiermit, denke ich, ist zur Genüge erwiesen, dafs die beiden vom Referenten gerügten Behauptungen, die übrigens eng zusammenhängen, in der That irrtümlich sind.

III.

Weitere Stimmen über die Lehrprobe von Jansen.

1.

Im zweiten Hefte dieses Jahrgangs findet sich eine Lehrprobe von Herrn Jansen, Rektor in Aachen, zu der ich mir eine kleine Bemerkung erlauben möchte. Es wird hier auf Seite 84 aus dem Lehrbuch von Boymann die auch in anderen Lehrbüchern in denselben Worten oder in demselben Sinn enthaltene Definition von „Grundsatz“ angezogen:

„Allgemeine Grundsätze sind solche Sätze, deren Wahrheit unmittelbar einleuchtet und welche daher ohne Weiteres angenommen werden müssen.“

Herr Rektor Jansen giebt dazu eine längere Erklärung des Wortes „unmittelbar“. Mir scheint die ganze Auffassung, bezw. die Definition mangelhaft.

Einen Satz beweisen heifst: ihn aus anderen bereits als wahr geltenden Sätzen ableiten. Wenn man nun mit der Mathematik beginnen will, so hat man noch keine Sätze, auf die man sich stützen kann; es bleibt daher nichts übrig, als einige Sätze ohne weiteren Beweis als richtig anzunehmen; solche Sätze nennt man Grundsätze. Ihre Richtigkeit mufs jedem sofort einleuchten und aufserdem dürfen die aus ihnen abgeleiteten Sätze nicht unter sich im Widerspruch stehen. Man nimmt selbstverständlich nicht mehr Grundsätze an, als zur Aufführung des ganzen mathematischen Lehrgebäudes notwendig sind.

Glücklicherweise giebt es solche Sätze als Fundament für das mathematische Lehrgebäude, Sätze, deren Richtigkeit auch ohne Beweis stets zugestanden worden ist.

Gewisse Sätze müssen also nicht sowohl deswegen als wahr angenommen werden, weil sie unmittelbar einleuchtend sind, sondern weil, wenn man keine Sätze ohne weiteren Beweis als wahr annähme oder annehmen dürfte, ein Lehrgebäude der Mathematik überhaupt nicht in deduktiver Form aufgerichtet werden könnte. K.

Wir glauben — und hierin dürfen wir wohl auf Zustimmung aller Mathematiker bezw. Mathematiklehrer rechnen — dafs beide Beweggründe zusammenwirken zur Aufstellung von Grund- oder Fundamentalsätzen, nämlich einmal die Notwendigkeit derselben oder anders ausgedrückt: das absolute Bedürfnis nach solchen und zweitens der Umstand, dafs sie sich wirklich darbieten d. h. also ihr Dasein.

Es ist — um ein Bild zu brauchen — wie beim Bauen eines Hauses. Einen Grund (= feste Grundfläche) mufs man dazu haben, er ist aber auch vorhanden, er mufs sich finden, wenn man ihn nur nicht auf Dünen, im Schlamme oder Wasser sucht. D. H.

2.

Das zweite Heft der Ztschr. habe ich, wie immer jedes neue Heft, mit Interesse durchgesehen. Die Lehrprobe von Jansen konnte ich aber

nicht weiter, als bis zur zweiten Seite lesen, dann wurde mir das Zeug langweilig. Es ist etwas ganz anderes, wenn man so etwas vor 30—40 andächtig zuhörenden und lebhaft eingreifenden Jungen traktiert, und etwas ganz anderes, wenn man die Geschichte lang und breit auseinander getreten liest. Und nun der religiöse Exkurs! Was hat so 'was mit der Mathematik zu thun? Gerade so wenig wie eine mathematische Abschweifung in der Religionsstunde mit den 10 Geboten.

Mit den „Lehrproben" gehts auch anderen Menschen so. 25 Hefte habe ich für die Schule angeschafft. Vor Einverleibung in die Bibliothek wurden sie 6 Wochen im Lehrerzimmer, wie es überhaupt mit den Zeitschriften geschieht, aufgelegt. Die letzten 10 Hefte legte ich unaufgeschnitten (natürlich nach und nach, wie sie erschienen) in das Lehrerzimmer; unaufgeschnitten kamen sie zurück, es hatte sie keiner gelesen! Von da ab wurden sie nicht weiter gehalten. A.

Also das ist das Geschick der Lehrproben? Sie liegen da und werden — nicht gelesen, wie die Programme („*Programmata sunt, non leguntur*"). Wir kommen also auf unsere Behauptung in unserer Nachschrift (S. 102) zurück; jeder Lehrer macht sich am besten seinen Lehrgang selbst, so kunstgerecht als er es vermag. Ein musikalisch veranlagter und geschickter Orgelspieler improvisiert sein Choralvorspiel, wie es gerade auf das vorliegende Lied paſst und spielt, falls hierzu nicht besondere Gründe vorliegen, nicht sklavisch fremdes Machwerk nach. D. H.

3.

Ein dritter Leser schreibt uns:

Mit groſsem Interesse habe ich gestern die „Lehrprobe" des Aachener Rektors gelesen. Wissen möchte ich, in wieviel 100 Jahren dieser mit der Mittelschulgeometrie auf diesem Wege erst fertig werden wird. Ich erlebe sicherlich keinen Abiturienten nach seiner Methode! Auch die taktvolle Art, die Religion in die exakten Wissenschaften hereinzuziehen, hat meine mathematische Seele hoch erfreut. Künftig beginne ich jede Stunde mit einem Gebet an den heil. Newton oder Gauſs oder Leibniz! D.

Schluſsbemerkung der Redaktion. Nach den vorstehenden ausführlichen Kritiken dürfen wir wohl diese Angelegenheit als erledigt ansehen. Das Endresultat möchte die Bestätigung unserer bereits mehrfach geäuſserten Ansicht sein, daſs Lehrproben nur existenzberechtigt sind, wenn sie — wissenschaftlich wie pädagogisch einwurfsfrei — wirkliche Muster für angehende Lehrer bieten. Sollte dennoch der Herr Verfasser der beurteilten bezw. verurteilten Lehrprobe gegen die Beurteilung Einwendungen machen zu müssen glauben, so werden wir nach einer event. eingelaufenen Replik mit der Duplik der Herren Rezensenten diesen Gegenstand definitiv abschlieſsen.

Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert von Prof. Dr. Lieber-Stettin und C. Müsebeck-Waren in Mecklenburg.

A. Auflösungen.

1335. (Gestellt von Bücking XXV$_7$, 514.) Die Asymptoten einer beliebigen durch A, B, C gehenden gleichseitigen Hyperbel schneiden eine Seite des $\triangle ABC$ in U und V; dann ist das Maximum von UV gleich dem Durchmesser des Kreises ABC.

1. Auflösung. Die Koordinaten von Q (siehe 1332 Aufl. 1) seien $x = r \cos\varphi \sin(\gamma - \beta + \varphi)$, $y = r \cos\varphi \cos(\gamma - \beta + \varphi)$: die Gleichung der ABC umschriebenen gleichseitigen Hyperbel vom Mittelpunkte Q ist dann: $y^2 - x^2 + r^2 \sin\alpha^2 + 2yx \operatorname{tg}(\gamma - \beta + \varphi) = r \cos\varphi : \cos(\gamma - \beta + \varphi)$, also die Gleichung der Asymptoten

$$y - r\cos\varphi \cdot \cos(\gamma - \beta + \varphi)$$
$$= [x - r\cos\varphi \sin(\gamma - \beta + \varphi)] \frac{-\sin(\gamma - \beta + \varphi)}{\cos(\gamma - \beta + \varphi)}.$$

Für $y = 0$ hat man $x_1 = r\cos\varphi$ und $x_2 = -r\cos\varphi$, also $x_1 - x_2 = 2r\cos\varphi$ als max. für $\varphi = 0$. Stoll.

2. Auflösung. U und V liegen auf AB und A_0 ist die Mitte von AB, dann ist bekanntlich $A_0Q = A_0U = A_0V$, also $UV = 2A_0Q$, mithin $UV = \max.$, wenn $A_0Q = r$ ist.

Bücking. Hellmann. Stegemann.

1336. (Gestellt von Bücking XXV$_7$, 514.) Es giebt drei Fufspunktlinien in $\triangle A_1A_2A_3$, welche den Feuerbachschen Kreis des Dreiecks berühren.

Auflösung. Siehe Nr. 1225 (XXV, 273), welche Nr. 1336 vollständig erledigt. Bücking. Hellmann. Steckelberg. Stegemann. Stoll.

1337. (Gestellt von Bücking XXV$_7$, 515.) Es giebt drei gleichseitige durch A, B, C gehende Hyperbeln, deren Asymptoten jedesmal ein Durchmesser und eine Tangente des Feuerbachschen Kreises des $\triangle ABC$ sind.

Auflösung. Siehe Nr. 1301 (XXV, 351), von welcher Nr. 1337 ein Sonderfall ist. Bücking. Hellmann. Stegemann. Stoll.

1338. (Aus Mathesis XXV$_8$, 588.) Diejenigen zweiziffrigen Zahlen zu finden, welche die Eigenschaft haben, daſs, wenn man in ihren Quadraten die Ziffern der Einer und Hunderter vertauscht, man die Quadrate der in umgekehrter Reihenfolge geschriebenen Zahlen erhält.

Auflösung. Die zweiziffrige Zahl z_1 sei $10x + y$; dann ist die in umgekehrter Reihenfolge geschriebene Zahl $z_2 = 10y + x$. Es ist nun $z_1^2 = 100x^2 + 10 \cdot 2xy + y^2$; $z_2^2 = 100y^2 + 10 \cdot 2xy + x^2$. Soll z_2^2 aus z_1^2 durch Vertauschung der Ziffern der Einer und Hunderter entstehen, so muſs gleichzeitig $x^2 < 10$, $2xy < 10$, $y^2 < 10$ sein. Danach ergeben sich die Zahlen 12, 13, 21, 31.

Beseke. Beyel. Glaser. Hellmann. Rummler. Stegemann. Steinbart (Duisburg). Stoll. Zander (Osnabrück).

1339. (Gestellt von Dörr XXV$_8$, 589.) Im Anschluſs an Nr. 1210; XXV$_2$, 114. Es ist

a) $| a + b,\ b + c,\ c + d,\ d + a | = 0$;

b) $| a + b + c,\ b + c + d,\ c + d + a,\ d + a + b | = 3\, | a, b, c, d |$

c) $| a + b,\ b + c,\ c + d,\ d + e,\ e + a | = 2\, | a, b, c, d, e |$

d) $| a + b + c,\ b + c + d,\ c + d + e,\ d + e + a,\ e + a + b | = 3\, | a, b, c, d, e |$

e) $| a + b + c + d,\ b + c + d + e,\ c + d + e + a,\ d + e + a + b,\ e + a + b + c | = 4\, | a, b, c, d, e |$.

Auflösung. Die Lösungen ergeben sich sämtlich durch Anwendung der Rechnungsregeln für Determinanten wie folgt:

a) $| a + b,\ b + c,\ c + d,\ d + a | = | a - c,\ b + c,\ c + d,\ d + a | = | a - c,\ b + c,\ c + d,\ a - c | = 0$,

b) $| a + b + c,\ b + c + d,\ c + d + a,\ d + a + b | = 3\, | a + b + c + d,\ b + c + d,\ c + d + a,\ d + a + b |$

c) $| a + b,\ b + c,\ c + d,\ d + e,\ e + a | = 2\, | a + b + c + d,\ b + c,\ c + d,\ d + e,\ e + a | = 2\, | a,\ b + c,\ c + d,\ d + e,\ e | = 2\, | a,\ b + c,\ c + d,\ d | = 2\, | a,\ b + c,\ c,\ d | = 2\, | a, b, c, d |$,

d) $| a + b + c,\ b + c + d,\ c + d + e,\ d + e + a,\ e + a + b | = 3\, | a + b + c + d + e,\ b + c + d,\ c + d + e,\ d + e + a,\ e + a + b | = 3\, | a + b,\ b + c + d,\ c + d + e,\ d + e + a,\ e | = 3\, | a + b,\ b + c + d,\ c + d,\ d + a | = 3\, | a + b,\ b,\ c + d,\ d + a | = 3\, | a, b, c, d |$,

e) $| a + b + c + d,\ b + c + d + e,\ c + d + e + a,\ d + e + a + b,\ e + a + b + c | = 4\, | a + b + c + d + e,\ b + c + d + e,\ c + d + e + a,\ d + e + a + b,\ e + a + b + c | = 4\, | a,\ b - a,\ c - b,\ d - c,\ e + a + b + c | = 4\, | a, b, c, d, e |$.

Dörr (Karlsruhe). Fuhrmann (Königsberg i. Pr.). Glaser (Homburg v. d. Höhe). Kobbke (Berlin). Rummler (Freiburg i. Schlesien). Steinert (Karlsruhe).

1340. (Gestellt von Dörr XXV_8, 589).

a) $|a-b,\ b-c,\ c-d,\ d-a| = 0$,

b) $|a-b+c,\ b-c+d,\ c-d+a,\ d-a+b| = 3\,|a, b, c, d|$

c) $|a-b,\ b-c,\ c-d,\ d-e,\ e-a| = 0$,

d) $|a-b+c,\ b-c+d,\ c-d+e,\ d-e+a,\ e-a+b| = |a, b, c, d|$

e) $|a-b+c-d,\ b-c+d-e,\ c-d+e-a,\ d-e+a-b,\ e-a+b-c| = 0$,

f) $|a+b+c+d+e,\ b+c+d+e+f,\ c+d+e+f+a,\ d+e+f+a+b,\ e+f+a+b+c,\ f+a+b+c+d| = 5\,|a, b, c, d, e, f|$.

g) Ist $|a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{n-1},\ a_2+a_3+\cdots+a_n,\ \cdots,\ a_n+a_1+a_2+\cdots+a_{n-2}| = (n-1)\,|a_1, a_2, \cdots a_n|$?

Auflösung. Ähnlich wie in Nr. 1339 ergiebt sich:

a) $|a-b,\ b-c,\ c-d,\ d-a| = |a-c,\ b-c,\ c-d,\ c-a| = -|a-c,\ b-c,\ c-d,\ a-c| = 0$,

b) $|a-b+c,\ b-c+d,\ c-d+a,\ d-a+b| = |a+d,\ b+a,\ c+b,\ d-a+b| = |a+d,\ b+a,\ c+b,\ 2d+b| = |a+d,\ b+a,\ c+b,\ 3d+a+b| = 3\,|a+d,\ b+a,\ c+b,\ d| = 3\,|a, b, c, d|$,

c) $|a-b,\ b-c,\ c-d,\ d-e,\ e-a| = |0,\ b-c,\ c-d,\ d-e,\ e-a| = 0$,

d) $|a-b+c,\ b-c+d,\ c-d+e,\ d-e+a,\ e-a+b| = |a+d,\ b+e,\ c+a,\ d+b,\ e-a+b| = |a-b,\ b+e,\ c+a,\ d+b,\ e-a+b| = |a-b,\ b+e,\ c+a,\ d+b,\ e| = |a, b, c, d, e|$,

e) $|a-b+c-d,\ b-c+d-e,\ c-d+e-a,\ d-e+a-b,\ e-a+b-c| = |0,\ b-c+d-e,\ c-d+e-a,\ d-e+a-b,\ e-a+b+c| = 0$,

f) $|a+b+c+d+e,\ b+c+d+e+f,\ c+d+e+f+a,\ d+e+f+a+b,\ e+f+a+b+c,\ f+a+b+c+d| = 5\,|a+b+c+d+e+f,\ b+c+d+e+f,\ \cdots\cdots| = 5\,|a,\ b+c+d+e+f,\ c+d+e+f+a,\ \cdots\cdot| = 5\,|a,\ b+c+d+e+f,\ c+d+e+f,\ \cdots\cdot| = 5\,|a, b, \cdots\cdot| = 5\,|a, b, c, d, e, f|$,

g) $|a_1+a_2+\cdots a_{n-1},\ a_2+a_3\cdots a_n,\ a_3+\cdots\cdot+a_n+a_1,\ \cdots\cdot a_n+a_1+a_2+\cdots+a_{n-2}| = (n-1)\,|a_1+a_2+\cdots+a_n,\ a_2+a_3+\cdots a_n,\ \cdots\cdots\cdot a_n+a_1+a_2+\cdots+a_{n-2}| = (n-1)\,|a_1,\ a_2+a_3+a_4+\cdots+a_n,\ \cdots\cdot\cdot| = (n-1)\,|a_1,\ a_2-a_1,\ \cdots\cdot\cdot| = (n-1)\,|a_1, a_2, \cdots\cdot| = (n-1)\,|a_1, a_2, a_3, \cdots\cdot a_n|$.

Dörr. Fuhrmann. Glaser. Koebke. Rummler. Steinert

1341. (Gestellt von Schlömilch XXV_8, 589). Durch die Diagonale AD ist das Fünfeck $ABCDE$ in das Viereck $ABCD$ und das Dreieck DCA zerlegt worden; von dem Vierecke mögen sich die Gegenseiten AB und CD in F, sowie BC und DA in G schneiden, aufserdem sind die Geraden EA, EB, EC, ED gezogen, welche die Gerade FG in den Punkten A', B', C', D' treffen; es gilt dann der bemerkenswerte Satz, dafs die drei Kreise über den Durchmessern $A'C'$, $B'D'$, FG sich in nur zwei Punkten schneiden, also eine gemeinschaftliche Potenzlinie haben.

Auflösung. Wenn man irgend einen Punkt E mit den sechs Ecken A, B, C, D, F, G eines vollständigen Vierseits, das die Seiten AB, BC, CD, DA hat, verbindet, so bekommt man ein involutorisches Büschel ohne Doppelstrahlen, in welchem die Strahlen EA und EC, EB und ED, EF und EG sich entsprechen. Zieht man jetzt irgend eine Gerade (sie brauchte nicht durch F und G zu gehen, wie die Aufgabe angiebt), so erzeugen die genannten Strahlenpaare auf ihr eine involutorische Punktreihe ohne Doppelpunkte, so dafs je die Punkte A' und C', B' und D', F' und G' sich entsprechen. Das ist der Satz.

Bessekb (Wolfenbüttel). Hellmann (Erfurt). Rummler. Stoll (Bensheim).

1342. (Im Anschlufs an Nr. 1251, XXV_6, 427; gestellt von Franz XXV_8, 589.) Unter welcher Bedingung können die vier Berührungsradien eines Dreiecks ein Tangentenviereck bilden?

Auflösung. Aus $\varrho_a + \varrho_b = \varrho_c + \varrho$ und $\varrho_a + \varrho_b + \varrho_c + \varrho = 4r$ folgt $\varrho_c = 2r$. Da $\varrho_c = 4r\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}$, so ist dann a) $2\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2} = 1$. Oder weil $2\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} = \cos\frac{\alpha+\beta}{2} + \cos\frac{\alpha-\beta}{2} = \sin\frac{\gamma}{2} + \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ ist, b) $\cos\frac{\alpha-\beta}{2} = \cos\frac{\gamma}{2}\cot\frac{\gamma}{2}$. Wird hiervon die Gleichung $\cos\frac{\alpha+\beta}{2} = \sin\frac{\gamma}{2}$ subtrahiert, so erhält man $2\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2} = \cos\gamma$ und wenn dies durch a) dividiert wird, c) $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{\beta}{2} = \cos\gamma$. Einschränkung. Aus c) folgt, dafs $\gamma < 90^0$ sein mufs. Aus b) folgt, dafs $\cos\frac{\gamma}{2}^2 \leq \sin\frac{\gamma}{2}$ oder $1 - \sin\frac{\gamma}{2}^2 \leq \sin\frac{\gamma}{2}$. Die Gleichung $\sin\frac{\gamma}{2}^2 + \sin\frac{\gamma}{2} = 1$ liefert $\sin\frac{\gamma}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$, $\frac{\gamma}{2} = 38^0\,10'\,15''$. Demnach gilt die Bedingung $70^0\,20'\,30'' \leq \gamma < 90^0$.

Besecke. Emmerich (Mühlheim-Ruhr). Franz (Cassel). Fuhrmann. Haberland (Neustrelitz). Rummler. Steckelberg (Witten). Stoll. Zander (Osnabrück).

1343. (Gestellt von Daenell XXV$_8$, 589.) Ist O der Inkreismittelpunkt von $\triangle ABC$, so ist $\frac{AO^2}{AB\,.\,AC}+\frac{BO^2}{BA\,.\,BC}+\frac{CO^2}{CA\,.\,CB}=S=1$. (Vergl. Baltzer, Elem. der Math. 2. Bd. § 14. Nr. 22.

1. Beweis. Im $\triangle AOB$ ist $\frac{AO}{AB}+\frac{\sin\frac{1}{2}\beta}{\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}=\frac{\sin\frac{1}{2}\beta}{\cos\frac{1}{2}\gamma}$; ebenso ergiebt sich $\frac{AO}{AC}=\frac{\sin\frac{1}{2}\gamma}{\sin\frac{1}{2}(\alpha+\gamma)}=\frac{\sin\frac{1}{2}\gamma}{\cos\frac{1}{2}\beta}$; folglich $\frac{AO^2}{AB\,.\,AC}=\operatorname{tg}\frac{1}{2}\beta\,.\,\operatorname{tg}\frac{1}{2}\gamma$. Mithin $S=\operatorname{tg}\frac{1}{2}\alpha\operatorname{tg}\frac{1}{2}\beta+\operatorname{tg}\frac{1}{2}\alpha\operatorname{tg}\frac{1}{2}\gamma+\operatorname{tg}\frac{1}{2}\beta\operatorname{tg}\frac{1}{2}\gamma=1$.

Besecke. Kobske. v. Lühmann (Königsberg i. N.). Reisky (Gleiwitz). Steckelberg Stegemann (Prenzlau).

3. Beweis. O''' sei der Ankreismittelpunkt zur Seite AB. Nun ist $\triangle COA \sim CBO'''$, folglich $CO : b = a : CO'''$ oder $CO \cdot CO''' = ab$. Ferner ist $CO : CO''' = s-c : s$, also $CO=\frac{CO'''(s-c)}{s}$, $CO^2 = CO \cdot CO''' \cdot \frac{s-c}{s} = ab\frac{s-c}{s}$ und $\sum\frac{CO^2}{ab}=\frac{s-a+s-b+s-c}{s}=1$.

Daenell (Schönfließ i. N.). Emmerich. Fuhrmann.

3. Beweis. $AO=\frac{\varrho}{\sin\frac{1}{2}\alpha}$; $AO^2=\frac{\varrho^2}{\sin\frac{1}{2}\alpha^2}$; mithin

$$\frac{AO^2}{bc}=\frac{\varrho^2}{bc\sin\frac{\alpha}{2}^2}=\frac{2\varrho^2\cos\frac{\alpha}{2}}{2bc\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2}}=\frac{2\varrho^2\cos\frac{\alpha}{2}}{bc\sin\alpha\sin\frac{\alpha}{2}}=\frac{\varrho^2\cot\frac{\alpha}{2}}{\Delta}$$

$=\frac{\varrho}{\Delta}\cdot\varrho\cot\frac{\alpha}{2}=\frac{\varrho}{\Delta}(s-a)$; ebenso $\frac{BO^2}{ac}=\frac{\varrho}{\Delta}(s-b)$ und $\frac{CO^2}{ab}=\frac{\varrho}{\Delta}(s-c)$; also $S=\frac{\varrho s}{\Delta}=1$.

Glaser. Hellmann. Rummler. Stoll. Vollhering (Bautzen).

4. Beweis. $AO^2=\varrho^2+(s-a)^2=\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}+(s-a)^2=\frac{s-a}{s}(s^2-bs-cs+bc+s^2-as)=\frac{s-a}{s}(2s^2-2s^2+bc)$; also $\frac{AO^2}{bc}=\frac{s-a}{s}$; ebenso findet man $\frac{BO^2}{ac}=\frac{s-b}{s}$; $\frac{CO^2}{ab}=\frac{s-c}{s}$; folglich $S=\frac{3s-2s}{s}=1$.

Haberland. Rummler. Zander.

1344. (Gestellt von Handel XXV$_8$, 589.) Unbestimmt. Keine Lösung eingegangen.

1345. (Gestellt von Emmerich XXV_8, 590.) Für welche Art von Vierecken existiert der Winkelgegenpunkt des Diagonalschnittpunktes E, d. h. ein Punkt E' für die $\sphericalangle E'AD = E'AD$, $\sphericalangle E'BC = EBA$, $\sphericalangle E''CD = ECB$, $\sphericalangle E'DA = EDC$ ist, wobei AC und BD die Diagonalen bezeichnen?

1. Beweis. Man nehme ABC zum Grunddreieck und gebe D die Koordinaten $\mathfrak{x}_1$, $\mathfrak{x}_2$, $\mathfrak{x}_3$, dann ist die Gleichung von BD: $x_3\mathfrak{x}_1 - x_1\mathfrak{x}_3 = 0$, folglich die Gleichung der Winkelgegenlinie BE' von BD: $x_1\mathfrak{x}_1 - x_3\mathfrak{x}_3 = 0$. Die Gleichung von AD ist $x_2\mathfrak{x}_3 - x_3\mathfrak{x}_2 = 0$, und die ihrer Gegenlinie: $x_3\mathfrak{x}_3 - x_2\mathfrak{x}_2 = 0$. Aber der Winkel zwischen AE' und der Winkelgegenlinie von AD wird durch AB halbiert, mithin ist die Gleichung von AE': $x_2\mathfrak{x}_2 + x_3(\mathfrak{x}_3 + 2\mathfrak{x}_2 \cos\alpha)$. Die Gleichungen von CD und ihrer Winkelgegenlinie sind: $x_1\mathfrak{x}_2 - x_2\mathfrak{x}_1 = 0$ und $x_2\mathfrak{x}_2 - x_1\mathfrak{x}_1 = 0$; da CB die Winkel zwischen CE' und der Gegenlinie von CD halbiert, so ist die Gleichung von CE': $x_2\mathfrak{x}_2 + x_1(\mathfrak{x}_1 + 2\mathfrak{x}_2 \cos\gamma) = 0$. Damit sich AE', BE', CE' in einem Punkte schneiden, so mufs sein:
$$\begin{vmatrix} \mathfrak{x}_1 & 0 & -\mathfrak{x}_3 \\ 0 & \mathfrak{x}_2 & \mathfrak{x}_3 + 2\mathfrak{x}_2\cos\alpha \\ \mathfrak{x}_1 + 2\mathfrak{x}_2\cos\gamma & \mathfrak{x}_2 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$
also $\mathfrak{x}_3 \cos\gamma - \mathfrak{x}_2 \cos\alpha = 0$, d. h. D mufs auf dem Lote von B auf AC liegen, mithin müssen sich die Diagonalen des Vierecks rechtwinklig schneiden.

Stoll.

2. Beweis. Wird $\triangle ABC$ um AC geklappt, dafs B in die Lage B' kommt, so mufs B' im $\triangle ACD$ Winkelgegenpunkt von E' sein, da $\sphericalangle B'AC = E'AD$ und $\sphericalangle B'CA = E'CD$ ist, folglich mufs B' auf DE, der Gegentransversale von DE' liegen, mithin müssen sich die Diagonalen rechtwinklig schneiden. Diese Bedingung ist hinreichend; denn ist in einem derartigen Viereck B' der Spiegelpunkt von A bezüglich BD, so fällt der Winkelgegenpunkt von B' im $\triangle ACD$ mit dem Winkelgegenpunkt von A' im $\triangle BCD$ zusammen. Heifst der erstere Punkt B'', der andere A'', so ist $\sphericalangle B''DC = B'DA$, $\sphericalangle A''DC = A'DB = ADB$, also liegen A'', B'' und D in einer Geraden. Ferner ist $\sphericalangle B''CD = B'CA = B'CA$, $\sphericalangle A''CD = A'CB$, mithin liegen B'', A'' und C auch in einer Geraden, daher fallen B'' und A'' zusammen.

Emmerich.

3. Beweis. Verallgemeinerung. AC und BD seien zwei der drei Diagonalen eines vollständigen Vierseits. Die Spiegelpunkte des beliebigen Punktes E bezüglich AB, BC u. s. w. seien α, β, γ, δ. Die Winkelgegenstrahlen von EB, EC u. s. w. sind dann offenbar die Mittellote der Seiten $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, u. s. w.; sollen sich also diese Gegenstrahlen in einem Punkte treffen, so mufs $\alpha\beta\gamma\delta$ ein Sehnenviereck sein, oder, was dasselbe ist, die Winkel der von E

nach den Endpunkten der Diagonalen gezogenen Strahlen müssen dieselben Halbierungslinien haben, woraus sofort folgt, daſs in dem vorliegenden Falle AC und BD sich rechtwinklig schneiden müssen. — Bei jedem Vierseit bieten sich ohne Weiteres 10 Punkte E dar, welche Gegenpunkte in Bezug auf die 6 Ecken des Vierseits besitzen, nämlich die 6 Ecken selbst, die 3 Höhenfüsse des Diagonalendreiecks und der Scheitelpunkt der Kreise um die durch die Seiten bestimmten vier Dreiecke. KÜCKER (Stettin).

1346. (Gestellt von Stoll XXV$_8$, 590.) Von einem Dreieck ist die Grundlinie und der gegenüberliegende Winkel gegeben; es soll der Ort des Grebe'schen Punktes gesucht werden.

1. Beweis. Sei A die Spitze, BC die Grundseite des Dreiecks, K der Grebepunkt und P der Pol von BC für den Umkreis. Die Gerade PA treffe BC in F, dann sind bekanntlich P, F, K anharmonische Punkte; da aber P und BC fest sind, so durchläuft K eine Kurve, welche nach „Millinowsi, Geometrie der Kegelschnitte", Seite 7669 die harmonische Abbildung des Kreises, also ein Kegelschnitt ist. Man erkennt leicht, daſs derselbe PB und PC berührt. FUHRMANN.

2. Beweis. Der Umkreismittelpunkt sei M und BC und das Mittellot zu BC die Abscissen-, bezüglich Ordinatenachse, dann ist bekanntlich 1) $y = r \sin\alpha \operatorname{tg}\vartheta$ und 2) $MK^2 = r^2 - 3r^2 \operatorname{tg}\vartheta^2 = x^2 + y^2 + r^2 \cos\alpha^2 - 2ry\cos\alpha$ oder 3) $r^2 \sin\alpha^2 = x^2 + y^2 \cdot \frac{3 + \sin\alpha^2}{\sin\alpha^2} - 2ry\cos\alpha$; wird 3) mit $\sin\alpha^2 : (3 + \sin\alpha^2) = \lambda$ multipliziert, so erhält man die Ellipsengleichung: 4) $4\lambda^2 r^2 = \lambda x^2 + (y - \lambda r \cos\alpha)^2$. BESEKE. KÜCKER. STOLL.

1347. (Gestellt von Stoll XXV$_8$, 590.) Von einem Dreieck ist gegeben ein Winkel und die Summe der einschlieſsenden Seiten; es soll der Ort des Grebe'schen Punktes gefunden werden.

Auflösung. Der Winkel sei α, seine Schenkelsumme $2k$, der veränderliche Unterschied der Schenkel sei $2u$. Die Halbierungslinien von α seien die Abscissen-, bezüglich Ordinatenachsen. ABC sei das gleichschenklige und AB_1C_1 ein beliebiges Dreieck mit der Schenkelsumme $2k$. Ist M Mitte von BC, dann liegt die Mitte M_1 von B_1C_1 auf BC und der Grebepunkt K desjenigen Dreiecks, dessen dritte Seite mit B_1C_1 symmetrisch gegen die Achsen liegt, liegt auf M_1A. Nun ist 1) $\frac{x}{k\cos\frac{1}{2}\alpha} = \frac{AK}{AM_1} = \frac{\operatorname{tg}\vartheta}{\sin\alpha} = \frac{k^2 - u^2}{k^2(2 - \cos\alpha) + u^2(2 + \cos\alpha)}$ und 2) $\frac{u}{k} = \frac{MM_1}{MB} = \frac{y}{x\operatorname{tg}\frac{1}{2}\alpha}$; wird daher in 1) für u und k bezüglich y und $x\operatorname{tg}\frac{1}{2}\alpha$ gesetzt, so

erhält man die Gleichung der Kurve: 3) $x\left[2\left(x^2 \operatorname{tg}\frac{1}{2}\alpha^2 + y^2\right) - \cos\alpha\left(x^2 \operatorname{tg}\frac{1}{2}\alpha^2 - y^2\right)\right] = k\cos\frac{1}{2}\alpha\left(x^2 \operatorname{tg}\frac{1}{2}\alpha^2 - y^2\right)$.

FUHRMANN. KÜCKER. STOLL.

Die Kurve liegt symmetrisch zur X-Achse, schneidet dieselbe in $x_1 = k \sin\alpha : 2(2 - \cos\alpha)$, hat dort einen Kulminationspunkt, biegt sich von da an mit der Konvexität nach aufsen schleifenförmig nach dem Koordinatenanfang, der ein Doppelpunkt ist, dessen Tangentialgleichungen $y_1 = \pm x_1 \operatorname{tg}\frac{1}{2}\alpha$ sind; von da an trennt sie sich in zwei Zweige, die auf der negativen Seite der Y-Achse nach rechts und links asymptotisch zu dieser Achse ins Unendliche verlaufen. Jeder dieser Zweige hat einen Kulminationspunkt, für den $x_1 = -\frac{k\cos\frac{1}{2}\alpha}{2+\cos\alpha}$ ist, und einen Inflexionspunkt. STOLL.

1348. (Gestellt von Rulf XXV$_8$, 590.) Ein veränderliches rechtwinkliges Dreieck bewegt sich so, dafs die rechtwinklige Ecke A fest ist, die Hypotenuse BC beständig durch einen festen Punkt P geht und eine spitze Ecke B auf der Halbierungslinie der Strecke der beiden festen Punkte verbleibt; was für eine Kurve beschreibt die freie Spitze C des Dreiecks?

1. Auflösung. Die Mitte von AP sei O und C habe in Bezug auf das rechtwinklige Koordinatensystem BOP die Koordinaten $CQ \perp OP = y$, $OQ = x$. Dann ist $\sphericalangle PCQ = \sphericalangle PAC$, da sich beide mit $QPC = \sphericalangle BPC = \sphericalangle BAO$ zu 90^0 ergänzen; mithin ist $\triangle QCP \sim \triangle QAC$ und es verhält sich $\frac{QC}{QP} = \frac{QA}{QC}$. Hieraus folgt, wenn $AP = 2C$ gesetzt wird: $y^2 = (x+l)(x-l)$. Der gesuchte Ort ist also eine gleichseitige Hyperbel.

BESEKE. HANDEL. KORBER. RULF (Wien). RUMMLER. STECKELBERG. STEGEMANN. STOLL. WEINMEISTER (Leipzig).

2. Auflösung. Das Strahlenbüschel $P(B\ldots)$ ist perspektivisch zu $A(B\ldots)$; $A(C\ldots)$ aber kongruent zu $A(B\ldots)$, demnach ist das Erzeugnis beider, d. h. der gesuchte Ort ein Kegelschnitt. Schneidet der über AP beschriebene Kreis die Halbierungslinie in M und N, so sind AM und AN die Asymptotenrichtungen des Kegelschnittes und, da sie auf einander senkrecht stehen, ist der letztere ein Kegelschnitt. BEYEL (Zürich). HELLMANN. RULF (Wien).

B. Neue Aufgaben.

1421. Die Gerade auf der die höchsten Punkte m_a, m_b, m_c der drei M'Cayschen Kreise und die Gerade, auf der die tiefsten Punkte m_a', m_b' m_c' derselben liegen, sind die Achsen der Steinerschen Ellipse und zwar ist die Gerade der tiefsten Punkte die Hauptachse. Stoll (Bensheim)

1422. Der Kreis, der durch den Schwerpunkt und durch die Ecke A''' des dritten Brocardschen Dreiecks geht, und dessen Mittelpunkt auf BC liegt (vergl. Emmerich, Die Brocardschen Gebilde, § 73, 3) geht nicht nur durch die a. a. O. angegebenen Punkte, sondern auch durch den Punkt, wo der Umkreis von der Polare des Schwerpunktes in Bezug auf den Brocardschen Kreis zum zweitenmal geschnitten wird, wenn man den Steinerschen Punkt als ersten Schnittpunkt ansieht. Stoll (Bensheim).

1423. Gegeben sind zwei Punkte und eine Ebene; auf der Ebene diejenigen Punkte zu finden, deren Verbindungslinien mit den beiden festen Punkten jedesmal gleiche Winkel mit der Ebene bilden. Bökle (Reutlingen)

1424. Welchen Ort erhält man für die Punkte, wenn man die Ebene parallel verschiebt und die Verbindungslinien dann mit je einer dieser Ebenen gleiche Winkel bilden sollen? Bökle (Reutlingen).

1425. Einen Kreis zu konstruieren, der von drei gegebenen Kreisen Längen ausschneidet, deren Längen gleich grofs und gleich s sind. Bökle (Reutlingen).

1426. Welches ist der Ort der Mittelpunkte dieser Kreise, wenn s seine Gröfse ändert? Bökle (Reutlingen).

1427. Wo liegen alle Punkte, die von drei windschiefen Geraden gleiche Entfernung haben? Bökle (Reutlingen)

1428. Wie viele Punkte giebt es, die von vier windschiefen Geraden gleiche Entfernung haben? Bökle (Reutlingen)

1429. Wo liegen alle Punkte, die von einer Geraden und einer Ebene konstantes Verhältnis der Entfernungen haben? Bökle (Reutlingen)

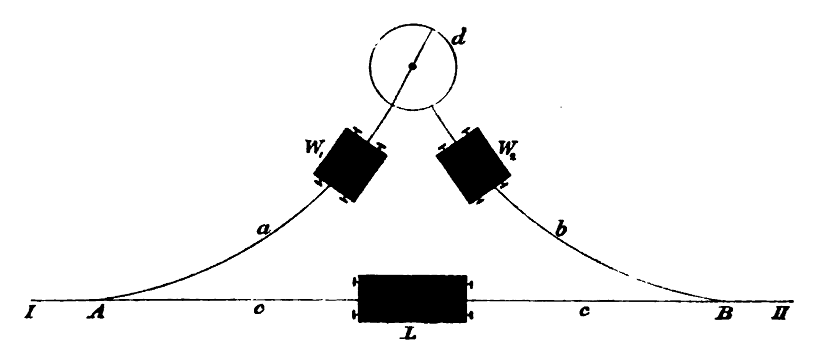
1430. Man zeichne aus den gröfseren Abschnitten $\frac{2}{3} t_a$, $\frac{2}{3} t_b$, $\frac{2}{3} t_c$ der Mittellinie eines Dreiecks als Seiten ein neues Dreieck. Wie grofs sind dessen Mittellinien? Weinmeister (Leipzig).

1431. Ein Strahl einfarbigen Lichtes fällt auf die vordere brechende Fläche eines Glasprismas vom brechenden Winkel γ und vom Brechungsexponenten n und erleidet durch zweimalige Brechung die Gesamtablenkung δ. Unter welchem Winkel fällt der Strahl auf das Prisma? EMMERICH (Mühlheim-Ruhr).

1432. Durch Punkt P einer Hyperbel ist die zur X-Achse senkrechte Sehne und die Tangente gezogen; die erstere trifft die Asymptoten in A_1 und A_2, die letztere in B_1 und B_2. Für welchen Punkt P ist $A_1A_2 = B_1B_2$? STECKELBERG (Witten).

1433. Ein Punkt P bewegt sich auf einem Kegelschnitt (Mittelpunkt O, Achsen $2a$ und $2b$). Trägt man auf der Tangente dieses Punktes vom Berührungspunkt aus den dem Halbmesser $OP = a_1$ konjugierten Halbmesser b_1 ab, so hat der Endpunkt Q von den Brennstrahlen des Punktes P einen konstanten Abstand (b). HANDEL (Reichenbach i. Schles.).

1434. (Siehe beistehende Figur). a, b, c sind Schienengeleise, W_1 und W_2 zwei Waggons, L eine Lokomotive und d eine Drehscheibe,



welche einen Waggon, nicht aber die Lokomotive tragen kann. Bei A und B befindet sich eine Weiche. Es soll nun durch die Lokomotive L der Wagen W_1 an die Stelle von W_2 und W_2 an die von W_1 gebracht werden. L soll, wenn dies geschehen ist, wieder auf das Geleise c, dessen Teile jenseits der Weichen I und II heifsen, zurückfahren. STEINERT (Karlsruhe).

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Auflösungen sind eingegangen von Emmerich 1383. 1394. 1412. 1413. Pilgrim 1408. 1413—1415. Stegemann 1397—1400. 1405. 1407. Steinert 1406. Tafelmacher 1378—1382. 1387.

Neue Aufgaben haben eingesendet mit Lösung: Emmerich (1).

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen und Anzeigen.

WIECKE, Dr. PAUL (vormals Direktor der Kgl. höheren Gewerbeschule zu Cassel). **Lehrproben.** Geometrische und algebraische Betrachtungen über **Maxima und Minima.** Zum Gebrauch in den oberen Klassen höherer Lehranstalten, sowie zum Selbstunterricht, als Vorbereitung für den Besuch deutscher Hochschulen. Mit 24 Figuren im Text und sieben Tafeln. Georg Reimer, Berlin 1894. XVIII u. 180 S. 5 ℳ

Der Verfasser sagt im Vorwort: „Mit der Bezeichnung des Inhalts als Lehrproben sollte nicht nur auf dessen praktische Verwendung hingewiesen, sondern beiläufig auch angedeutet werden, dafs mir der Gedanke, dabei wissenschaftlich thätig zu sein, durchaus fern lag. Der pädagogische Zweck allein war mafsgebend, ... Differentialrechnung ist in den folgenden Erörterungen so wenig gelehrt, als vorausgesetzt .... So fügt es sich ganz von selbst, dafs die Betrachtungen von Max und Min*) nach und nach die Differentialrechnung vorbereiten, ...“

Um das zuletzt genannte Ziel zu erreichen, hat der Verfasser den einzig richtigen Weg eingeschlagen, indem er seinem Werk das bekannte Schellbachsche Verfahren zu Grunde legte. Dafs er aber den Namen 'dieses Vorbildes und Meisters der Mathematiklehrer' nicht einmal im Vorwort erwähnt, ist allerdings bedauerlich. Zunächst entkleidet er es ganz seines algebraischen Charakters und beginnt im **ersten Teil** die „**geometrische Betrachtung**“ mit „**Beobachtungen von Max und Min an symmetrischen Figuren**“. Ein Beispiel möge zeigen, in welcher Weise die Aufgaben behandelt werden: **Es soll unter allen Rechtecken gleichen Umfanges das vom gröfsten Inhalt gefunden werden.** Der halbe Umfang sei durch die Strecke AB gegeben. Der näher an A gelegene Streckenpunkt X' teile AB in die Seiten a und b. Nimmt man nun den symmetrisch zur Mitte gelegenen Streckenpunkt X'', so erhält man ein Rechteck gleicher Fläche. „Hieraus folgt, dafs für

---

*) Der Verf. (Wiecke) schreibt diese Worte ohne Abkürzungspunkt.
D. Red.

den Mittelpunkt ein Wechsel zwischen Steigen und Fallen des Rechteckinhaltes — wie anderweit bekannt — ein Max desselben eintritt. Der Schlufs wiederholt sich in vielen anderen Fällen, offenbar immer dann, wenn die beiden Teile AX und BX einer gegebenen Strecke gleichwertig in eine Konstruktion eingehen." Auf die „Beobachtungen" folgt dann ein allgemeines geometrisches Verfahren zur Bestimmung des Max und Min einer Funktion, in dem folgender Satz aufgestellt wird: „Entsprechen dem Punkte X einer gegebenen Ortslinie G nach der in einer vorliegenden Aufgabe bestimmten Beziehung die Werte y der Funktion, dem Punkte X_k der Wert y_k: so ist, damit für einen gewissen Punkt X_m die Funktion ein Max oder Min y_m wird, notwendig und hinreichend, dafs die Punkte X_k wenigstens paarweis vorhanden sind: X'_k und X''_k. Der Punkt X_m ist dann der Doppelpunkt der Paare. Bezeichnet man also die Linie, den Ort aller Punkte, denen der Wert y_k entspricht, mit L_k, so ist der Punkt X_m derjenige, in welchem die feste Ortslinie G von einer Linie L_m des Linienbüschels L berührt wird. Und zwar ist die Funktion ein Max oder ein Min, je nachdem, wenn auf G gemessen die „trennende Strecke" $X'_{k+1} X''_{k+1} < X'_k X''_k$ ist, $y_{k+1} > y_k$ oder $y_{k+1} < y_k$ ist."

Zahlreiche Beispiele dienen zur Erläuterung. Im Anhang folgt die Bestimmung von Max und Min unter Anwendung projektiver Beziehungen für solche Leser, welche mit den Anfangsgründen der neueren Geometrie vertraut sind. Hierbei stellt der Verfasser das Erscheinen eines zweiten Bandes Lehrproben: Einführung in die Betrachtungen der neueren Geometrie, in nahe Aussicht.

Der zweite Teil enthält ebenfalls lauter geometrische Aufgaben. Dieselben werden aber nicht auf geometrischem Wege, sondern durch „algebraische Betrachtungen" gelöst. Im ersten Abschnitt werden die extremen Werte quadratischer und kubischer Funktionen bestimmt und zwar durch Diskussion der entsprechenden Gleichungen hinsichtlich der Realität ihrer Wurzeln. Die Aufgabe, von einem Punkt nach einer Kurve gröfste und kleinste Linien zu ziehen, giebt Anlafs zu einer interessanten elementaren Untersuchung der Krümmung einer Kurve. Sie wird für den speciellen Fall, dafs der Punkt verschiedene Lagen auf der Hauptachse einer Ellipse einnimmt, ausführlich behandelt und durch je eine Kurve graphisch versinnlicht. Die Abscissen der Punkte dieser Kurve sind nämlich die vom Nebenscheitel aus gemessenen Ellipsenbogen, und die Ordinaten die Abstände des Bogenendpunktes von dem jedesmal gegebenen Achsenpunkt. So ergiebt sich ziemlich einfach der Krümmungshalbmesser des Hauptscheitels. Das Verfahren wird dann verallgemeinert, ohne dafs jedoch weitere Krümmungshalbmesser bestimmt werden. Am Schlufs des ersten Abschnittes wird der Satz aufgestellt: Der Wert von x, für welchen eine Funktion $y = f(x)$ ein Max und eine Min wird, mufs eine doppelte Wurzel dieser Gleichung sein. Er

wird für quadratische und kubische Funktionen bewiesen, und dann wird bemerkt, dafs er „ein wohl allen Funktionen gemeinsames Kennzeichen“ sei. Im zweiten Abschnitt wird das Schellbachsche Verfahren auf ganze algebraische Funktionen $n$ten Grades, auf gebrochene und trigonometrische Funktionen angewendet, und zuletzt der Satz bewiesen, dafs der Kreis von allen umfangsgleichen ebenen Figuren den gröfsten Inhalt hat. In den Schlufsbetrachtungen macht der Verfasser auf das Zusammenfallen eines höchsten und tiefsten Kurvenpunktes zu einem Wendepunkte aufmerksam und entwickelt dann mit Hilfe des Winkels, welchen die Kurventangente mit der positiven XAchse bildet, den Begriff des Differentialquotienten.

Über den Inhalt des ganzen Werkes kann man sich im allgemeinen lobend aussprechen. Aufgaben über Max und Min gewinnen dem Schüler stets Interesse ab, namentlich wenn sie, wie das hier der Fall, nicht blofs der Planimetrie entnommen sind, sondern auch der Stereometrie und der Optik. Daher werden jedem Mathematiklehrer einfache und elementare Lösungen derselben willkommen sein, solange unseren höheren Lehranstalten die Differentialrechnung verschlossen ist. Zudem enthält das Buch eine reichliche Anzahl von Aufgaben mit ihren Lösungen, welche in der oben angegebenen Weise sehr eingehend und mit unverkennbarer Liebe zur Sache ausgearbeitet und anschaulich dargestellt sind. Neu sind sie allerdings nicht, sondern nach Angabe des Verfassers zum Teil der sehr verbreiteten Dölpschen Aufgabensammlung entlehnt. Ein ausführliches Inhaltsverzeichnis erleichtert die Übersicht und die Auswahl des Stoffes. Somit kann man das Buch jeder Schulbibliothek und jedem Mathematiklehrer empfehlen.

Zum Selbstunterricht, als Vorbereitung für den Besuch einer deutschen Hochschule, aber erscheint es uns weniger geeignet. Der Anfänger, welcher nicht wie der Lehrer den Stoff beherrscht, sondern noch mit ihm im Kampf liegt, würde nur dann das Buch mit Erfolg benutzen, wenn er es vollständig durcharbeitet. Hierzu ist aber ein erheblicher Zeit- und Kraftaufwand erforderlich, und es ist sehr die Frage, ob der Studierende, wenn er später das einfache Verfahren der Differentialrechnung kennen lernt, dem Verfasser noch Dank für seine Vorbereitung weifs. Er wird sich vielmehr sagen, dafs er bei früherem Beginn des Studiums der letzteren Wissenschaft sich viel Mühe und Arbeit erspart haben würde. Fast in jedem Lehrbuche der Infinitesimalrechnung steht eine vorbereitende Einleitung, und wem diese nicht genügt, der bleibt besser der höheren Mathematik fern.

Auffällig ist des Verfassers Vorliebe für das Hervortreten der Person und für ungewöhnliche Personifikationen. „Die mathematischen Wahrheiten können sich auch etwas Menschenblut schon gefallen lassen.“ So spricht er z. B. (S. 143) davon, dafs kein Grund für

„irgend ein Unbehagen“ vorliege, wenn man sich vornimmt, in einer Funktion zwei Veränderliche zu lassen, anstatt eine von beiden zu eliminieren. Auf Seite 59 nennt er eine Konstruktion „holprig“. Auf Seite X sagt er: „eine Aufgabe kann ... verlangen“ und auf Seite 84: „dafs die Algebra die Vorsicht beobachtet hat, die mildeste der drei Formen zu wählen, ... giebt der Vermutung Raum, dafs es ihr mit dem Ausschliefsen im Grunde nicht vollkommen Ernst gewesen ist.“ Hierher gehören auch die vielen Ausrufungen und Fragen: Ja! Genug! Natürlich! Warum so? Er kommt übrigens im Vorwort darauf zu sprechen und glaubt, „Bedenken gegen solch subjektivisches Wesen“ zerstreuen zu müssen. Nun bedenklich können wir dies kaum finden, aber dafs es irgend welchen Vorteil bringen könnte, wie der Verfasser meint, glauben wir ebenso wenig.

An einer Stelle findet sich eine unzureichende Begründung vor. Um nachzuweisen, dafs die kürzeste Verbindungslinie zweier Punkte auf einer Halbkugel der Bogen des gröfsten Kreises sei, beruft er sich (S. 18) auf folgenden Satz: „Denn wenn mehre Linienzüge zwei Punkte A und B verbinden, und jeder von ihnen den vorhergehenden umgiebt, so ist der innerste der kürzeste von ihnen.“ So allgemein, wie der Satz hier ausgesprochen wird, ist er keinenfalls richtig. Aufserdem ist der stets angewandte Plural „mehre“ statt „mehrere“ nicht mehr in Gebrauch.

Die Ausstattung des Buches ist gut; die Figuren lassen nichts zu wünschen übrig.

Druckfehler: S. 68, Z. 10; S. 100, Z. 7; S. 108, Z. 15; S. 109, Z. 14; S. 134, Z. 26; S. 142, Z. 4.

Tharandt. WEINMEISTER.

Eine weitere Rezension dieses Buches findet man noch in der österr. Zeitschr. f. R.-W. XX, 7. S. 428 von Zahradníček. D. Red.

Kleyers Encyklopädie der gesamten mathematischen, technischen und exakten Naturwissenschaften.

Stuttgart, J. Maier 1888.

Lehrbuch der Differential-Rechnung. I. Teil: die einfache und wiederholte Differentiation expliziter Funktionen von einer unabhängigen Variablen von A. KLEYER. II. Auflage.

Der Verfasser sagt im Vorwort: „Mir erging es, wie es jetzt noch hundert Anderen ergeht, deren mathematisches Denken durch keine der Methoden (nach Leibnitz, Euler, Newton, Lagrange), welche zur Herleitung der Differentialformeln dienen, Befriedigung findet.“ Er nimmt deswegen die Vorstellungen der Chemie zu Hilfe: „Jeder

homogene Körper hat die Eigenschaft, daſs er eine Mehrheit übereinstimmender Einheiten, von Bildungseinheiten oder sog. Differentialen, wie die Chemie lehrt, eine Mehrheit von Molekülen ist .... Die Bildungseinheit, das Differential einer Gröſse ist entweder selbst wieder eine zusammengesetzte oder auch eine einfache Gröſse (von anderer Art als jene), oder sie ist eine Komplexion (eine Gruppe) gedachter Infinitesimale, die in bestimmter Anordnung zu einander jene Bildungseinheit, jenes Differential ausmachen, oder sie ist ein einziges gedachtes Infinitesimal, eine gedachte absolute Einheit." Hiernach kann man sich ungefähr einen Begriff machen von den Grundanschauungen des Verfassers, welche wir hier bloſs anführen, ohne näher darauf einzugehen, da sie auf die nachfolgenden Entwickelungen und Ableitungen der Differentialquotienten, welche mit den gewöhnlichen Methoden übereinstimmen, keinen wesentlichen Einfluſs haben.

Dagegen zeichnet sich das Buch einerseits durch Gründlichkeit und andererseits durch einen groſsen Reichtum an Übungsaufgaben mit oder ohne Lösungen aus. In ersterer Beziehung ist gleich am Eingang die Entwickelung des Differentialquotienten einer Potenz, $y = x^n$, auf $7\frac{1}{2}$ Seiten zu erwähnen, welcher zwar weniger umständliche, aber immerhin sehr eingehende Ausführungen über die Differentialquotienten von Summe, Produkt u. s. w. von Funktionen bis zur successiven Differentiation entwickelter Funktionen von einer unabhängigen Veränderlichen folgen. Daneben ist die Zahl der Übungsaufgaben so groſs, daſs das Buch zum Selbststudium aufs beste empfohlen werden kann. Durch die eigentümliche Anordnung — jede Seite ist gespalten, links stehen die Fragen, Aufgaben, Lehrsätze, rechts die Antworten, Lösungen, Beweise — wird die Übersicht und das Nachschlagen sehr erleichtert.

II. Teil. Die vollständige Differentiation entwickelter und nicht entwickelter Funktionen von einer und von mehreren reellen Veränderlichen. Reihenentwickelungen, unbestimmte Formen, Maxima und Minima. Mit 352 gelösten Aufgaben, 78 Figuren und 230 Erklärungen von Prof. Dr. Aug. Haas. Stuttgart, J. Maier 1893.

Die äuſsere Anlage entspricht genau der Kleyerschen im I. Teil, es ist also jede Seite gespalten, auf der einen Hälfte stehen die Fragen .... und auf der andern die Antworten .... Auch steht der zweite Teil dem ersten hinsichtlich der Gründlichkeit und des Reichtums an Übungsaufgaben ebenbürtig zur Seite. Beide Verfasser hatten offenbar den Zweck im Auge, ein Werk zu schaffen, welches in Beziehung auf Ausführlichkeit und Gründlichkeit in den Erklärungen, in den Lösungen der Aufgaben und in den Beweisen

der Lehrsätze auch gar keine Lücke läfst, und welches sich dadurch vor den bekannten ähnlichen Werken — ein Verzeichnis derselben findet sich am Schlufs von Teil II — unterscheidet, und das sich nicht blofs zum Selbststudium vortrefflich eignet, sondern auch dem Lehrer ein umfassendes Material zur Stellung von Übungsaufgaben jeder Art darbietet. Ein besonderer Vorzug von Teil II besteht darin, dafs die algebraischen Entwickelungen, wo es irgend angeht, auf geometrische Anschauung gegründet sind, wovon gleich beim Beginn die eingehende Behandlung des Tangentenproblems und die damit im Zusammenhang stehende Erklärung des Differentialquotienten $\frac{dy}{dx}$ ein deutliches Beispiel ist, welchem sich übrigens noch eine Reihe von geometrischen Darstellungen anschliefsen — der Verfasser ist eine Spezialität auf diesem Gebiet — die man in andern Werken nicht trifft. Es sind in diesem Punkt anzuführen: Die graphische Darstellung von den Differentialquotienten, von der Summe, Differenz, des Produkts zweier Funktionen, von $y = \frac{1}{f(x)}$, der umgekehrten Funktion von $y = f(x)$, von $y = x^n$, $y = a^x$, der trigonometrischen und cyclometrischen Funktionen, ferner der Differentialquotienten höherer Ordnung von Funktionen einer oder zweier Veränderlichen.

III. Teil: Anwendung der Differentialrechnung auf die ebenen Kurven von Prof. Dr. Aug. Haas. Stuttgart, J. Maier 1894.

Der hier vorliegende, ebenfalls nach dem System Kleyer in Form von Fragen und Antworten abgefafste dritte Teil kann als ein eigentliches Kurvenbuch im besten Sinne des Wortes bezeichnet werden, welches eine Lücke in der Litteratur ausfüllt. In keiner Aufgabensammlung wird man eine, auch nur annähernd so vollständige Zusammenstellung von Kurven jeder Art, von damit im Zusammenhang stehenden Aufgaben, unterstützt durch 164 gut und genau gezeichnete Figuren (die sämtlich der bequemen Benutzung wegen im Texte angebracht sind) finden, wie in diesem. Wir nehmen daher keinen Anstand, dieses Buch Lehrern und Schülern, überhaupt allen, die sich mit diesem Zweig der Mathematik beschäftigen, als eine wahre Fundgrube für geometrisches Wissen, durch dessen Bearbeitung sich der Verfasser ein bleibendes Verdienst erworben hat, aufs wärmste zu empfehlen. Nicht zu vergessen sind die zahlreichen geschichtlichen Notizen und Litteraturnachweise, welche dem Buche beigegeben sind; auch ist die Unterstützung zu betonen, welche durch dasselbe der Unterricht im geometrischen Zeichnen erhält.

Reutlingen. Böklen (Rektor).

Vierbock, Dr. L. (Oberlehrer an der Ober-Realschule zu Braunschweig), Wilhelm Krumme. Ein Bild seines Lebens und Wirkens. Mit einem Bildnis. Braunschweig, O. Salle. 1894. 54 S. Preis: 0,80 ℳ

Die vorliegende Schrift giebt uns ein anschauliches Lebensbild des am 9. Juli v. J. verstorbenen Direktors Wilhelm Krumme, dem unter den hervorragenden Pädagogen Deutschlands ohne Zweifel eine der ersten Stellen gebührte. Krumme hat sich durch seine hervorragenden Charakter- und Geisteseigenschaften aus verhältnismäfsig ärmlichen Verhältnissen zu einer angesehenen Stellung emporgearbeitet, in kurzer Zeit in der pädagogischen Welt eine führende Rolle erlangt und auf die Gestaltung des Unterrichts im einzelnen und im allgemeinen nachhaltige Wirkungen ausgeübt.

Die Schrift schildert den Lebensgang Krummes von der Kindheit an, seine hervorragend tüchtigen Leistungen in der Volksschule und in der höheren Bürgerschule in Gummersbach, seine Ausbildung zum Elementarlehrer auf dem Seminar zu Neuwied und seine Thätigkeit als Elementarlehrer in Köln. Des weiteren erzählt der Verf., wie der aufstrebende Jüngling mit 21 Jahren als Extraneus die Reifeprüfung ablegte, in Bonn Mathematik und Physik studierte und im Juni 1859 sein Staatsexamen bestand. Dann verfolgt die Schrift die Lehrthätigkeit Krummes an der höheren Lehranstalt zu Viersen 1859, an der Realschule zu Siegen 1860 und am Gymnasium zu Duisburg 1861, sodann seine organisatorische Thätigkeit als Direktor der lateinlosen Realschule zu Remscheid 1870 und der lateinlosen Realschule zu Braunschweig seit 1876.

Krumme besafs ein reiches Wissen in der Mathematik und den Naturwissenschaften, daneben aber tüchtige Kenntnisse in den neueren Sprachen, er kannte infolge seines Entwicklungsganges den Unterricht der Volksschule, der Realschule, nicht minder aber auch des Gymnasiums. Vermöge dieser Eigenschaften war er wie wenige zu einem Urteil in Schulfragen befähigt. Es war ihm vergönnt, seine Ideen auf dem Gebiete des lateinlosen Schulwesens in Wirklichkeit umzusetzen als Organisator der Realschulen zu Remscheid und zu Braunschweig; die ursprünglichen Lehrpläne dieser Schulen, die ganz sein Werk waren, fanden vielfach Anerkennung und Nachahmung.

Neben der Schulthätigkeit ging bei Krumme eine rege litterarische Thätigkeit in Sachen der lateinlosen Realschulen einher; seine Ideen legte er in Programmen, in dem seit 1873 von ihm herausgegebenen pädagogischen Archiv sowie in besonderen Schriften nieder. Später beschränkte Krumme seine litterarische Thätigkeit nicht mehr auf die lateinlosen Realschulen, sondern strebte eine völlige Neugestaltung des gesamten Schulwesens an. Vor vielen anderen Reformern besafs Krumme den Vorzug eingehendster und vielseitigster Sachkenntnis. Er kannte den Unterrichtsbetrieb der einzelnen Lehrfächer, kannte aus eigener Erfahrung die einzelnen

Schulgattungen Deutschlands, er kannte daneben auch das Schulwesen des Auslandes, nicht minder aber die Forderungen des jetzigen Lebens. Er verlangte eine Gestaltung des Schulwesens, die diesen Forderungen entsprach, getreu dem Spruch, den er oft den Schülern zurief: „Lerne fürs Leben, nicht für die Schule."

Nicht geringeres Interesse als diesen schulorganisatorischen Fragen wandte Krumme der Weiterbildung der Methodik seiner besonderen Lehrfächer zu, der Mathematik, der Physik und der Mineralogie. Der Unterzeichnete hat in dieser Zeitschrift wiederholt auf die von Krumme selbst verfafsten oder doch veranlafsten Lehrbücher als Unterrichtsmittel von eigenartigem Wert hingewiesen, auf seine Lehrbücher der Physik und der analytischen Geometrie und die Lehrbücher der Geometrie und Arithmetik von Fenkner. Zahlreiche Aufsätze im „Päd. Arch." behandeln einzelne wichtigere Gebiete der Physik, der Mathematik und der Mineralogie, namentlich auch das mathematische Zeichnen.

In allen Fragen, die Krumme in Angriff nahm, sehen wir ihn selbstthätig schöpferig auftreten, in diesen allen verdankt ihm das Schulwesen fruchtbringende Anregungen. Unbeirrt durch hergebrachte Phrasen und irgendwelche überlieferte Vorurteile, ging er der Sache selbst auf den Grund, schaffte er sich Klarheit; dann war er aber auch bestrebt, der gewonnenen Erkenntnis entsprechend Schule und Unterricht zu gestalten.

Einem Manne wie Krumme, der ein ganzer Mann, ein ganzer Lehrer war, sollte der gesamte höhere Lehrerstand ein anerkennendes Gedenken bewahren, vor allem aber sollten dies die Vertreter der exakten Lehrfächer thun. So manche seiner Ideen harrt noch der Verwirklichung. Wer sich für die Methodik unserer Fächer im allgemeinen und im besonderen oder für die Frage des weiteren Ausbaus unseres höheren Schulwesens interessiert, wird von Krumme noch viel lernen können. Eine durchsichtige Schilderung seiner Bestrebungen finden wir in der vorliegenden Schrift von Viereck. Dieselbe sei deshalb den Fachgenossen angelegentlichst empfohlen.

Posen. H. Thieme.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Provinzen Brandenburg und Pommern. Ostern 1894.

Referent: Gymnasiallehrer Stegemann in Prenzlau.

1. **Berlin.** Friedrichswerdersches Gymnasium. Progr. Nr. 55. Dr. O. Hoffmann: *Die neuere Systematik der natürlichen Pflanzenfamilie der Kompositen.* 34. S.

Die systematische Einteilung der sehr umfangreichen natürlichen Pflanzenfamilie der Kompositen hat seit Linné mancherlei Umwandlungen erfahren. Eine Übersicht über dieselben wird zu Anfang der vorliegenden

Abhandlung gegeben. In neuerer Zeit haben sich die Botaniker im wesentlichen dem von Bentham in den „Genera plantarum“ (1873—1876 erschienen) aufgestellten Systeme angeschlossen. Der Verfasser dieser Abhandlung hat nun vor einigen Jahren übernommen, für Engler und Prantl's „Natürliche Pflanzenfamilien“ die Kompositen zu bearbeiten, und diese Bearbeitung, welche im Jahre 1889 begann, ist jetzt zum Abschlufs gelangt. Dieselbe schliefst sich im allgemeinen an Bentham an, enthält aber auch mancherlei Abweichungen. Diese letzteren zu begründen ist der Zweck der vorliegenden Arbeit. Es werden die einzelnen Gruppen aufgezählt, und bei jeder Gruppe werden die unterscheidenden Merkmale, die geographische Verbreitung und die ungefähre Anzahl der Arten angegeben sowie die zu der Gruppe gehörigen, in Deutschland vorkommenden Gattungen genannt. Dann folgt eine Besprechung der Abweichungen von Bentham's System und zuletzt eine Aufzählung der seit dem Erscheinen des zweiten Bandes der „Genera plantarum“ neu hinzugekommenen Gattungen.

2. **Berlin.** Humboldts-Gymnasium. Progr. Nr. 57. Oberl. Otto Ohmann: I. *Das Schicksal des chemisch-mineralogischen Unterrichts der Gymnasien nach Einführung der neuen Lehrpläne.* II. *Ein Plan zur Beschaffung von Mineralien.* 28. S.

I. Durch die neuen Lehrpläne hat der chemisch-mineralogische Unterricht eine Einschränkung erfahren. Früher waren diesem Unterrichtsgebiete ½ Jahr (Mineralogie) in O III und ½ Jahr (Chemie) in U II zugewiesen; jetzt ist für dasselbe nur ein Teil des Jahreskursus der U II bestimmt, und zwar ein kleiner Teil, da in demselben Jahreskursus noch die physikalichen Gebiete des Magnetismus, der Elektrizität, der Akustik und der Optik zu behandeln sind. Eine Wiederholung der chemischen und mineralogischen Grundbegriffe soll dann allerdings in O II erfolgen. In der Praxis scheint die Verkürzung namentlich des mineralogischen Unterrichts noch weiter zu gehen. Um dies festzustellen, hat der Verfasser vorliegender Abhandlung auf Grund der Osterprogramme von 1893 eine Statistik aufgestellt, welche ergiebt, dafs unter 246 Lehranstalten nur 98 Anstalten sind, die in ihren Lehraufgaben ausser der Chemie auch die Mineralogie den Lehrplänen gemäfs berücksichtigen, dafs aber die übrigen 148 Anstalten die Mineralogie gar nicht erwähnen. Aufserdem haben sich noch 31 Anstalten gefunden, welche aufser der Mineralogie auch die Chemie unerwähnt lassen. Die Thatsache, dafs an so vielen Anstalten die Mineralogie unberücksichtigt geblieben ist, erklärt der Verfasser dadurch, dafs jedenfalls die speziellen Lehrpläne der betreffenden Anstalten auf Grund der Entwürfe ausgearbeitet worden sind, welche den Lehrerkollegien vor Erscheinen der „Lehrpläne und Lehraufgaben“ zugingen, und in welchen die Mineralogie ebenfalls nicht erwähnt wurde.

Im weiteren Verlaufe der Abhandlung werden nun die Übelstände dargelegt, welche eine derartige Beschränkung des chemisch-mineralogischen Unterrichts notwendigerweise mit sich führen mufs; sodann wird der bildende Wert dieses Unterrichtszweiges mit Nachdruck hervorgehoben, und endlich werden Vorschläge zur besseren Gestaltung desselben gemacht. Der Verfasser gelangt zu folgenden Thesen:

1. Der Unterricht in der unorganischen Naturlehre der Unterstufe ist so zu gliedern, dafs von den drei zur Verfügung stehenden Semestern das erste der Physik (mechanische Erscheinungen, Wärmelehre), das zweite der Chemie und Mineralogie, das dritte wiederum der Physik (die einfachsten Erscheinungen aus den übrigen Gebieten) gewidmet werde.

2. Es erscheint als dringende Forderung, den naturwissenschaftlichen Unterricht in O III und U II um eine wöchentliche Stunde zu erhöhen und denselben gleichzeitig aus dem Range eines einflufslosen Nebenfaches herauszuheben.

3. Da das Obergymnasium in Bezug auf die lebende Natur eine tabula rasa ist, so ist es wünschenswert, dafs in I ein Semester zu einem chemisch-organischen Kursus verwendet werde.

II. Im zweiten Teil seiner Arbeit behandelt der Verfasser die Beschaffung der notwendigen Mineralien. Als erforderlich für einen erfolgreichen mineralogischen Unterricht hält er drei Sammlungen: 1. eine Hauptsammlung, welche die zur Betrachtung kommenden Mineralien in soviel Exemplaren enthält, dafs jedem Schüler ein solches in die Hand gegeben werden kann; 2. eine Versuchssammlung, welche minderwertige Stücke enthalten darf, die dazu dienen, an ihnen Versuche hinsichtlich der physikalischen und chemischen Eigenschaften zu machen; 3. eine Verteilungssammlung, aus welcher jedem Schüler von den wichtigsten Mineralien ein Stück als Eigentum überliefert werden soll. Selbstverständlich bedürfen die Sammlungen 2 und 3 einer fortwährenden Ergänzung. Es wird nun ein Plan aufgestellt, nach welchem alle höheren Schulen mit den zu diesen Sammlungen nötigen Mineralien versehen werden könnten. Der Verfasser will sich zur Durchführung desselben die Unterstützung der Behörden erbitten. Er stellt sich die Sache so vor: Durch die oberste Schulbehörde werden die Bergämter veranlafst, solche in den Bergwerken vorhandenen Mineralien, die für den Schulgebrauch geeignet sind, in bestimmt festzusetzender Menge an eine zu begründende Zentralstelle abzuführen, von wo aus dann die Schulen mit dem, was sie brauchen, versehen werden. Der Verfasser bespricht die Durchführbarkeit seines Planes und die Deckung der Kosten. Er hat sich schon in dieser Angelegenheit an die Behörden gewandt, bis jetzt aber keinen Erfolg erzielt; doch hofft er, dafs sein Plan später realisiert werden wird.*)

3. Berlin. Köllnisches Gymnasium. Progr. Nr. 59. Oberl. Oswald Hermes: *Über Anzahl und Form von Vielflachen.* 30 S. 2 Tafeln.

In dieser Arbeit werden Körper betrachtet, die von einer beliebigen Anzahl ebener Flächen begrenzt werden; doch ist dabei die Einschränkung gemacht worden, dafs niemals mehr als zwei Ebenen sich in derselben Geraden schneiden und niemals mehr als drei Ebenen durch denselben Punkt gehen sollen. Unter dieser Bedingung entsteht durch n Begrenzungsebenen ein n-flach, dessen Seitenflächen Polygone mit 3 bis $n - 1$ Seiten sein können und dessen Ecken sämtlich dreikantig sind. Die hier gemachten Untersuchungen erstrecken sich darauf, die Arten der Begrenzungsflächen sowie die Zahl jeder Art, desgleichen die Anordnung derselben und die verschiedenen Möglichkeiten der Gruppierung zu bestimmen. Die Anzahl der möglichen Formen wächst natürlich mit wachsendem n. Solche n-flache, in denen eine Grenzfläche ein $(n - 1)$eck ist, nennt der Verfasser Grundvielflache. Man erhält zwei solche Grund-n-flache, wenn man ein $(n - 1)$ flach durch eine Ebene so schneidet, dafs diese durch keine Ecke geht. Umgekehrt kann man auch aus zwei Grund-n-flachen mit kongruenten Grundflächen ein $(n - 1)$ flach zusammensetzen, falls die Drehbarkeit der Seitenflächen der beiden Grund-n-flachen um die Grundkanten zugelassen wird. Sind aufserdem die kongruenten Grundflächen reguläre Polygone, so kann bei der Zusammensetzung noch eine Drehung um die Achse eintreten, wodurch die Anzahl der möglichen Fälle sich vermehrt. Die Untersuchungen über derartige Zusammensetzungen von Vielflachen bilden den letzten Abschnitt der Arbeit.

---

*) Sollte dieser Plan für das Gymnasium nicht eine zu weit gehende Berücksichtigung des Unterrichts in Mineralogie anstreben und den Neid der anderen, selbst der naturw. Disciplinen und ihrer Vertreter erregen und somit mehr schaden, als nützen? Zumal, da doch die Mineralogie unter den Naturwissenschaften ohnehin nicht in erster Reihe steht? — Der Herausgeber.

4. **Berlin.** Königstädtisches Gymnasium. Prog. Nr. 60. Oberl. Dr. Ernst Miething: *Leonhard Eulers Lehre vom Äther.* 30 S.

Die Hypothese, dafs die Elektrizität ebenso wie das Licht eine Wellenbewegung des Äthers ist, wurde theoretisch von Maxwell im Jahre 1865, experimentell von Hertz im Jahre 1888 begründet. Dies hat Anregung gegeben, alle andern physischen Kräfte, namentlich auch die Schwerkraft, ebenfalls auf die Eigenschaften des Äthers zurückzuführen und alle unvermittelte Fernwirkung aus der Physik auszuschliefsen. Diese Bestrebungen werden, wenn auch bis jetzt die Eigenschaften des Äthers noch zu wenig erforscht sind, unzweifelhaft zu einem befriedigenden Resultate führen. Der Versuch, alle physikalischen Erscheinungen durch den Äther zu erklären, ist schon vor mehr als hundert Jahren von Euler gemacht worden. Die von ihm aufgestellten Hypothesen sind in vorliegender Abhandlung des näheren besprochen und beleuchtet worden. Es liegt auf der Hand, dafs Eulers Hypothesen dem jetzigen Standpunkte der Naturerkenntnis nicht entsprechen können, und dafs in ihnen vieles als unhaltbar bezeichnet werden mufs; aber im allgemeinen sind die Ansichten des grofsen Forschers auch für die heutige Forschung noch in hohem Grade beachtenswert. Er stimmt hinsichtlich der Ausschliefsung aller unvermittelten Fernwirkung bei Erklärung der physikalischen Vorgänge mit der neueren Anschauung überein und sucht unter Festhaltung dieses Grundsatzes die Festigkeit (Kohäsion) und Elastizität der Körper, die Schwerkraft, die Elektrizität, den Magnetismus und das Licht durch den Druck oder die Bewegungen des Äthers zu erklären. Den Darlegungen dieser Abhandlung über die Eulersche Lehre sind hauptsächlich zwei von den Werken Eulers zu Grunde gelegt worden, nämlich: „Anleitung zur Naturlehre, worin die Gründe zur Erklärung aller in der Natur sich ereignenden Begebenheiten und Veränderungen festgesetzt werden“ und „Briefe an eine deutsche Prinzessin über verschiedene Gegenstände der Physik und Philosophie.“ Auch einige andere Abhandlungen Eulers sind noch berücksichtigt worden.

5. **Charlottenburg.** Königliches Kaiserin Augusta-Gymnasium. Progr. Nr. 70. Oberl. Schwarz: *Die Behandlung der Kryptogamen im Gymnasialunterricht.* 21 S.

Durch die neuen Lehrpläne für die preufsichen höheren Lehranstalten ist im Gymnasium der Abschlufs des botanischen Unterrichts der Untertertia zugewiesen worden. Daraus folgt mit Notwendigkeit, dafs ein Hauptteil des Pensums dieser Klasse das Wichtigste aus der Anatomie und Physiologie der Pflanzen und die Behandlung der Kryptogamen sein mufs. Der Standpunkt der Schüler und die knapp zugemessene Zeit erfordern allerdings eine hinreichende Beschränkung des durchzunehmenden Stoffes, und es ist daher für den Erfolg des Unterrichts von grofser Wichtigkeit, dafs eine richtige Auswahl getroffen werde. Die vorliegende Abhandlung giebt nun eine solche Auswahl. Die Gesichtspunkte, welche den Verfasser leiteten, sind die, dafs er die Gestaltlehre und Systematik der Kryptogamen zu Gunsten der Auseinandersetzungen über ihre Bedeutung im Haushalte der Natur hat zurücktreten lassen, und dafs er nur das aufgenommen hat, was sich bei möglichster Vermeidung von Fachausdrücken dem Verständnis des Untertertianers anpassen liefs. Diese Grundsätze, welche vom pädagogischen Standpunkte aus als mafsgebend betrachtet werden müssen, hat der Verfasser streng befolgt, und seine Auswahl verdient daher die Beachtung der Fachgenossen.

Inhaltsübersicht: Nach einem kurzen allgemeinen Abschnitte folgen I. Schachtelhalme, II. Farne, III. Bärlappe, IV. Moose, V. Lagerpflanzen. Der letzte Abschnitt ist der ausführlichste; er enthält zuerst Allgemeines über Vermehrung und Einteilung, behandelt sodann die Algen kurz, die Pilze ausführlicher. Die Behandlung der Pilze gliedert sich in die Unter-

abteilungen A. Gährungs- und Fäulnispilze, B. Krankheitspilze, C. Nutzen der Pilze, Flechten, Lebensgemeinschaften. Abgeschlossen wird die Arbeit durch zwei zusammenfassende Betrachtungen: Geschichte der Pflanzen; Tier und Pflanze (ein Vergleich).

6. **Landsberg a. W.**, Gymnasium. Progr. Nr. 81. Oberl. Heinrich Kuhfahl: *Zur Behandlung der Gleichungen, insbesondere der gebrochenen und der irrationalen.* 12 S.

Zweck dieser Arbeit ist, darauf aufmerksam zu machen, dafs die Lehre von den Gleichungen auch in den hervorragendsten Lehrbüchern in theoretischer Hinsicht nicht mit der erforderlichen Klarheit und Genauigkeit behandelt wird, dafs daher auch in den verbreitetsten Aufgabensammlungen Arten von Gleichungen sich finden, deren Lösungen infolge der mangelhaften Rechnungsmethode unrichtig angegeben sind. Der Verfasser beweist dies durch Heranziehung einer grofsen Menge von Beispielen aus den Aufgabensammlungen von Heis, Bardey und Hoffmann. Am häufigsten entspringen, wie gezeigt wird, die unrichtigen Lösungen aus dem bei der Behandlung gebrochener algebraischer Gleichungen gebräuchlichen Verfahren des Wegschaffens der Nenner, weil unter Umständen durch das Multiplizieren der Gleichung mit einer Funktion von x entweder unrichtige Wurzeln in die Gleichung hineingebracht oder richtige Wurzeln aus derselben beseitigt werden können, oder weil man auch möglicherweise, da x noch nicht bekannt ist, mit einer Funktion multipliziert, die den Wert 0 hat. Um Fehler zu vermeiden, empfiehlt der Verfasser folgendes Verfahren zur Auflösung einer Bruchgleichung: Man vereinige alle Glieder zu einem Bruche, der nun gleich 0 werden soll. Setzt man den Zähler gleich 0, so sind die Lösungen dieser ganzen Gleichung auch Lösungen der Bruchgleichung, wenn sie nicht auch den Nenner gleich 0 machen. Ist aber für $x = a$ Zähler wie Nenner gleich 0, so kann der Bruch durch $x - a$ gehoben werden; der neue Bruch wird wie vorher behandelt. Zu beachten ist auch, dafs ein Bruch gleich 0 ist für $x = \infty$, wenn der Nenner in Bezug auf x von höherem Grade ist als der Zähler. — Das Fortschaffen der Quadratwurzeln aus irrationalen Gleichungen giebt nicht so häufig zu unrichtigen Lösungen Veranlassung; doch unterzieht der Verfasser auch diese Gruppe von Aufgaben einer näheren Betrachtung und weist einige Fehlerquellen nach.

7. **Potsdam**, Viktoria-Gymnasium. Progr. Nr. 84. Oberl. Ernst Kusch: *Schwingungen parabolisch begrenzter Membranen.* 80 S. 4 Fig. im Text.

In dieser Abhandlung wird für das Problem der Schwingungen einer gespannten Membran, welche von konfokalen Parabeln begrenzt wird, die bisher noch fehlende Diskussion der aus den Grenzbedingungen sich ergebenden transcendenten Gleichungen und im Anschlufs daran eine Untersuchung der bei den Schwingungen auftretenden Knotenlinien gegeben. Die Behandlung des Problems ist eine sehr eingehende und ausführliche.

8. **Berlin**, Königstädtisches Realgymnasium. Progr. Nr. 97. *Entwurf zu einem Lehrplan für das Königstädtische Realgymnasium in Berlin. Teil III: Naturbeschreibung.* 32 S.

Dieser Entwurf beschränkt sich nicht darauf, für den Unterricht in der Naturbeschreibung die allgemeinen Lehrziele und die Verteilung des Stoffes auf die einzelnen Klassen festzusetzen, sondern er behandelt auch ziemlich ausführlich das einzuschlagende Lehrverfahren sowie die Beschaffung und Benutzung der notwendigen Hilfsmittel. Er gliedert sich in drei Hauptabschnitte: A. Allgemeines, B. Lehrziele der einzelnen Klassen, C. Anhang: Einige Unterrichtsskizzen, entworfen von dem wissenschaftlichen Hilfslehrer Dr. Röseler.

Hauptabschnitt A zerfällt in fünf Unterabteilungen: 1. Ausgangs-

punkt und Grundlage des Unterrichts. Hier wird mit Nachdruck hervorgehoben, dafs den Ausgangspunkt für den Unterricht in der Naturbeschreibung nicht allgemeine Erörterungen oder die Betrachtung einzelner Teile von Pflanzen und Tieren, desgleichen auch nicht die Behandlung der sogenannten „Lebensgemeinschaften" bilden dürfen, sondern dafs der Unterricht mit der genau eingehenden und vollständigen Betrachtung einzelner ausgewählter Arten von Pflanzen und Tieren zu beginnen habe. 2. Beschaffung des Anschauungsmaterials. Es wird gefordert, dafs die Unterrichtssammlung von der allgemeinen naturhistorischen Sammlung abgesondert werde, dafs ferner die Anlage und Vervollständigung derselben planmäfsig geschehe, und dafs sie nach den Paragraphen des eingeführten Lehrbuchs geordnet sei. Wie die Schüler zur Beschaffung des Anschauungsmaterials mit herangezogen werden können, etwa durch Herstellung von Klassenherbarien, botanischen Familientafeln, Pflanzenanalysen, Insektenkasten, Analysen von Insekten, Krebsen u. s. w., ist ebenfalls erörtert worden. 3. Materiale Hauptziele des Unterrichts. Dieselben werden dahin angegeben, dafs die Schüler von Stufe zu Stufe zu fördern sind a) in der Kenntnis der Pflanzen und Tiere selbst (als Einzelwesen, b) in dem Verständnis des Pflanzen- und Tierreichs, c) in der Erkenntnis der Pflanze und des Tieres. Wie diesen Zielen entsprechend die Auswahl und Anordnung des Lehrstoffs zu geschehen hat, wird ausführlich erörtert. Für a) kommt hauptsächlich die genaue Betrachtung einzelner Pflanzen und Tiere, für b) die Vergleichung und systematische Anordnung derselben, für c) die Behandlung der morphologisch-biologischen Verhältnisse in Betracht. Die angegebenen Hauptziele sollen jedoch nicht jedes für sich erreicht, sondern auf allen Unterrichtsstufen gemeinsam verfolgt werden. 4. Die formalen Ziele des Unterrichts und das entsprechende Lehrverfahren. Als formale Ziele werden bezeichnet: a) die Schärfung des Anschauungsvermögens der Schüler und die Entwickelung ihrer Beobachtungsfähigkeit, b) die Entwickelung der Begriffsthätigkeit der Schüler und die Anleitung zu eigenem (induktiven) Denken, c) die Entwickelung des auf den inneren Zusammenhang, den Grund und Zweck der Erscheinungen gerichteten (kausalen und ideellen) Denkens der Schüler. Hieran knüpft sich eine ausführliche Darlegung der anzuwendenden Unterrichtsmethode. 5. Abschlufs des Unterrichts und Zusammenschlufs mit den verwandten Lehrfächern. Hier wird für das zweite Semester der Untersekunda ein als „allgemeine Naturlehre" bezeichnetes Pensum festgesetzt, welches den Zweck hat, den Abschlufs und Zusammenschlufs aller bisher behandelten naturwissenschaftlichen Disciplinen (Botanik, Zoologie, Geographie, Physik), soweit dies angänglich scheint, herbeizuführen, aufserdem auch den weiteren naturwissenschaftlichen (insbesondere den chemisch-mineralogischen) Unterricht der Oberklassen propädeutisch vorzubereiten. Es soll hierbei an die Besprechung des Wassers, der Luft, der Verbrennungserscheinungen und der Haupterden angeknüpft werden.

Hauptabschnitt B enthält die Verteilung des Unterrichtsstoffs auf die einzelnen Klassen im Anschlufs an den Vogelschen Leitfaden und entsprechend den Forderungen der neuen Lehrpläne. Für jede Stufe sind aufser dem durchzunehmenden Klassenpensum auch die auf Spaziergängen zu berücksichtigenden Beobachtungsobjekte angegeben.

Die im Hauptabschnitt C, dem Anhange, enthaltenen Unterrichtsskizzen sollen darlegen, wie sich Morphologie und Biologie vereinigen und wie sich von dem Bau der Organe auf die Funktion derselben Schlüsse ziehen lassen. Es sind behandelt worden: für Sexta der Klatschmohn, für Quinta die Schwarzwurz und das Vergifsmeinnicht, für Quarta die Vergleichung von Heuschrecke, Maulwurfsgrille, Wasserjungfer, Eintagsfliege, Schabe, Ohrwurm, Gelbrand; für Untertia die Familie der Umbelliferen, für Obertertia der Ackerschachtelhalm.

Die Veröffentlichung des im Vorstehenden seinem Inhalte nach skizzierten, sehr eingehend bearbeiteten Entwurfs ist geeignet, in weiteren Kreisen als dem der Fachgenossen das Interesse für den naturkundlichen Unterricht an unseren höheren Schulen anzuregen.

9. **Berlin,** Luisenstädtisches Realgymnasium. Progr. Nr. 98. Oberl. Dr. Ernst Robel: *Die Sirenen. Ein Beitrag zur Entwickelungsgeschichte der Akustik.* Teil II. 31 S.

Über den ersten Teil dieser Arbeit, welcher in dem Osterprogramm von 1891 enthalten ist, ist in Bd. XXIII S. 208 d. Ztschr. berichtet worden. In demselben wurde die Vervollkommnung der Sirenen und damit zugleich die Entwicklungsgeschichte der Akustik bis Cagniard de la Tour und Savart verfolgt. In diesem zweiten Teil werden die Arbeiten deutscher Physiker auf dem Gebiete der Akustik in dem Zeitraum von 1830 bis 1856 besprochen. Die von Cagniard de la Tour angestellten Untersuchungen blieben in Deutschland lange Zeit unbekannt; als aber die Aufmerksamkeit der deutschen Physiker auf sie gelenkt wurde, knüpften sich daran zuerst theoretische Erörterungen, an denen sich vornehmlich Chladni, Roeber und W. Weber beteiligten. Man folgerte aus jenen Untersuchungen mit Recht, dafs nicht nur durch die stehenden Schwingungen eines tönenden Körpers, sondern auch durch Luftstöfse, welche in gleichen Zwischenräumen auf einander folgen, Töne erzeugt werden können. Nach und nach ging man dann zur Konstruktion neuer Sirenenformen über, um sie zur Untersuchung der verschiedenartigsten akustischen Probleme zu verwenden. Als Erfinder einer neuen Sirene wird zuerst Opelt erwähnt, der bei den Physikern seiner Zeit wenig Beachtung fand, dessen Verdienste aber später gewürdigt wurden. Er benutzte eine Sirenenscheibe, welche mit einer gröfseren Anzahl konzentrischer Löcherkreise verschiedener Einteilung versehen war. Infolgedessen war es ihm möglich, mit Hilfe seiner Sirene die Grundgesetze der Intervallen- und Akkordlehre in leicht fafslicher und ausgiebiger Weise darzulegen. Nach ihm trat Seebeck mit einer neu konstruierten Sirene, die der Opeltschen sehr ähnlich war, an die Öffentlichkeit. Seebeck hatte damals keine Kenntnis von der Existenz der Opeltschen Sirene, sondern ist mit der letzteren erst später bekannt geworden. Neu war an der Seebeckschen Sirene, dafs sie geeignet war zu Versuchen über die Interferenz zweier Töne und über die Erscheinungen bei gestörtem Isochronismus der Impulse. Eine andere Sirene, welche den Zweck hatte, die Kombinationstöne deutlicher hervortreten zu lassen, konstruirte H. W. Dove. Endlich wird noch berichtet über die Helmholtzsche Doppelsirene, die als das vollkommenste Instrument dieser Art zu betrachten ist, da an ihr alle für die Akustik wichtigen Sirenenversuche gemacht werden können. Zum Schlufs seiner Abhandlung giebt der Verfasser eine kurze Darlegung des theoretischen Standpunktes Ohms, den dieser im Gegensatz zu Seebeck geltend machte und in seiner Schrift „Über die Definition des Tones, nebst daran geknüpfter Theorie der Sirene und ähnlicher tonbildender Vorrichtungen“ niederlegte.

10. **Berlin,** Vierte Realschule (Höhere Bürgerschule). Progr. Nr. 119. Oberl. Dr. Oskar Keesebiter: *Zur Hygieine unserer Jugend in Schule und Haus.* 20 S.

Auf die Pflege der körperlichen Gesundheit hat man in den letzten Jahrzehnten in den Schulen mehr Gewicht gelegt als früher; und mit Recht. Denn wenn der Unterricht von Erfolg sein soll, so mufs der Geist die nötige Frische besitzen, und diese kann nur vorhanden sein, wenn der Körper gesund ist. Mancherlei Anordnungen und Einrichtungen sind getroffen worden, um die vielfachen schädlichen Einflüsse, welche das Schulleben gar zu leicht auf einen jugendlichen Körper ausübt, zu beseitigen. Man sorgt nach Kräften für zweckentsprechende Unterrichts-

räume, für hinreichendes Licht und ausreichende Lüftung in denselben; man gewährt den Schülern die nötigen Erholungspausen, schaltet da, wo es zu ermöglichen ist, Turnstunden zwischen den andern Unterrichtsstunden ein u. s. w. Diese Fortschritte werden in der obigen Abhandlung anerkannt; doch ist der Verfasser der Ansicht, daſs auf dem in Rede stehenden Gebiete noch weit mehr gethan werden müsse. Er folgert dies aus amtlicherseits festgestellten Thatsachen, z. B. daſs im Herbst 1889 von den jungen Leuten, die sich für den einjährig freiwilligen Militärdienst meldeten, 47,5% als untauglich bezeichnet werden muſsten, oder daſs es unter den Schülern in den Oberklassen der Gymnasien und Realgymnasien 30 bis 40% Kurzsichtige giebt. Der Verfasser bespricht nun alle die Punkte, hinsichtlich derer ein weiterer Fortschritt zum Besseren dringend notwendig erscheint. Er zieht in den Kreis seiner speziellen Betrachtungen die Pflege des Auges, die Verhinderung von Rückgratsverkrümmungen, die Bekämpfung der Nervosität und, was damit zusammenhängt, die Sorge für ausreichenden Schlaf, die Pflege der Zähne, die zweckmäſsige Benutzung der Unterrichtspausen, die Bewegung im Freien. Inbetreff des letzten Punktes sind namentlich die Groſsstädter schlecht daran, und da der Verfasser in erster Linie Berliner Verhältnisse im Auge hat, so befürwortet er die Vermehrung der Spielplätze und die obligatorische Einführung der Turnspiele aufs wärmste. Zum Schluſs schlägt er folgende Maſsregeln vor:

1. Regste Beteiligung der Jugend an allen körperlichen Übungen, zu denen die Schule Gelegenheit bietet.
2. Erbauung von Winterschwimmanstalten bei oder nahe bei der Schule.
3. Schaffung groſser Spielplätze inmitten von Anlagen oder Parks, auf denen Eltern und Kinder sich tummeln können.
4. Vermehrung des Handfertigkeitsunterrichts.
5. Weiteste Verbreitung der Gesundheitslehre.
6. Schaffung von Gelegenheiten zur Körperpflege fürs Volk.

11. Berlin. Achte Städtische Realschule (Höhere Bürgerschule). Progr. Nr. 123. Oberl. Dr. Wilhelm Velde: *Die magnetischen Kraftlinien im physikalischen Unterricht.* 19 S. 2 Tafeln.

In den physikalischen Lehrbüchern, welche in unsern Schulen im Gebrauch sind, ist die Betrachtung der magnetischen Kraftlinien entweder als ungeeignet für die Schüler ganz unterblieben, oder sie nimmt nur eine sehr untergeordnete Stelle ein. Es erheben sich jedoch in neuerer Zeit gewichtige Stimmen, welche mit Entschiedenheit die Benutzung der magnetischen Kraftlinien zur Erklärung der magnetelektrischen Erscheinungen im physikalischen Unterrichte fordern. Ihnen schlieſst sich der Verfasser dieser Abhandlung an. Er führt den Ausspruch Slaby's an, daſs mit den Kraftlinien in der Elektrotechnik „nicht mehr als alles" gemacht werde, und citiert aus einem Aufsatz von Szymánski: „Während ein Schüler, der nach der bisher üblichen Methode die Induktionserscheinungen kennen gelernt hat, sich auf einem ihm ganz fremden Gebiete findet, wenn er irgend ein Buch über die praktische Anwendung der Elektrizität in die Hand nimmt, gewinnt der Schüler bei dieser Art der Behandlung eine Grundlage, die ihm ermöglicht, den Fortschritten der angewandten Elektrizität zu folgen." Diese Aussprüche beruhen auf Erfahrungen aus der Praxis des Unterrichts und verdienen daher die volle Beachtung der Fachgenossen. Der Verfasser hebt hervor, daſs, wenn auch unsere Schulen keine Fachschulen für Elektrotechniker sind, doch die Grundbegriffe der Elektrotechnik wie z. B. Volt, Ohm, Ampère u. s. w. nicht mit Stillschweigen übergangen werden dürfen, weil sie im praktischen Leben eine so wichtige Rolle spielen, und daſs eine eingehende Besprechung der Kraftlinien unerläſslich ist, wenn man jene Grundbegriffe dem Schüler zu wirk-

lichem Verständnis bringen will. Dazu kommt noch, dafs der Unterricht dadurch wesentlich vereinfacht wird.

Im weiteren Verlaufe seiner Arbeit legt der Verfasser dar, wie er sich den Unterrichtsgang bei dem von ihm empfohlenen Unterrichtsverfahren vorstellt. Er beschreibt die zu machenden Versuche und hat zur Erläuterung Figuren beigegeben. Zuerst behandelt er die Kraftlinien eines Stabmagneten, dann diejenigen eines Hufeisenmagneten. Darauf bespricht er die Ablenkung der Kraftlinien durch paramagnetische oder diamagnetische Körper, welche in das Kraftfeld eintreten. Sodann wendet er sich zur Bestimmung der Intensität der Kraft an verschiedenen Stellen des magnetischen Feldes und entwickelt dabei die nötigen Grundbegriffe. Zum Schlufs bringt er ein ziemlich ausführliches Kapitel über Erzeugung von elektrischen Strömen durch Bewegung eines Stromleiters im magnetischen Felde.

12. **Charlottenburg.** Realschule. Progr. Nr. 126. Oberl. Albert Hupe: *Bolometrische Arbeiten. Die Rotationsdispersion ultraroter Strahlen im Quarz.* 8°. 48 S. 6 Fig. im Text, 1 Tafel,

Der Zweck der vorliegenden Abhandlung ist, eine Übersicht über die Entwickelung der Instrumente für Wärmemessung, deren Empfindlichkeit in aufserordentlicher Weise zu steigern in neuester Zeit gelungen ist, sodann eine Übersicht über die Handhabung und Anwendung dieser Instrumente und endlich die Darlegung der Methode an einer Untersuchung über die Drehung der Polarisationsebene ultraroter Strahlen im Quarz zu geben. Es werden nach einander beschrieben: Das galvanische Differentialthermometer von Svanberg, der elektrische Wärmemesser von Siemens, der Radiometer von Bauer, Schneebeli's Versuche mit dem Svanbergschen Instrument. Dann folgt ein Abschnitt über die Priorität der Erfindung des Bolometers, in welchem ausgeführt wird, dafs das zur Anwendung kommende Grundprinzip zuerst von Svanberg zur Wärmemessung benutzt worden sei. Zwar nimmt Langley die Priorität für sich in Anspruch; doch wird festgestellt, dafs sein Verdienst nur darin besteht, die bolometrischen Mefsvorrichtungen so vervollkommnet zu haben, dafs damit ausgedehnte Messungen im Spektrum möglich wurden. Im weiteren Verlauf der Abhandlung wird die Anfertigung eines empfindlichen Bolometers sowie die Bestimmung der Empfindlichkeit dargelegt. Die beigegeben Figuren erleichtern das Verständnis. Der letzte Teil der Arbeit enthält die genaue Beschreibung von bolometrischen Versuchen, welche der Verfasser in den Jahren 1892 und 1893 zum Zwecke der Bestimmung der Drehung der Polarisationsebene ultraroter Strahlen in Quarz angestellt hat. Die Resultate dieser Versuche sind in Tabellenform gegeben. Zur Veranschaulichung sind dieselben auf der beigegebenen Figurentafel durch Kurven graphisch dargestellt worden.

13. **Dramburg.** Gymnasium. Prog. Nr. 134. Oberl. Paul Guiard: *Der botanische Unterricht auf dem Gymnasium.* 20 S.

Die neuen preufsischen Lehrpläne legen den Abschlufs des botanischen Unterrichts nach Untertertia; aber sie räumen demselben einen Vorzug ein vor dem zoologischen Unterricht insofern, als dem botanischen Unterricht auch die erste Hälfte des Wintersemesters zugewiesen wird. Der Verfasser vorliegender Abhandlung erörtert nun zunächst die Gründe, welche eine solche Bevorzugung des botanischen Unterrichts rechtfertigen. Er findet diese hauptsächlich darin, dafs, während im zoologischen Unterricht meist nur ausgestopfte Tiere, Präparate oder Abbildungen als Anschauungsmittel benutzt werden können, die Botanik den Schüler zur Beobachtung des lebenden Naturobjektes anleitet. In der That liegt darin ein Vorzug der Botanik, den sie vor allen anderen Unterrichtsfächern voraus hat; denn nichts schärft die Beobachtungsgabe des Schülers mehr

und nichts erregt sein Interesse leichter als die Betrachtung eines lebenden Naturkörpers. Damit ist aber zugleich dem botanischen Unterricht seine Hauptaufgabe angedeutet. Daſs diese nicht darin bestehen kann, dem Schüler eine Menge von systematischen Kenntnissen zu vermitteln, versteht sich bei der Knappheit der Zeit von selbst. Eine Übersicht über das System muſs nach dieser Richtung hin genügen; besonderer Wert aber ist auf genaue Beobachtung und auf möglichste Berücksichtigung der biologischen Verhältnisse zu legen. Dadurch wird der Unterricht die Sinne der Schüler schärfen, ihren Formen- und Farbensinn wecken und sie an exaktes Denken gewöhnen. Dies alles legt der Verfasser ausführlich dar und beantwortet sodann die Frage, wie das gesteckte Ziel am besten zu erreichen sei. Da in dieser Hinsicht die Auswahl und Verteilung des Stoffes von gröſster Wichtigkeit ist, giebt er eine solche, wobei er sich im wesentlichen an den Leitfaden von Vogel anschlieſst. Gleichzeitig wird die Lehraufgabe jeder Klasse besprochen. Dem Unterricht im Freien legt der Verfasser wenig Wert bei; dagegen hält er die Herstellung kleiner Herbarien seitens der Schüler von Quinta an für wünschenswert.

14. Lauenburg i. P. Progymnasium. Progr. Nr. 137. Oberl. C. Frenzel: *Die Durchführbarkeit der neuen Lehrpläne in der Mathematik bis zur Abschluſsprüfung.* 16 S. 1 Tafel.

In dieser Abhandlung wird die Frage erörtert, welche Mittel anzuwenden sind, um das durch die neuen Lehrpläne erweiterte Pensum der Untersekunda erfolgreich zu bewältigen. Die hauptsächlichste Vorbedingung hierzu ist schon in den methodischen Bemerkungen zu den neuen Lehrplänen angegeben; sie besteht darin, daſs die niederen Jahreskurse genau innegehalten werden, und daſs bei der Versetzung die nötige Strenge gewahrt bleibe. Um diese Vorbedingung in ausreichendem Maſse erfüllen zu können, hält es der Verfasser für notwendig, im Gegensatz zu den meisten bisher gebräuchlichen Lehrbüchern eine faſslichere, dem jugendlichen Standpunkte angepaſste Darbietung der Elemente zur Anwendung zu bringen, sowohl in der Planimetrie wie auch in der Arithmetik. Zur Erläuterung dieser Forderung fügt der Verfasser mehrere Beispiele bei, von denen hier nur das der Kongruenzsätze angeführt werden möge, für welche er das Euklidische Beweisverfahren durch Deckung der Dreiecke verwirft. „Diese Beweise", sagt er, „sind zu trocken und erwecken bei den Schülern kein Interesse; sie sind ferner für einen Quartaner zu schwer; vor allen Dingen aber ist dies Beweisverfahren zu unnatürlich und umständlich. Viel einfacher und natürlicher gestaltet sich der Beweis der Kongruenzsätze durch die Ausführung der betreffenden Dreieckskonstruktionen und durch den Hinweis auf die Eindeutigkeit derselben. Auf diese Weise gewinnen die Schüler eine schnellere und viel tiefere Einsicht in das Wesen der Kongruenzsätze; die Richtigkeit derselben tritt ihnen so gewissermaſsen handgreiflich vor Augen. Ganz nebenbei fällt bei diesem Verfahren für die Schüler noch ein beträchtlicher Gewinn ab: sie lernen mit Lineal und Zirkel umzugehen, den cm-Maſsstab, den Transporteur und den Winkelhaken zu gebrauchen, kurz sie lernen geometrisches Zeichnen." Der Berichterstatter kann sich mit diesen Ausführungen vollständig einverstanden erklären. Es ist entschieden zu verwerfen, daſs, wie bisher fast allgemein üblich ist, schon auf der Unterstufe des geometrischen Unterrichts der Aufbau des Systems in den Vordergrund tritt, und daſs ihm zu Liebe das Prinzip der Anschaulichkeit zurückgedrängt wird und den Schülern Beweise gegeben werden, die über ihre Fassungskraft hinausgehen.

Ähnliches gilt in Betreff des arithmetischen Unterrichts. Man muſs dem Verfasser Recht geben, wenn er sagt: „Ist durch einen sachgemäſs erteilten Rechenunterricht eine Summe wertvoller arithmetischer Grundbegriffe bereits gewonnen, so soll der in III B einsetzende arithmetische

Unterricht nicht die Fundamente von neuem legen und noch einmal ganz von vorn anfangen, sondern die alten Fundamente benutzen und auf ihnen weiter bauen." Wie sehr hiergegen gefehlt wird, beweisen viele weit verbreitete Lehrbücher, in denen viele „Lehrsätze" und „Formeln" „bewiesen" werden, die den Schülern längst aus dem Rechenunterricht geläufig oder auch selbstverständlich sind. Daſs eine naturgemäſse Behandlung der Elemente, sowohl im planimetrischen wie im arithmetischen Unterrichte die strenge Innehaltung der Jahreskurse in den folgenden Klassen sicherzustellen geeignet ist, kann nicht bestritten werden, und die darauf hinzielenden Mahnungen des Verfassers sind beachtenswert.

Im weiteren Verlaufe der Abhandlung wird des näheren auf die einzelnen Klassenpensa eingegangen, und im zweiten Teil werden spezielle Vorschläge für einzelne Kapitel aus der Planimetrie und Arithmetik gemacht.

15. **Stralsund.** Gymnasium. Progr. Nr. 147. Prof. Dr. Theodor Reishaus: *Zur Parallelenfrage.* 14 S. 8 Fig. im Text.

Durch diese Abhandlung glaubt der Verfasser die viel umstrittene Parallelenfrage erledigt zu haben; denn er fügt seiner Arbeit hinzu: „Zum Schluſs bitte ich diejenigen Leser, welche in der vorstehenden Erörterung der Parallelenfrage einen Fehlschluſs entdecken, eine etwaige Besprechung meiner Arbeit in einem öffentlichen Blatte mir gütigst zuzuschicken, da sie mir sonst leicht entgehen könnte. Diejenigen Leser aber, die keinen Fehler finden, bitte ich, schweigend oder öffentlich anzuerkennen, daſs durch die vorstehenden Erörterungen die alte crux geometrica beseitigt ist, die Parallelenfrage ihre Erledigung gefunden hat." Der Berichterstatter ist der Meinung, daſs durch diese Arbeit die Schwierigkeiten, welche die Einführung in die Parallelentheorie bietet, nicht beseitigt, sondern nur verschoben worden sind; sie knüpfen sich an den Gebrauch der Hilfsmittel, welche der Verfasser in seinen Beweisen benutzt. Er nennt die beiden einseitig begrenzten Teile einer Geraden, in welche diese durch den Punkt P geteilt wird, die Seiten des Punktes P, desgleichen die einseitig begrenzten Teile, in welche die Ebene durch die Gerade G geteilt wird, die Seiten der Geraden G, ferner die unvollständig begrenzten Flächenräume, in welche die Ebene durch zwei sich schneidende Geraden geteilt wird, Winkel*) und operiert mit diesen unvollständig begrenzten unendlichen Gebilden wie mit bestimmten endlichen Gröſsen. Dabei gewinnt er den in der Analysis längst bekannten Satz, daſs es statthaft ist, endliche Gröſsen gegen unendliche sowie unendliche Gröſsen niederer Ordnung gegen solche höherer Ordnung zu vernachlässigen. Dieser Satz ist es nun, auf welchen die späteren Beweise hauptsächlich gegründet werden, und das muſs zum mindesten als bedenklich betrachtet werden. Auch der Verfasser hat dies empfunden; denn er rechtfertigt sein Verfahren ausdrücklich durch den Hinweis auf die Analysis, meint auch, der geometrische Beweis des in Rede stehenden Satzes sei viel schärfer als der analytische. Letzteres möge dahingestellt bleiben; jedenfalls aber ist zu beachten, daſs, während die Anwendung des Satzes in der Analysis einer höheren mathematischen Erkenntnis entsprungen ist, derselbe hier zur Einführung in die Geometrie benutzt werden soll, und darin liegt nach des Berichterstatters Ansicht der Fehler. Die Behandlung des Satzes von den Parallelen gehört zum Pensum der Quarta; einem Quartaner aber wird es schwerlich zum Verständnis zu bringen sein, daſs eine endliche Strecke, und sei sie noch so lang, gegen den einseitig begrenzten Teil einer Geraden, desgleichen ein unendlicher Parallelstreifen, und sei er

*) Man vergl. hierzu die zahlreichen Artikel d. Ztschr., welche die Definition des Winkels behandeln (z. B. XXI, 249, XXII, 1 u. 13 und an anderen Stellen).

noch so breit, gegen den einseitig begrenzten Teil der unendlichen Ebene vernachlässigt werden kann. Hiernach eignet sich des Verfassers Beweisführung für die Schule nicht; sie ist aber auch vom wissenschaftlichen Standpunkte aus angreifbar, weil den „Seiten eines Punktes“ und den „Seiten einer Geraden“, obwohl dieselben unendlich sind, doch bestimmte Werte beigelegt werden. Dafs dies im allgemeinen nicht statthaft ist, geht aus folgendem einfachen Beispiel hervor. Vom Punkte O bewegen sich nach derselben Richtung hin und zu derselben Zeit von O ausgehend die Punkte A und B, und zwar A doppelt so schnell als B. Erstreckt sich die Bewegung beider Punkte ins Unendliche, so entstehen die beiden sich deckenden unendlichen Halbgeraden OA und OB, und jede derselben stellt eine „Seite des Punktes O“ dar; trotzdem aber ist $OA = 2OB$, woraus hervorgeht, dafs man der unendlichen Halbgeraden keinen bestimmten Wert beilegen darf. Aus diesem allen ergiebt sich, dafs die Schwierigkeiten in der Parallelenfrage durch die vorliegende Abhandlung noch nicht beseitigt worden sind.

16. Stralsund. Realgymnasium. Progr. Nr. 151. Oberl. Dr. Franz Gauger: *Über die Lösung von Gleichungen durch bestimmte Integrale.* 10 S.

Das Problem, die Wurzeln einer Gleichung durch bestimmte Integrale auszudrücken, ist von Jacoby gelöst worden unter der Voraussetzung, dafs die Koeffizienten des Gleichungspolynoms reell sind. Eine Verallgemeinerung des Problems hat in neuerer Zeit Dr. Richert veröffentlicht; er setzte die Koeffizienten als komplex voraus. Seine Lösung ist jedoch insofern nicht als die einfachste zu betrachten, als er das gegebene Polynom $f(z) = X + iY$ mit dem konjugierten $f'(z) = X - iY$ kombiniert hat. Die vorliegende Abhandlung bringt nun eine Lösung des Problems ohne Zuhilfenahme der konjugierten Funktion.

C. Zeitschriftenschau.

I. Zeitschrift für den Physikalischen und Chemischen Unterricht.

Jahrg. VIII.

Heft 4. Aufsätze. H. J. Oosting, Einige Experimente aus der Lehre von den Schwingungen. Walter König, Ein Apparat zur Erklärung der Entstehung der Kundtschen Staubfiguren. Friedrich C. G. Müller, Über einen neuen Trägheitsmomenten-Apparat. C. Heim, Ein Universal-Lampenrheostat. Hans Hartl, Weitere Beiträge zur Hydromechanik. E. Grimsehl, Zur Veranschaulichung der Vorgänge beim elektrischen Strom durch Flüssigkeitsströme. Physikalische Aufgaben. — **Kleine Mitteilungen.** Für die Praxis: Vereinigung von Ergänzungsfarben. Elektromagnet. Rationelles Lüften. Darstellung fester Kohlensäure. Schülerversuch aus der Akustik. — **Berichte.** 1. *Apparate und Versuche:* Einige neuere Gasentwickelungs-Apparate (O. Hergt, Fr. Brandstätter, W. Gallenkamp, L. L. den Konninck, H. Wolf, C. Mitus). 2. *Forschungen und Ergebnisse:* Neue Untersuchungen über elektrische Wellen (A. Garbasso u. E. Aschkinass). Das Argon, ein neuer Bestandteil der Atmosphäre (Lord Rayleigh u. W. Ramsay). 3. *Geschichte:* Johann Wilhelm Ritter, der Begründer der wissenschaftlichen Elektrochemie (W. Ostwald). 4. *Unterricht und Methode:* Das humanistische Element im exaktwissenschaftlichen Unterricht (F. Pietzker). Die Behandlung des Potentials beim physikalischen Unterricht (A. Schülke). 5. *Technik und mechanische Praxis:* Neue Konstruktion eisenfreier Dynamomaschinen (F. Pietzker). — **Neu erschienene Bücher und Schriften.**

H. Hertz, Gesammelte Werke. E. v. Lommel, Lehrbuch der Experimentalphysik. L. Boltzmann, Vorlesungen über Maxwells Theorie. J. Tyndall, Die Wärme. C. Neumann, Die Haupt- und Brennpunkte eines Linsen-Systems. Heussi-Leiber, Lehrbuch der Physik. W. Weiler, Der praktische Elektriker. K. Faulmann, Im Reiche des Geistes. E. Netoliczka, Experimentierkunde. Fuss-Hensold, Lehrbuch der Physik. Dannemann, Leitfaden für den Unterricht im Laboratorium. Programm-Abhandlungen. — **Versammlungen und Vereine.** 66. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Wien (Schlufs). Verein zur Förderung des physikalischen Unterrichts in Berlin. — **Mitteilungen aus Werkstätten.** Apparat für Skalenablesung durch Projicieren (Lampenablesung an Spiegelinstrumenten) von M. Th. Edelmann. —

Heft 5. Aufsätze. Bruno Kolbe, Farbenmäntel als Ersatz der Farbenscheiben. M. Eschenhagen, Über ein Instrument zur Demonstration und Beobachtung der Variationen der magnetischen Deklination. W. C. L. van Schaïk, Versuche aus der Akustik. H. Classen, Geschichtliche Entwicklung der Anschauungen über das Wesen der elektrischen Wirkungen. Walter König, Einfache Herleitung der Grundformeln der sphärischen Spiegelung und Brechung aus dem Huygensschen Prinzip. Physikalische Aufgaben. — **Kleine Mitteilungen.** K. Haas, Ein Apparat zur Demonstration der Linsenwirkung mit Vorrichtung zur Vertauschung der Medien von Linse und Umgebung. R. Henke, Zur elementar-mathematischen Bestimmung der Trägheitsmomente homogener ebener Flächen. K. W. Neumann, Ein optischer Demonstrationsapparat. L. Fernbach, Bemerkungen über die Ursache der Kurz- und Weitsichtigkeit. Für die Praxis: Das Cupron-Element. — **Berichte.** 1. *Apparate und Versuche:* Ein Heliotrop. Eine schiefe Ebene zu Präcisionsversuchen. Ein Stromschliefser. Ein Fallraummesser. Aufsätze sämtlich von R. Mauritius. 2. *Forschungen und Ergebnisse:* Calciumcarbid und Acetylen (Moissan, Willson). Das Westonsche Normal-Cadmium-Element. *Geschichte:* Leonhard Eulers Lehre vom Äther (E. Miething). 4. *Unterricht und Methode:* Die Galilei-Newtonschen Bewegungsgesetze als Einleitung in die Mechanik (H. Schumann). 5. *Technik und mechanische Praxis:* Weitere Versuche über elektrische Telegraphie ohne Draht (W. u. E. Rathenau, H. Rubens). — **Neu erschienene Bücher und Schriften.** Ernst Mach, Popular scientific lectures. Börnstein-Assmann, Die Fortschritte der Physik. Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften. H. Kayser, Lehrbuch der Physik. Pierre de Heen, La Chaleur. H. du Bois, Magnetische Kreise. R. S. Heath, Lehrbuch der geometrischen Optik. Richard Meyer, Jahrbuch der Chemie. O. Dammer, Handbuch der anorganischen Chemie. Fritz Elsner, Die Praxis des Chemikers. Ludwig Gattermann, Die Praxis des organischen Chemikers. H. Baumhauer, Leitfaden der Chemie. Roscoe-Classen, Roscoe-Schorlemmers kurzes Lehrbuch der Chemie. A. Schülke, Vierstellige Logarithmentafeln. A. Sturmhoefel, Akustik des Baumeisters. Programm-Abhandlungen. **Versammlungen und Vereine.** Physikalische Gesellschaft zu Berlin. Verein zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts in Wien.

II. Mathematische Annalen, Band 44.

Heft 1. Über die Zerlegung der Ideale eines Zahlenkörpers in Primideale. Von David Hilbert in Königsberg i. Pr. — Über die partielle Differentialgleichung des Problems $\delta \iint V(p,q)\,dx\,dy = 0$. Von Joseph Kürschák in Budapest. — Über die vollständigen Integrale partieller Differentialgleichungssysteme. Von Leo Koenigsberger in Heidelberg. — Über Funktionen, welche in gewissen Punkten endliche Differentialquotienten jeder endlichen Ordnung, aber keine Taylorsche Reihenentwicklung besitzen. Von Alfred Pringsheim in München. —

Über die notwendigen und hinreichenden Bedingungen des Taylorschen Lehrsatzes für Funktionen einer reellen Variablen. Von demselben — Über Riemanns Convergenzcriterium. Von A. Hurwitz in Zürich. — Verschwindende Determinanten dritten Grades aus ternären linearen Formen. Von M. Pasch in Giessen. — Über die Transformationstheorie der automorphen Funktionen. Von Robert Fricke in Göttingen. — Über Kreisbogendreiecke und Kreisbogenvierecke. Von A. Schönflies in Göttingen. — Sulla razionalità delle involuzioni piane. Nota di Guido Castelnuovo a Roma. — Bemerkung zur Algebra der Logik. Von A. Korselt in Pirna. (Auszug aus einem Briefe an die Redaktion). — Trasformazione di una curva algebrica in un'altra con soli punti doppi. Nota di E. Bertini a Pisa.

Heft 2—3. Beiträge zur geometrischen Theorie der Schwarzschen s-Funktion. Von Fr. Schilling in Verden a/A. — Die multiplicativen Formen auf algebraischem Gebilde beliebigen Geschlechtes mit Anwendung auf die Theorie der automorphen Formen. Von Ernst Ritter in Göttingen. — Zur Theorie der trilinearen Verwandtschaft dreier einstufiger Grundgebilde. Von Franz London in Breslau. — Über bedingte Convergenz unendlicher Produkte. Von Alfred Pringsheim in München. Über die angenäherte Darstellung der Zahlen durch rationale Brüche. Von A. Hurwitz in Zürich. — Über angewandte Mathematik. Von C. Runge in Hannover.

Heft 4. Über die Bedingung, unter der eine Flächenschar einem dreifach orthogonalen Flächensystem angehört. Von R. v. Lilienthal in Münster i./W. — Theorie der Flächenelemente höherer Ordnung des Raums von 3 Dimensionen. Von Eduard v. Weber in München. — Über die in rekurrierender Weise gebildeten Gröfsen und ihren Zusammenhang mit den algebraischen Gleichungen. Von Fritz Cohn in Königsberg i. Pr. — Beweis eines Satzes von Bertini über lineare Funktionen. II. Von J. Lüroth in Freiburg i. Br. — Über Abbildungen. Von Paul Stäckel in Halle a. S. — Die Kreisbogenvierseite und das Prinzip der Symmetrie. Von Robert Fricke in Braunschweig. — Preisaufgabe der Fürstlich Jablonowskyschen Gesellschaft für das Jahr 1897.

III. „Himmel und Erde" (Urania).

Illustrierte naturwissenschaftliche Monatsschrift, herausgegeben von der Gesellschaft Urania, VII. Jahrgang.

Heft 7. Durch die wunderbaren Eigenschaften elektrischer Ströme hoher Wechselzahl und Spannung, die ein Licht der Zukunft in Aussicht stellen, ist der Elektrotechnik eine neue Perspektive eröffnet. Diesen Gegenstand behandelt der Physiker der Urania, P. Spies, im Anschlufs an seinen mit so grofsem Beifall aufgenommenen Vortrag „Teslas Licht der Zukunft". — Mr. Hutchinson aus London giebt eine angenehme Plauderei über den Nutzen der Berge. — Die Herstellung grofser Objektive unter in Chicago ersonnenen Verfahren schildert Dr. Laves; neue Forschungen über das Alpenglühen bespricht Dr. Homann. Ferner befinden sich in diesem Hefte aufser der astronomischen Übersicht Mitteilungen über das Telephonieren ohne Draht, über die Ausnutzung der Wasserkraft des Niagarafalles mittels Turbinenwerke und die Besprechung neu erschienener naturwissenschaftlicher Werke.

Heft 8. „Ein versunkenes Inselreich" könnte man die kleinen Graseilande nennen, die zwischen Sylt und Eiderstedt als Trümmer der einstigen gröfseren Insel Nordstrand, welche durch die Sturmfluten der Nordsee in früheren Jahrhunderten zertrümmert worden ist, liegen. Diese sogenannten „Halligen" haben bei den Dezemberstürmen des letzten Jahres so überaus schwere Heimsuchungen erlitten, dafs sich die preufsische Regierung ge-

nötigt sah, für ihren Schutz durch Uferbefestigungen zu sorgen. Ein ausgezeichneter Kenner derselben, Dr. Eugen Traeger in Nürnberg, schildert in dem vorliegenden Hefte das wunderbare Inselreich und wird durch seine fesselnden „Halligbilder“ gewifs vielen, die die gröfseren Inseln Sylt, Amrum und Föhr kennen, oder solchen, welche die Nordseeküste besuchen wollen, eine angenehme und belehrende Unterhaltung darbieten. — Dem hundertjährigen Geburtstage Christian Gottfried Ehrenbergs, dem bahnbrechenden Forscher auf dem Gebiete der beschreibenden Naturwissenschaften, insbesondere der Mikroskopie ist ein längerer Artikel gewidmet; ferner finden wir in dem Hefte neben einer Reihe astronomischer Neuigkeiten längere Erörterungen über das Wesen des neuentdeckten Gases der Atmosphäre, des sogenannten Argon, über die Bedeutung des von dem Amerikaner Wilson entdeckten Acetylengases, und endlich Besprechungen neu erschienener naturwissenschaftlicher Werke.

Heft 9. In diesem Hefte findet sich ein Artikel von Dr. Homann „Wie der Zwölfzöller der Urania entstand“, der gewifs den vielen Besuchern der Uraniasternwarte in Berlin und solchen, die sich über den Bau gröfserer astronomischer Instrumente informieren wollen, die hierzu nötige Anleitung geben wird. — Dr. Maas bringt ferner eine ausführliche Darstellung des „Erdbebens von Konstantinopel“. — Unter den kleineren Mitteilungen sind die folgenden zu erwähnen: „Neue Bestimmung der Jupitermasse“, „Über das Wetterleuchten“, „Fossile Glazialflora im Königreich Sachsen“, „Über die grofse Seeschlange“; daran schliefst sich der Litteraturbericht.

Heft 10. Fortsetzung des Artikels „Wie der Zwölfzöller der Urania entstand“. Insbesondere werden darin die auf die Herstellung grofser Objektive — den Schliff, die Politur und die Prüfung derselben — bezüglichen technischen Methoden mit einer mustergültigen Klarheit dem Laien erörtert. — Dr. Maas giebt den Schlufs seiner Beschreibung des vorjährigen Erdbebens von Konstantinopel. Unter den Mitteilungen befindet sich eine solche über die Störungen der erdmagnetischen Instrumente auf dem Observatorium zu Potsdam, welche durch das Laibacher Beben verursacht wurden, ferner über das 250jährige Jubiläum des Barometers, endlich eine Anzahl Aufsätze astronomischen Inhaltes.

IV. Das Wetter, Meteorologische Monatsschrift für Gebildete aller Stände. Herausgegeben von Prof. Afsmann. XII. Jahrgang. Verlag von O. Salle in Braunschweig (jährl. 12 Hefte zu 6 M.)

(Fortsetzung von S. 213 [Heft 3]. Siehe dort den Inhalt von Heft 1.)

Heft 2. Phänologische oder thermische Konstanten. Aus dem Englischen übersetzt vom Verfasser Dr. Egon Ihne in Friedberg (Hessen). Ein Föhn im Riesengebirge. Von Dr. C. Kafsner. (Schlufs.) Übersicht über die Witterung in Centraleuropa im Dezember 1894. Die Witterung zu Aachen in den Tagen vom 12.—15. November 1894 von P. Polis in Aachen. Die Grenze des Schneefalls. Die Benutzung von Drachen zu wissenschaftlichen Zwecken. Über Kälte vor und nach dem Jahreswechsel. Die Zusammensetzung der Wolken. Halos, Nebensonnen und Nebenmonde. Von H. Overhoff in Haarlem. Referate: Heidecke, Die Bekämpfung der verheerenden Überschwemmungen, des Wassermangels und der Dürre. Karten-Beilage: Mittlere Isobaren und Isothermen, sowie die Niederschlagsmengen von Centraleuropa für den Dezember 1894.

Heft 3. Die Windwirkung als Ursache einer Vertikalcirculation im Wasser. Von Dr. M. von Rohr in Berlin. Woraus besteht die Luft? Von Dr. C. Kafsner in Berlin. Die Bestimmung der Temperatur atmosphärischer Niederschläge. Von Dr. Arendt in Potsdam. Übersicht über die Witterung in Centraleuropa im Januar 1895. Die Winterperiode im Februar in Holland. Von H. Overhoff in Haarlem. Meteorologische

Notizen und Korrespondenzen: Regenschiffe am Himmel, beobachtet von A. Schneider in Hilden. Karten-Beilage wie oben für den Jan. 1895.

Heft 4. Bemerkungen über die Fröste und Schneefälle des diesjährigen (1894/95) Winters. Von W. Köppen. Witterung in Thüringen 1894. Von Friedrich Treitschke in Erfurt. Übersicht über die Witterung in Centraleuropa im Februar 1895. Telephonstationen im bayrischen Hochlande. Astronomisch-Meteorologisches vom „Himmel". Zur Meteorologie des Mars. Karten-Beilage: w. o. für den Februar 1895.

Heft 5. Die Kälterückfälle im Mai 1894. Von P. Polis in Aachen. Zur meteorologischen Optik. Von Dr. Th. Arendt in Potsdam. Einige Mitteilungen über das Klima Sibiriens. Von F. Thien in Charlottenburg. Übersicht über die Witterung in Centraleuropa im März 1895. Der große Februar-Sturm in Kansas. Von Dr. Joseph Werthner in Marion, (Kansas). Meteorologische Notizen und Korrespondenzen. Karten-Beilage: w. o. für den März 1895.

Heft 6. Über den Winter 1894/95 in Sachsen. Von Dr. Friedrich Klengel in Chemnitz. Die Kälterückfälle im Mai 1894. Von P. Polis in Aachen. (Schlufs.) Übersicht über die Witterung in Centraleuropa im April 1895. Rudolf Falbs kritische Tage, Sintflut und Eiszeit. Von Prof. Julius Märker in Konstanz. Durch Blitzeinwirkungen im menschlichen Körper hervorgerufene Veränderungen. Meteorologische Notizen und Korrespondenzen: Der Monat Juni. — Wolkenbruch in Württemberg. Karten-Beilage: w. o. für den April 1895.

V. Hettners Geographische Zeitschrift.

I. Jahrgang 1895. (Vgl. Heft 4, S. 317 dieser Zeitschrift.)

Heft 1. (Ausgegeben am 15. Juni 1895). Geographische Forschung und Bildung. Mit einer Karte: die kartographische Darstellung der Erde. Vom Herausgeber. — Der Friede von Schimonoseki in seinen geographischen Beziehungen. Von Geh. Regierungsrat Prof. Dr. Ferd. Frhrn. v. Richthofen in Berlin. — Der Einflufs der Klimaschwankungen auf die Ernteerträge und Getreidepreise in Europa. Mit 4 Figuren. Von Prof. Dr. Eduard Brückner in Bern. — Der XI. deutsche Geographentag in Bremen: 1) Die Sitzungen. Von Alfred Hettner. 2) Die geographische Ausstellung. Von Dr. Willy Ule in Halle a/S. 3) Die historische Abteilung der Ausstellung. Von Dr. Paul Dinse in Berlin. — Geographische Neuigkeiten. Zusammengestellt von Dr. August Fitzau in Leipzig. — Bücherbesprechungen: Neumayr, Erdgeschichte. Von A. Philippson. — Mayr, Statistik und Gesellschaftslehre. Von A. Hettner. — Zintgraff, Nord-Kamerun. Von A. Schenck. — Langenbeck, Leitfaden der Geographie für höhere Lehranstalten. Von L. Neumann. — Supan, deutsche Schulgeographie. Von L. Neumann. — Lüddecke, deutscher Schulatlas. Von L. Neumann. — Geistbeck u. Engleder, geographische Typenbilder. Von W. Ule. — Eingegangene Bücher.

Heft 2. (Ausgegeben am 15. Juli 1895.) Der Nordostseekanal. Von Geh. Regierungsrat Launhardt, Prof. a. d. techn. Hochschule in Hannover. — Der Nationalpark in Yellowstone. Ein Vortrag. Von Geh. Bergrat Prof. Dr. Hermann Credner in Leipzig. — Sinn und Behandlungsweise der politischen Geographie im Schulunterricht. Von Prof. Dr. Alfred Kirhhoff in Halle. — Der Einflufs der Klimaschwankungen auf die Ernteerträge und Getreidepreise in Europa. (Schlufs.) Von Prof. Dr. Eduard Brückner in Bern. — Die neueren Forschungen und Ansichten über den Bau der Erdkruste. I. Teil. Von Privatdocent Dr. Alfred Philippson in Bonn. — Geographische Zeit- und Streitfragen: Zur Benennung geographischer Bildungen u. Vorgänge. Von Alfred Hettner. — Haas' geologische Wandtafeln. — Geographische Neuigkeiten. Zusammengestellt

von Dr. August Fitzau. — Bücherbesprechungen: Kraus, Höhlenkunde. Von K. Hassert. — v. Brandt, aus dem Lande des Zopfes. Von G. Wegener. — v. Wissmann, Afrika. Von A. Schenck. — Scobel, geographisches Handbuch zu Andrees Handatlas. Von A. Hettner. — Brust u. Berdrow, Lehrbuch der Geographie. Von L. Neumann. — — —, Geographie für mehrklassige Volksschulen. Von L. Neumann. — Eingegangene Bücher. — Zeitschriftenschau.

Heft 3 u. 4. (Ausgegeben am 1. August 1895.) Madagaskar und der französisch-madagassische Konflikt. Von Prof. Dr. C. Keller in Zürich. — Die Ursachen der Steppenbildung in Europa. Von Prof. Dr. A. Nehring in Berlin. — Studien über politische Räume. Von Prof. Dr. Friedrich Ratzel in Leipzig. — Karstformen der Gletscher. Von Privatdocent Dr. Rob. Sieger in Wien. — Die neueren Forschungen und Ansichten über den Bau der Erdkruste. Schlufs. Von Privatdocent Dr. Alfred Philippson in Bonn. — Die Kolonie West-Australien. Von Henry Greffrath in Dessau. — Geographische Zeit- und Streitfragen: Über die Notwendigkeit einer internationalen kartographischen Vereinigung. Von Generalleutnant Dr. Alexis v. Tillo in St. Petersburg. — Andrées Vorschlag einer Nordpolexpedition im Luftballon. Von Otto Baschin in Berlin. — Geographische Neuigkeiten. Zusammengestellt von Dr. August Fitzau. Bücherbesprechungen: Güfsfeldt, „Der Montblanc.“ Von C. Diener. — Schmeifser, über Vorkommen und Gewinnung der nutzbaren Mineralien in der Südafrikanischen Republik. Von H. Lenk. — Futterer, Afrika in seiner Bedeutung für die Goldproduktion. Von H. Lenk. — Schweinitz, Deutsch Ost-Afrika in Krieg und Frieden. Von A. Schenck. — Sapper, Grundzüge der physikalischen Geographie von Guatemala. Von Stoll. — Habenicht, Justus Perthes See-Atlas. Von Meinardus. — Wagner, Lehrbuch der Geographie. Von L. Neumann. — Bibliotheca geographica. Von P. E. Richter. — Eingegangene Bücher. — Zeitschriftenschau.

D. Bibliographie.

Mai und Juni 1895.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Brückner, Dr., Erziehung und Unterricht vom Standpunkte der Sozialpolitik. (159 S.) Berlin, Siemenroth. 2,00.

Christinger, Friedrich Herbarts Erziehungslehre und ihre Fortbildner bis auf die Gegenwart, nach den Quellschriften dargestellt und beurtheilt. (227 S.) Zürich, Schulthess. 3,00.

Ziegler, Prof. Dr. Theob., Der deutsche Student am Ende des 19. Jahrhunderts. Vorlesungen. (240 S.) Stuttgart, Göschen. 3,50.

Barth, Sem.-Oberl., Der Begriff Konzentration in der Unterrichtslehre in historischer und systematischer Darstellung, eine pädagogische Studie. (130 S.) Borna, Noske. 2,00.

Lichtenheld, Die formale Bildung, eine Inhaltsbestimmung. (48 S.) Leipzig, Teubner. 1,20.

Sievert, Hauptl., Über die philosophisch-pädagogische Lehre Froschhammers. (9 S.) Bielefeld, Helmich. 0,30.

Vademecum für Kandidaten des Mittelschullehramts in Österreich. III. Tl.: Für Mathematiker, Physiker und Naturhistoriker an Gymnasien. (200 S.) Wien, Hölder. Geb. 2,70.

Jesinghaus, Streben und Arbeiten auf den deutschen Hochschulen. (20 S.) Leipzig, Gottwald. 0,40.

Jesinghaus, Unsere Universitätsprofessoren. Ein kleiner Beitrag zur Reform der deutschen Hochschulen. (19 S.) Ebenda. 0,40.
Feuchtwanger, Dr., Sozialistische Gesinnung und soziales Elend auf deutschen Hochschulen. (33 S.) Ebenda. 0,50.
Hart, Lehrer, die Schule im sozialdemokratischen Zukunftsstaate. Nach sozialdemokr. Schriften dargestellt. (40 S.) Frankfurt a. M., Foesser. 0,50.
Carpin, Dr., das Examenunwesen auf deutschen Hochschulen, speziell in der philosophischen Fakultät. (30 S.) Leipzig, Gottwald. 0,50.
Rollet, Rektor Hofr. Prof. Dr., Über Zweck und Freiheit des akademischen Lebens. Rektoratsrede. (36 S.) Graz, Leuschner. 1,00.
Gutzmann, Taubstummenlehrer, Das Stottern und seine gründliche Beseitigung durch ein methodisch geordnetes und praktisch erprobtes Verfahren. 4. Aufl. (140 S.) Berlin, Staude. 3,00.
Lehrplan der k. k. österr. Militärrealschulen. (79 S.) Wien, Hof- und Staatsdruckerei. 0,80.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Schultz, Leitfaden der Planimetrie für gewerbl. Schulen. (52 S.) Essen, Baedeker. 0,75.
Huebner, Gymn.-Prof., Ebene und räumliche Geometrie des Maßes in organischer Verbindung mit der Lehre von den Kreis- und Hyperbelfunktionen, neu dargestellt. 2. Ausg. (340 S.) Leipzig, Teubner. 4,00.

2. Arithmetik.

Sachse, Kreisschulinsp., Übungsbuch für einen praktischen, geistbildenden und erziehlichen Rechenunterricht. 4. Aufl. (80 S.) Osnabrück, Wehberg. 0,36.
Fischer, Prof. Dr., Reihenentwicklungen mit Hülfe arithmetischer Progressionen höherer Ordnung. Beitrag zum mathemat. Unterricht an höheren Lehranstalten. (28 S.) Berlin, Gaertner. 1,00.
Biermann, Prof. Dr., Elemente der höheren Mathematik. Vorlesungen zur Vorbereitung des Studiums der Differentialrechnung, Algebra und Funktionentheorie. (381 S.) Leipzig, Teubner. 10,00.
Schülke, Dr., Vierstellige Logarithmentafeln, nebst mathem., phys. und astronom. Tabellen. Für den Schulgebrauch zusammengestellt. (18 S.) Ebenda. 0,60.

B. Angewandte Mathematik.

Astronomie. Geodäsie. Mechanik.

Verhandlungen der vom 5. bis 12. Sept. 1894 in Innsbruck abgehaltenen Conferenz der permanenten Commission der internat. Erdmessung. Red. v. A. Hirsch. (255 S.) Berlin, Reimer. 6,00.
Jenkner, Oberl. Dr., Die Himmelskunde als Lehrgegenstand für die oberste Klasse der Mädchenschulen. (38 S.) Berlin, Gaertner. 1,00.

Physik.

Exler, Hauptm., Grundzüge der Elektrotechnik. (350 S.) Wien, Spielhagen. 10,00.
Märker, Prof., Falbs kritische Tage. Sintflut und Eiszeit. Kritik seines Vortrags. Konstanz, Ackermann. 0,50.
Schneider, Dr., Entstehung und Prognose der Wirbelstürme. (112 S.) Regensburg, Verlagsanstalt. 2,40.
Rühlmann, Prof. Dr., Grundzüge der Elektrotechnik. (2. Hälfte.) (S. 253—416). Leipzig, Leiner. 6,00.

Bedell, Dr., und Dr. Crehore, Theorie der Wechselströme in analytischer und graphischer Darstellung. Deutsch v. A. Bucherer. (266 S.) Berlin, Springer. Geb. 7,00.
Schwartze, Ingen., die Lehre von der Elektricität und deren prakt. Verwendung. (548 S.) Leipzig, Weber. 10,00.
Robel, Oberl. Dr., die Sirenen. Ein Beitrag zur Entwicklungsgeschichte der Akustik. III. Der Streit um die Definition des Tones. (32 S.) Berlin, Gaertner. 1,00.
Entwurf zu einem Lehrplan für das Königstädtische Realgymnasium in Berlin. IV. Tl.: Physik und Chemie. (28 S.) Berlin, Gaertner. 1,00.

Chemie.

Vorschriften, betr. die Prüfung der Nahrungsmittel-Chemiker. (15 S.) Berlin, Besser. 0,20.
v. Romocki, Geschichte der Explosivstoffe. I. Geschichte der Sprengstoffe, der Sprengtechnik und des Torpedowesens bis zum Beginn der neuesten Zeit. Mit einer Einführung v. Dr. Jähns, Oberstlieutenant. (400 S.) 12,00; geb. 14,50.
Schmidt, Privatdocent Dr., Kurzes Lehrbuch der anorganischen Chemie. (376 S.) München, Verlag von Dr. Wolff. 4,50.
Möhring, Oberl. Dr., Über den chemischen Unterricht an Realschulen. (18 S.) Berlin, Gaertner. 1,00.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Breslich, Dr. Oberl. und Oberl. Dr. Koepert, Bilder aus dem Thier- und Pflanzenreiche. Für Schule und Haus bearbeitet. 4. Heft. (189 S.) Altenburg, Geibel. 2,60.
Marshall, W., Der Bau der Vögel. (462 S.) Leipzig, Weber. Geb. 7,50.
Marpmann, Zeitschrift für angewandte Mikroskopie. 12 Hefte. Leipzig, Thost. 10,00.
v. Stubenrauch, Die Makropoden, ihre Bedeutung als Zierfische, deren Pflege und Zucht. (33 S. mit 2 Taf.) München, Dr. Lüneburg. 1,60.

2. Botanik.

Meyer, Prof. Dr. Arth., Wesen und Lebensgeschichte der Stärkekörner der höheren Pflanzen. (318 S. mit 99 Abbild. und 9 Taf.) Jena, Fischer. 20,00.
Pax, Dir. Prof. Dr., Führer durch den königl. botanischen Garten der Universität Breslau. (63 S.) Breslau, Hirt. 0,50.
Roth, Dr., Über einige Schutzeinrichtungen der Pflanzen gegen übermässige Verdunstung. (38 S.) Hamburg, Verlagsanstalt. 0,80.
Ramme, Oberl. Dr., die wichtigsten Schutzeinrichtungen der Vegetationsorgane der Pflanzen. (26 S.) Berlin, Gaertner. 1,00.
Niedenzu, Prof. Dr., Handbuch für botanische Bestimmungsübungen. (351 S.) Leipzig, Engelmann. 4,00.

3. Mineralogie.

Walther, Prof. Dr., Über die Auslese in der Erdgeschichte. (36 S.) Jena, Fischer. 0,80.
Wülfing, Privatdoc. Dr., Tabellarische Übersicht der einfachen Formen der 32 krystallographischen Symmetriegruppen. 7 Taf. (11 S.) Stuttgart, Schweizerbart. 5,00.

(Fortsetzung in Heft 7.)

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik, Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. dergl.)

Verhandlungen der 40. Sektion (mathematischer und naturwissenschaftlicher Unterricht) der 66. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Wien.

Referent: Prof. Dr. K. Haas-Wien.

IV. (Fortsetzung von S. 381 [Heft 5] und Schlufs.)*)

3. Sitzung. Dienstag, den 25. September 1895. Nachmittag.

Vorsitzender: Prof. Feyerabendt-(Thorn).

Stellvertreter: Realschuldirektor Kleckler-(Wien).

Es folgt hierauf der Vortrag des Prof. Bazala (Bielitz): *Über den abgestuften Unterricht im Allgemeinen und in der Geometrie im Besonderen.*

Der Vortragende beginnt mit einer Vergleichung der Einrichtungen preufsischer und österreichischer Mittelschulen. Er ist der Ansicht, dafs ein einstufiger**) Unterricht in einer Schule, die sich auf 7—9 Jahre erstreckt, nicht am Platze sei; das gehe schon aus dem grofsen Altersunterschiede der Schüler hervor; denn der siebzehnjährige Jüngling habe ein ganz anderes Denkvermögen und einen ganz anderen Erfahrungskreis als der zehnjährige Knabe. Würden bei dem systematischen Aufbau einer Wissenschaft die grundlegenden Kapitel keine Schwierigkeiten bieten, würden sich diese erst bei den späteren Abschnitten zeigen, allmählich zunehmen und in den letzten Abschnitten den höchsten Grad erreichen, dann würde der Aufbau dieser Wissenschaft mit dem geistigen Entwickelungsgange des Schülers übereinstimmen und der einstufige Unterricht würde der beste sein. Wir wissen aber alle sehr gut, dafs keine der mathematischen und der Natur-Wissenschaften diesen Entwickelungsgang zeigt; bei allen ergeben sich schon bei den ersten Kapiteln, wenn sie wissenschaftlich behandelt werden, grofse Schwierigkeiten, denen der zehn- bis elfjährige Knabe nicht gewachsen ist; der Grad der Schwierigkeit wechselt dann unablässig und es treten selbst bei den letzten Kapiteln ganz leichte Partien auf. Dieser Umstand spricht gegen den einstufigen Unterricht.

---

*) Man sehe Tl. I in Heft 1, S. 66 u. f.; Tl. II in Heft 2, S. 146 u. f; Tl. III in Heft 5, S. 376 u. f. D. Red.

**) Dieser Ausdruck dürfte in Deutschland ungebräuchlich sein und deshalb nicht verstanden werden. Vermutlich ist gemeint eine Schulorganisation ohne Zweiteilung in Unter- und Ober-Abteilung. D. Red. So ist es. Anm. des Ref.

Als Mittelweg zwischen den preufsischen und den österreichischen Einrichtungen schlägt der Vortragende einen zweistufigen Unterricht mit kurzer, nur orientierender Unterstufe vor. Die Trennung der Realschule in eine Unter- und eine Oberrealschule sollte in Österreich beseitigt werden und die Umwandlung dieser Schule in eine achtklassige Anstalt erfolgen. Eine Gruppe von Fächern könnte ihre Unterstufe in den untersten, die Oberstufe in den mittleren Klassen; eine zweite Gruppe aber die Unterstufe in den mittleren, die Oberstufe in den obersten Klassen erhalten; so würde das Vielerlei, das die Oberrealschüler am meisten belaste, aus der Schule eliminiert werden.

Bei Beginn des geometrischen Unterrichts solle man mit Rücksicht auf das Alter der Schüler die geometrischen Wahrheiten auf anschaulichem Wege entwickeln. Dieser Anschauungsunterricht ist aber trotzdem nicht experimentell zu führen. Der geometrische Unterricht auf dieser Stufe darf nicht allein auf dem Augenmafse beruhen; sondern er soll auf einer anschaulichen, aus wenigen einfachen Schlüssen bestehenden Motivierung basieren.

Das fruchtbarste Hilfsmittel für einfache Begründungen ist die axiale Symmetrie, weil sich ihre Schlufsbildungen durch gröfste Einfacheit und vollendete Anschaulichkeit auszeichnen.

Was den Unterricht in der Stereometrie betrifft, so mufs der Schüler sich vorerst im Raume und im Anschauen räumlicher Objekte orientieren, bevor man ihm stereometrische Beweise mit Erfolg zumuten kann. Beim Unterrichte hat man fortwährend entsprechende Modelle zu benutzen, die dem Schüler nicht blofs während der betreffenden Unterrichtsstunde, sondern durch längere Zeit auch aufserhalb des Unterrichts sichtbar gemacht werden sollen.

Seitdem im geometrischen Zeichnen, welches die technische Vorübung für die darstellende Geometrie bildet, alle Konstruktionen, die der theoretische Geometrieunterricht erfordert, genau und sorgfältig entwickelt, genau und sorgfältig mit Benutzung der Reifsschiene ausgeführt werden, besteht zwischen den erwähnten Fächern ein inniger Zusammenhang, den man nicht (wie an den preufsischen Realschulen) künstlich trennen soll. Am besten würden Arithmetik, Geometrie und geometrisches Zeichnen in der Hand eines Lehrers vereint, aber von dem Freihandzeichnen vollständig getrennt werden.

Das Verhältnis der Oberrealschule zur technischen Hochschule ist ein anderes als jenes des Obergymnasiums zur Universität. In den Gymnasien sollen die Schüler durch die Beschäftigung mit der Mathematik ihr Denkvermögen in intensiver und exakter Weise schulen. Das mathematisch geschulte Denkvermögen bleibt dem Abiturienten auch dann erhalten, wenn er die einzelnen in der Mathematik gelernten sachlichen Details gröfstenteils wieder vergessen hat. Nur ein verschwindend kleiner Teil der Abiturienten (die künftigen Mathematiker und Physiker) braucht diese Details zum Aufbau der Fachstudien.

An der Realschule dagegen sind die mathematischen Fächer Fachstudien. Von den vier Abteilungen der österreichischen technischen Hochschulen brauchen drei die in der Realschule gewonnenen mathematischen Details als unerläfsliche Bausteine zum Aufbau der Hochschulstudien. Differential- und Integralrechnung, analytische Geometrie, darstellende Geometrie und Mechanik bilden das Gerippe der Ingenieurwissenschaften. Mit Rücksicht darauf ist es unerläfslich, dafs der Realschüler aus den mathematischen Fächern ein reiches Material an die technische Hochschule mitbringt und in allen Details grofse Sicherheit und gewandtes Können zeigt. Deshalb müssen den mathematischen Fächern an der Realschule eine entsprechende gröfsere Stundenzahl zugewiesen werden.

Planimetrie und Stereometrie sind auf der Oberstufe mit Rück-

sicht auf den mehr anschaulichen Vorgang auf der Unterstufe und mit Rücksicht darauf, dafs diese Fächer nicht mehr Gegenstand der technischen Hochschule sind, mit voller wissenschaftlicher Strenge zu lehren. Die analytische Geometrie hingegen soll in der Oberrealschule für die gründlichere Behandlung dieses Stoffes an der Hochschule orientieren. Das Wesen der analytischen Geometrie mufs dem Schüler zur vollständigen Klarheit gebracht werden, auf gewisse Feinheiten hingegen hat man zu verzichten.

Bezüglich der darstellenden Geometrie empfiehlt sich die Einschränkung auf das Notwendigste. Bezüglich der Durchdringungen hat man vorzugsweise spezielle Fälle zu behandeln, die Schattenlehre soll im Lehrplane konzentriert und die Perspektive wegen ihres grofsen Bildungswertes im Realschulunterricht aufrecht erhalten werden.

Mit Rücksicht auf den innigen Zusammenhang zwischen den Oberrealschulen und der technischen Hochschule empfiehlt der Vortragende am Schlusse seines Vortrages bei der Reformierung der Realschulen auch Vertreter der technischen Hochschulen zu Rate zu ziehen.

Direktor Januschke (Teschen) wendet sich gegen den Satz, dafs man auf der oberen Stufe nichts von der unteren voraussetzen dürfe.

Wegen vorgerückter Stunde wird die Diskusion auf eine spätere Sitzung vertagt.

4. Sitzung. Mittwoch, den 26. September. Nachmittag.

Vorsitzender Regierungsrat Direktor Kukula (Wien) teilt die Reihenfolge der Vorträge für den 27. mit. Professor Dr. Höfler meldet, dafs Dr. Tuma geneigt sei, die Teslaschen Versuche am Donnerstag den 27. für die Mitglieder der 40. Sektion zu wiederholen.

Die Debatte über den Vortrag des Professors Bazala (3. Sitzung. Seite 458) wird über Antrag des Dr. Pick (Pohrlitz) auf die nächste Sitzung verschoben.

Nun folgt der Vortrag des Professors Lanner (Olmütz): *Über die prinzipielle Gleichstellung der naturwissenschaftlichen Disziplinen mit jenen der altklassischen Philologie und über die Notwendigkeit eines methodischen Abschlusses der ersteren durch die Einführung der Geologie als eines Unterrichtsgegenstandes an unseren Gymnasien.*

Der Vortragende zieht eine Parallele zwischen der Bedeutung der naturwissenschaftlichen Disziplinen und der altklassischen Philologie in Bezug auf humane und formale Bildung und auf ihren praktischen Wert. Er wünscht im Anschlusse an die Bestrebungen hervorragender österreichischer Schulmänner, z. B. v. Wretschko und Süfs, eine Erweiterung des naturwissenschaftlichen Unterrichtes, namentlich durch Vermehrung der Stunden für den botanischen Unterricht und durch Einführung der Geologie als Unterrichtsgegenstand an Gymnasien.

Ferner weist der Vortragende auf die Notwendigkeit der Wiedereinführung der Naturgeschichte als Prüfungsgegenstands bei den Maturitätsprüfungen hin und schlägt die Kreirung von Reisestipendien für die Lehrer der naturwissenschaftlichen Fächer vor.*)

Die Ausführungen des Vortragenden finden lebhaften Beifall. Der Vorsitzende spricht dem Vortragenden für seinen ebenso anregenden als belehrenden Vortrag den Dank der Versammlung aus. Die Diskussion des Vortrages wird auf die nächste Sitzung verschoben.

---

*) Eine diesbezügliche Petition der Lehrer der naturwissenschaftlichen Disziplinen wird von Professor Lanner dem hohen k. k. Ministerium für Kultus und Unterricht überreicht werden.

Anmerkung des Referenten.

5. Sitzung. Donnerstag, den 27. September. Vormittag.
Vorsitzender: Direktor Dr. Petelenz-(Sambor).
Stellvertreter: Professor Hans Wittek-(Baden).

Der Vorsitzende dankt für seine Wahl und ersucht Professor Daurer-(Wien) wegen Erkrankung des Professors Dr. E. Maiſs (Wien) das Schriftführeramt zu übernehmen.

Herr Eugen Hartmann (Bockenheim-Frankfurt a. M.) demonstriert elektrische Meſsapparate, deren Angaben von zahlreichen Schülern zugleich aus der Ferne deutlich abgelesen werden können.

Professor Dechant (Wien) dankt dem Demonstrator und seiner Firma.

Hofrat Dr. Ritter v. Wretschko teilt mit, daſs Dr. A. Brezina, Direktor der mineralogischen Abteilung des k. k. naturhistorischen Hofmuseums in Wien, in der Sitzung Freitag nachmittags einige Aufklärungen betreffs eines Aufsatzes geben möchte, der in der ersten Sitzung der Sektion zur Verteilung gelangt war. Dies wird beifällig aufgenommen.

Professor Dr. Noë (Wien) übermittelt einige Exemplare seines Referates: *Der Schulgarten und der botanische Unterricht an den Gymnasien.*

Hierauf folgt der Vortrag von Professor H. Witte (Baden): *Über einige zeitgemässe Reformen des geometrischen Mittelschulunterrichtes.*

Der Vortragende findet, daſs der rege Fortschritt der Naturwissenschaften gebieterisch fordere, die Ziele für den mathematischen Unterricht möglichst hoch zu setzen; andererseits verlange die Rücksicht auf die körperliche Entwickelung der Jugend ebenso nachdrücklich die Vermeidung jeglicher Überbürdung. Beiden Forderungen könne am besten dadurch entsprochen werden, daſs der Lehrer die Forderungen auf jeder Alters- und Entwickelungsstufe dem jeweiligen Auffassungsvermögen der Schüler anpaſst. Der Vortragende versucht nun (auf Grundlage behördlich genehmigter Lehrbücher) die Schwierigkeiten des geometrischen Unterrichts in den einzelnen Schulen darzulegen und die Mittel zur Beseitigung derselben anzugeben.

Bezüglich des vorbereitenden Unterrichts findet er, daſs in allen Lehrbüchern — im Gegensatze zu den Forderungen der Instruktionen, welche ausdrücklich einen Anschauungsunterricht verlangen — zu viel Gewicht auf strenge Beweisführung gelegt wird. Das Zeichnen soll im Mittelpunkte dieses geometrischen Unterrichtes stehen; durch dasselbe erlangen die Schüler nicht nur die unerläſsliche Sicherheit in der Handhabung der Instrumente, sondern sie gelangen auch auf empirische, experimentelle Weise zur Kenntnis der geometrischen Wahrheiten. Durch den Gebrauch einfacher Modelle und Vorrichtungen kann für die erkannte geometrische Wahrheit die Evidenz der Notwendigkeit angestrebt werden. Groſsen Wert legt der Vortragende auf die Entwickelung der geometrischen Phantasie und auf die Verwendung sogenannter geometrischer Örter*) zu einfachen Konstruktionen. Dieser scheinbar sehr abstrakte Begriff läſst sich durch Vorführung eines sich bewegenden Punktes mit Hilfe einfacher vom Lehrer selbst bereiteter Vorrichtungen leicht zur Anschauung bringen.**)

Klippen im planimetrischen Unterrichte der oberen Klassen sind die hohen Anforderungen an das logische Auffassungsvermögen der Schüler. So setzt die Betrachtung der Kommensurabilität und Inkommensurabilität die Kenntnis des Irrationalen voraus, welche gewöhnlich erst auf einer späteren Stufe des arithmetischen Unterrichts gewonnen wird. Die in-

---

*) Der Ausdruck „geometr. Ort“ wird u. E. besser ersetzt durch „geometr. Ortslinie“. D. Red.

**) Vergleiche Hans Wittek: *Zwei Beiträge zum geometrischen Unterrichte.* Programm des niederösterreichischen Landes-, Real- und Obergymnasiums in Horn. 1885/86. D. Ref.

direkten Beweise, welche namentlich bei Umkehrungen geometrischer Sätze so häufig angewendet werden, befriedigen die Schüler nicht. Ihre geistige Kraft wird so sehr von dem Auswendiglernen von Beweisen absorbiert, dafs sie die Beweise für die Hauptsache, die betreffenden geometrischen Sätze aber für Nebensache halten, ja einen Satz für um so wichtiger erachten, je komplizierter und schwieriger dessen Beweis sich gestaltet. Nicht weniger versündigt sich der Unterricht an den Schülern durch die Vorführung weitläufiger Rechnungen, die über den Kreis der Operationen, welche der Schüler bereits beherrscht, hinausgehen, z. B. der Polygonberechnungen, der Berechnung der Zehnecksseite noch vor der Durchnahme quadratischer Gleichungen.

Dagegen meint der Vortragende, dafs das Prinzip der Bewegung den ganzen geometrischen Unterricht beherrschen und dafs der Begriff der Qualität (Richtung, Sinn) seine Anwendung auf die durch Bewegung entstehenden Gebilde schon in den Anfängen des planimetrischen Unterrichts der oberen Stufe finden solle. Diesen Begriff erst beim trigonometrischen, respektive beim analytisch geometrischen Unterrichte einzuführen, hält der Vortragende für eine didaktische Verkehrtheit, weil so Schwierigkeiten geschaffen werden, die bei rechtzeitiger Einführung des erwähnten Begriffes ganz vermieden werden können. Überhaupt sollten die modernen Anschauungsweisen alle Gedankenkreise des geometrischen Unterrichts durchdringen; dann würden nicht nur die Lehrsätze an Allgemeinheit und Anschaulichkeit gewinnen, sondern das Interesse des Schülers würde durch die neue Behandlungsweise des ihm schon geläufigen Stoffes erhöht werden.

Der Vortragende macht nun auf die Verschiedenheit der Verhältnisse des stereometrischen Unterrichtes an Realschulen und an Gymnasien aufmerksam. An den Realschulen wird dieses Fach durch einen wohlorganisierten, den modernen Anforderungen entsprechenden Unterricht in der darstellenden Geometrie auf das wirksamste unterstützt; an den Gymnasien hingegen liegt die Ausbildung der Raumanschauung, die zugleich ein Fundament des physikalischen Unterrichtes bildet, ganz auf den Schultern des stereometrischen Unterrichtes, auf welchen aber kaum mehr als 35 Unterrichtsstunden entfallen. Um in dieser karg bemessenen Frist ohne Überbürdung der Schüler ein möglichst hohes Ziel zu erreichen, dürfe man nicht — wie dies meist geschähe — den gröfsten Teil der kostbaren Zeit mit Rechnungen ausfüllen. Die Hauptsache dieses Unterrichts sei die Ausbildung der Raumanschauung; den Quantitätsbestimmungen solle nicht mehr Zeit gewidmet werden, als zu ihrer theoretischen Fundierung nötig sei. Die in der Stereometrie liegenden Gedankenkreise können dagegen für den arithmetischen Unterricht als Aufgabenmaterial verwendet werden: zur Einübung des Rechnens mit Potenzen, Wurzelgröfsen und Logarithmen, zum Ansatze von Gleichungen ersten und zweiten Grades. Die Schüler bringen solchen Aufgaben mehr Interesse entgegen, als den oft sehr gekünstelten der Beispielsammlungen.

Der Vortragende empfiehlt ferner die Benützung des Prinzips der Bewegung für die Bildung und Entwickelung der geometrischen Gebilde, z. B. der Rotationsgebilde; endlich die Anwendung des Prinzips der Symmetrie.

Bezüglich der Trigonometrie schlägt er vor, die in diesem Teile des Unterrichts liegenden Schwierigkeiten zu trennen und einzeln zu überwinden. In den nach den neuen Lehrplänen in Deutschland ausgearbeiteten Lehrbüchern der Trigonometrie wird der Lehrstoff auf zwei, mitunter drei Unterrichtskreise verteilt. Redner schlägt vor, sich zunächst auf die Funktionen der spitzen Winkel zu beschränken und erst, wenn der Erfolg des ersten Unterrichts gesichert ist, zur Erweiterung auf stumpfe Winkel zu schreiten, dabei aber nicht den Koordinatenbegriff, der seinem Wesen nach in das Lehrgebäude der analytischen Geometrie gehört, sondern den Projektionsbegriff zur Anwendung zu bringen. Die in der Trigonometrie

gewonnenen Beziehungen sollen sofort zur Einübung arithmetischer Operationen und zur Lösung von Gleichungen benützt werden.

In Betreff der analytischen Geometrie verweist Verfasser auf seinen Aufsatz: *Zur Reform des analytisch-geometrischen Unterrichts in den Mittelschulen*, der in den *Xenia Austriaca**) veröffentlicht wurde.

Eine Zusammenfassung und Wiederholung des ganzen mathematischen Unterrichts ist im letzten Schuljahre am Platze, nachdem die Schüler durch ein Jahr logischen Unterrichts für den systematischen Aufbau des Lehrgebäudes vorbereitet worden sind. Durch einen solchen Aufbau wird ein neues belebendes Element in den Unterricht eingeführt, es werden einzelne Lücken ausgefüllt, und dabei wird immer noch die Zeit zur Lösung von Aufgaben bleiben, die von dem erworbenen Wissen und Können Zeugnis geben soll. Auf diese Weise wird der Abiturient eine die bisherige überholende höhere Ausbildung in der Mathematik erlangt haben, ohne auf irgend einer Stufe überbürdet worden zu sein.

Der Vortragende schliefst mit den Worten: „Seit nahezu zwanzig Jahren stehe ich mit Wort und Schrift im Dienste des geometrischen Unterrichts; darum kam ich auch der ehrenvollen Aufforderung, in dieser Sektion ein Thema zu behandeln, mit Freuden nach; ich würde es für den schönsten Lohn meiner Arbeit halten, wenn ich erfahren würde, dafs es mir gelungen ist, zur erhöhten und trotzdem erleichterten geometrischen Ausbildung der Mittelschuljugend beizutragen."

Dr. Pick (Pohrlitz) stellt den Antrag, die Diskussion bezüglich des Vortrages Wittek (Baden) zugleich auch auf den Vortrag Bazala (Bielitz) auszudehnen. An der überaus lebhaften Diskussion beteiligen sich aufser den beiden Vortragenden noch Professor Obermann (Wien) und Faustmann (Czernowitz). Die Redner einigen sich darin, dafs der Unterricht möglichst erleichtert, jedoch nicht experimentell gestaltet werden solle. Die Eigenart der Mathematik solle stets gewahrt werden.

Hierauf folgt die Debatte über den Vortrag Lanner (4. Sitzung. Mittwoch, den 26. September. Siehe Seite 460).

Hofrat Dr. v. Wretschko weist darauf hin, dafs es sich um eine allmähliche Fortentwickelung des naturwissenschaftlichen Unterrichts handle, die man auch ohne vehemente Angriffe auf abwesende Gegner durch Resolutionen fördern könne.

Auch Dr. Noë (Wien) empfiehlt ein gelindes Vorgehen.

Es gelangt sodann der Antrag des Direktors Dr. Petelenz (Sambor) zur Annahme: „Die Versammlung anerkennt die Notwendigkeit der Förderung der Naturwissenschaften im Sinne der Thesen des Professors Lanner, erklärt aber hiebei, die Motivierung desselben nicht ganz acceptieren zu können, namentlich nicht die Urteile über den Wert anderer Fächer und über deren Vertreter."

Die Thesen des Professors Lanner (Olmütz) lauten:

Die mächtige Entwickelung der Naturwissenschaften in den letzten Dezennien und die dadurch bedingten Ansprüche der Zeit erfordern dringend eine Erweiterung und bessere Würdigung der naturgeschichtlichen Disziplinen an unserm Gymnasium. Mit Rücksicht hierauf wäre vor allen anzustreben:

1) Die Vermehrung der dem botanischen Unterrichte gewidmeten Stunden. Durch die geänderte Prüfungsvorschrift an der medizinischen Fakultät erscheint die ehethunlichste

---

*) *Xenia Austriaca.* Festschrift der österreichischen Mittelschulen zur 42. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner in Wien. Wien, Carl Gerolds Sohn. 1893. V. Abteilung: Mathematik und darstellende Geometrie. Seite 23. Anmerkung des Referenten.

Erfüllung dieser Forderung als ein dringendes Gebot der Notwendigkeit.

2) Die Wiedereinführung eines allgemein abschliefsenden Unterrichts in der Naturgeschichte durch die Geologie ungefähr in der Art, in welcher er im Entwurfe vom Jahre 1849 gedacht war.

3) Behufs Weiterausbildung der Lehrer der naturwissenschaftlichen Disziplinen sind Reisestipendien wie jene, deren die Lehrer der altklassischen Philologie teilhaftig sind, zu kreieren.

Die nächste Sitzung wird für Freitag vormittag festgesetzt. Als Vorsitzender wird Direktor K. Klekler (Wien), als dessen Stellvertreter Professor Daurer (Wien) gewählt.

6. Sitzung. Freitag, den 28. September. Vormittag.
Vorsitzender: Direktor Klekler-(Wien).
Stellvertreter: Professor Daurer-(Wien).

Der Vorsitzende teilt eine neuerdings erfolgte Einladung zu den von Dr. Tuma (Wien) arrangierten Teslaschen Versuchen mit. Hierauf folgt der Vortrag des Direktors Dr. Petelenz (Sambor): *Darlegung einer Methode beim zoologischen Unterrichte (mit Berücksichtigung des von Dr. Petelenz verfassten Leitfadens der Zoologie.)*

Der Vortragende zeigt, wie die Lehre von den Vögeln durch Demonstration einer Taube und entsprechender Präparate eingeleitet werden könne und wie selbe dann weiter zu führen sei. Durch ähnliche Betrachtungen an anderen Gruppen ergebe sich dann der Charakter der Wirbeltiere. Entsprechend seien auch die anderen Typen zu behandeln. Bei der Wiederholung hingegen sei die deduktive Methode zu empfehlen.

An der Debatte beteiligen sich der Vortragende und Professor Dr. Frank (Czernowitz).

7. Sitzung. Freitag, den 28. September. Nachmittag.
Vorsitzender: Professor Daurer-(Wien).

Vortrag des Dr. Eduard Maifs (Wien): *Physikalische Aufgaben und deren Verwendung im Unterrichte.*

Motto: *C'est aux applications, qu'il convient surtout de donner son temps et sa peine.* Lagrange.

Der Vortragende geht von der hervorragenden Bedeutung des naturwissenschaftlichen Unterrichts aus und weist auf die beredte Charakterisierung dieser Bedeutung durch Professor Suefs hin. Was die Methode anlangt, so ist in den naturwissenschaftlichen Fächern der Weg der Forschung zugleich der Weg des Unterrichts: er geht also von der Beobachtung zur Beschreibung, von dieser zur Erklärung und endlich zur Vorausbestimmung neuer Thatsachen und zur experimentellen Verifikation dieser Thatsachen. Bezüglich der speziellen Methodik giebt es aber noch manchen Punkt, über den die Diskussion noch nicht abgeschlossen ist. Ein solcher Punkt ist die Behandlung und Verwendung der physikalischen Aufgaben im Unterrichte.

Physikalische Aufgaben sind notwendig, wenn der Unterricht zu einem Können fortschreiten soll.*) Diese Notwendigkeit ist z. B. in der „Zeit-

*) „Der Zweck der Erziehung ist nicht nur das Wissen, sondern auch das Können; es sollen Menschen herangebildet werden, welche die Probleme der Natur und des menschlichen Lebens anzugreifen und zu lösen imstande sind; nicht Männer der Theorie, sondern Männer der That." Rowland.

schrift für physikalischen und chemischen Unterricht" wiederholt betont worden.*)

Die Zweistufigkeit des Unterrichts der österreichischen Mittelschulen bedingt eine Wiederholung des auf der Unterstufe Vorgenommenen beim Unterrichte auf der Oberstufe. Mit einem Wiederholenlassen einiger Definitionen oder etlicher allgemeiner Lehrsätze ist aber nicht viel geleistet. Der alte Stoff gewinnt aber jedoch Leben durch eine neue Behandlung, wenn man auf der oberen Stufe mit der Behandlung von Aufgaben einsetzt. Die Fallgesetze, die Sätze von der Zusammensetzung der Bewegungen und der Kräfte, die Bestimmung der Dichte, die Gesetze des Schwimmens, Reflexions- und Brechungsgesetz etc. sind auf der Unterstufe so weit eingeübt, dafs sie nicht mehr als ganz unbekannte Dinge behandelt zu werden brauchen. Es empfiehlt sich an allen diesen Stellen, durch Aufgaben den Unterricht in den unteren Klassen zu verknüpfen. Ist die Aufgabe recht konkret gestellt, so wird sie das Interesse der Mehrheit der Schüler für den zu behandelnden Gegenstand wecken. Die Erfahrung des Schullebens zeigt, dafs eine derartige Aufgabe, zur Übung für die nächste Unterrichtsstunde vorgelegt, in der Zwischenstunde oder auf dem Wege von oder zur Schule den Gegenstand einer Diskussion zwischen den Schülern bilden wird. Man kann dann ohne weiteres ähnliche Aufgaben den Schülern vorlegen und sich ein Urtheil über ihr Wissen und Können bilden. So giebt die Prüfung Gelegenheit, den Gegenstand von den verschiedensten Seiten her zu beleuchten, und wird dadurch allen Schülern von Nutzen, insofern sie diejenigen konkreten Vorstellungen bekommen, welche sie befähigen, das allgemeine Gesetz aufzufassen. Jeder Schüler lernt seine Kräfte besser schätzen und sie mit denen seiner Mitschüler vergleichen, da die Lösung von Aufgaben thatsächlich seine Kräfte und weniger seinen vielleicht wechselnden Fleifs in Anspruch nimmt. Es wäre gewifs nicht vom Übel, wenn in der Physik das Memorieren mehr und mehr verschwände und dafür das Nachdenken zur regelmäfsigen Beschäftigung würde.

Der Unterricht auf der Oberstufe darf es nicht unterlassen, hin und wieder zu sehr allgemeinen und abstrakten Sätzen hinaufzusteigen und aus diesen neue Erkenntnisse abzuleiten. Der Erfolg dabei wäre jedoch sehr gering, wenn nicht beständig Übungen an sehr konkreten Beispielen nebenher gingen. Das Arbeitsprinzip z. B. erhält erst Fleisch und Blut, wenn in vielen einzelnen Fällen seine Verwendbarkeit gezeigt worden ist. Den sehr allgemeinen Begriff eines Kraftfeldes zu bilden, dasselbe durch Potentialniveauflächen und Kraftlinien zu beschreiben und die Folgerungen zu ziehen, welche sich aus der genauen Kenntnis eines solchen Feldes ziehen lassen, gelingt nur auf dem Wege der Lösung von Aufgaben.

Was die Stilisierung anlangt, so müssen die Aufgaben durchaus konkret abgefafst sein. Statt von einem Gewicht a zu reden, das an drei Schnüren hängt und durch an letzteren angebrachte Gewichte p im Gleichgewichte gehalten wird, müssen wir eine Hängelampe in gegebenem Abstand von der Zimmerdecke in Schwebe sein lassen; statt nach dem Auftriebe eines Körpers vom Volumen v in einer Flüssigkeit vom specifischen Gewichte s zu fragen, müssen wir uns nach dem Unterschiede zwischen dem Gewichte eines Karpfens im Teiche und auf der Fischwage erkundigen.**) In allen Aufgaben sollen die darin vorkommenden Gröfsen stets mit den ihnen vorkommenden Benennungen versehen sein und bei der Rechnung

*) Nicht minder in dieser Zeitschrift. D. Red.

**) Wie soll man aber das Gewicht eines Karpfens im Teiche finden. Soll man sich etwa mit einer Wage in den Teich hinablassen? Dazu dürfte ein besonderer Apparat gehören. Oder bei wem soll man sich nach diesem Gewicht „erkundigen"? D. H.

soll auch für jedes Zwischenresultat die Benennung verlangt werden. Viel zu häufig kommt in unsern Lehrbüchern eine abstrakte, benennungslose Sprache vor, welche den Schülern das Verständnis erschwert. Nehmen wir noch dazu die Abkürzungen in der Sprache des Physikers z. B. Geschwindigkeit (der Weg in der Zeiteinheit), Arbeit (Produkt aus Kraft und Weg), Kapazität einer Kugel gleich ihrem Radius, welche den Anfänger dazu verleiten schlecht zu subsumieren, so sehen wir, daſs da eine Schwierigkeit die anderen im Gefolge hat.

Auch eine eigene Abhandlung über die Maſssysteme insbesondere das absolute Maſssystem, wie sie sich jetzt gewöhnlich in den Lehrbüchern breit macht, kann bei völlig konkreter und unabgekürzter Stilisierung der Aufgaben erspart werden. Eine schlichte Bemerkung über die Notwendigkeit der Wahl einer neuen Einheit beim Auftreten einer neuen Gröſsenart, eventuell die Umrechnungszahl, wenn zweierlei Einheiten für dieselbe Gröſsenart gebräuchlich sind, befähigt, falls nur jedesmal im Lehrbuch und in den sich anschlieſsenden Aufgaben in der bezeichneten verständlichen Sprache geredet wird, die Schüler stets zu richtiger Anwendung und läſst die Bestimmung der Benennung nicht als ein neues Problem, sondern als etwas Selbstverständliches erscheinen.

Gegenüber unserer Anempfehlung eines ausgedehnten Gebrauches physikalischer Aufgaben einerseits und im Hinblick auf die beschränkte Zeit für den physikalischen Unterricht andererseits erscheint die Frage berechtigt, woher die Zeit zu nehmen wäre. Dem experimentellen Unterrichte darf keine Zeit genommen werden; die Zeit hingegen, die der gedächtnismäſsigen Rekapitulation des alten Lehrstoffes, die dem Prüfen zufällt, die kann durch Stellung von Aufgaben besser ausgenützt werden.

Sehr zweckmäſsig hat es sich erwiesen, auch einen Teil der Ferienzeit für die Aufgaben heranzuziehen. Da zu Ende der vorletzten Klasse schon ein gröſserer Teil der Physik absolviert ist, können zusammenfassende Aufgaben, die sich gleichzeitig zu Fragen für die Maturitätsprüfung eignen, unter dem Hinweise, daſs diese und ähnliche Fragen bei der Abgangsprüfung vorkommen werden, zur Ausarbeitung für die letzten Mittelschulferien empfohlen werden. Eine Verpflichtung ist nicht nötig, nicht einmal wünschenswert. Natürlich ist auch die ausgiebigste Benutzung von physikalischen Aufgaben bei der Maturitätsprüfung selbst zu empfehlen, die ja vorschriftsmäſsig reinen Gedächtnisstoff principiell ausschlieſst und der Erprobung der Reife des Urteils in erster, des Wissens und Könnens in zweiter Linie zu dienen hat.

Nach diesem überaus beifällig aufgenommenen Vortrage spricht der Vorsitzende dem Referenten den Dank der Versammlung aus. Hieran schlieſst sich der Vortrag des Direktors Dr. Aristides Brezina (Wien): *Vorschläge zu einer Reform des mineralogischen Unterrichts an den Mittelschulen.* Im Anschlusse an seine gleichlautende Broschüre, welche in der Sektion bei der 1. Sitzung zur Verteilung gelangte, bezeichnet der Vortragende folgende drei Punkte als wünschenswert: 1) Die Beschränkung des Unterrichts auf eine kleine Zahl häufiger Arten, welche an der Hand von chemischen und physikalischen Versuchen vorgeführt werden sollen. 2) Die Konzentration des Unterrichtes durch Behandlung von mineralogischen, respektive geologischen Fragen an geeigneten Stellen des geographischen, zoologischen, botanischen, physikalischen und mathematischen Lehrstoffes und entsprechende Umgestaltung der Lehrbücher. 3) Die Zugrundelegung der groſsen isopleomorphen Gruppen des Mineralreiches in der Oberstufe. Bezüglich des Punktes 1) gibt Referent nach genauen Informationen gerne zu, daſs die von ihm befürwortete Methode an der Stelle der früher üblichen gedächtnismäſsigen sich schon vor dem Erscheinen seiner Publikation Bahn zu brechen begonnen habe.

An die Ausführungen des Vortragenden schloſs sich eine kurze Debatte an welcher die Professoren Pfurtscheller (Wien), Mick (Wien),

Langer (Gotha), Ficker (Wien), Vieltorf (Wien), Winkler (Wien) und der Referent teilnahmen.

Hierauf schliefst der Vorsitzende Professor Daurer (Wien) diese Sitzung, und somit auch die Sitzungen dieser Sektion überhaupt, mit folgenden Schlufsworten:

„Gestatten Sie mir ein kurzes Schlufswort. Es ist das letzte Mal, dafs wir uns anläfslich des 66. Naturforscher- und Ärzte-Congresses an diesem Orte zusammengefunden haben. Früchte emsigen Fleifses waren es, die hier in Vorträgen, Diskussionen und Demonstrationen zur Mitteilung kamen. So nehmen wir jeder neue Schätze mit nach Hause, um sie zum Wohle der Jugend fruchtbar zu machen, und ich spreche gewifs sämtlichen anwesenden Lehrern, Freunden und Förderern der Schule und Wissenschaft aus dem Herzen, wenn ich an dieser Stelle nochmals allen Herren Referenten den wärmsten Dank ausspreche. Mit dem Wunsche, dafs alle hier in Übereinstimmung mit der Versammlung zum Ausdrucke gebrachten Wünsche und Hoffnungen recht bald zu schöner Erfüllung reifen mögen, schliefse ich diese Sitzungen."

Bericht über die vierte Versammlung des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften zu Göttingen am 4. und 5. Juni 1895.

Berichterstatter Dr. Götting in Göttingen.

II. (Fortsetzung.)*)

Nach dem Vortrage des Herrn Prof. Klein trägt Herr Oberlehrer Dr. Schotten aus Schmalkalden vor über *die Lehre von den Bewegungen der Elementargebilde Punkt, Gerade und Kreis unter Benutzung der Begriffe Nachbarpunkt und Abstand.*

Einleitend bemerkt er, wenn im Schulunterricht immer noch das Hauptgewicht auf die Gröfsenbeziehungen gelegt würde, während doch die Wichtigkeit der Lagenbeziehungen und der Bewegungen klar erkannt sei, so sei das eine Folge der historischen Entwickelung. Da aber in der Elementarmathematik bei Anwendung von Bewegungen die Beweise meist einfacher und übersichtlicher sich gestalteten, so wolle er den Versuch einer elementaren Bewegungslehre machen. Ohne auf philosophische Erörterungen sich einzulassen, setze er voraus, dafs es starre Körper gäbe, die sich bewegten. Hier aber werde er sich beschränken auf Bewegungen von Gebilden in einer Ebene. Er betrachtet dann in der Ebene 2 Gebilde, einen festen Punkt P_1 und ein bewegliches zweites Gebilde, das I. ein Punkt, II. eine Gerade und III. ein Kreis sein soll.

Im Falle I ist der Abstand a der beiden Punkte P_1 und P_2 und die Richtung R der Strecke P_1P_2 zu betrachten. Dann giebt es 4 Fälle der Bewegungen:

1) a und R konstant; P_2 bleibt fest. 2) a konstant, R variabel, P_2 beschreibt dann einen Kreis. 3) a variabel, R konstant, P_2 beschreibt eine Gerade. 4) a und R variabel. Dann erhält man eine willkürliche Bewegung von P_2, die erst dann bestimmt ist, wenn ein Gesetz für die Veränderlichkeit von a und R gegeben ist. (Beziehung zu Polarkoordinaten.)

Im Falle II betrachte man den Nachbarpunkt N der beweglichen Geraden G in Bezug auf den festen Punkt P_1 und den Abstand $P_1N = a$. Es giebt folgende Fälle: 1) Alle Punkte von G ändern ihre Lage. 2) Ein Punkt von G, der nicht mit N zusammenfällt, bleibt fest. 3) Der

---

*) Man sehe den 1. Teil des Berichts in Heft 5, S. 381 u. f.

Punkt N bleibt fest. Für alle drei Bewegungsarten lassen sich noch Unterarten bilden und zwar

ad 1a) N bleibt Nachbarpunkt und der Abstand a ändert sich nicht; diese Bewegung ist zusammengesetzt und wird erst besprochen, nachdem die andern Fälle auseinandergesetzt sind. b) Der Abstand a ist variabel, N bleibt Nachbarpunkt. Es giebt das die reine Parallelverschiebung. c) a ist konstant, N ändert sich. Es giebt das eine Verschiebung der Geraden in sich, eine Gleitung. d) a variabel und N ändert sich, das ist die allgemeine Parallelverschiebung, die aus b) und c) zusammengesetzt werden kann.

ad 2) Wenn G sich um den Punkt D, der nicht mit N zusammenfällt, dreht, so ist N variabel und a ebenfalls.

ad 3) Wird N Drehungspunkt, so ändert sich a und auch N rückt aus seiner Aufangslage heraus. In beiden Fällen 2) und 3) gilt der Satz, daſs a kleiner wird, wenn die Entfernung des Drehungspunktes von N gröſser wird.

Der Fall 1a) ist nun eine Bewegung, die als Tangentialbewegung bezeichnet wird. G berührt in allen ihren Lagen einen Kreis mit dem Radius a um P_1. Diese Bewegung ist dreifach zusammengesetzt, da sie aus einer Parallelverschiebung, einer Gleitung und einer Drehung erzeugt werden kann.

Endlich III. Es bewegt sich ein Kreis K. Man hat dann auf dem Kreise den Nachbarpunkt N von P_1, dessen Gegenpunkt G mit dem Zentralabstand ZP_1 zu betrachten. Für den Kreis giebt es dann noch 2 Arten von Bewegung, nämlich die Schiebung, wenn Z sich ändert, und die Drehung, wenn Z konstant bleibt.

Das giebt nun folgende Bewegungsarten:

1) Z ist fest: Drehung des Kreises in sich.

2) Z variabel; dann kann es sich bewegen

a) auf einer Geraden durch P, dabei bleibt N Nachbarpunkt, bis Z durch P_1 geht, worauf G Nachbarpunkt wird. Die Bewegung ist ein Gleiten des Kreises auf einer Geraden. Mit der Bewegung (1) vereinigt, giebt es die Bewegung des Rollens auf einer festen Geraden.

b) Z bewegt sich auf einem Kreise mit dem Mittelpunkt P_1. Die Bewegung ist ein Gleiten auf einem festen Kreise. Die Kombination mit (1) giebt ein Rollen auf oder in einem festen Kreise (Hypo- oder Epicycloiden).

c) Z bewegt sich auf einer beliebigen Geraden G. Gleiten auf einer festen Geraden, bezw. in Verbindung mit (1) Rollen auf einer solchen.

d) Z bewegt sich auf einem beliebigen Kreise.

In allen diesen Fällen werden noch die Veränderungen von a und von N betrachtet. Auch der Fall, daſs bei der Kombination (1) mit einer der Bewegungen (2) die Drehung in entgegengesetztem Sinne erfolgt als bei der rollenden Bewegung, eine Bewegung, die also nur in Gedanken möglich ist, wird betrachtet.

Eine Diskussion über den Vortrag findet nicht statt.

Es folgt der Vortrag von Dr. Schülke: *Sind vierstellige Logarithmen für Gymnasien zu empfehlen?* Die Leser finden diesen Vortrag in der 1. Abt. ds. Heftes.

Die Diskussion über denselben, an der sich auſser dem Vortragenden die Herren Prof. Pietzker-Nordhausen, Direktor Schwalbe-Berlin, Prof. Müller-Erzbach-Bremen, Oberlehrer Behrendsen-Göttingen, Prof. Voſs-Würzburg und Direktor Holzmüller-Hagen i./W. beteiligen, bezieht sich im wesentlichen auf folgende zwei Punkte: 1. Ist die Dezimalteilung des Winkels einzuführen? 2. Ist der Gebrauch der vierstelligen Tafeln für höhere Schulen zu empfehlen?

In Bezug auf die erste Frage wird entgegnet, daſs die Schule nicht mit der Einführung der Dezimalteilung vorangehen dürfe, solange letztere

in der Praxis nicht überall sich eingebürgert habe, es führe das nur zu Verwirrung. Dem gegenüber macht aber der Vortragende geltend, dafs die Zehnteilung des Grades viel mehr im Gebrauch sei, als man gewöhnlich annehme; die astronomischen Jahrbücher und die „Praktische Physik“ von Kohlrausch seien schon erwähnt. Auch der Anwendung in der Geographie stehe nichts im Wege, da hier die Angaben meist in ganzen Graden gemacht würden. Nur in der Nautik scheine die Seemeile $= \frac{1}{60}$ Grad hinderlich, erschwere aber die Lösung von Aufgaben mit Hilfe der Dezimalteilung des Winkels keineswegs, wie auch Prof. Richter-Wandsbeck zugebe, der ja für die Einführung von Aufgaben aus der Nautik in die Schule eintrete. Auch die Einteilung des Quadranten in 100 Teile wird erwähnt, die schon vielfach bei optischen Instrumenten und in der Feldmessung in Gebrauch ist. Da aber der Gebrauch dieser Teilung nicht sehr weit verbreitet ist, wie schon die Auflagezahl der für die Teilung der Quadranten in 100 Teile eingerichteten Tafeln (Bremiker, Gaufs) beweist, so kann diese Teilung für die Schule jetzt nicht in Frage kommen.

Bei der zweiten Frage wird zunächst der Zweifel ausgesprochen, ob die Vorteile beim Rechnen mit vierstelligen Tafeln wirklich so grofs seien; das viele Blättern in der Schule sei ja lästig, aber die Tafeln sollten ja auch wesentlich beim häuslichen Rechnen, weniger in der Schule benutzt werden. Allzu grofse Bequemlichkeit beim logarithmischen Rechnen führe aber oft dazu, dafs die Schüler Logarithmen da anwendeten, wo sie besser ohne dieselben rechneten. Dem wird aber entgegnet, dafs allerdings die logarithmische Rechnung in der Schule möglichst zu beschränken sei; Aufgabe der Schule sei es nur, die Schüler mit dem Gebrauch der Logarithmentafeln vertraut zu machen und zwar mit jeder beliebigen Tafel, und das lasse sich mit vierstelligen Tafeln gerade so gut und wohl mit weniger Mühe erreichen als mit mehrstelligen. Die Zahl der Schüler, die im späteren Leben Logarithmen wirklich brauchten, sei gering und die wenigen, bei denen das der Fall sei, fänden sich leicht auch in den Gebrauch mehrstelliger Tafeln.

Vor der Abstimmung über die Frage, ob die vierstelligen Tafeln für höhere Schulen brauchbar seien, wird auch die Frage gestreift, ob man diese Frage für alle höhere Schulen oder blofs für Gymnasien bejahen solle. Da die Brauchbarkeit vierstelliger Tafeln aber zur Lösung der allermeisten Aufgaben ziemlich allseitig anerkannt wird, so spricht sich die Versammlung mit überwiegender Mehrheit dahin aus, dafs vierstellige Logarithmentafeln nicht blofs für Gymnasien, sondern für höhere Lehranstalten jeder Art genügen.

In der Sitzung am 4. Juni Nachmittags 3 Uhr sprach zuerst Herr Direktor Prof. Dr. Schwalbe (Berlin) über *„Die Meteorologie auf der Schule“*.

Das Bestreben, specielle Wissenschaftsgebiete neu in den Unterricht der höheren Schulen einzuführen, ist alt. Die (preufs.) Unterrichtspläne von 1882 sind diesen Bestrebungen in manchen Gebieten entgegengekommen und die Pläne von 1892 sind darin noch weiter gegangen. Aber abgesehen davon, dafs die allzugrofse Vielheit der Fächer für den Unterricht gefährlich ist, ist es jetzt wohl kaum möglich, neue Wissenschaftsgebiete als Unterrichtsfächer in die Schule einzuführen. Man kann aber für sie im Unterricht in anderen Fächern vielfach Anknüpfungspunkte finden, wie es z. B. die Herren Endemann und Lüddecke in der vorjährigen Versammlung versucht haben. Hier sollen solche Anknüpfungspunkte für die Meteorologie gesucht werden. Am besten ergeben sie sich in der Physik, wo man entweder einen Überblick über das Gesamtgebiet in der Wärmelehre geben, oder wo man auch die einzelnen Teile da besprechen kann, wohin sie speciell gehören, den Luftdruck und seine Veränderungen z. B. im Anschlufs an das Barometer, das Gewitter in der Electricitätslehre u. s. w. Dann

bietet die Geographie solche Anknüpfungspunkte, selbst schon in den unteren Klassen, ja sogar in der Geschichte und der Religionswissenschaft findet man sie. Der Lehrer hat diese Anknüpfungspunkte zu benutzen. Wie das aber geschieht, das hängt von seiner Geschicklichkeit und von seiner Vorbildung ab. Die Vorbildung aber ist gerade in der Meteorologie sehr verschiedenartig. Die Vorbereitung auf der Universität ist höchst mangelhaft; besondere Collegien über Meteorologie werden nicht gelesen, ebensowenig Thermodynamik der Atmosphäre, in der Experimentalphysik wird von Meteorologie nichts gebracht. Der Student, der Interesse hat, bleibt also auf die populäre Litteratur angewiesen, da die Fachlitteratur schwer zugänglich ist. Unsere Schullehrbücher der Physik bringen meist wenig oder nichts über Meteorologie, nur einige (z. B. Jochmann) haben besondere Abschnitte. Etwas besser ist es durch die Ferienkurse geworden. Daſs der Lehrer zur Meteorologie eine aktive Stellung einnimmt, ist nicht gerade häufig, denn es erfordert viel Arbeit, die Beobachtungsresultate zu verwerten; immerhin finden sich neuerdings z. B. in Österreich Programmarbeiten, die dies thun und es wäre wünschenswert, wenn namentlich in kleinen Städten die Lehrer der Meteorologie als Wissenschaft Geschmack abgewinnen könnten.

Um mit Schülern meteorologische Beobachtungen zu machen, braucht man nur eine kleine Zahl von Apparaten. Thermometer und Barometer sind immer vorhanden, Hygroscop und Psychrometer verursachen keine groſsen Kosten; denn es kommt nicht darauf an, daſs mit ihnen in der Schule Beobachtungen von wissenschaftlichem Werte gemacht werden, sondern daſs nur Anleitung zum Beobachten mit ihnen gegeben wird. Tafeln, z. B. Isothermentafeln giebt es auch, vermiſst werden nur noch Wetterkarten in groſsem Maſsstab; es müſsten z. B. typische Wetterkarten in der Form von Schulwandkarten hergestellt werden.

Was nun die Methode betrifft, so muſs man ausgehen vom Experiment und von der Beobachtung durch die Schüler. Die Anwendung des Experimentes ist beschränkt (Blitz, Luftströmungen, Nebelbildung etc.), für die Beobachtung ist aber das Interesse der Schüler sehr groſs, wenn man concrete Beispiele nimmt, z. B. den Temperaturverlauf eines Tages, den Vorübergang eines Minimums, Beobachtung des Verlaufs und der Zahl der Gewitter. Oder es werden die Schüler angehalten, Beobachtungen zu bestimmten Terminen zu machen, die dann graphisch dargestellt werden. Das ist eine ausgezeichnete Vorbereitung für die graphische Darstellung und den Gebrauch der Koordinaten überhaupt, hat aber auch einen ethischen Wert, da die Menschen ja im allgemeinen schwer daran zu gewöhnen sind, etwas regelmäſsig zu thun. Groſsen Wert hat die Anleitung der Schüler zu eigener Beobachtung auch zur Widerlegung des wissenschaftlichen Aberglaubens, der ja in der Meteorologie wie kaum in einer andern Wissenschaft, die Medicin ausgenommen, wuchert. Der Schüler lernt bald, daſs alle Wettervoraussagungen auf gröſsere Zeiträume unmöglich sind, daſs also z. B. der Falbsche Kalender denselben Wert hat wie der hundertjährige. Dagegen läſst sich der Wert der wissenschaftlichen meteorologischen Beobachtung dem Schüler an der Hand der Wetterkarten durch die Theorie der Cyclone leicht verständlich machen (Sturmwarnungen) und die Schule hat die Pflicht dies zu thun.

Wie der Unterricht in der Meteorologie im einzelnen durchzuführen ist, das wird nur kurz skizziert. Dabei wird hervorgehoben, daſs man auf zusammenhängende Reproduktion durch die Schüler nicht rechnen darf, nur über die meteorologischen Verhältnisse ihrer Heimat müssen sie Auskunft geben können. Auch muſs man sich hüten, besonders Neues oder Gesetze, die nur aus wenigen Beobachtungen gefolgert sind, in den Unterricht einzuführen.

Zum Schluſs verwahrt sich der Vortragende noch dagegen, daſs der Unterricht in der Meteorologie den Hauptunterricht zurückdrängen solle.

Die Beobachtungen sollen nur dann gemacht werden, wenn die Zeit und das Schülermaterial es gestatten. Wenn aber ein solcher Unterricht möglich ist, so wird er den Schülern eine Menge von Anregungen geben, die auch im späteren Leben noch fortwirken werden.

In der Diskussion, an der sich die Herren Geh. Rat Prof. Dr. Wagner (Göttingen), Oberlehrer Dr. Krätzschmar (Göttingen) und Oberlehrer Dr. Schotten (Schmalkalden) beteiligen, wird dem Vortragenden in jeder Beziehung die Zustimmung der Versammlung ausgesprochen und noch einige Punkte des Vortrages ausführlicher besprochen. Es wird z. B. ausgeführt, daſs der geographische Unterricht gute Anknüpfungspunkte für die Meteorologie böte. Ein geographischer Unterricht, der nicht die klimatischen Verhältnisse berücksichtige, genüge nicht mehr den Anforderungen. Man müsse dabei zwar in den unteren Klassen vorsichtig sein; aber auch da schon könnten die Schüler zum Beobachten der Temperatur, zur Feststellung des Temperaturmittels angeleitet werden. Es würden dadurch manche falsche Anschauungen über Mitteltemperaturen verschwinden. In Bezug auf die graphischen Darstellungen wird bemerkt, daſs dieselben wohl am besten direkt und nicht reduciert gemacht würden.

Darauf hält Herr Prof. M. Möller (Braunschweig) einen Vortrag: „*Zur Einführung in die physikalischen Bewegungsvorgänge*". Nachdem er darauf hingewiesen hat, wie sehr die erfolgreiche Anwendung der Physik in der Technik durch eine klare Vorstellung von den räumlichen Bewegungsvorgängen erleichtert wird, welche den Wirkungen der Naturkräfte zu Grunde liegen, wie es also im Interesse einer Vertiefung der physikalischen Wissenschaft wünschenswert sei, neben dem Unterricht, welcher eine praktische Anschauung statischer Kraftwirkungen erstrebt, auch die verschiedenen Arten der Bewegungsvorgänge in die Betrachtung hineinzuziehen, also vor allem die Wirbel- und Wellenbewegungen, die ja in der Physik von der umfassendsten Bedeutung sind, betont er, daſs die Schule bis jetzt diesen Bewegungsvorgängen eine ihrer Bedeutung entsprechende Berücksichtigung noch nicht habe angedeihen lassen. Unter diesen Umständen sei an eine erfolgreiche Nutzanwendung der neueren Erkenntnisse über diese Bewegungsvorgänge nicht zu denken, obgleich diese im Grunde einfacher Natur seien und nur deshalb schwer begreiflich erschienen, weil man sich mit den elementaren Erscheinungen nicht beschäftigt habe und nun plötzlich vor zu schwere Aufgaben gestellt werde.

In Zukunft müsse also der Lehrer die elementaren Bewegungserscheinungen bis zu einem solchen Umfange beherrschen, daſs er den Schülern durch passend ausgesuchte Experimente eine klare Anschauung von denselben zu geben vermöge. Der Schüler müsse die Vielgestaltigkeit der Wirbel sehen, wie sie ihre Spitze bald hierher bald dorthin kehren je nach der Lage der absaugenden Öffnung, wie steigende oder fallende Ströme in ihnen entstehen, wenn rauhe Flächen die Wirbel hemmen. Es müsse im Unterricht gezeigt werden, wie stehende Wellen zwar gegen die Umwandlungen des Raumes Kräfte zu äuſsern imstande sind, daſs aber nur die fortschreitende Welle Träger eines Energiestromes in die Ferne sein kann, wie ferner die in einem elastischen Mittel erzeugten Wellen in Richtung der Schwingung einen Druck äuſsern können, sodaſs die Masse nun nach Ausdehnung trachtet und die Fähigkeit gewinnt, Arbeitsleistungen auszuführen. Darauf beruhten ja die Fernwirkungen, z. B. der Zwangszustand der Massen, von welchem Maxwell die fernwirkende Kraft der Elektricität ableite. Die Fähigkeit der Wellen in elastischen Mitteln, Druckwirkungen in Richtung der Schwingungen ausüben zu können, beruhe*) auf dem

*) Man vergleiche dazu: „*Das räumliche Wirken und Wesen der Elektricität und des Magnetismus*". Kap. II: „*Die Eigenschaften der Wellen*" von M. Möller. Hannover, Verlag von Manz und Lange.

Umstande, dafs der Druck in den Wellenbergen höher ansteige, als er in den Thälern unter den Anfangswert sinkt, sodafs sich also im Mittel gegen die Stirnflächen hin ein höherer Druck ergebe. Diese entstehende Drucksteigerung entspreche dem Arbeitsaufwande, welcher bei Erzeugung der Wellen verbraucht worden sei.

Eine weitere interessante Eigenschaft der Wellen sei die, bei der Ausbreitung von einem Centrum aus in der Umgebung des Centrums den statischen Druck durch Saugwirkungen zu verkleinern, sodafs um jedes elektrisch erregte Centrum herum, z. B. auch um jeden Stromleiter Räume verminderten statischen Ätherdrucks entständen.

Die Schule habe also die Aufgabe an einfachen Beispielen und passenden Experimenten die Bedeutung der Bewegungsvorgänge so zu erläutern, wie dies der neuern Richtung physikalischer Forschung und den Bedürfnissen der Technik entspreche; dann werde dadurch der praktische Sinn für das Wesen der Naturvorgänge gehoben und das Verständnis für dieselben auf die Dauer des ganzen fernern Studiums erleichtert.

Eine Diskussion über diesen Vortrag findet nicht statt. Die nun folgende kurze Pause wird benutzt zur Besichtigung der Sammlung naturwissenschaftlicher Lehrmittel des Göttinger Gymnasiums, die Herr Prof. Dr. Frenkel (Göttingen) demonstrierte, ferner der Ausstellung von Lehrmitteln, die das naturhistorische Institut Linnaea (Berlin) und die deutsche Lehrmittelanstalt von F. H. Klodt (Frankfurt a. M.) veranstaltet hatten, dann einer Auslage der neusten naturwissenschaftlichen und mathematischen Litteratur und einiger stereometrischer Modelle von Dr. Schotten (Schmalkalden).

Darauf erstattete Herr Direktor Schwalbe (Berlin) *den Bericht der Kommission über die Sammlungen von physikalischen Lehrmitteln an höheren Schulen.* Nachdem er zunächst auseinandergesetzt hat, wie er dazu komme den Bericht zu erstatten, obgleich er nicht eigentlich Mitglied der auf der Wiesbadener Versammlung gewählten Kommission sei, berichtet er, dafs die Frage, wie eine Mustersammlung von physikalischen Lehrmitteln für höhere Schulen eingerichtet sein müsse, gleichzeitig von verschiedenen Seiten angeregt sei. So sei in Österreich eine specielle Kommission eingesetzt, welche einen Katalog aufgestellt und Mechaniker gewonnen habe, die direkt nach den Angaben die Apparate ausführten. Auch der Brandenburgische Lehrerverein habe sich mit der Frage beschäftigt. Darauf giebt er einige allgemeine Gesichtspunkte: Schwierigkeiten erwachsen der Aufstellung einer Mustersammlung von physikalischen Instrumenten besonders durch die Verschiedenheit des Etats für physikalische Lehrmittel an den einzelnen Anstalten, der meist zu gering ist; ja einzelne Anstalten haben nicht einmal einen jährlich Etat dieses Titels, während andere Anstalten es in dieser Hinsicht mit kleinen Universitäten aufnehmen können. Aufserdem sind die Sammlungsräume vielfach ungenügend, besondere Unterrichtszimmer oft gar nicht vorhanden. Der erste Wunsch ist also, hier Abhilfe zu schaffen, dafs also der Etat an den meisten Anstalten in angemessener Weise erhöht wird. Der zweite Wunsch ist, dafs dieser Etat nicht mit anderen Etats zusammengeworfen wird, endlich dafs auch von ihm die Ausgaben für Verbrauchsgegenstände getrennt werden, welche die Schüler bei praktichen Arbeiten verbrauchen, schon weil die Zahl der arbeitenden Schüler an den einzelnen Anstalten sehr verschieden ist. Zusammenstellungen für Mustersammlungen physikalischer Lehrmittel sind schon früher gemacht (z. B. in dieser Zeitschrift Jahrg. V, S. 72—77 u. S. 159*). Man hat gegen sie den Einwurf erhoben, dafs durch sie die individuelle Freiheit des Lehrers ein-

---

*) S. 72 u. f. das österr., S. 159 u. f. das sächs. Normalverz. Beide sind begutachtet von keinem Geringeren als dem bekannten Physiker Prof. Müller in Freiburg i/B. in Jahrg. VI, S. 22 u. f. D. Red.

geschränkt werde. Aber abgesehen davon, dafs bestimmte Apparate doch in jeder Anstalt vorhanden sein müssen, führt die allzugrofse Willkür des Lehrers auch zu mancherlei Übelständen, wenn die Schüler später auf die Universität kommen. Ein zweiter Einwurf ist, dafs Apparate, die für alle Schulen passen, schwer zu finden sein werden; ein Apparat geht z. B. für eine Anstalt zu weit, für die andere aber nicht weit genug. Demgegenüber ist nun zu sagen, dafs es Apparate giebt, die in den Schulen nicht vorhanden zu sein brauchen; z. B. Mefsapparate von grofser Genauigkeit sind jedenfalls für Schulen nicht zu brauchen; dafs man aber bei den andern Apparaten für die verschiedenen Schulen Parallelapparate wird aufstellen müssen. Um da weiter zu kommen, bietet die nächstjährige Gewerbeausstellung in Berlin eine günstige Gelegenheit, wo derartige Mustersammlungen physikalischer Lehrmittel ausgestellt werden sollen. Auch eine Ausstellung historischer Apparate soll veranstaltet werden.

Herr Direktor Schwalbe schlägt nun vor, da die Frage in dieser Versammlung nicht zum Abschlufs gebracht werden könne, eine Kommission zu wählen, deren Vorschläge dann gedruckt den Vereinsmitgliedern zugestellt werden sollen, um auf der nächsten Versammlung beraten zu werden. Er hält es dabei für das Zweckmäfsigste, wenn in diesen Vorschlägen zunächst die allgemeinen Apparate angeführt werden (Zimmerverdunkelung, Gas- und Wasserleitung, elektrischer Anschlufs etc.), dann die weiteren Apparate nach dem Stoff. Dabei wird auch die Frage zu erledigen sein, welche Apparate für die Unterstufe, welche für die Oberstufe bestimmt sind, eine Frage, die grofse Schwierigkeiten machen wird, da eine Einigung darüber, was in der Unterstufe durchgenommen werden soll, bis jetzt noch nicht erzielt ist. Die gewählte Kommission müfste möglichst ein Mitglied aus jeder pr. Provinz enthalten, das Erhebungen über den augenblicklichen Stand der Frage in seiner Provinz anstellte.

In der Diskussion über diesen Bericht, an der sich die Herren Prof. Pietzker (Nordhausen), Prof. Müller-Ertzbach (Bremen), Oberlehrer Behrendsen (Göttingen) beteiligen, wird der Wunsch geäufsert, man solle auch beantragen, dafs der Etat für physikalische Lehrmittel nicht jedes Jahr verbraucht werden müsse, sondern dafs der Rest auf das folgende Jahr übertragen werden könne; ferner dafs als Mitglieder der Kommission solche gewählt werden, die in Städten wohnen, wo Mechaniker sind. Dann wird angeregt, dafs nur solche Apparate empfohlen werden sollen, die aut ihre Zuverlässigkeit geprüft seien, da es vielfach vorkomme, dafs an Schulen besonders in kleinen Städten von auswärtigen Firmen schlechte Apparate geliefert würden. Diese Frage ist schon vielfach zur Sprache gekommen, ist aber sehr schwierig zu lösen, da die Mechaniker vielfach fabrikmäfsig arbeiten. Es wird in Aussicht genommen, dafs vielleicht in dem neuen Vereinsorgan eine Auskunftsstelle eingerichtet würde.

Darauf wird eine Kommission von 5 Mitgliedern gewählt, bestehend aus den Herren Prof. Adolph (Elberfeld), Prof. J. Lange (Berlin), Dr. Schotten (Schmalkalden), Prof. Pietzker (Nordhausen), Dr. Götting (Göttingen), die ermächtigt wird, noch andere Mitglieder heranzuziehen und auch die Mitwirkung der Provinzialvereine zu gewinnen.

Am Abend des 4. Juni fand in den Räumen der „Union“ ein Festessen statt, das sich einer sehr zahlreichen Beteiligung erfreute.

(Fortsetzung folgt im nächsten Heft.)

Naturforscher- etc. Versammlung in Lübeck.

(Vom 16.—21. Sept. d. J.)

Aus dem Programm d. V. in der Einladung zu derselben entnehmen wir zuvörderst das unsere Fachgenossen am meisten interessirende Programm der 12. Sektion:

Mathematischer und naturwissenschaftlicher Unterricht.

Einführender: Dr. phil. J. Müller, Oberlehrer an der Realschule.

Schriftführer: H. Pechmann, Hauptlehrer der Burg-Mädchenschule.

Angemeldete Vorträge: 1. Professor S. **Günther** in München: Die aristotelischen Beweise für die Erdkrümmung. — 2. Direktor Professor **Schwalbe** in Berlin: a) Schul- und Universitätsunterricht in ihrer Abgrenzung und Methode. b) Die methodische Verwertung des Experimentes im physikalischen und chemischen Unterricht. — 3. Professor Dr. von **Fischer-Benzon** in Kiel: Über die Aufgabe, durch einen gegebenen Punkt P eine Gerade zu ziehen, die zwei gegebene Linien (Gerade oder Kreise) in x und y so schneidet, dafs die Abschnitte Px und Py gewisse Bedingungen erfüllen. — 4. Professor A. **Richter** in Wandsbeck: Warum bleibt von der mathematischen Bildung, welche auf höheren Schulen gewonnen wird, so wenig dauernder Besitz, und wie ist dieser Mangel zu beseitigen? (Leitsätze hierzu s. unten.) — 5. Professor Dr. **E. Wiedemann** in Erlangen: Thema vorbehalten. — 6. Prof. Dr. **Friedrich C. G. Müller** in Brandenburg a. H.: Erläuterung einiger neuen von dem Vortragenden konstruierten Schulapparate, namentlich eines selbstkorrigierenden Luftthermometers. — 7. Prof. J. C. V. **Hoffmann** in Leipzig: Die Moral in der Mathematik und in dem mathematischen Unterricht.

Leitsätze (in vorläufiger Fassung)
zu dem von Professor Dr. Richter-Wandsbek zu haltenden, bereits oben angegebenen Vortrage:

Warum bleibt von der mathematischen Bildung, welche auf den höheren Schulen gewonnen wird, so wenig dauernder Besitz übrig und wie ist dieser Mangel zu beseitigen?

I. Der mathematische Unterricht erzeugt nicht eine auf alle mit der Mathematik nicht stoffverwandte Vorstellungsgebiete während der Schulzeit und nach derselben sich von selbst übertragende Vervollkommnung der intellektuellen Fähigkeiten.

II. Der mathematische Unterricht mufs mehr wie bisher bleibende mathematische Bildung erzeugen auf dem von dem „Verein zur Förderung des Unterrichtes in der Mathematik und in den Naturwissenschaften“ 1891 zu Braunschweig*) prinzipiell vorgezeichneten Wege und gemäfs der 1894

---

*) Formulierung von Oberrealschuldirektor Dr. Wernicke-Braunschweig. 1. a) Die Schüler höherer Lehranstalten sind im allgemeinen noch zu wenig imstande, das Mathematische in den sich ihnen im Leben darbietenden Erscheinungen zu erkennen — b) die Ursache davon ist vorzugsweise in dem Umstande zu suchen, dafs die Anwendungen der mathematischen Theorien vielfach in künstlich gemachten Beispielen bestehen, anstatt sich auf Verhältnisse zu beziehen, welche sich in der Wirklichkeit darbieten. — 2. a) Daher mufs das System der Schulmathematik von vorn-

in Wiesbaden*) und 1895 in Göttingen**) begonnenen weiteren Ausführung.

III. In Gymnasial-Obertertia sind die eingekleideten Aufgaben für Gleichungen ersten Grades der Prozentrechnung und dem Physikpensum dieser Klasse zu entnehmen. In Realobertertia, Sekunda und Prima ist (gemäfs dem Braunschweiger Beschlufs) die durch die Beseitigung der wertlosen Phantasiegebilde aus allen Teilen der Mathematik gewonnene Zeit zur Wiederholung der mathematischen Pensen der früheren Klassen zu benutzen durch Anwendungen des Physikpensums dieser Klasse.

IV. Für alle wichtigen Teile der ebenen und sphärischen Trigonometrie bietet die Nautik eine reiche Fundgrube geeigneter Aufgaben.

V. In der schriftlichen Reifeprüfung der Gymnasien und der sechsklassigen höheren Schulen sind nur Aufgaben aus dem Physikpensum dieser Schulen und aus der Zinseszins- und Rentenrechnung zu stellen.

Allgemeines.

Die „Einladung“ zur Naturforscher-Versammlung enthält die „Allgemeine Tagesordnung“ und das Programm der einzelnen (33) Abteilungen. Allgemeine Sitzungen sind (wie sonst immer) drei (Montag, Mittwoch, Freitag), an den andern Tagen sind Sitzungen der Abteilungen. Unter den naturwissenschaftlichen Vorträgen der allgemeinen Sitzungen dürften unsere Leser etwa folgende interessieren: Probleme der Atomistik (Meyer-Heidelberg). Die Ostsee und ihre Entstehung (Credner-Greifswald). Die Überwindung des wissenschaftlichen Materialismus (Ostwald-Leipzig). Die übrigen Vorträge sind mehr medizinischen (chirurgischen) Inhalts wie z. B. Probleme aus der Physiologie der Fortpflanzung (Klebs-Basel).

Die Versammlung besteht bekanntlich aus Mitgliedern der Gesellschaft und Teilnehmern. Die Teilnehmerkarte ist gegen Einsendung von 15 M. von der Geschäftsstelle der (67.) Versammlung etc. im Gebäude der Realschule zu Lübeck zu erlangen. Diese Karte berechtigt zum Bezuge des Festabzeichens, des Tageblattes, der Festgabe (meist bestehend in einem für Fremde höchst nötigen und meist interessanten Lokalführer mit Karte und Stadtplan) und sonstigen für die Teilnehmer bestehenden Drucksachen, sowie (natürlich) zur Teilnahme an den verschiedenen Festlichkeiten, soweit nicht, wie z. B. bei Fahrten nach auswärts noch besondere Fahrkarten zu lösen sind.

Seit mehreren Jahren nehmen auch Damen (die Frauen und Töchter der Mitglieder und Teilnehmer) an der Naturforscher-Versammlung teil (für

---

herein, unbeschadet seiner vollen Selbständigkeit als Unterrichtsgegenstand, im einzeln mit Rücksicht auf die sich naturgemäfs darbietende Verwendung (Physik, Chemie, Astronomie u. s. w. und kaufmännisches Rechnen) aufgebaut werden. — b) Die demgemäfs heranzuziehenden Beispiele sollen die Schüler daran gewöhnen, in dem Sinnlichwahrnehmbaren nicht nur Qualitatives, sondern auch Quantitatives zu beobachten, in solchem Grade, dafs ihnen eine solche Betrachtungsweise dauernd zum unwillkürlichen Bedürfnis wird. (Einstimmig angenommen.)

*) Antrag von Professor Pietzker-Nordhausen. Es ist dringend zu wünschen, dafs in dem zur Einübung und Befestigung des mathematischen Systems bestimmten Aufgabensammlungen die Anwendungen auf die Verhältnisse des wirklichen Lebens und der thatsächlichen Naturvorgänge eine weit gröfsere Berücksichtigung finden, als das zur Zeit fast überall der Fall ist. (Einstimmig angenommen.)

**) Die vom Oberlehrer Dr. Schülke-Osterode gestellte Frage: Genügen vierstellige Logarithmentafeln für höhere Lehranstalten? wurde (mit allen gegen zwei Stimmen) bejaht.

eine Damenkarte sind 6 M. zu zahlen). Zu diesem Zweck hat sich auch diesmal ein Damenausschufs in Lübeck gebildet, der es sich zur Aufgabe gemacht (wie in Nürnberg) die fremden Damen zu führen, ihnen die Sehenswürdigkeiten der Stadt zu zeigen und ihnen den Aufenthalt so angenehm als möglich zu machen. (Montag d. 16. Einladung zu einem Kaffee im Garten der „Gesellschaft zur Beförderung gemeinnütziger Thätigkeit".)

Überhaupt bietet dir Naturforscher-Versammlung soviel des Belehrenden und zugleich Angenehmen, dafs wir keine Versammlung wüfsten, welche ihr in dieser Beziehung gleich käme. Es ist daher das in d. Z. so oft zum Ausdruck gebrachte Bedauern aufs neue auszusprechen, dafs unsere Fachgenossen gerade in dieser Zeit durch Berufsgeschäfte (Examina etc.) an der Teilnahme verhindert sind. Diejenigen Fachgenossen welche dennoch in der glücklichen Lage sind, während der Versammlung von Berufspflichten frei zu sein oder sich frei machen zu können und die an der Versammlung teilnehmen wollen, mögen ihre Anmeldung zeitig genug bewirken und sich das (genauere) Programm ausbitten von der Geschäftsführung in Lübeck (Senator Dr. Brehmer und Dr. med. Eschenburg). Wegen einer Wohnung (Hotel, Privatwohnung mit oder ohne Entgelt) wolle man sich bis spätestens d. 31. Aug. wenden an den Wohnungsausschufs (Dr. med. Wichmann Lübeck Holsteinstr. 19/21). —

Die allgemeinen Sitzungen (Vorträge) finden statt in der Hauptturnhalle, die Sektionssitzungen in der Gewerbeschule und Domschule.

Unter den geselligen Vereinigungen resp. Vergnügungen, welche die Gesellschaft oder die Stadt bietet, sind (aufser der Begrüfsung Sonntag, d. 15. Sept. Abends 8 Uhr im Rathause) zu bemerken: Gesellige Vereinigung im Tivoli Montag Abends 7 Uhr. Besichtigung der Weinlager einiger Lübecker Weingrofsfirmen (Dienstag 12 Uhr). Gartenfest und Commers in der deutsch-nordischen Handels- und Industrie-Ausstellung gegeben vom Senat der freien und Hansestadt Lübeck (Dienstag Abends 6 Uhr). — Festessen im Ratsweinkeller (Mittwoch Nachm. 5 Uhr). Hieran anschliefsend gesellige Vereinigung im Colosseum. — Ein Festball im Theater (Donnerstag Abends 8 Uhr). Hieran schliefsen sich die bei der N.-V. meist höchst interessanten Ausflüge. Für Lübeck sind geplant: Ausflug nach Mölln und Travemünde. (Freitag Nachm.) — Sonnabend d. 20 : Gemeinsame Fahrt in See nach Neustadt. Von dort mit Extrazug nach den ostholsteinischen Seen (Eutiner, Keller-, Dieck-, Uglei-See). Abends nach Lübeck zurück. Endlich nach Schlufs der Versammlung: Gelegenheit, den Kaiser Wilhelms- (oder Nordostsee-) Kanal in Augenschein zu nehmen. (Es wäre ein höchst würdiger Abschlufs der Versammlung, wenn ihr, als Naturforscher-Versammlung, die Vergünstigung, dieses Nationalbauwerk zu sehen, von reichswegen kostenlos geboten würde. D. Red.)

Eine Ausstellung ist diesmal mit der Versammlung nicht verbunden, da die schon oben erwähnte Industrie- etc. Ausstellung (seit 21. Juni eröffnet) die für die Versammlung wichtigen Gegenstände in ihren Gruppen XVIII und XIX umfafst. Nur eine Ausstellung für ärztliche Buchführung wird im Gebäude der Realschule veranstaltet.

Es mögen nun noch die angemeldeten Vorträge derjenigen Sektionen folgen, welche voraussichtlich unsere Leser interessieren.

Übersicht über die andern (math. etc.) Abteilungen,

(mit Ausnahme der medizinischen),

deren Einführende und Schriftführer nebst Angabe der bis jetzt angemeldeten Vorträge. Bildung und Eröffnung der Abteilungen am Montag, den 16. September, 3 Uhr Nachmittags. Weitere Anmeldung von Vor-

trägen, Wünsche und Anfragen in Bezug auf die Abteilungen sind an die betreffenden Einführenden derselben zu richten.

Die grofse Anzahl der für gemeinsame Sitzungen mehrerer Abteilungen bestimmten Vorträge hat dazu geführt, eine Anzahl grofser Räume zu diesem Zwecke bereit zu stellen. In manchen Fällen wird das Sitzungszimmer einer gröfseren Abteilung genügen, um eine oder zwei kleinere mit aufzunehmen. — Ein guter Projektionsapparat steht im grofsen Versammlungssal der „Gesellschaft zur Beförderung gemeinnütziger Thätigkeit“ zur Verfügung. — Die Regelung dieser Angelegenheiten hat Herr Oberlehrer Dr. Schaper übernommen. Derselbe wird in einem Geschäftszimmer im Gebäude der Realschule täglich zu sprechen sein, um die Wünsche der Vorsitzenden der Abteilungen bei Feststellung von Ort und Zeit der gemeinsamen Sitzungen entgegen zu nehmen.

1. Abteilung: Mathematik und Astronomie.

Einführender: Dr. phil. Godt, Oberlehrer am Katharineum.
Schriftführer: Dr. phil. Bender, Oberlehrer ebenda.

Angemeldete Vorträge: 1. Professor Dr. Buka in Charlottenburg: Wie lernt und lehrt man darstellende Geometrie? — 2. Professor Dr. Frege in Jena: Über die Begriffsschrift des Herrn G. Peano und meine eigene. — 3. Oberlehrer Dr. Godt in Lübeck: Über den Feuerbachschen Kreis. — 4. Professor Dr. Gordan in Erlangen: Über Semikonbinenten. — 5. Professor Dr. Hefter in Giefsen: Über Isogonalflächen (mit Demonstration von Modellen). — 6. Professor Dr. Klein in Göttingen: Zur Theorie der gewöhnlichen Kettenbrüche. — 7. Professor Dr. Meyer in Clausthal: Über den Begriff der Gleichheit. — 8. Professor Dr. Wangerin in Halle: Thema vorbehalten. — 9. Professor Dr. P. Pokrowsky in Kiew: Über die hyperelliptischen Funktionen von zwei Argumenten. — 10. Professor Dr. Souslow in Rufsland: Über eine continuirliche Gruppe von Darbouxschen Rotationen.

Für gemeinsame Sitzungen mit andern Abteilungen: 11. Professor Dr. Helm in Dresden: Über Energie (mit Abteilung 2, Physik und Meteorologie, sowie 3, Chemie). — 12. Professor Dr. Bjerknes in Christiania: Thema vorbehalten (mit Abteilung 2, Physik und Meteorologie).

2. Abteilung: Physik und Meteorologie.

Einführender: Dr. phil. Küstermann, Professor am Katharineum.
Schriftführer: V. Stoffregen, wissenschaftl. Hülfslehrer am Katharineum.

Angemeldete Vorträge: 1. Professor Svante Arrhenius in Stockholm: Über elektrische Spitzenwirkung. — 2. Professor Dr. Eschenhagen in Potsdam: Zum Studium der Variationen des Erdmagnetismus. — 3. Geh.-Rat Professor Dr. Karsten in Kiel: Thema vorbehalten. — 4. Direktor E. Knipping in Hamburg: Zur Entwickelungsgeschichte der Cyklone in subtropischen Breiten. Nach Beobachtungen in Nafa (Liukiu-Inseln). — 5. Direktor Professor Adam Paulsen in Kopenhagen: Über die Natur des Polarlichtes. — 6. Professor Dr. L. Weber in Kiel: Thema vorbehalten. — 7. Professor Dr. E. Wiedemann in Erlangen: Über Luminescenz. — 8. Privatdocent Dr. M. Wien in Würzburg: a) Über die Magnetisierung durch Wechselstrom. b) Über die Polarisation bei Wechselstrom.

Für gemeinsame Sitzungen mit andern Abteilungen: 9. Professor Dr. Helm in Dresden: Über Energie (mit Abteilung 1, Mathematik und Atronomie, sowie Abteilung 3, Chemie). — 10. Professor Dr. W. J. van Bebber in Hamburg: a) Das Sturmwarnungswesen an der deutschen Küste und Vorschläge zur Verbesserung desselben. b) Regenmessungen an der Seewarte (mit Abteilung 11, Geographie). — 11. Oberlehrer Dr. Bergholz in Bremen: Über einen neuen Thermographen mit photo-

graphischer Registrierung (mit Abteilung 5, Instrumentenkunde). — 12. Professor Svante Arrhenius in Stockholm: Über die Erklärung von Klimaschwankungen in geologischen Epochen (Eiszeit, Eocänzeit) durch gleichzeitige Veränderung des Gehaltes der Luft an Kohlensäure (mit Abteilung 9, Geologie). — 13. Professor Dr. Müller-Erzbach in Bremen: Die Verdampfungsgeschwindigkeit als Maass für die Dampfspannung (mit Abteilung 3, Chemie). — 14. Privatdocent Dr. J. Traube in Berlin: Thema vorbehalten (mit Abteilung 3, Chemie). — 15. Professor v. Zehender in München: Über die im eigenen Auge wahrnehmbare Bewegung des Blutes und der Fuscinkörperchen im retinalen Pigmentepithel (mit Abteilung 19, Augenheilkunde, sowie Abteilung 25, Physiologie). — 16. Professor Dr. Bjerknes in Christiania: Thema vorbehalten (mit Abteilung 1, Mathematik und Astronomie).

Besichtigungen: Das städtische Elektrizitätswerk, die Zentralstation der elektrischen Strafsenbahn, die neue Gasanstalt.

3. Abteilung: Chemie.

Einführender: Th. Schorer, Gerichtschemiker.
Schriftführer: Dr. phil. Krückeberg, Apotheker.

Angemeldete Vorträge: 1. Privatdozent Dr. Edinger in Freiburg i. B.: Über nach dem Prinzip der Selbstdesinfektion dargestellte Rhodanverbindungen. — 2. Dr. Adolf Jolles in Wien: Über die Oxydationsprodukte des Bilirubins. — 3. Dr. med. A. Stricker in Köln: Über Atomtheorie, ein Beitrag zum Gesetze der Atomzahlen. — 4. Geh. Hofrat Professor Dr. Wislicenus in Leipzig: Stereochemisches. — 5. Professor Dr. Theodor Curtius in Kiel: Thema vorbehalten.

Für gemeinsame Sitzungen mit andern Abteilungen: 6. Professor Dr. Helm in Dresden: Über Energie (mit Abteilung 1, Mathematik und Astronomie, sowie Abteilung 2, Physik und Meteorologie). — 7. Professor Dr. Müller-Erzbach in Bremen: Die Verdampfungsgeschwindigkeit als Mafs für die Dampfspannung (mit Abteilung 2, Physik). — 8. Privatdocent Dr. J. Traube in Berlin: Thema vorbehalten (mit Abteilung 2, Physik). — 9. Dr. H. Krüss in Hamburg: Über ein neues Verfahren in der quantitativen Spektralanalyse (mit Abteilung 5, Instrumentenkunde).*)

5. Abteilung: Instrumentenkunde.

Einführender: Dr. med. Schorer, prakt. Arzt.
Schriftführer: C. Schulze, Direktor der Navigationsschule.

Angemeldete Vorträge: 1. Admiralitätsrat C. Koldewey in Hamburg: Über Konstruktion und Prüfung nautischer Instrumente, speziell der Sextanten und Kompasse. — 2. Dr. Classen, Assistent am physikal. Staatslaboratorium in Hamburg: Über eine Laboratoriumswage mit Vorrichtung zum Vertauschen der Wagschalen ohne Öffnen des Kastens.

Für gemeinsame Sitzungen mit anderen Abteilungen: 3. Dr. P. Bergholz, Meteorologische Station in Bremen: Über einen neuen Thermographen mit photographischer Registrierung (mit Abteilung 2, Physik). — 4. Dr. H. Krüss in Hamburg: Über ein neues Verfahren in der quantitativen Spektralanalyse (mit Abteilung 3, Chemie).

6. Abteilung: Botanik.

Einführender: Dr. phil. Friedrich, Oberlehrer am Katharineum.
Schriftführer: Dr. phil. Rohrbach, Lehrer an der von Grossheimschen Realschule.

Angemeldete Vorträge: 1. Professor Dr. von Fischer-Benzon in Kiel: Zur Geschichte unseres Beerenobstes. — 2. Professor Dr. Kohl

*) Die 4. Abt. „Agriculturchemie u. landw. Versuchswesen“ übergehen wir. D. Red.

in Marburg: Über Assimilationsenergie. — 3. Professor Dr. H. Molisch in Prag: a) Untersuchungen über die Ernährung der Süfsfresseralgen. b) Weitere Untersuchungen über die mineralische Nahrung der Pilze.

7. Abteilung: Zoologie.

Einführender: Dr. phil. H. Lenz, Lehrer an der Realschule.

Schriftführer: Ad. Koch, Hauptlehrer an der Mädchen-Mittelschule.

Angemeldete Vorträge: 1. Professor Dr. W. Blasius in Braunschweig: Thema vorbehalten. — 2. Privatdocent Dr. C. Apstein in Kiel: Biologie des Süfswasserplankton. — 3. Dr. H. Lenz in Lübeck: Demonstrationen. — 4. Professor Dr. K. Brandt in Kiel: Thema vorbehalten. — 5. Dr. H. Brockmeier in M.-Gladbach: Einige Mitteilungen über Mollusken. — 6. Professor F. Heinecke auf Helgoland: Thema vorbehalten.

Für gemeinsame Sitzungen mit andern Abteilungen: 7. Arthur J. Speyer in Altona: Demonstrationen (mit Abteilung 8, Entomologie). Derselbe Herr wird ferner im Vortragssal des Museums während der Versammlungstage eine Ausstellung von Insekten und anderen zoologischen Objekten veranstalten.

8. Abteilung: Entomologie.

Einführender: von Koschitzky, Major z. D.

Schriftführer: Joh. Westphal, Lehrer.

Angemeldete Vorträge:

Für gemeinsame Sitzungen mit anderen Abteilungen: 1. Arthur J. Speyer in Altona: Demonstrationen (mit Abteilung 7, Zoologie).

9. Abteilung: Mineralogie und Geologie.

Einführender: Aug. Siemssen, Kaufmann.

Schriftführer: Dr. med. R. Struck, prakt. Arzt.

Angemeldete Vorträge: 1. K. k. Oberbergrat und Vicedirektor der k. k. geologischen Reichsanstalt Dr. Edm. von Mojsisovics in Wien: Über die Beziehungen des germanischen Triasbodens zur mediterranen Triasprovinz. — 2. Professor Dr. H. Haas in Kiel: Die lateritische Entstehung der norddeutschen Tertiärgebilde. — 3. Dr. med. A. Stricker in Köln: das Wachstum der Krystalle. — 4. Privatdocent Dr. E. Stolley in Kiel: Thema vorbehalten. — 5. Dr. phil. Gottsche in Hamburg: Thema vorbehalten.

Für gemeinsame Sitzungen mit andern Abteilungen: 6. Professor Svante Arrhenius in Stockholm: Über die Erklärung von Klimaschwankungen in geologischen Epochen (Eiszeit, Eocänzeit) durch gleichzeitige Veränderung des Gehaltes der Luft an Kohlensäure (mit Abteilung 2, Physik und Meteorologie). Es sind Ausflüge nach Lauenburg und Seegeberg in Aussicht genommen.*)

11. Abteilung: Geographie.

Einführender: Aug. Sartori, Professor am Katharineum.

Schriftführer: Commerzienrat G. Scharff, Kaufmann.

Angemeldete Vorträge: 1. Professor Dr. S. Günther in München: Der Jakobsstab als Hauptinstrument der geographischen Ortsbestimmungen in früherer Zeit.

---

*) Die 10. Abt. Ethnologie und Anthropologie übergehen wir, da die Vorträge mehr ins geschichtliche Gebiet des humanist. Gymn. gehören. (Bauopfer, Maskenkunde). D. Red.

Für gemeinsame Sitzungen mit andern Abteilungen: 2. Professor W. J. van Bebber in Hamburg: a) Das Sturmwarnungswesen an der deutschen Küste und Vorschläge zur Verbesserung desselben. b) Regenmessungen an der Seewarte (mit Abteilung 2, Physik). — 3. W. Krebs in Dresden: Das Klima Ostasiens in seinen weltwirtschaftlichen und sanitären Beziehungen (mit Abteilung 30, medizinische Geographie, Klimatologie und Tropenhygiene). — 4. Leo von Frobenius in Dresden-Loschwitz: Maskenkunde im Allgemeinen und die Masken Afrikas und Oceaniens (mit Abteilung 10, Ethnologie und Anthropologie).

Die übrigen Abteilungen (13—33) sind medizinische, man findet sie in der Einladungsschrift S. 18—28.

Erklärung.

Auf Wunsch des Herrn Oberlehrers Dr. Kadesch in Wiesbaden, der den offiziellen Bericht über die 1894 in Wiesbaden abgehaltene Versammlung des Vereins „zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und in den Naturwissenschaften" verfaſst hat, wird der unserem Bericht (Heft 2 ds. J. S. 122 ff.; Heft 3, S. 217 ff. u. Heft 4, S. 305 u. f.) beigefügte Zusatz „im Anschluſs an den offiziellen Bericht" dahin ausgelegt, daſs unser Bericht eine durch viele Zusätze und starke Kürzungen*) seitens des Berichterstatters Dr. Schotten in Schmalkalden und der Redaktion veränderte Wiedergabe des offiziellen von Herrn Oberl Dr. Kadesch in W. verfaſsten Berichts gewesen ist. Der vom Referenten gewählte und von uns acceptierte Zusatz „im Anschluſs etc." schien uns das Verhältnis unsers Berichts zu dem von Herrn Dr. K. verf. offiziellen B. hinreichend zu kennzeichnen. Da jedoch Herr Dr. K. anderer Ansicht ist, und uns ersucht hat, das Verhältnis genau darzustellen, so haben wir nicht gezögert, dem Wunsche des gen. Herrn hierdurch nachzukommen.

Wir haben in dem von uns eingeschlagenen Verfahren umsoweniger etwas Unerlaubtes gefunden, als dem offiziellen Berichte die im „Urheberrecht" (Gesetz vom 11. Juni 1870) nach § 7, b vorausgesetzte Druckverbots-Klausel fehlte.**)

Wir haben vielmehr dem Berichtsverfasser und somit dem Vereine einen Gefallen zu erweisen geglaubt, wenn wir in u. Ztschr. (die übrigens ursprünglich als Vereinsorgan mitbestimmt war) auf Grundlage offizieller Angaben berichteten. Denn hierdurch erhalten die Bestrebungen und die Thätigkeit des Vereins mit Rücksicht auf unsere groſse Leserzahl eine weit gröſsere Verbreitung, als es durch den, nur für die (ca. 300) Vereinsmitglieder bestimmten offiziellen Bericht möglich ist. —

Die Redaktion.

NB. Der Druckschriften-Einlauf und der Briefkasten muſsten leider wegen Raummangel zurückgestellt werden. D. Red.

*) Der offizielle Bericht enthält 147 Seiten, die einzelnen Teile unseres (allerdings enger gesetzten) Berichts zusammen ca. 47 Seiten. Daraus ergiebt sich schon die starke Kürzung.

) Der § 7, b lautet („als Nachdruck ist nicht anzusehen): Der Abdruck einzelner Artikel aus Zeitschriften etc. mit Ausnahme von novellistischen Erzeugnissen und wissenschaftlichen Ausarbeitungen sowie von sonstigen gröſseren Mitteilungen, sofern an der Spitze der letzteren der **Abdruck untersagt ist". Hier war der Abdruck nicht untersagt.

Der Projektionsapparat im stereometrischen Unterrichte.

Von Dr. A. Schaeffer in Buchsweiler i/Elsafs.

Der Projektionsapparat, auch unter dem Namen Scioptikon bekannt, ist ein wichtiges, wenn auch noch wenig bekanntes Hülfsmittel für den geometrischen, besonders aber den stereometrischen Anschauungsunterricht. Da es gegenwärtig nur noch wenige höhere Lehranstalten geben dürfte, die nicht über einen solchen Apparat verfügen, so sollen in den folgenden Zeilen die nach des Verfassers Erfahrung wichtigsten einschlägigen Versuche wenn auch nicht eingehend erörtert, so doch wenigstens angedeutet werden.

Um sich selbst Bilder von Figuren, die sich zur Projektion eignen, einfach herzustellen, bedient man sich mit Vorteil des sogenannten Gelatinepapiers, d. h. dünner, gleichmäfsiger, ebener Plättchen aus Gelatine, die man für die meisten Projektionsapparate in der Gröfse $9 \times 10\frac{1}{2}$ cm zu schneiden haben wird. In dieselben werden die betreffenden Linien etc. mit einer spitzen Nadel geritzt und durch Einreiben mit etwas Rufs geschwärzt. Diese Blättchen können dann zwischen zwei Glasplatten vor Beschädigung geschützt oder auch einfach auf ein Rähmchen von steifer Pappe oder dünnem Holz aufgeklebt werden. Die Bilder werden sehr scharf. Wird eine solche Figur projiziert — ob mit elektrischem, Magnesium- oder Kalklicht oder mit Petroleum-Triplex-Brenner, ist gleichgültig, — und das entstandene Strahlenbündel in verschiedenen Lagen durch eine Ebene, d. h. in diesem Falle durch einen weifsen Schirm geschnitten, so kann vielfach die Projektion der einmal gezeichneten Figur alle möglichen Gestalten annehmen, während die allgemeinen Voraussetzungen ungeändert bleiben; denn die Figur und ihre Projektion sind einander nur ähnlich, wenn ihre Ebenen parallel sind.

Dabei möge gleich an dieser Stelle ein für allemal bemerkt werden, dafs bei Centralprojektion (und nur mit solcher haben wir es zu thun) die Projektion von Parallelen nur dann auch Parallele wiedergiebt, wenn der Schirm selbst parallel zu denjenigen der gezeichneten Figur ist. Dieser Umstand, der nicht leicht als Nachteil empfunden werden wird, hat vielmehr manche Vorteile, da auch solche Geraden, die in der Figur nicht parallel sind, in der Projektion parallel werden können, was zur Veranschaulichung mancher Grenzfälle von gröfster Wichtigkeit ist.

Mit unserem Apparate können zunächst im ersten geometrischen Unterrichte unter anderem das Wachsen eines Winkels durch Drehung der Schenkel, die Sätze über Scheitel- und Nebenwinkel, sowie über die Winkel an Parallelen, ferner der Satz über die Winkelsumme im Dreiecke u. s. w. durch je eine einzige Figur und deren mannigfaltigsten Projektionen veranschaulicht werden; denn es läfst sich z. B. jedes Dreieck als Projektion eines beliebigen anderen darstellen, etc.

Aus dem Satze: „Die drei Höhen eines gleichseitigen Dreiecks schneiden sich in einem Punkte" folgt unmittelbar: „Die Mittellinien (Schwerpunktstransversalen) eines jeden Dreiecks schneiden sich in einem Punkte, etc. Ähnliche Figuren werden verdeutlicht als Parallelschnitte eines Strahlenbündels, wobei die Erläuterung der Ähnlichkeitspunkte und Ähnlichkeitsstrahlen leicht vom Raume auf die Ebene übertragen werden kann.

Die Figur zum Fundamental-Proportional-Lehrsatze: „Wird ein Strahlenbüschel von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte des einen Strahles, wie die entsprechenden Abschnitte eines anderen, und die entsprechenden Abschnitte der Parallelen, wie die zugehörigen Längen eines Strahles" kann auf alle möglichen Arten verschoben werden, so dafs z. B. der Scheitel des Strahlenbüschels unendlich weit fortrückt, wodurch ein Parallelstrahlenbüschel entsteht. Hieran lassen sich fruchtbare Erörterungen knüpfen, so namentlich die Definition der Begriffe perspektivisch und projektivisch, wovon für ebene Figuren die Begriffe ähnlich und in ähnlicher Lage und ähnlich nur besondere Fälle sind.

Der Satz: „Jede Gerade schneidet vier harmonische Strahlen

in vier harmonischen Punkten" läfst sich leicht veranschaulichen, indem man die Gröfsenverhältnisse der Strecken in den verschiedenen Projektionen von vier harmonischen Punkten verfolgt. Wird der Schirm parallel zu einem der vier harmonischen Projektionsstrahlen aufgestellt, so sieht man, dafs: „Wenn einer von vier harmonischen Punkten *A*, *C*, *B*, *D* unendlich weit fortrückt, z. B. *D*, so halbiert der zugeordnete Punkt *C* die Strecke *AB* zwischen den beiden anderen", und umgekehrt. Auch sieht man bei fortgesetzter Drehung des Schirmes, wie der Punkt *D* aus der entgegengesetzten Richtung aus dem Unendlichen her sich dem Punkte *A* nähert, was seinerseits auch *C* von der Mitte der Strecke *AB* aus thut.

Im Anschlusse daran projiziere man die Figur des vollständigen Vierseits unter verschiedenen Neigungswinkeln; in dem soeben besprochenen Grenzfalle werden bei passender Drehung des Schirmes zwei der Diagonalen parallel, und dies führt unmittelbar zur Lösung der Aufgabe: „Durch einen gegebenen Punkt zu einer gegebenen Geraden die Parallele zu ziehen ohne Hülfe des Zirkels".

Schliefslich kann gezeigt werden, dafs der Fundamentalsatz über die Proportionalität der Strecken und der Satz über den Schnitt eines harmonischen Strahlenbüschels aufzufassen sind als besondere Fälle der Sätze: „Drei Strahlen eines Büschels schneiden zwei Strahlen eines anderen Büschels so, dafs das Verhältnis des Produktes der äufseren Abschnitte zu dem Produkte aus dem mittleren Abschnitte und der ganzen Strecke auf beiden Strahlen dasselbe ist", und: „Werden vier Strahlen eines Büschels von zwei Strahlen eines anderen Büschels geschnitten, so ist auf beiden das Verhältnis des Produktes der äufseren Abschnitte zu dem Produkte aus dem mittleren Abschnitte und der ganzen Strecke dasselbe".

Von Nutzen ist es auch, zu zeigen, wie bei den Sätzen des Menelaus und des Ceva durch Verschiebung der Projektionsfigur die Lage der Seiten und der Transversalen sich so ändert, dafs das Produkt dreier nicht aufeinander folgenden Abschnitte der Seiten gleich dem Produkte der drei anderen ist.

Sodann wird ein Kreiskegel am einfachsten mit Hülfe eines hellen Kreises auf dunklem Grunde projiziert; der Licht-

kegel kann durch Tabakrauch sichtbar gemacht werden, wozu der bekannte Bienenräucherapparat zu empfehlen ist. Nun zeige man, dafs ein Kegelschnitt identisch ist mit der Centralprojektion eines Kreises, indem der Schirm zunächst parallel zur Ebene der Figur aufgestellt wird, wodurch immer ein Kreis entsteht. Bei schräger Stellung aber ist die Projektion eine um so länger gestreckte Ellipse, je mehr der Schirm gedreht wird, bis zum Grenzfalle, wo derselbe parallel zu einer Seitenlinie des Lichtkegels steht, in welchem Falle der Kegelschnitt zur Parabel wird. Dreht man den Schirm noch weiter, so erhält man den einen Ast einer Hyperbel; der zweite Ast würde entstehen, indem man sich den Lichtkegel rückwärts verlängert denkt bis zum Schnitte mit der Verlängerung des Schirmes.

Weiter projiziere man die Figur eines Kreises mit zwei senkrechten Durchmessern, mehreren dazu parallelen Sehnen und den Tangenten in den Endpunkten der Durchmesser. Es folgt unmittelbar, dafs gleiche parallele Sehnen der Ellipse auch gleich weit vom Mittelpunkte entfernt sind, wie beim Kreise, dafs aber ein Durchmesser derselben nur dann auf den durch seine Endpunkte gezogenen Tangenten senkrecht steht, wenn er eine Axe ist. Hieraus können die conjugierten Durchmesser der Ellipse, da sie den senkrechten Durchmessern des Kreises entsprechen, mit Leichtigkeit als solche definiert werden, bei denen die Tangenten in den Endpunkten eines jeden parallel sind zum anderen, oder, was dasselbe ist, als solche, wovon jeder die Polare des unendlich fernen Punktes des anderen ist.

Die Konstruktion von Pol und Polare sowie von Tangenten an die Ellipse, und zwar mit dem Lineale allein, erhellt sofort, wenn man diese Konstruktionen beim Kreise auf den schrägen Schirm projiziert.

Die Sätze über Poldreieck, Sehnenviereck und Tangentenvierseit eines Kreises, ebenso die Sätze von Pascal und von Brianchon werden durch Projektion auf den schrägen Schirm ohne weiteres auf die Ellipse ausgedehnt.

Ebenso beweise man, dafs die Ellipse als Schatten einer Kugel aufgefafst werden kann, desgleichen als Schnitt eines Cylinders, d. h. als Parallelprojektion eines Kreises, und schliefse hieran die Konstruktion derselben, indem alle Ordinaten eines

Kreisdurchmessers nach demselben Verhältnisse verkürzt werden. Wo es angängig ist, verschaffe man sich hierzu ein Parallelstrahlenbündel durch einen parabolischen oder wenigstens sphärischen Spiegel, oder auch mit Hülfe des Heliostats.

Von grofser Wichtigkeit ist auch die Veranschaulichung der Gröfse des Winkels zweier Ebenen. Man stelle zuerst den Schirm senkrecht zur Schnittlinie derselben; dreht man ihn dann um das gemeinschaftliche Lot dieser Schnittlinie und der Winkelhalbierenden, so nimmt der Winkel ab mit wachsender Drehung. Wird der Schirm dagegen um die Winkelhalbierende gedreht, so wächst der Winkel mit der Drehung; eine einfache Überlegung lehrt daher, dafs nur der zu beiden Ebenen senkrechte Schnitt die wahre Gröfse des Winkels angeben kann. Projiziert man jetzt ein Dreieck, so ist unmittelbar ersichtlich, dafs in jeder dreiseitigen körperlichen Ecke die Summe der Winkel gröfser als vier Rechte sein mufs, und überhaupt, dafs in jeder $n$seitigen körperlichen Ecke die Summe aller Winkel gröfser ist als $2n - 4$ Rechte.

Ebenso leicht sieht man, dafs Parallelschnitte einer Pyramide oder eines Kegels sich verhalten wie die Quadrate ihrer Abstände von der Spitze. Schliefslich zeige man noch, dafs auch ein elliptischer Kegel nicht nur in Parabeln und Hyperbeln, sondern auch nach zwei Richtungen in Kreisen geschnitten werden kann, dafs also ein schiefer Kreiskegel identisch ist mit einem elliptischen Kegel, und umgekehrt.

Anmerkung. Empfehlenswerte Bezugsquellen für Projektionsapparate sind die Präcisionsmechaniker und Optiker Dr. Stöhrer und Sohn in Leipzig, Ferdinand Ernecke in Berlin SW. (Königgrätzerstrafse 112) und Max Kohl in Chemnitz. Die Stöhrersche Form des Scioptikons ist mit einer neukonstruierten Lampe mit 3 Brennern von vorzüglicher Helligkeit versehen, mit achromatischem Objektiv von 42 mm und Kondensorlinsen von 102 mm Durchmesser, und kostet 115—120 Mark. Derselbe Apparat kann auch mit gröfseren Linsen versehen werden, was aber nicht nötig ist. Der Projektionsapparat wird von den genannten Firmen auch mit Kalklicht, Magnesium- oder elektrischer Lampe geliefert, wobei der Preis um 60—120 Mark steigt. Die vollendetste Form mit Duboscqscher Lampe, in welcher die Beleuchtungslinsen mit Trieb verstellbar sind, um konvergierendes oder paralleles Licht zur Ausstrahlung zu bringen, kostet circa 350 Mark. Zur Projektion undurchsichtiger Körper (Uhrwerke etc.) und Figuren dient ein besonderer Ansatz, dessen Preis ungefähr 70 Mark beträgt. Naturwissenschaftliche, astronomische und geographische Photogramme auf Glas sind in grofser Anzahl zum Preise von Mark 1,30 pro Stück vorrätig.

Kleinere Mitteilungen. — Sprech- und Diskussions-Saal.

Wie kann man die Schüler der Sekunda zur elementaren Berechnung einer dreistelligen Logarithmentafel anleiten?

Von Dr. A. Emmerich in Mülheim a. d. Ruhr.

Die folgenden Seiten bezwecken hauptsächlich, das geheimnisvolle Dunkel lichten zu helfen, in dem den meisten Lernenden, die nicht bis zu den höheren Reihen vordringen, die Berechnung eines Logarithmus erscheint. In den Lehrbüchern wird gewöhnlich eine der allgemeinen, für alle Zahlen geeigneten Methoden auseinandergesetzt, aber der unverhältnismäfsig grofse rechnerische Aufwand, der sich bei der Umsetzung der Theorie in die Praxis notwendig macht, schreckt vor der Einübung an Zahlenbeispielen ab. Will man daher im Unterricht auf die Berechnung einer Anzahl von Logarithmen nicht verzichten, — und der geforderte Zusammenhang der mathematischen Kenntnisse fällt hierbei in die Wagschale, — so bleibt nichts übrig, als an Stelle der einheitlichen eine eklektische Methode zu setzen, die mit der geringsten Ziffernarbeit zu dem gewünschten Grade der Genauigkeit von drei Dezimalen strebt. Die fünfstellige Tafel, ohnehin in den Händen aller Schüler, zur Kontrolle auszuschliefsen wäre widersinnig. Durch Auflösung von 20 gruppenweis zusammenhängenden, teils unter der Anleitung des Lehrers, teils selbständig zu berechnenden einfachen Aufgaben gewinnen die Lernenden das Material, um sich ihre dreistellige Tafel selber zu konstruieren. Von nicht geringem Interesse ist es dann, nachher die praktische Brauchbarkeit des Opusculums an drei- und fünfstellig errechneten Resultaten zu messen.

§ 1. Aufsuchung der Numeri zu einigen Brüchen, deren Nenner eine Potenz von 2 ist.

Aufg. **1.** num 0,5 d. h. $10^{\frac{1}{2}}$ auf 3 Dezimalen genau zu berechnen.

Aufl. $10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10} = 3{,}162$, daher num $0{,}5 = 3{,}162$ oder lg $3{,}162 = 0{,}5$.

100 : 61
3900 : 626
14400 : 6322
175600 : 6324

Aufg. 2. num 0,25 vermittelst des vorigen Resultates auf 3 Dezimalen genau zu berechnen. (1,778).

Aufg. 3. Wieviel ist num $\frac{3}{8}$?

Aufl. $10^{\frac{3}{8}} = \sqrt{10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{\frac{1}{4}}}$.

3,162	$\sqrt{5,621} = 2,371$
1,778	162 : 43
3162	3310 : 467
2213	4100 : 474
221	
25	
5,621	Daher num $\frac{3}{8} = 2,371$.

Aufg. 4. Vermittelst der Resultate von Aufg. 2 und 3 num $\frac{5}{16}$ zu ermitteln. (2,053).

Aufg. 5. Zu beweisen, dafs num $\frac{7}{16} = 2,738$ ist.

Man stelle die 5 gefundenen Numeri der Gröfse nach in einer Hülfstabelle zusammen.

§ 2. Die Logarithmen der Einer und der daraus zusammengesetzten Produkte bis 100.

Aufg. 6. lg 2 auf 3 Dezimalen genau zu bestimmen.

Aufl. Es sei $\lg 2 = x$, also $10^x = 2$. Diese Gleichung potenzieren wir der Reihe nach mit 2, 3, 4, $\cdots$, bis wir rechts zu einer Zahl gelangen, die auf drei Stellen mit einem der Numeri der Hülfstabelle übereinstimmt. Wir finden $10^{11x} = 2048$, also $11x \sim 3\frac{5}{16}$; $x = \lg 2 = 0,301$. ($\sim$ bedeutet „nahezu gleich".)

Aufg. 7. lg 3 zu berechnen. ($11x \sim 5,25$, $x = \lg 3 = 0,477$).

Zusatz. 1,778 (§ 1) $\sim 1\frac{7}{9}$. — Andere Methode zur Berechnung von lg 3.

Aufg. 8. lg 7 läfst sich mit der Hülfstabelle nicht finden; wie verhält es sich aber mit lg 14? $\left(3x \sim 3\frac{7}{16};\ x = \lg 14 = 1,146\right)$.

Man entwerfe das Schema für eine dreistellige Logarithmentafel; dasselbe enthält 10 Zeilen und 10 Kolonnen. Man bezeichne die Kolonnen am Rande oben, ebenso die Zeilen am Rande links der Reihe nach mit 0, 1, 2, $\cdots$ 9. Das oberste Feld links bleibt unbesetzt. In die erste Zeile kommen die Mantissen der Logarithmen der Einer; sie lassen sich aus den Resultaten der Aufg. 6—8 entnehmen bezw. berechnen. Ebenso erhält man durch Addition die Logarithmen von 36 zweistelligen Zahlen, von denen ebenfalls nur die Mantissen eingetragen werden.

§ 3. Die Logarithmen der Primzahlen von 11 bis 31.

Aufg. 9. lg 19 auf 3 Dezimalen genau zu ermitteln.

Aufl. Es ist

$$a^3 + 1 = (a+1)(a^2 - a + 1) = (a+1)[a(a-1)+1],$$

folglich

$$19^3 + 1 = 20 \cdot (19 \cdot 18 + 1) = 20 \cdot 343,$$

und wenn 343 in seine Primfaktoren zerlegt wird,

$$19^3 + 1 = 20 \cdot 7^3.$$

Logarithmiert man diese Gleichung, so darf man $\lg(19^3+1)$ durch $\lg 19^3$ ersetzen. Die fünfstellige Tafel zeigt nämlich, daß sich die Logarithmen zweier aufeinanderfolgender vierstelligen Zahlen um weniger als 0,45 Einheiten der 3. Dezimale, ihre dritten Teile also um weniger als 0,15 Einheiten derselben unterscheiden.*) Man erhält

$$\lg 19 = (\lg 20 + 3 \lg 7) : 3$$

$$\lg 20 = 1{,}301$$

$$+ 3 \lg 7 = + 2{,}535$$

$$3{,}836 : 3 = 1{,}279 = \lg 19.$$

Aufg. 10. lg 11 zu berechnen.

Aufl. $11^3 + 1 = 12 \cdot 111 = 36 \cdot 37$, also nicht zu verwerten; aber

$$11^3 - 1 = 10 \cdot 133 = 70 \cdot 19, \quad \text{woraus} \quad \lg 11 = 1{,}041.$$

Aufg. 11. lg 13 zu ermitteln.

Aufl. $13^3 + 1 = 14 . 157$,
$13^3 - 1 = 12 \cdot 183 = 36 \cdot 61$, beides nicht zu verwerten; aber

$$10^3 + 1 = 11 \cdot 7 \cdot 13, \quad \text{woraus} \quad \lg 13 = 1{,}114.$$

Man suche

Aufg. 12. lg 17. ($17^3 + 1 = 18 \cdot 21 \cdot 13$, $\lg 17 = 1{,}230$).

Aufg. 13. lg 23. ($23^3 + 1 = 24 \cdot 3 \cdot 13^2$, $\lg 23 = 1{,}362$).

Aufg. 14. lg 31. ($31^3 + 1 = 32 \cdot 7^2 \cdot 19$, $\lg 31 = 1{,}491$).

Aufg. 15. lg 29.

Aufl. $29^3 + 1 = 30 \cdot 3 \cdot 271$,
$29^3 - 1 = 28 \cdot 13 \cdot 67$, nicht zu verwerten; aber
$30^3 - 1 = 29 \cdot 7^2 \cdot 19$, woraus $\lg 29 = 1{,}462$.

Man trage die in diesem Paragraphen gefundenen 7 Logarithmen in die Tafel ein.

*) Ein Fehler ist also immerhin möglich, jedoch unwahrscheinlich.

§ 4. Die Logarithmen der zweistelligen Vielfachen der Primzahlen von 11 bis 31.

Dafs die in § 2 durch Addition gefundenen Logarithmen in der dritten Dezimale richtig sind, beruht darauf, dafs bei genauerer Rechnung die vierte Dezimale der zu grunde liegenden Logarithmen von 2, 3, 7 eine Null oder eine Eins wird. Bei den Logarithmen der Primzahlen 11, 17, 29, 31 tritt nun der Umstand ein, dafs ihre vierte Dezimale eine Vier wird, während sich bei den Logarithmen von 13, 19, 23 als vierte Dezimalen Ziffern ergeben, die nahe unter 10 liegen. Hiernach werden die Logarithmen der Vielfachen von 13, 19, 23 durch Addition in der dritten Dezimale richtig gefunden — man trage dieselben in die Tafel ein —, während bei den Vielfachen von 11, 17, 29, 31 eine Unsicherheit besteht. In der That werden durch Addition ungenau die Logarithmen von

33, 66, 99; 51, 68; 87.

Da diese Zahlen alle über $\sqrt{1000}$ liegen, so liegen ihre Quotienten in 1000 unter $\sqrt{1000}$, also im Bereich der Zahlen unter 32, deren Logarithmen schon gefunden sind. Die Quotienten sind nun zwar keine ganzen Zahlen, aber sie lassen sich unter Beifügung einer Dezimale hinlänglich genau darstellen und der auf diese entfallende Betrag des Logarithmus kann durch Interpolation gefunden werden.

Aufg. **16.** lg 33, lg 66, lg 99 auf drei Dezimalen genau zu berechnen.

Aufl. $33 \cdot 30{,}3 = 999{,}9 \sim 1000$;
$\lg 30 = 1{,}477$, Tafeldifferenz (zwischen lg 30 und lg 31) 14, $\frac{14 \cdot 3}{10} \sim 4$, daher $\lg 30{,}3 = 1{,}481$ und $\lg 33 = 1{,}519$; ferner $\lg 66 = 1{,}820$ und $\lg 99 = 1{,}996$.

Nach derselben Methode bestimme man

Aufg. **17.** lg 51. ($51 \cdot 19{,}6 = 999{,}6 \sim 1000$, $\lg 51 = 1{,}708$).

Aufg. **18.** lg 68. ($68 \cdot 14{,}7 = 999{,}6$, $\lg 68 = 1{,}833$).

Aufg. **19.** lg 87. ($87 \cdot 11{,}5 = 1000{,}5 \sim 1000$, $\lg 87 = 1{,}940$).

Aufg. **20.** lg 67 zu berechnen.

Aufl. $67 \cdot 14{,}9 = 998{,}3$. Hier ist der Unterschied gegen 1000 zu grofs, als dafs man $\lg 67 = 3 - \lg 14{,}9 = 3 - 1{,}173 = 1{,}827$ setzen dürfte. Nach der ersten Methode findet sich $67^3 - 1 = 66 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 31$ und daraus richtig $\lg 67 = 1{,}826$.

Vervollständigung der Tafel!

§ 5. Die Logarithmen der 17 übrigen zweistelligen Zahlen.

Die Logarithmen der Zahlen

37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 71, 73,
74, 79, 82, 83, 86, 89, 94, 97

können durch einfache Einschaltung fehlerfrei erhalten werden. Es ist

$$a^2 - 1 = (a - 1)(a + 1),$$

also z. B.

$$37^2 - 1 = 36 \cdot 38.$$

Logarithmiert man diese Gleichung, so darf man in unserem Falle $\lg(37^2 - 1)$, d. h. $\lg 1368$ durch $\lg 37^2$, d. h. $\lg 1369$ ersetzen. Die fünfstellige Tafel zeigt nämlich, dafs sich die Logarithmen dieser Zahlen um weniger als 0,32 Einheiten der dritten Dezimale, ihre Hälften also um weniger als 0,16 Einheiten derselben unterscheiden.*) Man erhält

$$\lg 37 = \tfrac{1}{2}(\lg 36 + \lg 38),$$

oder bequemer

$$\lg 37 = \lg 36 + \tfrac{1}{2}(\lg 38 - \lg 36) = 1{,}568.$$

Dreistellige Logarithmentafel.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		000	301	477	602	699	778	845	903	954
1	000	041	079	114	146	176	204	230	255	279
2	301	322	342	362	380	398	415	431	447	462
3	477	491	505	519	531	544	556	568	580	591
4	602	613	623	633	643	653	663	672	681	690
5	699	708	716	724	732	740	748	756	763	771
6	778	785	792	799	806	813	820	826	833	839
7	845	851	857	863	869	875	881	886	892	898
8	903	908	914	919	924	929	935	940	944	949
9	954	959	964	968	973	978	982	987	991	996

Interpolationsregeln.

a) Beim Aufsuchen des Logarithmus: Tafeldifferenz mal dritte Stelle durch 10.

b) Beim Aufsuchen des Numerus: Zehnfache Mantissendifferenz durch Tafeldifferenz.

$$\lg \pi = 0{,}497.$$

*) S. die Fufsnote zu § 3. — Vgl. lg 67.

Anwendungen.

(Bem. In Klammern sind die Resultate nach den drei-, fünf- und siebenstelligen Tafeln beigefügt.)

1a) $\sqrt{26}$ (5,10 ····· 5,0990 ····· 5,099020).

1b) $\sqrt{77}$ (8,78 ····· 8,7750 ····· 8,774965).

2a) Wie grofs ist der Radius eines Kreises vom Inhalt 1 qm? (0,565 m ····· 0,56420 m ····· 0,5641896 m).

2b) Wie grofs ist der Inhalt eines Kreises vom Umfange 4,44 m? (1,57 qm ····· 1,5687 qm ····· 1,568758 qm).

3a) Inhalt eines regelmäfsigen Sechsecks von der Seite 7,53 cm (148 qcm ····· 147,31 qcm ····· 147,3133 qcm).

3b) Seite eines gleichseitigen Dreiecks vom Inhalt 100 qm (15,2 m ····· 15,197 m ····· 15,19671 m).

4a) $\sqrt[3]{17}$ (2,57 ····· 2,5713 ····· 2,571282).

4b) Inhalt eines Würfels von der Kante 555 mm (171 000 000 cmm ····· 170 950 000 cmm ····· 170 953 900 cmm).

5a) Inhalt der Kugel vom Radius 6,7 cm (1260 ccm ····· 1259,8 ccm ····· 1259,833 ccm).

5b) Radius der Kugel vom Volumen 1000 ccm (6,21 cm ····· 6,2036 cm ····· 6,203504 cm).

6a) Grundradius eines Cylinders, dessen Durchmesser 10 mal so grofs ist als die Höhe und dessen Inhalt = 1000 cbm ist. (11,7 m ····· 11,675 m ····· 11,67544 m).

6b) Wieviel l umfafst ein 8,5 dm hohes konisches Gefäfs, dessen Boden 7,68 dm und dessen Öffnung 3,46 dm Durchmesser fafst? (217 l ····· 217,03 l ····· 217,0159 l).

Über die optische Formel $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ als diophantische Gleichung.*)

Von Dr. Fr. Schilling in Aachen.

(Mit 1 Figur im Text.)

Im 1. Heft dieses Jahrganges p. 15 ist von Herrn Züge die Aufgabe behandelt worden, ganzzahlige Wertetripel a, b, f zu bestimmen, welche die bekannte physikalische Gleichung $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ befriedigen. Das dort gegebene Resultat giebt jedoch keine vollständige Lösung und kann überdies in einfacherer Weise durchgeführt werden. Meine erste vollständige Bearbeitung der Aufgabe ist durch den mit Herrn Züge geführten Briefwechsel noch etwas modificiert worden; insbesondere ist demselben die einfache Form der unten gegebenen identischen Gleichung 3 zu verdanken. Schliefslich ergab sich mir folgende einfache Ableitung:

*) Man vergl. hierzu die Artikel von Müller in IV (1873), 279; Bode in V (1874), 435 und Bauer in VI (1875), 367. D. Red.

Es sei f als ganze positive Zahl vorausgesetzt. Es gilt, alle diejenigen positiven oder negativen ganzzahligen Wertepaare a und b zu bestimmen, welche die Gleichung $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ identisch erfüllen. In anderer Form schreibt sich diese Gleichung:

$$ab - f(a + b) = 0,$$

oder:

1) $$(a - f)(b - f) = f^2.$$

Diese Gleichung besagt, dafs die ganzen Zahlen $(a - f)$ und $(b - f)$ Faktoren von f^2 und entweder beide positiv oder negativ sind. Setzen wir daher $f^2 = P \cdot Q$, bezw. $= (-P) \cdot (-Q)$, wo P und Q positiv sind, so folgt:

2) $$a = f \pm P$$
$$b = f \pm Q.$$

Hier gelten entweder beidemal die oberen oder die unteren Vorzeichen.

In ersterem Falle sind die Zahlen a und b positiv, im letzteren ist die dem absoluten Betrage nach gröfsere negativ. Die identische Gleichung, welche jetzt die Zahlen a und b erfüllen, lautet:

3) $$\frac{1}{f \pm P} + \frac{1}{f \pm Q} = \frac{1}{f}.$$

Um jetzt alle möglichen Zahlenpaare a und b zu finden, haben wir nur f^2 auf alle Weise in zwei Faktoren P und Q zu zerlegen.

Ist jetzt $f^2 = a^{2\alpha} \cdot b^{2\beta} \cdot c^{2\gamma} \cdots$, wo $a, b, c \cdots$ die in f enthaltenen Primfaktoren bedeuten, so ist bekanntlich die Anzahl der Divisoren von f^2:

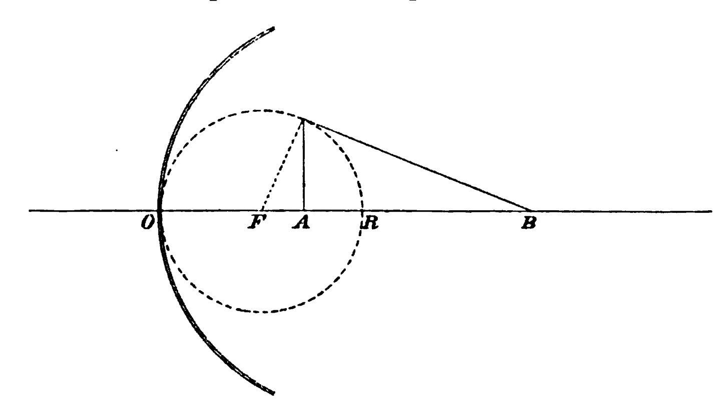
$$n = (2\alpha + 1)(2\beta + 1)(2\gamma + 1) \cdots,$$

wo n eine ungerade Zahl ist. Indem je zwei Divisoren zu einer Lösung der Formeln 2) für jedes Vorzeichen derselben zusammengehören, mit Ausnahme des Divisors f, der mit sich selbst verbunden die Wertepaare $a = b = 2f$ bezw. $a = b = 0$ liefert, so erhalten wir $\frac{n+1}{2}$ Lösungen für die oberen und ebensoviele für die unteren Vorzeichen der Formeln 2). (NB. Die Lösung $a = f$, $b = \pm \infty$ ist natürlich ausgeschlossen.)

Beispiel: Es sei $f = 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ gegeben. In der folgenden Tabelle befriedigen die Werte unter I die Gleichung $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$, die Werte unter II die Gleichung $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$. Insgesamt giebt es jedesmal $\frac{n+1}{2} = 14$ Lösungen.

		I		II				I		II	
P	*Q*	*a*	*b*	*a*	*b*	*P*	*Q*	*a*	*b*	*a*	*b*
1	900	31	930	29	870	10	90	40	120	20	60
2	450	32	480	28	420	12	75	42	105	18	45
3	300	33	330	27	270	15	60	45	90	15	30
4	225	34	255	26	195	18	50	48	80	12	20
5	180	35	210	25	150	20	45	50	75	10	15
6	150	36	180	24	120	25	36	55	66	5	6
9	100	39	130	21	70	30	30	60	60	0	0

Zusatz: Bei dieser Gelegenheit möchte ich noch auf folgende geometrische Interpretation der optischen Formel aufmerksam



machen, die als eine Verknüpfung beider Disciplinen unmittelbar für den Unterricht zweckmäfsig sein dürfte. In nebenstehender Figur sei *R* der Krümmungsmittelpunkt des Spiegels, *F* der Brennpunkt, die Punkte *A* und *B* der Achse wechselseitig Objekt und Bild. Die obige Gleichung 1) $(a - f)(b - f) = f^2$ oder $FA \cdot FB = FR^2$ besagt dann bekanntlich, dafs die vier Punkte O, A, R, B vier harmonische Punkte sind. Jetzt sei über OR als Durchmesser ein Hülfskreis konstruiert. Man findet dann für jede Lage des Punktes *B* den zugehörigen Punkt *A*, indem man von *B* aus die Tangente an den Hülfskreis legt und von ihrem Berührungspunkte das Lot auf die Achse fällt. Diese Konstruktion gewährt insbesondere eine anschauliche Vorstellung, wie der zugeordnete Punkt *A* sich bewegt, wenn *B* die ganze Achse durchläuft.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Redigiert von Prof. Dr. LIEBER-Stettin und C. MÜSEBECK-Waren in Mecklenburg.)

A. Auflösungen.

1349. (Gestellt von Handel XXV$_8$, 590.) Es soll der Ort für die Mittelpunkte M aller Kreise bestimmt werden, die einen festen Kreis (K, r) berühren und eine feste Gerade L so schneiden, dafs die abgeschnittene Sehne von M aus unter einem konstanten Winkel 2α erscheint.

Auflösung. Die Gerade L sei durch ihre Entfernung d von K gegeben, die Radien der Kreise M und K seien bezüglich ϱ und r, und es sei LOK als rechtwinkliges Koordinatensystem gewählt. Damit ist $(r \pm \varrho)^2 = (d - x)^2 + y^2$, wobei das obere Vorzeichen bei äufserer, das untere bei innerer Berührung gilt. Führt man in diese Gleichung ein $\varrho = \frac{x}{\cos\alpha}$, so kommt $x^2 \operatorname{tg}\alpha^2 + 2x\left(d \pm \frac{r}{\cos\alpha}\right) - y^2 = d^2 - r^2$ oder $\left(x + \frac{d\cos\alpha \pm r}{\sin\alpha^2}\cos\alpha\right)^2 - y^2\cos\alpha^2 = \frac{(d \pm r\cos\alpha)^2\cos\alpha^2}{\sin\alpha^4}$. Dies sind die Gleichungen von zwei Hyperbeln mit der Halbachse $a = \frac{(d \pm r\cos\alpha)\cos\alpha}{\sin\alpha^2}$, $b = \frac{d \pm r\cos\alpha}{\sin\alpha}$ und den Scheitelpunkten $-\frac{d\cos\alpha \pm r}{\sin\alpha^2}\cos\alpha$, O.

FUHRMANN. HABERLAND. HANDEL. HELLMANN. KOEBKE. RUMMLER. STECKELBERG. STEGEMANN. STOLL.

1350. (Gestellt von Bökle XXV$_8$, 590.) Die Ecken B und C eines Dreiecks bleiben fest, auch wenn sich A auf einer Parallelen zu BC bewegt. Man macht Ax auf $AB = AC$. Welches ist der Ort für x?

1. Beweis: Man fälle $AD \perp BC$, dann ist $\frac{y}{x} = \frac{h}{BD} \cdot (BD - x)^2 + (h - y)^2 = h^2 + (a - BD)^2$. Die Elimination von BD aus den Gleichungen liefert: $(x^2 + y^2)(y - 2h) + 2ahx - a^2 y = 0$, also eine Kurve dritter Ordnung, welche durch die Punkte: $y = 0 : x = 0$, $x = a$, $x = 0 : y = h \pm \sqrt{h^2 + a^2}$ geht.

HELLMANN (Erfurt). KÖBKE (Berlin). STECKELBERG (Witten).

2. Beweis: Durch die Konstruktion wird jedem Kreise des Bündels durch B eine Gerade durch C eindeutig zugeordnet. Entsprechende Elemente dieser Zuordnung schneiden einander in dem Orte. Derselbe ist eine C^3, weil jede beliebige Gerade h von ihm 3 Punkte enthält. Sei nämlich x ein beliebiger Punkt von h, so geht durch ihn ein Kreis des Bündels, der h zum 2ten Male in x' treffe. Ihm entspricht ein Strahl durch C, der h in x_1 schneide. Durchläuft x die Gerade h, so wird jeder Lage von x eine Lage x_1 zugeordnet. Jedem Punkte x_1 korrespondieren 2 Punkte xx^1. Die 3 zusammenfallenden Punkte dieser ein-zweideutigen Beziehung sind die Schnittpunkte von g mit dem Orte. Also ist die gesuchte Kurve eine Kurve 3. Ordnung. Beyel (Zürich).

1351. (Gestellt von Bökle XXV_8, 590.) Keine Lösung eingegangen.

1352. (Gestellt von Schlömilch XXVI_1, 27.) Für ein positives α und unendlich wachsende n soll der Grenzwert von $\left(\frac{1}{n}\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\cdot+\frac{1}{n}\right)$ bestimmt werden.

Auflösung: Bezeichnen β und x positive echte Brüche, so gilt die bekannte Ungleichung: $1-(1-x)^\beta > \beta x$, die sich auch (ohne binomischen Satz) elementar beweisen läfst. Für $x=\frac{1}{k}$ folgt hieraus $\frac{1}{k} < \frac{k^\beta-(k-1)^\beta}{\beta}$ und durch Addition aller für $k = 1, 2, 3, \cdots\cdot n$ entstehenden Ungleichungen: $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\cdot+\frac{1}{n} < \frac{n^\beta}{\beta}$. Wählt man β kleiner als das gegebene α, so hat man $0 < \frac{1}{n^\alpha}\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\cdot+\frac{1}{n}\right) < \frac{1}{\beta\, n^{\alpha}-\beta}$ und findet hieraus, dafs der gesuchte Grenzwert $=0$ ist.

von Mioreni (Pola). Schlömilch. Stoll (Bensheim).

1353. (Gestellt von Lehmann XXVI_1, 28.) Giebt es Dreiecke, bei welchen die Mittellinien gleichfalls rational sind, wenn Seiten und Inhalt desselben rational sind?

Auflösung: Es ist $4t_c^2 = 2a^2+2b^2-c^2$. Nun ist $F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ rational, wenn $a = 2(mn-1)(m+n)$, $b=(m^2-1)(n^2+1)$, $c=(m^2+1)(n^2-1)$ ist; es wird dann $4t_c^2 = m^4n^4 + 14m^4n^2 + m^4 + 16m^3n^3 - 16m^3n + 2m^2n^4 - 36m^2n^2 + 2m^2n^4 + 2m^2 - 16mn^3 + 16mn + n^4 + 14n^2 + 1$. Dieser Ausdruck ist nicht radizierbar. Dasselbe gilt von ähnlichen Ausdrücken für $4t_a^2$ und $4t_b^2$. Es giebt also keine Dreiecke der angegebenen Art. Steckelberg (Witten).

1354. (Gestellt von Emmerich XXVI_1, 28.) Den Mantel eines geraden Prismas, dessen Grundfläche ein Parallelogramm ist, in einem Quadrat zu schneiden.

1. Auflösung. Die Seiten AB und BC des Parallelogramms seien b, c und der spitze Winkel bei B sei α; die schneidende Ebene E gehe durch C, habe den Steigungswinkel φ, treffe die Seitenkanten in A_1, B_1, D_1 und B_1B sei y, D_1D sei z und die Quadratsseite sei x; dann ist $2x^2 = b^2 + c^2 + 2bc\cos\alpha + (y-z)^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha + (y+z)^2$, also $yz = bc\cos\alpha$ und $y^2z^2 = (x^2 - c^2)(x^2 - b^2) = b^2c^2\cos\alpha^2$, daraus ergiebt sich: $x^2 = \frac{1}{2}[b^2 + c^2 \pm \sqrt{b^4 + c^4 + 2b^2c^2\cos\alpha^2}] = \frac{1}{2}(\sqrt{b^2 + c^2 + 2bc\sin\alpha} + \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\sin\alpha})$; das negative Zeichen ist auszuschließen, weil $x > \frac{1}{2}(b + c)$ ist; x ist mithin die halbe Summe der Diagonalen eines Parallelogramms mit den Seiten b, c und dem eingeschlossenen Winkel $90 - \alpha$. Für den Steigungswinkel φ ergiebt sich: $\cos\varphi = (\sqrt{b^2 + c^2 + 2bc\sin\alpha} - \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\sin\alpha}) : (\sqrt{b^2 + c^2 + 2bc\sin\alpha} + \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\sin\alpha})$.

Bökle (Reutlingen). Emmerich (Mülheim-Ruhr). Fuhrmann (Königsberg i. Pr.) Glaser (Homburg v. d. Höhe). Haberland (Neustrelitz). von Miorini. Rummler (Freiburg i. Schl.) Steckelberg. Stoll. Zander (Osnabrück).

2. Auflösung. Die Spur der Ebene E in der Grundebene sei L. Man zeichne den Kreis um das Quadrat A_1, B_1, C, D_1 und projiziere nun Kreis und Quadrat auf die Grundebene. Die Projektion ist die Grundfläche $ABCD$ mit ihren Diagonalen und diejenige Ellipse, in welcher die Diagonalen zugeordnete Durchmesser sind. Die Hauptachse dieser Ellipse ist mit L gleichlaufend und gleich $x\sqrt{2}$; die Nebenachse sei $2p$, dann ist $\cos\varphi = p\sqrt{2} : x$ und $b^2 + c^2 = \frac{1}{2}x^2 + p^2$ und $bc\sin\alpha = \frac{1}{2}px\sqrt{2}$. Aus diesen drei Gleichungen erhält man dann die in der ersten Auflösung gefundenen Werte. Stegemann (Prenzlau).

3. Auflösung. Verallgemeinerung. $CB_1A_1D_1$ sei ein beliebiges Parallelogramm. Man denke E um ihre Spur bis zum Zusammenfall mit der Grundebene gedreht, wodurch B_1 und A_1 in die Lage B_0 und A_0 kommen mögen, dann sind bekanntlich B_0B und A_0A lotrecht zur Spur. Errichtet man über AB ein Dreieck ABF, welches mit A_0B_0C gleichwendig ähnlich ist, so daſs $A_0A_1B_0B_1CF$ entsprechende Punktpaare sind, und ist G der Schnittpunkt von FB und CB_0, so ist der zweite Schnittpunkt K der Kreise um FCG und BB_0G der Doppelpunkt der drei Paare entsprechender Seiten der ähnlichen Dreiecke; weil aber B_0B und A_0A parallel sind, so ist K der Schnittpunkt von A_0B_0 mit AB, und weil $A_0A : B_0B = A_1A : B_1B$, so ist K ein Punkt der Spur und CK ist die Spur. Schneidet nun der Kreis M um FCG die Gerade AB noch in H und steht B_0B in I auf CK lotrecht, so ergiebt die Ähnlichkeit

der Dreiecke B_0IC und HGK, dafs M in AB liegt, und damit ist der Kreis M eindeutig bestimmt. Es ist $\cos\varphi = BI : B_0I$, und die Punkte B_0A_0 können nun leicht mit Hülfe des Kreises um BGK oder der Lote von A und B auf CK gezeichnet werden. Für den vorgelegten Sonderfall ergiebt sich sofort, dafs die Spur CK die Halbierungslinie des Winkels FCG ist, dafs $CB_0 = x = \frac{1}{2}(CG + CF)$ ist und dafs $\cos\varphi = (CG - CF) : (CG + CF)$ ist.

Köcker (Stettin). Weiler (Zürich).

Die Aufgabe ist behandelt in Dr. A. Weiler in Zürich „Neue Behandlung der Parallelprojektionen und der Axonometrie". Leipzig 1889. Teubner.

1355. (Gestellt von Rulf XXVI_1, 28.) In einem Trapez $ABCD$ soll zu den Parallelen $AB = a$ und $CD = c$ eine Parallele so gezogen werden, dafs dasselbe in zwei ähnliche Trapeze zerfällt. Wie verhalten sich die Flächen F_1 und F_2 der letzteren zu einander?

Auflösung: Da $F_1 \sim F_2$ ist, so verhält sich $a : x = x : c$, mithin $x^2 = ac$. Ferner $F_1 : F_2 = a^2 : x^2 = a^2 : ac = a : c$.

Beseke (Wolfenbüttel). von Frank (Graz). Fuhrmann. Glaser. Haberland. Handel (Reichenbach i. Schlesien). Hellmann. Isak (Pilsen). Kniat (Rössel). Knops (Essen). von Miorini. Richter (Leipzig). Ritgen (Schlettstadt). Rulf (Wien). Rummler. Steckelberg. Stegemann. Stoll. Vollhering (Bautzen). Weinmeister (Leipzig). Zander.

1356—1360. (Gestellt von v. Jettmar XXVI_1, 28.)

1356. Beschreibt man um die Eckpunkte des Dreiecks $A_1A_2A_3$ Kreise, deren Peripherien bez. durch die Mittelpunkte der Gegenseiten gehen, so liegt das Potenzcentrum P_1 dieser drei Kreise in der Eulerschen Geraden zwischen Schwerpunkt S und Höhenschnittpunkt H und es verhält sich $SP_1 : P_1H = 5:3$.

1357. Beschreibt man um die Mittelpunkte der Seiten des Dreiecks $A_1A_2A_3$ Kreise, deren Peripherien bez. durch die Gegeneckpunkte gehen, so liegt das Potenzcentrum P_2 dieser Kreise in der Eulerschen Geraden auf derselben Seite vom Schwerpunkt wie der Mittelpunkt M des Umkreises und es verhält sich $SM : MP_2 = 1:3$.

1358. Beschreibt man um die Eckpunkte Kreise, deren Radien bez. gleich den Gegenseiten sind, so fällt das Potenzcentrum dieser Kreise mit P_2 zusammen.

1359. Beschreibt man um die Mittelpunkte der Seiten Kreise, deren Radien bez. gleich diesen Seiten sind, so liegt das Potenzcentrum P_3 dieser Kreise in der Eulerschen Geraden auf der Seite, wo H liegt, und es verhält sich $SH : HP_3 = 4 : 7$.

1360. Der Ort des Potenzcentrums auf der Eulerschen Geraden ist zu bestimmen, wenn a) und b) in Aufgabe 1356 und 1357 die Radien der Kreise bez. mt_1, mt_2, mt_3; c und d) in Aufgabe 1358

und 1359 bez. $= ma_1, ma_2, ma_3$ gesetzt werden, wo m eine beliebige Verhältniszahl, t_1, t_2, t_3 die Abstände der Eckpunkte von den Mitten der Seiten, a_1, a_2, a_3 die Seiten der Dreiecke bezeichnen.

Auflösung: 1. Lösung. Das Dreieck sei $A_1 A_2 A_3$, Umkreismittelpunkt, Schwerpunkt und Höhenschnitt seien M, S, H und S sei Ursprung rechtwinkliger Koordinatenachsen. Die Koordinaten der Ecken seien der Reihe nach $x_1 y_1$, $x_2 y_2$, $x_3 y_3$, dann ist $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ und $y_1 + y_2 + y_3 = 0$. Die Gleichungen der Mittellote zu $A_2 A_3$ und $A_3 A_1$ sind: $y - \frac{1}{2}(y_2 + y_3) = -\frac{x_2 - x_3}{y_2 - y_3}\left[x - \frac{1}{2}(x_2 + x_3)\right]$ und $y - \frac{1}{2}(y_3 + y_1) = -\frac{x_3 - x_1}{y_3 - y_1}\left[x - \frac{1}{2}(x_3 + x_1)\right]$. Daher die Koordinaten von M, nämlich

$$x_M = \frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^2(y_2 - y_3) + x_2^2(y_3 - y_1) + x_3^2(y_1 - y_2) - (y_2 - y_3)(y_3 - y_1)(y_1 - y_2)}{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\Sigma(x_1^2 + y_1^2)(y_2 - y_3)}{2\Delta} \text{ und } y_M = -\frac{1}{2} \frac{\Sigma(x_1^2 + y_1^2)(x_2 - x_3)}{2\Delta}$$

Ebenso findet man $x_H = -\frac{\Sigma(x_1^2 + y_1^2)(y_2 - y_3)}{2\Delta}$, $y_H = \frac{\Sigma(x_1^2 + y_1^2)(x_2 - x_3)}{2\Delta}$; werden die letzten Brüche mit X und Y bezeichnet, so ist die Gleichung der Eulerschen Geraden: $Xy + Yx = 0$. Die Gleichungen der Kreise um A_1 und A_2 sind: $(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = t_1^2 \cdot m^2 = m^2 \cdot \frac{9}{4} \cdot (x_1^2 + y_1^2)$ und $(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = m^2 t^2 = \frac{9}{4} m^2 (x_2^2 + y_2^2)$, mithin die Gleichung der Potenzlinie: $2x(x_1 - x_2) + 2y(y_1 - y) = x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 - \frac{9}{4} m^2 (x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2) = (1 - \frac{9}{4} m^2)(x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2)$; ebenso ist die Gleichung der Potenzlinie der Kreise um A_2 und A_3: $2x(x_2 - x_3) + 2y(y_2 - y_3) = (1 - \frac{9}{4} m^2)(x_2^2 - x_3^2 + y_2^2 - y_3^2)$ und daraus die Koordinaten des Potenzpunktes $x = -\frac{1}{8}(9m^2 - 4)X$, $y = \frac{1}{8}(9m^2 - 4)Y$. Für die Kreise um die Seitenmitten hat man: $(x + \frac{1}{2}x_1)^2 + (y + \frac{1}{2}y_1)^2 = \frac{9}{4} m^2 (x_1^2 + y_1^2)$ und $(x + \frac{1}{2}x_2)^2 + (y + \frac{1}{2}y_2)^2 = \frac{9}{4} \cdot m^2 \cdot (x_2^2 + y_2^2)$ und daraus die Koordinaten des Potenzpunktes $x = \frac{1}{4} \cdot (9m^2 - 1)X$, $y = -\frac{1}{4}(9m^2 - 1)Y$. Sind die Halbmesser den Seiten proportional, so ergiebt sich für die Koordinaten des Potenzpunktes $x = \frac{1}{2}(3m^2 + 1)X$, $y = -\frac{1}{2}(3m^2 + 1)Y$, beziehlich $x = -\frac{1}{4} \cdot (12m^2 + 1)X$, $y = \frac{1}{4} \cdot (12m^2 + 1)Y$.

HELLMANN. VON JETTMAR (Wien). STOLL.

2. Lösung: a) Q sei der Schnittpunkt von $A_1 A_2$ mit der Potenzlinie der Kreise (A_1, mt_1) und (A_2, mt_2), dann ist $A_1 Q^2 - A_2 Q^2 = m^2 (t_1^2 - t_2^2)$. Ist M_3 Mitte von $A_1 A_2$, H_3 Fufs der Höhe h_3, und setzt man $M_3 H_3 = d$, $M_3 Q = x$ (welches positiv sei,

wenn Q mit H_3 auf derselben Seite von M_3 liegt), so ist $A_1 Q^2 - A_2 Q^2 = 2 a_3 x$ und $A_1^2 - A_2^2 = \frac{3}{4}(a_2^2 - a_1^2) = \frac{3}{4} \cdot 2 a_3 d$, mithin: 1) $x = \frac{3}{4} m^2 d$. Da x nur von m und d abhängt, so ist klar, dafs der Potenzpunkt P auf der Eulerschen Geraden liegt.

b) Man kann das Mittendreieck $M_1 M_2 M_3$ als Grunddreieck betrachten, dann sind die Halbmesser der Kreise um die Ecken $2 m t_1$, $2 m t_2$, $2 m t_3$. Wird $M_1 M_2$ von $M_3 A_3$ in N, von $M_3 M$ in O, von PQ in R getroffen, so ist $M_3 Q = x = OR = NR - NO$. Wendet man nun Gleichung 1) auf $M_1 M_2 M_3$ an, so erhält man $NR = 3 m^2 \cdot NO$, mithin $x = (3 m^2 - 1) NO$, oder, da $NO = -\frac{1}{2} d$ ist, 2) $x = -\frac{1}{2} \cdot (3 m^2 - 1) d$.

c) Es ist $A_1 Q^2 - A_2 Q^2 = m^2 (a_1^2 - a_2^2) = 2 a_3 x$, und da $a_1^2 - a_2^2 = -2 a_3 d$ ist, so ergiebt sich: 3) $x = -m^2 d$.

d) Wendet man Gleichung 3) auf $M_1 M_2 M_3$ an, so erhält man $NR = -4 m^2 NO$, mithin $x = NR - NO = -(4m^2 + 1) NO$ oder 4) $x = \frac{1}{2} \cdot (4m^2 + 1) d$.

Beseke. Bökle. Fuhrmann. Glaser. Rummler. Steckelberg. Stegemann.

1361. (Gestellt von Rulf XXVI_1, 28.) Zieht man durch jede Ecke eines Dreiecks eine Transversale so, dafs sich dieselben in einem Punkte schneiden, und bestimmt man zu dem Schnittpunkte der Transversale mit der gegenüberliegenden Seite des Dreiecks in Bezug auf die Ecken derselben den vierten harmonischen Punkt, so liegen die gefundenen drei Punkte in einer Geraden.

Dieser Satz findet sich in jedem elementaren Lehrbuch der Planimetrie, welches die Transversalen-Theorie behandelt. z. B. bei Lieber und von Lühmann. Leitfaden der Elementar-Mathematik, 1. Teil, § 141, Lehrsatz 1, woselbst sich auch im Lehrsatz 4 die Umkehrung des Satzes findet.

Beseke. Beyel. Fuhrmann. Glaser. Handel. Hellmann. Kniat. von Miorini. Reisky (Gleiwitz). Ritgen. Rulf. Rummler. Steckelberg. Stegemann. Stoll. Zander.

1362. (Gestellt von Stoll XXVI_2, 109.) Wenn e_1, e_2, e_3 die Entfernungen eines Punktes von den Ecken eines Dreiecks ABC und α', β', γ' die Sehwinkel bedeuten, unter denen dieselben von diesem Punkt aus erscheinen, so ist $e_1 = 2r \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma \cdot \sin(\alpha' - \alpha) : W$, $e_2 = 2r \cdot \sin\gamma \cdot \sin\alpha \cdot \sin(\beta' - \beta) : W$, $e_3 = 2r \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot (\sin\gamma' - \gamma) : W$, wo man unter W einen der beiden identischen Ausdrücke

$$\overline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$$
$$\iota\,\alpha' \sin\beta \cdot \sin\gamma \sin(\alpha' - \alpha) + \sin\beta' \sin\gamma \sin\alpha \cdot \sin(\beta' - \beta) + \sin\gamma' \sin\alpha \cdot \sin\beta \sin(\gamma' - \gamma)$$

oder

$$\overline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$$
$$\iota\,\alpha \cdot \sin\alpha' \sin(\beta' - \beta) \sin(\gamma' - \gamma) + \sin\beta \cdot \sin\beta' \sin(\gamma' - \gamma) \sin(\alpha' - \alpha) + \sin\gamma \cdot \sin\gamma' \sin(\alpha' - \alpha) \sin(\beta' - \beta)$$

zu verstehen hat. Wenn man die Sehwinkel so ausdeutet, dafs immer $\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^0$ ist, so gilt der Satz auch für Punkte

aufserhalb des Dreiecks. Derselbe ist eine neue Form der Lösung der Pothenotschen (Snellschen) Aufgabe.

Auflösung: Man hat zunächst $e_2^2 + e_3^2 - 2e_2e_3 \cos\alpha' = a^2$ und $\sin\alpha'^2 = \sin\beta'^2 + \sin\gamma'^2 + 2\cdot\sin\beta'\sin\gamma'\cos\alpha'$. Multipliziert man die erste dieser Gleichungen mit $\sin\beta'\sin\gamma'$ und benutzt die zweite, so erhält man: $e_2^2\sin\beta'\sin\gamma' + e_3^2\sin\beta'\cdot\sin\gamma' + e_2e_3 (\sin\beta'^2 + \sin\gamma'^2 - \sin\alpha'^2) = a^2\sin\beta'\sin\gamma'$ oder in anderer Form: $(e_2\sin\beta' + e_3\sin\gamma')(e_2\sin\gamma' + e_3\sin\beta') = a^2\cdot\sin\beta'\sin\gamma' + e_2e_3 \sin\alpha'^2$. Die Addition von $e_1\sin\alpha(e_2\sin\gamma' + e_3\sin\beta')$ auf beiden Seiten ergiebt: $(e_1\sin\alpha' + e_2\cdot\sin\beta' + e_3\sin\gamma')(e_2\cdot\sin\gamma' + e_3\sin\beta') = a^2\cdot\sin\beta'\sin\gamma' + \sin\alpha'(e_2e_3\sin\alpha' + e_3e_1\sin\beta' + e_1e_2\cdot\sin\gamma')$ Der zweite Posten auf der rechten Seite ist aber gleich dem doppelten Flächeninhalt $2F$ des Dreiecks ABC; wenn man also noch mit $\sin\alpha'$ multipliziert, so wird diese Gleichung: $(e_1\sin\alpha' + e_2\cdot\sin\beta' + e_3\cdot\sin\gamma')(e_2\sin\gamma'\sin\alpha' + e_3\sin\alpha'\sin\beta') = a^2\sin\alpha'\sin\beta'\sin\gamma' + 2\cdot F\sin\alpha'^2$. In ähnlicher Weise erhält man noch: $(e_1\sin\alpha' + e_2\cdot\sin\beta' + e_3\cdot\sin\gamma')(e_3\sin\alpha'\sin\beta' + e_1\sin\beta'\sin\gamma') = b^2\sin\alpha'\sin\beta'\sin\gamma' + 2F\sin\beta'^2$ und: $(e_1\sin\alpha' + e_2\sin\beta' + e_3\sin\gamma')(e_1\sin\beta'\sin\gamma' + e_2\sin\gamma'\sin\alpha') = c^2\sin\alpha'\sin\beta'\sin\gamma' + 2\cdot F\sin\gamma'^2$. Addiert man die zwei letzten Gleichungen und zieht die erste ab, so erhält man mit Berücksichtigung der Relationen: $b^2 + c^2 - a^2 = 2bc\cdot\cos\alpha$ und $\sin\beta'^2 + \sin\gamma'^2 - \sin\alpha'^2 = -2\cdot\sin\beta'\sin\gamma'\cos\alpha'$: $2\cdot(e_1\sin\alpha' + e_2\cdot\sin\beta' + e_3\cdot\sin\gamma')e_1\sin\beta'\sin\gamma' = 2bc\cdot\sin\alpha'\sin\beta'\sin\gamma'\cos\alpha - 4F\sin\beta'\sin\gamma'\cos\alpha'$, oder, wenn man mit $2\cdot\sin\beta'\sin\gamma'$ dividiert und $2F = bc\cdot\sin\alpha$ setzt: $(e_1\sin\alpha' + e_2\sin\beta' + e_3\sin\gamma')e_1 = bc\cdot\sin\alpha'\cos\alpha - bc\sin\alpha\cdot\cos\alpha' = 4r^2\sin\beta\cdot\sin\gamma\sin(\alpha' - \alpha)$. In ähnlicher Weise findet man die Gleichungen: $(e_1\sin\alpha' + e_2\cdot\sin\beta' + e_3\cdot\sin\gamma')e_2 = 4r^2\sin\gamma\cdot\sin\alpha\cdot\sin(\beta' - \beta)$ und $(e_1\sin\alpha' + e_2\cdot\sin\beta' + e_3\cdot\sin\gamma')e_3 = 4r^2 \sin\alpha\cdot\sin\beta\cdot\sin(\gamma' - \gamma)$. Multipliziert man die erste dieser Gleichungen mit $\sin\alpha'$, die zweite mit $\sin\beta'$, die dritte mit $\sin\gamma'$ und addiert, so kommt: $(e_1\sin\alpha' + e_2\sin\beta' + e_3\cdot\sin\gamma')^2 = 4r^2 [\sin\alpha'\cdot\sin\beta\cdot\sin\gamma\cdot\sin(\alpha' - \alpha) + \sin\beta'\sin\gamma\cdot\sin\alpha\cdot\sin(\beta' - \beta) + \sin\gamma'\cdot\sin\alpha\cdot\sin\cdot\beta\cdot\sin(\gamma' - \gamma)]$. Man kann aber auch das Produkt der zweiten und dritten Gleichung mit $\sin\alpha'$, das der dritten und ersten mit $\sin\beta'$, das der ersten und zweiten mit $\sin\gamma'$ multiplizieren und dann addieren, so kommt: $(e_1\sin\alpha' + e_2\cdot\sin\beta' + e_3\sin\gamma')^2\cdot 2F = 16r^4\sin\alpha\cdot\sin\beta\cdot\sin\gamma\cdot[\sin\alpha\cdot\sin\alpha'\sin(\beta' - \beta) \sin(\gamma' - \gamma) + \sin\beta\cdot\sin\beta'\sin(\gamma' - \gamma)\sin(\alpha' - \alpha) + \sin\gamma\sin\gamma'\cdot \sin(\alpha' - \alpha)\sin(\beta' - \beta)]$ oder, weil $2F = 4r^2\sin\alpha\sin\beta\cdot\sin\gamma$: $(e_1\sin\alpha' + e_2\cdot\sin\beta' + e_3\sin\gamma') = 4r^2 [\sin\alpha\cdot\sin\alpha'\sin(\beta' - \beta) \sin(\gamma' - \gamma) + \sin\beta\cdot\sin\beta'\sin(\gamma' - \gamma)\cdot\sin(\alpha' - \alpha) + \sin\gamma\cdot\sin\gamma' \sin(\alpha' - \alpha)\sin(\beta' - \beta)]$. Vgl. übrigens den 19. Jahrgang der Zeitschr. f. Math. u. Phys. 433, wo Herr Geheimrat Schlömilch den Grundgedanken dieser Lösung entwickelt, aber zu der Form nach verschiedenen Resultaten gelangt. Glaser. Massfeller (Montabaur). Stoll.

1363. (Gestellt von Stoll XXVI$_2$, 109.) Bei welchem unter allen Dreiecken, welche die nämliche Grundlinie und den nämlichen Winkel an der Spitze haben, erreicht die Entfernung der beiden Brocardschen (Crelleschen) Punkte ein Maximum?

Auflösung: Im Dreiecke ABC sei gegeben Seite c und $\sphericalangle \gamma$; dann ist auch r besimmt. Ist nun e der Radius des Brocardschen Kreises, ϑ der Brocardsche Winkel, so ist $e = \frac{r\sqrt{1 - 4\sin^2\vartheta}}{2\cos\vartheta}$ und die Entfernung der Brocardschen Punkte $OO' = 2e\sin 2\vartheta = 2r \cdot \sin\vartheta \sqrt{1 - 4\sin^2\vartheta}$. Hiernach ist die Strecke OO' nur von ϑ abhängig und erreicht ihr Maximum, wenn $8\sin^2\vartheta = 1$, also $\sin\vartheta = \frac{1}{4}\sqrt{2}$ oder $\cot\vartheta = \sqrt{7}$ ist. Nun ist $\cot\vartheta = \cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma$, oder, wenn man $\alpha = 90^0 - \frac{1}{2}\gamma + \delta$ und $\beta = 90^0 - \frac{1}{2}\gamma - \delta$ setzt, $\cot\vartheta = tg\left(\frac{1}{2}\gamma - \delta\right) + tg\left(\frac{1}{2}\gamma + \delta\right) + \cot\gamma$; folglich: $\sqrt{7} = \frac{\sin\gamma}{\cos^2\frac{1}{2}\gamma - \sin^2\delta} + \cot\gamma$, woraus sich ergiebt: $\sin\delta^2 = \cos\frac{1}{2}\gamma^2 - \frac{\sin\gamma}{\sqrt{7} - \cot\gamma}$. Dadurch ist Dreieck ABC bestimmt.

Fuhrmann. Glaser. Isak. Stegemann. Stoll.

B. Neue Aufgaben.

1436. Welchen Wert hat das Verhältnis $x : y : z$, wenn $x : y : z = (y - z) : (z - x) : (x - y)$ ist? Emmerich (Mülheim-Ruhr).

1437. Man fälle von einem beliebigen Punkte L die Normalen x, y, z bez. auf die Seiten a, b, c eines Dreiecks ABC. x schneide b, c in B_x, C_x, y schneide a, c in A_y, C_y und z schneide a, b in A_z, B_z. Dann gehen durch AB_zC_y, BC_xA_z und CA_yB_x drei Kreise, welche sich in einem Punkte schneiden. Beyel (Zürich).

1438. Gegeben sei ein Kreis, auf welchem ein Punkt A liege. Die rechtwinklige Ecke eines Dreiecks werde in A festgehalten, während eine zweite Ecke den Kreis durchläuft und die Hypotenuse stets eine gegebene Richtung hat. Welches ist der Ort der dritten Ecke? Beyel (Zürich).

1439. Legt man durch einen beliebigen Punkt eines Kegelschnitts jene beiden Kreise, deren Mittelpunkte die Brennpunkte sind, so geht die Kegelschnittstangente in jenem Punkte durch den einen, die Normale durch den anderen Ähnlichkeitspunkt der beiden Kreise. von Miorini (Pola).

1440. Eine Tangente eines Kegelschnitts, deren Berührungspunkt von der Hauptachse um d entfernt ist, bilde mit den Brenn-

strahlen ihres Berührungspunktes je den Winkel α. Bezeichnet man das durch die Hauptscheiteltangenten begrenzte Stück der Tangente durch $2s$ und die Länge der Nebenachse durch $2b$, so ist $b^2 = d \cdot s \cdot \sin \alpha$. Handel (Reichenbach i. Schles.).

1441. Wenn eine Tangente eines Kreises durch zwei parallele Tangenten begrenzt wird, so ist der Radius r des Kreises die mittlere Proportionale zwischen der halben Länge der Tangente und dem Abstand d ihres Berührungspunktes vom Berührungsdurchmesser der parallelen Tangenten. Handel.

1442. Auf den Dreiecksseiten BC, CA, AB liegen der Reihe nach die Punkte P, Q, R so, daſs $PB = PR$ und $PC = PQ$ ist. Welche Kurve umhüllt QR, wenn sich P auf BC fortbewegt? Die Bestimmungsstücke derselben sind anzugeben. Stoll (Bensheim).

1443. Auf den Dreiecksseiten BC, CA, AB liegen der Reihe nach die Punkte P, Q, R so, daſs $BR = PR$ und $CQ = PQ$ ist. Welche Kurve umhüllt QR, wenn sich P auf BC fortbewegt? Die Bestimmungsstücke derselben sind anzugeben. Stoll (Bensheim).

1444. Auf den Dreiecksseiten BC, CA, AB liegen der Reihe nach die Punkte P, Q, R so, daſs $BR = BP$ und $CQ = CP$ ist. Welche Kurve umhüllt QR, wenn sich P auf BC fortbewegt? Die Bestimmungsstücke derselben sind anzugeben. Stoll (Bensheim).

1445. Ein Parallelogramm zu zeichnen, wenn die Diagonalen und das Verhältnis der Grundlinie zur zugehörigen Höhe gegeben sind. Knops (Essen).

1446. Für welche Art von Kreisvierecken existiert der Winkelgegenpunkt M' des Umkreismittelpunktes M? Emmerich (Mülheim-Ruhr).

1447. O und O_1 seien die isogonischen Punkte des Dreiecks ABC; dann sind die Tangenten in A, B, C an die Kreise OO_1A, OO_1B, OO_1C parallel der Eulerschen Geraden. Kücker (Stettin).

1448. O, O_1, S seien die isogonischen Punkte und der Schwerpunkt des Dreiecks ABC; dann werden die drei Winkel, welche die Geraden OS und O_1S einschlieſsen, von den Richtungen der Strahlenpaare OA, O_1A und OB, O_1B und OC, O_1C in drei gleiche Teile geteilt. Kücker (Stettin).

1449. Die isogonischen Punkte und die Brennpunkte der eingeschriebenen Steinerschen Ellipse sind die Eckpunkte eines harmonischen Vierecks. Kücker (Stettin).

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Die von den Redakteuren des A.-R. gegebenen Lösungen sind mit einem † bezeichnet.

Gleichungen.

724. Die Wurzeln der Gleichung

$$x^4 = \frac{9x^7 + 9x^6 + 9x^5 + 5x^4 + 9x^3 + 9x^2 + 9x + 13}{4x^4 - 4}$$ zu finden.

Auflösung.† $4x^8 - \frac{9(x^8 - x)}{x - 1} - 13 = 0$; $4x^9 - 4x^8 - 9x^8 + 9x - 13x + 13 = 0$ oder $x^8(4x - 13) - (4x - 13) = 0$ oder $(x^8 - 1)(4x - 13) = 0$ oder $(x^8 - 1)(4x - 13) = 0$. Da die Gleichung mit $x - 1$ multipliziert ist, so mufs der Faktor $x - 1$ ausgeschieden werden; mithin ist $(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)(4x - 13) = 0$. Die Wurzeln sind daher -1, $\pm i$, $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(1 \pm i)$, $\frac{13}{4}$. Aus $x^4 + 1 = 0$ ergiebt sich nämlich $x^2 + \frac{1}{x^2} = 0$; wird $x + \frac{1}{x} = y$ gesetzt, so findet man $y^2 = 2$, $y = \pm\sqrt{2}$ also $x + \frac{1}{x} = \pm\sqrt{2}$ und hieraus $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}(1 \pm i)$. Nyt Tidsskrift.

725. $u^4 + 11u^3 + 44u^2 + 132u + 144 = 0$ zu lösen.

Auflösung. $u^4 + 12^2 + 11u(u^2 + 12) + 44u^2 = 0$ oder $u^2 + \left(\frac{12}{u}\right)^2 + 11\left(u + \frac{12}{u}\right) + 44 = 0$; mithin $\left(u + \frac{12}{u}\right)^2 + 11\left(u + \frac{12}{u}\right) = -20$ oder $u + \frac{12}{u} = -\frac{11}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{41}$ u. s. w. Educat. Times.

726. $(x + 2)^2 + 2(x + 2)\sqrt{x} - 2x - 3\sqrt{x} - 46 = 0$.

Auflösung. $(x + 2)^2 + 2(x + 2)\sqrt{x} + x - 3x - 3\sqrt{x} - 46 = 0$ oder $(x + 2 + \sqrt{x})^2 - 3(x + \sqrt{x} + 2) = 40$ woraus sich $x = 9, 4, \frac{1}{2}(-13 \pm 3i\sqrt{3})$ ergiebt. Educat. Times.

727. $4x^4 + 4x^3 + 13x^2 + 6x + 8 = 0$.

Auflösung. $4x^4 + 4x^3 + x^2 + 12x^2 + 6x + 8 = 0$; also $(2x^2 + x)^2 + 6(2x^2 + x) = -8$; mithin $x = \frac{1}{4}(-1 \pm i\sqrt{15})$; $\frac{1}{4}(-1 \pm i\sqrt{31})$. Mathesis.

728. $(a - b)x^4 + 2(b - c)x^3 + 2ax^2 + 2(b - c)x + a + b = 0$.

Auflösung.† $(a - b)\left[x^4 + \frac{2a}{a - b}x^2 + \frac{a + b}{a - b}\right] + 2(b - c)x(x^2 + 1) = 0$; also $(a - b)\left[\left(x^2 + \frac{a}{a - b}\right)^2 - \frac{b^2}{(a - b^2}\right]$

$+2(b-c)x(x^2+1)=0$; oder $(x^2(a-b)+(a+b))(x^2+1)$ $+2(b-c)x(x^2+1)=0$; mithin $x=\pm i$; ferner $x^2+\frac{2(b-c)}{a-b}x$ $+\frac{a+b}{a-b}=0$; also $x=\frac{-(b-c)\pm\sqrt{(b-c)^2-(a^2-b^2)}}{a-b}$.

Mathesis.

729. $\frac{a^2}{5y}+\frac{1}{5x}=\frac{a}{xy}$ (1) $3ax-a=2y$ (2)

Auflösung. $x=\frac{11}{2a+3}$; $y=\frac{a(15-a)}{3+2a}$.

Mathesis.

730. Folgende Gleichung aufzulösen:

$$\begin{vmatrix} p^3 & q^3 & r^3 \\ (p+x)^3 & (q+x)^3 & (r+x)^3 \\ (2p+x)^3 & (2q+x)^3 & (2r+x)^3 \end{vmatrix}=0.$$

Auflösung.† Man entwickele die dritten Potenzen, lasse die erste Horizontalreihe stehen, subtrahiere die 1. von der 2. und die mit 8 multiplizierte erste Horizontalreihe von der dritten. In der so erhaltenen Determinante lasse man die erste und zweite Horizontalreihe stehen und subtrahiere die zweite von der dritten; jetzt lasse man die erste und dritte Horizontalreihe stehen und subtrahiere die dritte von der zweiten, so erhält man

$$\begin{vmatrix} p^3 & q^3 & r^3 \\ 2p+x & 2q+x & 2r+x \\ 3p^2+px & 3q^2+qx & 3r^2+rx \end{vmatrix}=0.$$

Hierin lasse man die erste Vertikalreihe stehen, subtrahiere die zweite von der ersten, und die dritte von der ersten. Jetzt lasse man die erste und zweite Vertikalreihe stehen und subtrahiere die dritte von der zweiten, so erhält man

$$\begin{vmatrix} p^3 & p^2+pq+q^2 & p+q+r \\ 2p+x & 2 & 0 \\ 3p^2+px & 3p+3q+x & 3 \end{vmatrix}=0,$$

woraus sich die Gleichung $x^2(p+q+r)+3x(pq+pr+qr)$ $+6pqr=0$ ergiebt. Bei der Umwandlung der Determinante hat sich schon $x=0$ ergeben.

Mathesis.

731. $\sqrt{x+a^2}-\sqrt[3]{x}=a$.

Auflösung.† $\sqrt{x+a^2}=a+\sqrt[3]{x}$, also $x=\sqrt[3]{x^2}+2a\sqrt[3]{x}$ und also $\sqrt[3]{x}\left(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}-2a\right)=0$. Entweder $\sqrt[3]{x}=0$, also $x=0$ oder $\sqrt[3]{x}=\frac{1}{2}\left(1\pm\sqrt{1+8a}\right)$.

Nyt Tidsskrift.

732. $\sqrt[3]{1-x}+\sqrt{2x}=1$.

Auflösung.† $1-x=1-3\sqrt{2x}+6x-2x\sqrt{2x}$ oder $\sqrt{2x}(3+2x)=7x$, also $x=0$; mithin $\sqrt{2}\,(3+2x)=7\sqrt{x}$ oder $18+24x+8x^2=49x$ oder $8x^2-25x+18=0$; mithin $x=\frac{25}{16}\pm\frac{7}{16}$; $x_1=2$; $x_2=\frac{9}{8}$. Nyt Tidsskrift.

733. $\sqrt{(x-a)^2+(x-b)^2}+\sqrt{(x-c)^2+(x-d)^2}=\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$.

Auflösung. Quadriert man die Gleichung, isoliert dann die Wurzel, quadriert nochmals und ordnet dann, so erhält man $x^2(a-b-c+d)^2-2(a-b-c+d)(ad-bc)x+(ad-bc)^2=0$, also $x=\frac{ad-bc}{a-b-c+d}$. Denselben Wert erhält man für x, wenn man die Bedingung dafür sucht, dafs die drei Punkte (x,x), (a,b), (c,d) in gerader Linie liegen, also x berechnet aus $\begin{vmatrix} x & x & 1 \\ a & b & 1 \\ c_1 & d & 1 \end{vmatrix}=0$.

Nyt Tidsskrift.

734. $2x^3-5x^2y-5xy^2+2y^3=a\,(1)$; $4x^3+x^2y+xy^2+4y^3=b(2)$.

Auflösung. $(x+y)\,(2x^2-7xy+2y^2)=a(1)$; $(x+y)(4x^2-3xy+4y^2)=b\,(2)$; also $\frac{2x^2-7xy+2y^2}{4x^2-3xy+4y^2}=\frac{a}{b}$; und wenn $\frac{x}{y}=z$ gesetzt wird, so ist $z^2-\frac{3a-7b}{2(2a-b)}z+1=0$, also $z=\frac{3a-7b\pm\sqrt{-5(11a-19b)(a-b)}}{4(2a-3b)}$ u. s. w. Beispiel $a=72$, $b=1530$; dann ist $x=7$; $y=2$. Educat. Times.

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Auflösungen sind eingegangen von Beseke 1369. 1373. 1374. 1378. 1408. 1412. 1413. von Frank 1370. 1381. 1387. Fuhrmann 1378—1381. 1387. 1389. 1390. 1393. 1400. 1405. Glaser 1408. 1409. 1412. 1413. 1416. Haberland 1381. 1411. 1412. Isak 1378—1382. 1387. 1389. 1390. Koch 1368. Lühmann 1379. 1381—1383. Lukácsi 1382. 1383. Mafsfeller 1362. 1364. 1365. 1367—1369. 1371—1375. 1377. von Miorini 1378. 1380—1383. 1387. 1389. 1390. Norrenberg 1400. 1401. Richter 1355. 1367. 1368. 1370. 1380—1382. 1387. 1389. 1390. 1393. 1394. Roesen 1364. 1365. 1369. Sievers 1393. Steckelberg 1364. 1367. 1368. 1370—1372. 1378. 1380—1382. 1387—1390. Stoll 1393. 1400. 1402. 1403. 1407—1409. 1411. 1413—1415. Stegemann 1408. 1409. 1411. 1413. 1417. 1418. Szeprethy 1376. Trognitz 1380—1382. 1387—1390. 1393. 1400. 1401.

Neue Aufgaben haben eingesendet: a) Mit Lösung Junker (1). von Miorini (1). Pietzker (1). Pilgrim (1). Rulf (1). b) Ohne Lösung von Frank (1). Junker (1). Kücker (3). Mating Sammler (1). Richter (1). Roesen (1).

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen und Anzeigen.

GÜNTHER, Dr. SIEGMUND (Prof. der technischen Hochschule München). Handbuch der mathematischen Geographie, mit 155 Abbildungen. Stuttgart, J. Engelhorn. 1890. XVI u. 793 S. gr. 8°.*) Preis 16 ℳ.

Was versteht man unter mathematischer Geographie? An diese Frage müssen wir näher herantreten, wenn wir das treffliche Buch des durch seine gründlichen Arbeiten bekannten Verfassers würdigen wollen. Denn bleibt es auch in jedem Falle der Kritik unbenommen, den Standpunkt eines Autors vor ihr Forum zu ziehen, — bei Beurteilung der Ausführung ist es Pflicht des Recensenten, sich auf den Standpunkt des Verfassers zu stellen. Wir fassen den Begriff der mathematischen Geographie (wir nennen sie lieber astronomische) anders als der Verfasser auf, und wir glauben, daſs wir mit unserer Auffassung sowohl mit den wissenschaftlichen als auch mit den populären Werken dieses Faches in Übereinstimmung stehen. Bedenken wir, daſs die Einteilung des Wissens in Wissenschaften eine Folge der Beschränktheit unseres Geistes ist, so wird es verständlich, daſs die Grenzen keiner einzigen derselben so feste sein können, daſs sie nicht mehr oder weniger in das Gebiet der anderen übergreifen. Bei der mathematischen Geographie ist dies mehr als bei irgend einer andern der Fall. Aber sowohl nach dem landläufigen als auch nach dem wissenschaftlichen Begriff versteht man unter mathematischer Geographie die Lehre von der Erde als Weltkörper, also ihre Beziehungen zu den andern, namentlich aber zu Sonne und Mond und die Einwirkung der Himmelskörper so weit erkenntlich auf dieselbe. So wird in allen gröſsern und ebenso in allen mir bekannten für die

*) Wegen des späten Erscheinens der Besprechung dieses Werkes muſs der Recensent um Entschuldigung bitten. Mannigfache Umstände, die hier anzuführen nicht am Platze wäre, tragen Schuld hieran. Indes will es scheinen, als ob es nicht so unzweckmäſsig wäre, wenn auf ein Werk, das nicht zu dem ephemeren gehört, und das bei seinem Erscheinen vielfach gewürdigt worden, auch nach längerer Zeit wieder die Aufmerksamkeit der betreffenden Kreise gelenkt würde.

Schule bestimmten geographischen Werken, in denen die mathematische Geographie einen Teil bildet, ihr Begriff aufgefafst: so von Klöden, von Daniel u. s. w. Epstein, dem wir ein vorzügliches Werk, das auch Günther vielfach citiert, verdanken*), meint, diese Disciplin dürfe als eine selbständige auch einen selbständigen Namen beanspruchen; denn „astronomische Geographie" sei eigentlich kein Name sondern eine Umschreibung, und nennt sie deshalb „Geonomie", analog dem Namen „Astronomie". Er definiert: „Die Geonomie ist die Wissenschaft von der Erde als Weltkörper." Der Verfasser des vorliegenden Werkes stellt nun eine andere Definition auf. Er sagt am Schlusse seiner „methodologisch-bibliographischen Einleitung" (S. 39): „Die mathematische Geographie hat den Zweck, die Lage irgend eines mit dem Erdkörper, resp. einer seiner drei Aufsenhüllen verschiedenen Aggregatszustandes fest verbundenen Punktes gegen ein im Raume unveränderlich angenommenes Koordinatensystem mit jener Schärfe zu bestimmen, welche dem augenblicklichen Stande der Theorie und Beobachtungskunst angepafst ist."

Überlegen wir, was diese Definition aussagt, so werden wir wohl finden, dafs im ganzen und grofsen aus ihr sich derselbe Inhalt ergiebt, wie aus den landläufigen, dafs sich derselbe aber durchaus nicht vollkommen mit dem deckt, der aus den landläufigen folgt. Es wäre in der That schwer nachzuweisen, was die Verschiedenheit der Jahreszeiten, ja der Zonen und noch manches andere, über das wir von der astronomischen oder mathematischen Geographie entschieden belehrt werden wollen, mit der Bestimmung der Koordinaten eines Punktes der drei Aufsenhüllen des Erdkörpers zu thun hat. Indes ist zu bemerken, dafs der Verf. die meisten der aus seiner Definition sich nicht ergebenden Teile trotz und im Gegensatz zu ihr in seinem Werke aufgenommen hat, wofür wir ihm nur Dank zu sagen haben. Von dem, was man in der mathematischen Geographie zu suchen gewohnt ist, fehlt vor allem die Erklärung von Ebbe und Flut.

Nach dem Gesagten wird derjenige, der in dem Güntherschen Werke eine mathematische Geographie im gewöhnlichen Sinne sucht, nur weniges vermissen; steht er aber auf dem Standpunkte des Verfassers, so wird er finden, dafs derselbe die Aufgabe, die er sich gestellt, mit Meisterschaft gelöst hat.

Gehen wir nun zu einer knappen Skizzierung des Werkes — einer knappen, da der reiche Inhalt eine ausführliche Besprechung

---

*) Epstein, Dr. Th., Lehrer an der Realschule „Philanthropin" in Frankfurt a./M. „Geonomie (mathematische Geographie) gestützt auf Beobachtung und elementare Berechnung. Gerolds Sohn, Wien 1888 (s. diese Ztsch. XX. Jhrg., S. 47).

nicht gestattet. — Übergehen wir das neun Seiten lange Vorwort, worin der Verfasser seinen Standpunkt dem Leser gegenüber auseinandersetzt*), so zerfällt der eigentliche Teil des Werkes in eine „methodologisch-bibliographische Einleitung" und drei Kapitel.

In der „methodologisch-bibliographischen Einleitung" S. 1—39 verfolgt der Verfasser in einer sehr gründlichen historischen Untersuchung zunächst die Entwicklung des Begriffes „Geographie", hierauf den der „mathematischen Geographie". Er zeigt, dafs „das ältere Griechentum von der wissenschaftlichen Bedeutung der Erdkunde überhaupt keine rechte Vorstellung gehabt", und erst Claudius Ptolomäus eine „sichere Grundlage geschaffen habe". Ptolomäus hielt mit „Ortsbestimmung und Kartenzeichnen" die Aufgabe der Geographie für erschöpft. Auf ihn folgt eine mehr als tausendjährige Stagnation (Römerzeit und Mittelalter). Erst zu Anfang des sechszehnten Jahrhunderts steht man einem Wendepunkte nahe: „noch ist die Geographie dem *„commun sense"* nach ein Anhängsel der Mathematik, allein es bereitet sich doch bereits eine Scheidung vor in eine mathematische Geographie einerseits und in eine das *γράφειν* betonende Geographie (Glareanus 1527) im engern Sinne anderseits"; ja Gemma Frisius (1556) specialisiert bereits:

„Cosmographie		*du Monde*
Geographie	*C'est à dire description*	*de la terre*
Chorographie		*des Regions*
Topographie		*des lieux"*.

Das siebente und die erste Hälfte des achtzehnten Jahrhunderts bezeichnet einen zwar langsamen, aber doch erkennbaren Fortschritt (Varenius 1664, Liebknecht 1712), bis endlich die Niederländer (Struyk 1740, Zulof 1780) die Geographie mächtig fördernd, die Grundlagen boten, dafs „von 1740 an die allgemeine oder mathematisch-physikalische Geographie der deskriptiven gegenübersteht". In dem Geiste der holländischen Vorarbeiten bewegen sich dann Forscher anderer Nationalitäten (der Schwede Bergman 1766), namentlich auch Deutsche (Mitterpacher v. Mitterburg 1789, Bode 1786). So kam endlich bei Beginn des gegenwärtigen Jahrhunderts die bei der Mehrzahl der Fachmänner feststehende Ansicht zur Geltung, dafs die Geographie in drei fundamentale Abteilungen zerfalle: in eine mathematische, eine naturwissenschaftliche

*) Der Verf. sagt S. I: „Eine Verständigung über den Inhalt der 'mathematischen Geographie' ist von vornherein dringend geboten; der Leser mufs durch die Vorrede bereits in den Stand gesetzt werden, sich ein Bild von dem zu machen, was das Buch ihm bieten werde, damit er auf der einen Seite nicht zu viel erwarte, aber auf der andern auch nicht durch die eingehende Erörterung solcher Fragen, welche man bisher nicht als im Vordergrunde stehend zu betrachten gewohnt war, sich enttäuscht fühle."

und eine beschreibend geschichtliche; „damit aber erhält die mathematische Geographie als solche, auch unabhängig von der mit ihr verschmolzenen physischen, ihr Bürgerrecht als selbständiges Grenzgebiet der Mathematik und Geographie".

Als die ersten, denen die Dreiteilung der Geographie völlig klar war, führt Günther Lichtenberg und Kästner (Ende des vor. Jahrh.) und von letzterem als Beweisstelle das folgende an: „Die mathematische Geographie betrachtet, was bey der Erde einer Ausmessung fähig ist. Man pflegt sie zuweilen die allgemeine zu nennen, unter welchem Namen man aber auch die physische Geographie mit begreift, und beyde zusammen der politischen entgegensetzt." — Aber auch Nichtmathematiker erkennen die Dreiteilung der Geographie an, so Gaspari (1819), der die mathematische Geographie so erklärt: „Die Erde kann bloſs als ein groſser Körper, als ein Teil der Welt, als ein Gegenstand der Meſskunde, d. i. in Rücksicht auf alles das, was an und bei ihr, als einem Körper meſsbar ist, betrachtet werden: dies geschieht in der mathematischen Geographie."

Indem nun der Verfasser auseinandersetzt, wie sich in der Folgezeit einerseits die Dreiteilung der Geographie gefestigt, wie anderseits der mathematischen Geographie selbst von bedeutenden Geographen eine volle Gleichberechtigung nicht zuerkannt wurde (Karl Ritter u. a.), ferner, wie die mathematische Geographie, je mehr wir uns der Gegenwart nähern, in einer stetig wachsenden Menge gröſserer und kleinerer Lehrbücher abgehandelt wurde, gelangt er dazu, folgende „scharfe Begriffsbestimmung für die drei Hauptteile der Geographie" mit den Worten festzustellen: „Die Erdkunde, dieses Wort in seiner gröſsten Allgemeinheit genommen, stellt für jede einzelne Stelle unseres Planeten drei Fragen: Wo befindet sich diese Stelle? Wie ist diese Stelle beschaffen? Weshalb ist die Beschaffenheit der Stelle gerade eben die an ihr constatierte? Auf das Wo? giebt die mathematische Geographie, auf das Wie? die Länder- und Völkerkunde, auf das Weshalb? endlich die von uns vollständig mit der „Geophysik" idendificierte physikalische Geographie Auskunft".

Es ist nach dem Vorhergehenden leicht ersichtlich, daſs die von Günther oben schon wörtlich angeführte Definition sowohl dem historischen Entwicklungsgang entspricht, als auch eine vollständige Beantwortung der Frage nach dem Wo? enthält. Zur Bewahrheitung der Übereinstimmung mit der historischen Entwicklung denke man an das von Claudius Ptolomäus, von Kästner und Gaspari oben Angeführte. Ptolomäus, dem die mathematische Geographie noch Geographie überhaupt ist, weil es eine andere noch nicht gab, verlangt allerdings auſser der Ortsbestimmung auch Kartenzeichnen, während unser Verfasser die Kartographie ausschlieſst; — aber in den andern beiden angeführten (und noch

mehreren nicht angeführten) Begriffserklärungen ist vom Kartenzeichnen nicht die Rede.

Anders, glauben wir, steht es mit der Fragestellung: Wo? Wie beschaffen? Weshalb? Wir meinen, dafs, wenn wir das Wort „Geographie“ hören, wir nicht immer und namentlich nicht, wenn wir „astronomische oder mathematische Geographie“ hören, an einen einzelnen Ort denken. Allerdings mufs, wenn auch nur für einen einzigen Punkt der Erde das Weshalb? vollkommen klar vorliegt, dieses das Allgemeine mit umfassen, um so mehr, wenn von allen Punkten; — aber eine Verrückung des Standpunktes scheint dies doch zu sein. Wir haben schon oben bemerkt, dafs wir mit dieser Definition nicht ganz übereinstimmen und dafs wir es dem Verfasser nur Dank wissen, dafs er sich nicht allzustreng an seine Definition gehalten und wir wiederholen hier, dafs der Leser nur weniges vermissen wird, was er in „mathematischen Geographien“ zu suchen gewohnt ist.

Aus seiner Definition zieht nun der Verfasser den Schlufs, dafs die mathematische Geographie in drei Kapitel zerfalle:

1. Gestalt und Gröfse der Erde,
2. Geographische Ortsbestimmungen auf der Erde selbst.
3. Die Erde als bewegter Körper im Raume.

Um die Art der Darstellung und zugleich die Gründlichkeit der historischen Forschung noch in etwas zu zeigen, sei bemerkt, dafs in der eben besprochenen Einleitung allein auf mehr als sechzig Quellen, davon achtzehn aus dem griechischen Altertum, hingewiesen wird, — ungerechnet die Hinweise auf Schriften über diese Quellen.

Es würde zu weit führen, wollten wir eine nur einigermafsen eingehende Besprechung der drei Kapitel, von denen das erste von S. 40—456, das zweite 457—595, das letzte 596—798 reicht, durchführen. Wir begnügen uns also mit folgender Charakterisierung.

In jedem der drei Kapitel wird jedes Detailproblem von seinem ersten Auftreten bis zu seiner gegenwärtigen Ausgestaltung verfolgt. Dabei werden nicht nur alle Apparate, die benutzt wurden und noch benutzt werden sowie deren Gebrauch erklärt und in musterhaften Illustrationen dargestellt, sondern es wird auch der Nachweis über die einschlägige Litteratur, oft bis zu den geringfügigsten Erscheinungen derselben gegeben.

Jedes Problem wird so weit thunlich zunächst elementar gelöst, dann aber mit Hülfe des höheren Calculs durchgeführt. Dadurch wird das Werk ein Wegweiser nicht nur für jene, die sich für das Lehrfach der Geographie an untern und Mittelschulen vorbereiten, sondern auch für jene, welche die mathematische Geographie vom höchsten wissenschaftlichen Standpunkt studieren, sie zu ihrem Forschungsgebiet machen wollen, um etwa eine Hochschulprofessur anzustreben. Solchen Kandidaten der akademischen Lauf-

bahn mufs aber das Werk auch dann empfohlen werden, wenn sie sich auch vorwiegend den andern Teilen der Geographie zuwenden wollten. Wir haben in diesen Blättern oft nachzuweisen Gelegenheit gehabt, welche Folgen die mangelhafte Kenntnis der mathematischen Geographie, die bei vielen unserer Mittelschulprofessoren nur zu häufig eine vollständige Unkenntnis ist, für deren Schüler nach sich zieht. Beiden Arten von Lesern giebt das Werk die sorgfältigsten Nachweise, sowohl über die litterarischen, als auch sonstigen Lehrbehelfe und charakterisiert diese, soweit wir in der Lage waren dies zu kontrollieren, meist richtig und hinreichend. Kurz gesagt: Es ist nicht nur eine mathematische Geographie sondern auch eine Geschichte und Methodik dieser Wissenschaft.

Dafs bei einem so grofs angelegten Werke sich hin und wieder Mängel einschleichen, seien es nun *lapsus calami* oder *memoriae*, weifs jeder. Aber ich halte es nicht für Aufgabe der Kritik, ja nicht einmal ihrer würdig, nach solchen zu schnüffeln. Ich glaube, Pflicht der Kritik sei, ein Buch zu charakterisieren, damit der Leser der Beurteilung wisse, ob ihm das Werk tauge oder nicht.

Das glaube ich gethan zu haben. Indes will ich von dem, was mir aufgefallen, zwei Punkte berühren, wodurch jedoch der Wert des Werkes nicht beeinträchtigt wird.

Auf S. 64 heifst es: „Während die bürgerliche Zeitrechnung nur von 12 Uhr mittags bis 12 Uhr nachts zählt und von da an die Zählung aufs neue beginnen läfst*), pflegt man in der Astronomie durch alle 24 Stunden hindurch zu zählen.“ Dies involviert eine Unklarheit, ob der Astronom am Vor- oder Nachmittag gleiches Datum mit dem bürgerlichen hat. Es hätte zugefügt werden sollen, der Astronom zählt die mittlere (Sonnen-) Zeit so, dafs er am Nachmittag und vor Mitternacht gleiches Datum mit dem bürgerlichen hat, nach Mitternacht und bis Mittag in der Datierung um eins zurück ist. Der erste Januar des Astronomen fängt nicht mit der Mitternacht des Sylvesterabends, sondern zu Mittag des Neujahrestages an. Ganz natürlich, da die vorzüglichste Arbeits- (Beobachtungs) Zeit für den Astronomen die Nacht ist, er also während ihres Verlaufs das Datum nicht ändern mag.

Etwas wichtiger scheint mir folgendes: Auf S. 750 wird von Kant und Mayer erwähnt, dafs sie in der Flutbewegung des Meeres einen retardierenden Einflufs auf die Rotationsgeschwindigkeit der Erde gesucht haben, während, wie erwähnt, von Flut im Buche sonst gar nicht die Rede ist, so dafs es für den Leser nicht einmal klar ist, ob hier die Gezeiten gemeint sind, oder überhaupt nur von Meeresfluten gesprochen wird. Vielleicht bringt diese Bemerkung

---

*) Besser wäre wohl zu sagen „von 12 Uhr nachts bis 12 Uhr mittags“, da das bürgerliche Datum um Mitternacht geändert wird.

den geehrten Herrn Verfasser doch auf den Gedanken, in einer zweiten Auflage das Allgemeine über Ebbe und Flut aufzunehmen.

Das Werk bildet einen Teil der von Prof. Dr. Friedrich Ratzel herausgegebenen „Bibliothek geographischer Handbücher".

Die Ausstattung ist eine sehr vorzügliche. Papier, (lateinischer) Druck und Illustrationen lassen nichts zu wünschen übrig.

Und so möge das Werk allen, die an der Ausgestaltung des geographischen Wissens ein Interesse nehmen, namentlich aber den Lehrern der Geographie bestens empfohlen sein. Jedenfalls aber sollte das Werk als ein Ratgeber, bei dem man sich über mathematisch-geographische Fragen orientieren will, in keiner Mittelschul- und keiner Gelehrtenbibliothek fehlen.

Pohrlitz in Mähren, früher in Wien. Dr. Pick.

Günther, Dr. Siegmund (Prof. der technischen Hochschule München). Grundlehren der mathematischen Geographie und elementaren Astronomie für den Unterricht bearbeitet. Dritte durchaus umgearbeitete und revidierte Auflage. München, Th. Ackermann, Kgl. Hofbuchhändler. 1893. X u. 133 S. 8°. Mit 46 Illustrationen u. 2 Karten. Preis: 2 ℳ

Wir haben die beiden vorangegangenen Auflagen dieses Werkchens und namentlich die erste ausführlich besprochen und warm begrüſst.*) Die gegenwärtige Auflage unterscheidet sich nun von ihren Vorgängerinnen vorzüglich dadurch, daſs sie sich der neuen Schulordnung möglichst anschlieſst. Der Verfasser geht aber auch hier von den scheinbaren Erscheinungen und dem geocentrischen Standpunkte aus, dem die Hälfte, ja eigentlich weit mehr als die Hälfte (weil die Epicyklen-Theorie auch noch zuzurechnen ist) des Buches gewidmet ist. Bedenkt man überdies, daſs das Buch als Schulbuch jetzt einen Lehrer voraussetzt, so wird man es nicht minder empfehlen können, als die erste Auflage desselben. Derselbe w. o.

Husserl, Dr. E. G. (Privatdocent der Philosophie an der Universität zu Halle). Philosophie der Arithmetik. Psychologische und logische Untersuchungen. Erster Band. XVI u. 323 S. 8°. Halle a. S., C. E. M. Pfeffer (Robert Stricker) 1891.

Der hier vorliegende erste Band, dem der im Vorwort in Aussicht gestellte zweite Band bis jetzt noch nicht gefolgt ist, zerfällt in zwei Hauptteile, deren erster „die eigentlichen Begriffe von

*) Erste Auflage. X. Jhrg. S. 120—131. Zweite Auflage. XVII. Jhrg. S. 530—533.

Vielheit, Einheit und Anzahl" behandelt, während der Gegenstand des zweiten „die symbolischen Anzahlbegriffe und die logischen Quellen der Anzahlen-Arithmetik" bilden.

Der erste Teil sucht für den Zahlbegriff eine Basis im Vielheitsbegriff als dem „Begriff der kollektiven Verbindung". Der positiven Darlegung seiner eigenen Ansichten läſst der Verfasser dabei eine eingehende kritische Würdigung der verschiedenen von anderen Forschern zur philosophischen Fundierung des Zahlbegriffs aufgestellten Versuche vorausgehen, wobei neben der Vollständigkeit vor allem auch noch die auſserordentliche Objektivität in der Wiedergabe der vom Verfasser selbst bekämpften Anschauungen hohe Anerkennung verdient.

Die Kritik, die er an diesen Versuchen übt, ist meines Erachtens nach groſsenteils berechtigt, wenngleich ich glaube, dass er manchen gegnerischerseits aufgestellten Behauptungen eine von ihren Urhebern selbst nicht gewollte zu enge Auslegung erteilt. Im Ganzen gebe ich ihm Recht, besonders glücklich finde ich die Zurückweisung der Aequivalenztheorie und der Begründung der Gleichzahligkeit durch den Begriff der gegenseitig eindeutigen Zuordnung. Die innere Verwandtschaft, welche die nominalistischen, die Ordinalzahl als eigentlichen Grundbegriff ansehenden Erklärungsversuche von Helmholtz und Kronecker mit der eben erwähnten Auffassung haben, finde ich in dem Anhange, der sich mit diesem Helmholtz-Kroneckerschen Ideen beschäftigt, nicht hervorgehoben.

Gegen die Idee, die Zahl als eine Aussage von den Dingen selbst aufzufassen, hebt der Verfasser in dem sehr fein durchgeführten dritten Kapitel des ersten Teiles, der sich mit den verschiedenen Relationsarten beschäftigt, treffend hervor, daſs die Zahl nicht zu den primären, zwischen den Körpern selbst bestehenden, sondern zu den psychischen Relationen gehört, die der Geist erst in die Dinge hineinträgt.

Wenn aber der Verfasser in der positiven Darlegung seines Standpunktes nunmehr behauptet, daſs die gezählten Dinge die Gleichheit, welche ihnen der Zählungsprozeſs durch Subsumtion unter einen allgemeinen Begriff jedesmal thatsächlich beilegt, nicht schon vorher hätten, sondern sie gewissermaſsen erst durch den Zählakt erhielten, so kann ich ihm nicht beistimmen.

Die Beispiele, auf die er sich beruft, halte ich für sehr wenig glücklich.

Wenn er sagt: „Meine Seele und ein Dreieck sind zwei", oder: „der Juppiter, ein Widerspruch und ein Engel sind drei", so wird er zunächst überall ein Befremden darüber finden, wie er dazu kommt, so disparate Dinge überhaupt in einen Begriff zusammenfassen zu wollen. Das Befremden kann er dann gar nicht anders beseitigen, als dadurch, daſs er diesen so verschiedenartigen Dingen eine gemeinsame Seite abgewinnt, die ja z. B. auch darin bestehen

könnte: es sind drei (zufällig nach einander mich interessierende) Denkobjekte, oder auch geradezu: es sind drei Einzelrepräsentanten verschiedenartiger Begriffskategorien.

Die Argumentation des Verfassers ist um so weniger begreiflich, wenn man sie mit gewissen anderen Aussprüchen von ihm zusammenhält. Anläfslich seiner sehr berechtigten Polemik gegen die von Frege bei Discussion des Zahlbegriffs begangene Verwechslung von Gleichheit und Identität betont er, dafs man unter Gleichheit nie die volle Übereinstimmung verstehe, die ja mit der Verschiedenheit der Objekte selbst nicht mehr vereinbar sei, sondern immer nur die Übereinstimmung in einer, gerade im Vordergrunde des Interesses stehenden Beziehung. Da liegt es doch nahe, zu betonen, man zählt eben auch nur das, was eben in solcher das zählende Subjekt gerade interessirenden Beziehung von vornherein übereinstimmt.

Und wenn der Verfasser hervorhebt „nicht 1 = 1 ist 2, sondern 1 und 1 ist 2", so kann man ihm entgegenhalten, dafs das auch niemand so meint, der eine gewisse Gleichheit der Zählobjekte für eine unerläfsliche Voraussetzung des Zählaktes hält, ebenso wenig, wie er die Aussage der Verschiedenheit für den Inhalt der Zahlenaussage gelten lassen wird, obwohl er doch die Verschiedenheit der Objekte als ein Moment in der Vielheit ansieht, auf die er den Zahlbegriff zurückführt.

Man hat sogar das Gefühl, wenn der Verfasser als gemeinsames Moment für die zu zählenden Dinge nur gelten lassen will, dass jedes unter den Begriff des „Etwas" fällt, so meint er im Grunde auch nichts anderes, als die Verfechter der eben skizzierten von ihm mit Entschiedenheit bekämpften Anschauung.

Und das führt mich zu dem Bekenntnis des Eindrucks, den der erste Teil des vorliegenden Bandes im Ganzen auf mich gemacht hat. Die Kritik die der Verfasser an den Theorien der von ihm genannten zum Teil aufserordentlich hervorragenden Forscher (Leibniz, Herbart, Wundt u. v. a.) übt, läuft vielfach darauf hinaus, dafs sie sich durch Aequivocationen haben irreführen lassen, oder dafs ihre Deductionen zwar sachlich richtig, aber in keiner Weise erkenntnisfördernd sind. Da mufs man in Wahrheit doch bedauern zu sehen, dafs soviel Scharfsinn ohne irgend welches positive Ergebnis aufgewendet worden ist, und kann sich nicht allzusehr wundern, wenn man auch ferner hinzusetzen mufs: Soweit das praktische Ergebnis der im ersten Abschnitt dieses Bandes gegebenen eigenen Darlegungen des Verfassers unanfechtbar ist, sagt er auch nicht mehr, als was der natürliche Verstand ohne solche umständliche Untersuchungen richtig fühlt.

In dem, wo der Verfasser darüber hinausgeht, sind seine Behauptungen anfechtbar. Und zwar denke ich dabei namentlich an seine Polemik gegen die von Frege verfochtene Meinung, dafs

keine Definition der Zahl zulässig sei, die nicht auch auf Null und Eins passe. Es ist dies der einzige Punkt, in dem ich ihm Frege gegenüber Unrecht geben mufs. Der Verfasser will Null und Eins nicht als eigentliche Zahlen gelten lassen, weil sie in seine Herleitung des Zahlbegriffs aus dem Begriff der kollektiven Verbindung nicht hineinpassen, meines Erachtens legt er dabei seine eigenen Ideen zu eng und in gewissem Sinne zu verbalistisch aus. Ich mufs den Fregeschen Satz: die Zahl antwortet auf die Frage „wieviel?", diese Frage kann auch eventuell mit Null oder Eins beantwortet werden, für völlig richtig halten. Der vom Verfasser dem entgegengehaltene Unterschied zwischen der Einheit in der Vielheit und der Einheit im Gegensatz zur Vielheit hat, so berechtigt er sonst ist, hier als Argument keine Beweiskraft.

Und wenn der Verfasser wirklich mit seiner Ausschliefsung der Null und der Eins aus der Reihe der eigentlichen Zahlbegriffe Recht hätte, so müfste er sie folgerichtiger Weise auch aus der Zahlenwissenschaft, der Arithmetik ausweisen. Dafs er ihnen dort trotzdem ein Bürgerrecht zugestehen will, ist eine durch seine Argumentation nicht widerlegte Inconsequenz. Es äufsert sich hier eine Auffassung, die im Anfange des zweiten Hauptabschnittes noch einen besonders prägnanten Ausdruck findet.

Dort findet der Verfasser eine Doppeldeutigkeit in dem Gebrauche des Pluszeichens, das teils in additivem, teils in kollektivem Sinne gebraucht werde; im Anschlufs daran statuiert er einen — noch vielfach, wie er sagt, zu urgierenden — Unterschied zwischen logischer und mathematischer Allgemeinheit.

Ich kann diese Doppeldeutigkeit nicht zugeben, sie liegt nicht in der Sache, sondern nur in der zu engen Interpretation des Vielheitsbegriffs; die Unterscheidung zwischen logischer und mathematischer Allgemeinheit aber halte ich ebenso für unmotiviert, dabei aber auch für höchst gefährlich.

Im übrigen stellt der zweite Hauptabschnitt, auf den ich hiermit zu sprechen komme, den bedeutsameren Teil des Bandes vor, bedeutsamer insofern, als er zu einigen sehr beachtenswerten positiven Ergebnissen führt.

Den eigentlichen, durch den Titel auch kenntlich gemachten Inhalt bildet eine philosophische Begründung der Rechenkunst („Anzahlen-Arithmetik"). In sehr scharfsinniger und tiefgehender Erörterung, deren Einzelheiten im Rahmen einer Besprechung auch nicht entfernt zu erschöpfen sind, führt der Verfasser den Gedanken durch, dafs wir beim Rechnen nicht mit den Zahlen selbst, sondern mit den symbolischen Vorstellungen operieren, alle Vorstellungen über die einfachsten Zahlen hinaus sind symbolisch, „hätten wir von allen Zahlen eine eigentliche Vorstellung, so wäre die ganze Arithmetik überflüssig".

Hierbei ist von wesentlicher Bedeutung der Vorgang der

„momentanen Mengenauffassung“, die ihrerseits durch die vom Verfasser sogenannten „figuralen Momente“ unterstützt wird. Wir fassen die Mengen in der Regel in einer vermöge gewisser charakteristischer Äufserlichkeiten ein gewisses quasi-qualitatives Moment aufweisenden Form auf.

Diese Auseinandersetzung ist äufserst fein und geistreich, nur in einem Punkt möchte ich gegen die Ausführungen des Verfassers ein Bedenken erheben: er polemisiert gegen die Idee, dafs man das Bewufstsein der Gleichheit der in einer Menge vorhandenen Elemente sich durch unbewufste blitzschnelle Vergleichung gewinnen könne, solche Vergleichung hält er für unmöglich. Ich kann nicht finden, dafs er eine anderweite befriedigende Erklärung giebt. Das figurale Moment verbürgt doch nicht die gehörige Qualität aller einzelnen Mengenelemente und die auf einzelne dieser Elemente gerichtete Aufmerksamkeit (die „Einzelauffassung irgend welcher Mengenglieder“) gewährt diese Bürgschaft ebensowenig. Vielleicht liegt auch hier nur eine Verschiedenheit des Ausdrucks vor, ich halte es für möglich, dafs die Rolle, die der Verfasser dem sinnlichen Eindruck bei Feststellung der Gleichheit der Mengenglieder zuweist, im Grunde sich mit dem deckt, was die Verfechter der unbewufst vorgenommenen Vergleichung meinen. Die figuralen Momente sind für die Durchführung des Vergleichungsprozesses von wesentlichster Bedeutung, sie geben ihm die praktisch mögliche Form, aber sie machen allein sein Wesen nicht aus.

Aber allerdings für die Bewältigung der Mengen bilden uns die figuralen Momente das wichtigste Werkzeug, sie sind die eigentliche Quelle der Zahlbildungen, die ihrer Natur nach symbolisch sind, man operiert statt mit den Zahlbegriffen vielmehr mit den Zahlreihen.

Wie der Verfasser dabei zur Bildung von Zahlsystemen überhaupt und des dekadischen Systems insbesondere gelangt, das mufs man im Buche selbst nachlesen; diese und die folgenden Erörterungen dürften zu dem Besten gehören, was auf dem vom Verfasser bearbeiteten Gebiete überhaupt geschrieben worden ist.

Insbesondere ergiebt sich dabei eine sehr schöne und zutreffende Charakterisierung der Aufgaben des Rechnens einerseits und der Arithmetik andererseits.

Das Rechnen hat die Aufgabe, unsystematische Bildungen auf die ihnen entsprechenden, sie klassifizierenden systematischen Formen zurückzuführen, der Typus dafür ist die Gleichung $18 + 49 = 67$.

Als erste Grundaufgabe für die Arithmetik ergiebt sich die, alle erdenklichen symbolischen Bildungsweisen von Zahlen in ihre verschiedenen Typen zu sondern und für eine jede sichere und möglichst einfache Methoden der Reduktion aufzufinden.

Das führt den Verf. nun zu einer Betrachtung der arithmetischen Operationen, zunächst der vier Spezies, wobei zu bemerken ist, dass

schon an einer früheren Stelle die Bedenklichkeit des Gebrauches betont worden ist, der in der Mathematik von dem Worte Operation gemacht wird. Als Operationen im eigentlichen Sinne will der Verfasser nur Addition und Teilung gelten lassen, ich würde lieber sagen: Zusammensetzung und Teilung, auch kann ich die Auffassung der Subtraktion als Teilung nicht für richtig halten.

Diese Erörterungen stellen sich als Vorbereitungen auf den zweiten Band des Buches dar, in welchem nun die eigentliche Arithmetik, die nach den Schlufsausführungen des ersten Bandes als eine allgemeine Operationslehre zu charakterisieren ist, behandelt werden soll.

Es ist dies der bedeutsamere und schwierigere Teil der Aufgabe, die der Verfasser sich gestellt hat. Angesichts des hervorragenden Scharfsinns, der umfassenden Sachkenntnis und der selbständigen Auffassung, die sich im ersten Bande offenbaren, darf man mit Recht von dem, was der zweite Band bringen wird, hohe Erwartungen hegen. Ich für meine Person bin insbesondere begierig zu erfahren, welche Stellung der Verfasser zu der jetzt in den engeren Fachkreisen die Herrschaft behauptenden formalistischen Auffassung der Arithmetik nehmen wird.

Nordhausen. F. Pietzker.

Ludwig, Prof. Dr. Fr., Lehrbuch der Biologie der Pflanzen. — Mit 28 in den Text gedruckten Figuren. — Stuttgart. Verlag von Ferd. Enke. Preis 14 Mark.

Seitdem durch die neuen Lehrpläne für den Unterricht in der Botanik der Biologie die ihr gebührende Stellung eingeräumt worden ist, ist gewifs schon vielfach und noch lebhafter als früher der Wunsch empfunden worden, ein Buch zu besitzen, in welchem der so vielseitige Stoff der Pflanzenbiologie in einiger Vollständigkeit zusammengestellt ist. An den Universitäten wird ja dieser Zweig der Botanik ziemlich vernachlässigt, und von den vorhandenen Büchern, die speciell der Biologie der Pflanzen gewidmet sind, umfafst keines das gesamte Gebiet derselben. Die Litteratur ist aber gerade hier eine so umfangreiche und zugleich so zerstreute, dafs es von Jahr zu Jahr immer schwieriger und nachgerade unmöglich geworden ist, sich aus den Quellen selbst zu unterrichten.

Das vorliegende Werk bietet nun aus der grofsen Fülle dieses Stoffes das Wissenswerteste in einer Vollständigkeit, die von der Litteratur- und Fachkenntnis des Verfassers ein glänzendes Zeugnis ablegt. Es gliedert sich in vier Hauptabschnitte: 1. Biologie der Ernährung. 2. Schutzmittel der Pflanzen. 3. Biologie der Fortpflanzung und Verbreitung. 4. Blütenbiologie. Von diesen ist im Verhältnis zu der vorhandenen Litteratur am kürzesten der 4. Ab-

schnitt behandelt (ca. 140 Seiten). Es konnte sich ja auch bezüglich der Blütenbiologie in einem derartigen Buche nur darum handeln, an ausgewählten Beispielen die verschiedensten Anpassungen in eingehender Weise vor Augen zu führen, zumal da sich dieselben oft innerhalb derselben Familie oder auch bei Pflanzen verschiedener Verwandtschaftskreise wiederholen. — Auf den Inhalt der 170 Paragraphen, in die das ganze Werk eingeteilt ist, im einzelnen einzugehen, mag uns der Leser erlassen, wir würden selbst mit einer kurzen Besprechung der einzelnen Kapitel viele Seiten füllen. Nur allgemein sei bemerkt, dafs die biologischen Verhältnisse der Kryptogamen eine ebenso sorgfältige Berücksichtigung erfahren haben wie diejenigen der Phanerogamen. Eine Vermehrung der Abbildungen würde dem Buche sehr zum Vorteil gereicht haben, wenn sich auch dadurch eine Erhöhung des Preises nötig gemacht hätte. Aber auch so sei es den Herren Fachgenossen auf das wärmste empfohlen.

Leipzig. Dietel.

Kleiner Litteratur-Saal.

Aus fremdem Gebiete.

Vom Herausgeber.

Es sind uns seit längerer Zeit nach und nach eine Anzahl (im Ganzen 19) Bändchen der von der Verlagsbuchhandlung G. Freitag (Wien-Prag-Leipzig) veranstalteten Schulausgaben für den deutschen Unterricht an höheren Lehranstalten zur Berichterstattung zugesandt worden. Dieselben sind meist von österr. Mittelschul-Professoren bearbeitet, bezw. erklärt (wir stellen den Bearbeiter immer in Parenthese bei). Die Bändchen enthalten folgende Werke:

Lessing: Laokoon (Manlik-Wien). — Abhandlungen über die Fabel (Lambel). — Nathan der Weise (Netoliczka) — Miſs Sara Sampson (Manlik). — Minna von Barnhelm (Aelschker Steyr).
H. v. Kleist: Prinz Friedrich von Homburg (Benedict). — Die Hermannsschlacht (Khull).
Voſs: Luise und der 70. Geburtstag (Zürn-Freiburg i./B.).
Herder: Der Cid (Reichel-Graz).
Goethe: Hermann und Dorothea (Hauffen-Prag). — Egmont (Burghauser). — Götz von Berlichingen (Sauer).
Schiller: Braut von Messina (Tumlirz). — Wilhelm Tell (Strzemcha-Brünn). — Die Jungfrau von Orleans (Ullsperger). — Don Carlos (Stoklaska).
Shakespeare: Coriolanus (Swoboda). — Der Kaufmann von Venedig (Seifert-Prag). — Julius Cäsar (Hruschka-Prag).

Obschon nun der deutsche Unterricht nicht vor unser Forum gehört, so haben wir diese Bücher doch nicht zurückgewiesen und die Berichterstattung nicht abgelehnt und zwar deshalb, weil die Art, wie die Ausgaben eingerichtet sind, zugleich dem Realunterricht dient, bezw. ihn fördert.

Aus den, jedem Bändchen vorangestellten für die Herstellung maſsgebenden, Grundsätzen sei hervorgehoben, dafs jedem Stück eine Einleitung vorangeht, die auf die Persönlichkeit des Dichters, den Inhalt des Stücks, die Veranlassung zu demselben, die Zeit der Entstehung, die

historische Grundlage in Verbindung mit der Sache, eingeht; dann eine Charakteristik der Kunstform des Stückes (Aufbau, Einheit der Handlung, Charakteristik der Personen u. s. w.) giebt. Dem Realunterricht wird noch besonders durch Eingehen auf das geographische Element gedient, indem das Örtliche des Stückes durch kleine Kärtchen oder Bilder erläutert wird. Solche Kärtchen finden sich bei Tell, Götz v. B., Jungfrau v. O., Prinz Friedrich v. H.; ein Bild bei Lessings Laokoon (Gruppe).

Jedem Stück sind noch Anmerkungen für den Schüler beigegeben, die aber durchaus nicht die Erläuterungen oder Erklärungen des Lehrers überflüssig machen sollen. Bei Dichtungen sind zur bessern Übersicht die Versnummern seitlich durch Zahlen von 5 zu 5 angedruckt.

Die Bändchen sind dauerhaft gebunden, in handlichem (Taschen-) Format gehalten, so dafs sie auch ins Freie (auf Spaziergänge) mitgenommen werden können.

Auf die Korrektheit bzw. Vollständigkeit des Textes und auf das Wissenschaftliche der Erklärungen einzugehen, müssen wir, als Nichtfachmann in diesem Gebiete, uns versagen.

Nachträgliche Bemerkung zu dieser Anzeige.

Bei der An- und Durchsicht dieser Hefte ist mir die Erinnerung an den traurigen Zustand des deutschen Unterrichts während meiner eignen (Gymnasial-)Schülerzeit in den 40er Jahren d. Jh. aufs neue geweckt worden, wo (bei wöchentl. 2 Stunden!) für die Einführung in die deutsche Litteratur so gut wie nichts geschah. Die Aufführung eines klassischen Stücks in der Provinzialstadt war uns natürlich ein „böhmisches Dorf“! Hätte es damals solche Bücher gegeben, sie wären von den Schülern förmlich verschlungen worden.*) Nach meiner Ansicht hat dieser beklagenswerte Zustand den Mangel der Liebe zum deutschen Vaterland, welcher die Einigung Deutschlands solange gehindert hat, mit verschuldet. Welchen Anteil an dieser Schuld die alte Philologie und ihre Vertreter trifft, entzieht sich meiner Kenntnis, ist aber sicher bereits in geschichtl. pädagog. Arbeiten festgestellt. Wie ich schon einmal in d. Z. von den Lehrern der Geographie gesagt habe, („sie wissen bei den prächtigen Lehrmitteln nicht, wie gut sie's haben“) so sage ich auch jetzt ähnlich: Die Jugend d. h. Schulen weifs und fühlt nicht, wie gut durch die trefflichen Lehrmittel für sie gesorgt ist. Es wird ihr ungemein leicht gemacht. Und da redet man noch von — „Überbürdung“! Die Verweichlichung unserer Nation nimmt immer mehr zu!

Kritischer Sprech-Saal.

Erwiderung auf die Anzeige seiner analytischen Planimetrie in der Programmschau von Westfalen in ds. Jahrg. Heft 1 S. 49 u. f.**)

Von Prof. Dr. Temme in Warendorf (Westfalen).

Für die eingehende Beurteilung meiner „Grundlehren der analytischen Planimetrie“ in dieser Zeitschrift (XXVI, 1) bin ich recht dankbar. Zu einigen Punkten des Referats möchte ich mir jedoch eine Bemerkung erlauben.***)

---

*) Hierher sind auch zu rechnen: die Litteraturgeschichte von Kurz (Leipzig b. Teubner, 4 Bde.) und die kleinere von Kluge (Altenburg, Bonde).

**) Durch mannigfache Hindernisse seitens der Red. verspätet.

***) Wenn aber jeder Verfasser eines in unserer Ztschr. besprochenen (mathematischen) Lehr- oder Schulbuchs — trotzdem es eingehend und

1) Warum sollte es nicht gestattet sein, die analytische Geometrie der Ebene als analytische Planimetrie zu bezeichnen?

2) Dass ich die Bewegung benutzt habe, teils um den Gegensatz von positiven und negativen Koordinaten zu veranschaulichen, teils um den Begriff „Laufende Koordinaten" zu vermitteln, dürfte eher Anerkennung, als Tadel verdienen.

3) Die als zu abstrakt bezeichnete Darstellung des Zusammenhangs zwischen Linie und Gleichung (S. 5) gewinnt sofort konkreten Gehalt durch die unmittelbar angeknüpften Übungen.

4) Von einer Einführung der Polarkoordinaten (S. 6) kann nicht die Rede sein; es handelt sich um die Veranschaulichung der Wertveränderung trigonometrischer Funktionen im rechtwinkligen Koordinatensystem.

5) Auf die Bemerkung zu VII, 12 S. 40 sei erwidert, dafs die Bezeichnung „Dreieck" im vorliegenden Falle nichts Auffallenderes haben dürfte als in dem Ausdruck „Sphärisches Dreieck".

6) S. 27 hiefse es besser: „so sind *A* und *B* Punkte der Hyperbel; sie heifsen Scheitel derselben.

7) Die von mir befolgte Anbringung der Figuren bietet den wesentlichen Vorteil, dafs man beim Lesen des Textes die Figuren stets vor Augen haben kann, was vielfach nicht der Fall ist, wenn die Figuren dem Texte beigedruckt sind.

Dafs die von dem Lithographen herrührende fehlerhafte Anbringung des Index in den Figuren nicht verbessert ist, hat seinen Grund darin, dafs die Figuren nicht hier am Orte hergestellt sind.

Was den Punkt *C* in Fig. 18 angeht, so ist *CD* die Nebenaxe. S. VI, 4 S. 29. In VI, 2 S. 28 hätte der allerdings nur gedachte Punkt *C* anders bezeichnet werden müssen.

Fig. 2 habe ich absichtlich nicht mit Buchstaben versehen, um Weitläufigkeiten im Texte zu vermeiden; die Figur erfüllt ihren Zweck auch ohne Buchstaben.

8) Die gerügten Auslassungen werden weniger auffallend erscheinen, wenn man bedenkt, dafs meine Abhandlung für die Schule geschrieben ist unter Voraussetzung erläuternder und ergänzender Bemerkungen seitens des Lehrers. Bei der Herleitung der Tangentengleichung im Buche darauf hinzuweisen, dafs x und y die laufenden Koordinaten der Tangente sind, könnte sogar als ungehörig erscheinen, da x und y in der Gleichung, welche in die Gleichung der Tangente übergeht, als die laufenden Koordinaten auftreten.

Das in der Hauptsache so günstige Urteil über meine Schrift dürfte es gerechtfertigt erscheinen lassen, wenn ich im Interesse unbemittelter Schüler diesen Bemerkungen die Mitteilung folgen lasse, dafs der Gewinn aus dem Verkauf des Büchleins, welches bei festem Einband im Buchhandel zu 0,50 Mk. zu haben ist, zu Unterstützungen verwandt werden soll.

---

günstig beurteilt worden ist — noch Ausstellungen an der Rezension machen wollte, wo kämen wir da hin? Dann hätten wir für die andern Abteilungen keinen Raum, zumal wenn etwa der Rezensent sich zu einer Entgegnung und dann der Verfasser zu einer „Duplik" veranlafst fühlte. In vielen — wenn nicht in den meisten — Fällen handelt es sich um Punkte, in denen die Ansichten eben sehr verschieden sein können. Wir bitten daher die Herren Verfasser von in ds. Ztschr. besprochenen Büchern, nur in dringenden Fällen von dem Rechte zu einer Replik Gebrauch zu machen! D. Red.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Reichslande. Herbst 1894.

Referent: Oberlehrer Dr. Schaeffer in Buchsweiler (Unter-Elsaſs).

1. **Diedenhofen.** Gymnasium. Progr. Nr. 510. Herbst 1894. Oberlehrer Karl Spindeler, *Ein Beitrag zur Einführung in das Gebiet der räumlichen Configurationen.* 31 S. 4°. (Fortsetzung folgt).

Mit Configuration (a_i, b_k) bezeichnet Th. Reye in seiner „Geometrie der Lage“ allgemein ein System von a Punkten, a Ebenen und b Geraden in derartiger Lage, daſs in jeder der a Ebenen sich i der a Punkte befinden; daſs durch jeden der a Punkte i der a Ebenen hindurchgehen; daſs auf jeder der b Geraden k der a Punkte liegen, und in jeder der b Geraden k der a Ebenen sich schneiden.

Vorliegende Arbeit nun geht aus von der Figur, welche durch die — nicht in einer Ebene liegenden — Mittelpunkte von vier gegebenen Kugeln und deren Ähnlichkeitspunkte bestimmt ist, und entwickelt die in diesem Raumgebilde enthaltenen Configurationen analytisch, mit Anwendung rechtwinkliger Punkt- und Ebenenkoordinaten, wobei zugleich auf *Tetraeder in perspektivischer* und *desmischer Lage* Rücksicht genommen wird.

Da durch die vier Kugelcentra vier Ebenen, die *Centralebenen* bestimmt sind, und in jeder Centralebene je sechs Ähnlichkeitspunkte liegen, so liegen die zwölf Ähnlichkeitspunkte von vier Kugeln vier mal zu je sechs in einer Ebene, und in jeder dieser Ebenen viermal zu je drei auf einer Geraden, nämlich auf den *vier Ähnlichkeitsachsen* der durch die betreffende Centralebene ausgeschnittenen drei Hauptkreise, und dreimal zu je zwei auf einer Geraden, nämlich auf den drei Centralen dieser Kreise. Ausserdem liegen die zwölf Ähnlichkeitspunkte noch achtmal zu je sechs in einer Ebene, und hierin viermal zu je drei und dreimal zu je zwei auf einer Geraden. Die sechs äuſseren Ähnlichkeitspunkte liegen in einer Ebene; dasselbe gilt für die beiden äuſseren Ähnlichkeitspunkte auf zwei gegenüberliegenden Centralen und die vier inneren Ähnlichkeitspunkte der anderen Centralen. Die acht hierdurch bestimmten Ebenen werden *Ähnlichkeitsebenen* und die Geraden, auf welchen je drei Ähnlichkeitspunkte sich befinden, *Ähnlichkeitsachsen* der vier Kugeln genannt. Die zwölf Ähnlichkeitspunkte liegen zwölfmal zu je sechs in einer Ebene, sowie 16mal zu je drei und 18mal zu je zwei auf einer Geraden; die zwölf Ebenen schneiden sich zu je sechs in den zwölf Ähnlichkeitspunkten, sowie zu je drei in den 16 Ähnlichkeitsachsen und zu je zwei in den 18 genannten Geraden, welche als *Diagonalen* bezeichnet werden. Ebenso gehen die zwölf Ebenen zwölfmal zu je sechs durch einen der zwölf Ähnlichkeitspunkte, sowie 16mal zu je drei durch eine Ähnlichkeitsachse und 18mal zu je zwei durch eine Diagonale.

Bei der darauffolgenden Untersuchung eines Systems von drei Tetraedern stellt sich heraus, daſs die Verbindungslinien der inneren Ähnlichkeitspunkte auf zwei gegenüberliegenden Centralen sich in einem Punkte schneiden. Durch einen Punkt gehen ferner je eine Verbindungslinie der inneren Ähnlichkeitspunkte auf zwei gegenüberliegenden Centralen und die Verbindungslinien der äuſseren Ähnlichkeitspunkte auf den beiden anderen Paaren von gegenüberliegenden Centralen. Endlich schneiden sich in einem Punkte die Verbindungslinien der äusseren Ähnlichkeitspunkte der drei Centralen eines Kugelcentrums mit den inneren Ähnlichkeitspunkten auf den bezüglichen gegenüberliegenden Centralen. (Die Kanten eines Tetraeders sind die Centralen, die Seiten die Centralebenen und die Ecken die Mittelpunkte von vier gegebenen Kugeln.)

2. Forbach. Progymnasium. Progr. Nr. 511. Herbst 1895. Oberlehrer Hermann Brinkmann, *Die geologischen Verhältnisse Forbachs.* 15 S. 4°.

Die vorliegende Arbeit will keine neuen Ergebnisse wissenschaftlicher Forschung liefern, sondern hat den Zweck, das Interesse für die Kenntnis der geologischen Verhältnisse der engeren Heimat zu beleben. Sie behandelt die Entstehung und den Aufbau, sowie die späteren Veränderungen der Gesteinsmassen, die in und bei Forbach anzutreffen sind, in erster Linie des Buntsandsteins. Auch die übrigen Gesteine der Umgegend von Forbach sind ausschliefslich Sedimentärgesteine. Die zum Auffinden der Kohle daselbst zahlreich niedergeführten Bohrlöcher und Schächte haben über den Untergrund der Gegend nur beschränkte Resultate geliefert; das tiefste der Bohrlöcher ist nur 588 m in die Erde eingedrungen, so dafs wir über die älteren, darunterliegenden Schichten nichts Bestimmtes wissen. Die Resultate dieser Bohrungen haben gezeigt, dafs die obersten Gesteinsmassen Sandsteine sind, die der Trias des mesozoischen Zeitalters unserer Erde angehören, dafs an verschiedenen Stellen darunter ein Gebirge angetroffen wird, das sich durch seine rote Farbe und seinen Tongehalt auszeichnet, das Rotliegende, der Dyas des paläozoischen Zeitalters angehörend, und dafs darunter sich das Kohlengebirge befindet, der Steinkohlenformation desselben Zeitalters angehörend. Das Kohlengebirge zu durchdringen ist weder in Forbach noch bei Saarbrücken gelungen, wo ein Bohrloch sogar bis zu einer Tiefe von 3000 m niedergetrieben worden ist. Der Buntsandstein ist meist von jüngeren Bildungen, die hauptsächlich aus seinen Verwitterungsprodukten bestehen, bedeckt; abgesehen von den Steinbrüchen tritt er daher nur an wenigen Stellen direkt zu Tage. Ferner mufs aus dem Umstande, dafs die späteren Bildungen der Erde: Jura, Kreide etc. nirgends vorhanden sind, geschlofsen werden, dafs die Gegend nach Ablagerung der Trias Festland geblieben ist.

Was die organischen Reste betrifft, so ist das Rotliegende im Vergleich zum Kohlengebirge arm an solchen, was wohl auf die vielfachen Störungen durch Eruptionen während dieser Zeit zurückzuführen ist; im allgemeinen nähern sich die gefundenen Vertreter des Tier- und Pflanzenreichs denjenigen der Steinkohlenzeit. Auch der Buntsandstein ist arm an Versteinerungen; gefunden wurde bei Forbach bisher nur im Voltziensandstein *Voltzia heterophylla* und *Anomopteris Mougeoti*, eine Farnart; aufserdem kommt noch eine Equisetum-Art dort vor, die aber, nach einem gefundenen Bruchstücke zu urteilen, nicht Equisetum columnare zu sein scheint. In einem Bohrschachte im mittleren Buntsandstein sollen auch noch *Orthis*, eine Muschelart, und Abdrücke von *Crinoiden*-Stielgliedern gefunden worden sein; gute Versteinerungen sind selten.

3. Weissenburg. Gymnasium. Progr. Nr. 524. Herbst 1894. Prof. Dr. G. Fresdorf, *Die Methoden zur Bestimmung der mittleren Dichte der Erde.* 30 S. 4°.

Der Verfasser giebt in der Arbeit einen Überblick über die Versuche, die bis jetzt gemacht worden sind, um die Gravitationskonstante und die mittlere Dichtigkeit der Erde zu bestimmen.

Bestimmt man unter Berücksichtigung des Gravitationsgesetzes die gegenseitige Anziehung p zweier Massen m und m' bei gegebener Entfernung r in Dynen oder Gramm, so ist die Gravitationskonstante

$$f = \frac{pr^2}{mm'}$$

ebenfalls in Dynen oder Gramm. Danach läfst sich die Masse M und die Dichte Δ der Erde unmittelbar aus der Fallbeschleunigung g und dem Erdkugelradius R berechnen, sobald man annimmt, dafs die Erde

aus concentrischen Schichten je von konstanter Dichte besteht. Bezeichnet $p = mg$ das Gewicht einer Masse, d. h. die Kraft, womit dieselbe von der Erde angezogen wird, so ist:

$$mg = f\frac{mM}{R^2},$$

oder:

$$g = \frac{4}{3}\pi f R \Delta,$$

also:

$$\Delta = \frac{3g}{4\pi f R}.$$

Helmert giebt eine genauere Formel zur Bestimmung von g, bemerkt jedoch selbst, daſs der Unterschied innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler fällt.

Nachdem bereits 1735 Bouguer auf seiner Expedition nach Peru Lotablenkungen am Chimborasso nachgewiesen hatte, brachte Maskelyne solche zur Bestimmung von Δ in Vorschlag und führte zusammen mit Hutton am Berge Shehallien in Pertshire in den Jahren 1774—76 die erforderlichen Messungen aus, worauf Hutton nach dem Gravitationsgesetze aus der Gröſse und Gestalt des Berges und der Lage zweier Beobachtungsorte nördlich und südlich desselben die Anziehung des Berges auf die Lote berechnete. Nach den Untersuchungen Playfaires setzte er die Dichtigkeit des Shehallien $\delta = 2{,}75$ und erhielt $\Delta = 4{,}95$. Schon Newton hatte vermutet, daſs Δ nahezu $= 5$ sei. Playfaire erneuerte die Rechnung und erhielt $\Delta = 4{,}713$. Im Jahre 1855 hat James am Berge Arthur's Seat Lotablenkungen gemessen und aus denselben $\Delta = 5{,}32$ hergeleitet.

Den beschleunigenden Einfluſs einer über das Meer hervorragenden Landmasse hatte wiederum Bouguer auf der erwähnten Expedition nachgewiesen, da sein Pendel zu Quito eine gröſsere Schwingungszahl zeigte, als die Theorie erwarten lieſs. Eine Bestimmung von Δ durch vergleichende Pendelbeobachtungen am Fuſse und auf dem Gipfel eines Berges hat zuerst Carlini ausgeführt im September 1822 am Mont Cenis, dessen mittlere Dichte er nach Saussure gleich 2,66 setzte, und dessen Gestalt er als Kugelabschnitt betrachtete. Er fand $\Delta = 4{,}837$. Im August 1880 unternahm Mendenhall in Tokio eine Expedition auf den Gipfel des aus einer weiten Ebene isoliert aufsteigenden, fast vollkommen kegelförmigen, erloschenen Vulkans Fujinoyama, um daselbst die Schwingungsdauer eines Katerschen Reversionspendels zu bestimmen. Aus diesen Beobachtungen ergiebt sich $\Delta = 5{,}667$.

Im Jahre 1826 haben Airy und M. W. Drobisch gleichzeitig und unabhängig von einander eine Theorie entwickelt, nach der die Bestimmung von Δ auch möglich ist durch Vergleichung der Schwerkraft an der Erdoberfläche und in der Tiefe eines Schachtes. Besteht nämlich eine Kugel aus konzentrischen Schichten je von konstanter Dichte, so wirken auf einen im Innern derselben befindlichen Punkt diejenigen Schichten nicht, welche den Punkt einschlieſsen. Dasselbe Gesetz gilt für ein elliptisches Sphäroid, bei welchem die einzelnen Niveauflächen der äuſseren Oberfläche ähnlich sind und ähnlich liegen. In der Tiefe h unter der Erde wird daher eine Schicht derselben unwirksam, deren Volumen $\frac{4}{3}\pi[R^3 - (R-h)^3]$ ist; wenn daher δ die mittlere Dichte der Schicht ist, so bleibt in der Tiefe h nur die Masse

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \Delta - \frac{4}{3}\pi[R^3 - (R-h)^3]\delta$$

wirksam. Eine andere Entwickelung dieser Formel hat Helmert gegeben. Im Jahre 1854 nahm Airy die früher resultatlos verlaufenen Versuche wieder auf und stellte in der Kohlengrube von Harton Pendelbeobachtungen an; er berechnete daraus $\Delta = 6{,}566$. Dieser Wert ist zu groſs, da er

das specifische Gewicht des Gesteins, welches der Schacht durchsetzt, $\vartheta = 2{,}50$ als Dichte der Kugelschicht angenommen hatte. Haughton setzte daher für ϑ die mittlere Dichte der über die ganze Erde sich erstreckenden Schicht, nämlich $\vartheta = 2{,}059$ und erhielt damit $\Delta = 5{,}48$. Zahlreiche Beobachtungen nach dieser Methode hat im letzten Jahrzehnt v. Sterneck in Wien angestellt; zuerst im Jahre 1882 in dem 1000 m tiefen Adalbertschachte des Silberbergwerks zu Przibram in Böhmen. Er erhielt im Mittel $\Delta = 5{,}71$.

Schon 1768 hatte J. Michell eine Torsionswage ersonnen, mit welcher von Cavendish 1797—98 Versuche angestellt wurden, deren Ergebnis $\Delta = 5{,}48$ war. Nach einigen Abänderungen der Drehwage, bei welcher er besonders die Spiegelablesung einführte, wiederholte Reich im Jahre 1837 die Versuche, und erhielt $\Delta = 5{,}44 \pm 0{,}0233$. Nicht lange darauf berechnete Baily in London $\Delta = 5{,}66$; durch die Abweichung dieser Zahl von seinem eignen Resultate bewogen, wiederholte Reich 1847—50 seine Versuche und erhielt $\Delta = 5{,}583$.

In den Jahren 1872—73 führten Cornu und Baille im Keller der Polytechnischen Schule in Paris Versuche mit der Drehwage aus, welche als die zuverlässigsten der mit diesem Apparate angestellten gelten, und erhielten als Resultat $\Delta = 5{,}56 \pm 0{,}0125$. Boys hat die Empfindlichkeit der Drehwage noch erheblich erhöht, indem er den kleinen Wagebalken an einem äufserst dünnen Quarzfaden von sehr konstanter Torsion befestigte; Resultate von Messungen mit seinem Apparate sind jedoch noch nicht mitgeteilt.

Im Jahre 1877 entwickelte Jolly auf der Naturforscherversammlung zu München eine Methode, mit Hülfe der gewöhnlichen Wage die Erddichte zu bestimmen, und führte nach langen Vorbereitungen in der Zeit vom Juni 1879 bis Juli 1880 die definitiven, zur Berechnung verwendeten Versuche aus, wobei er $\Delta = 5{,}692 \pm 0{,}068$ fand. Den gleichen Wert fand Poynting. Vor zwei Jahren erneuerte derselbe seine Versuche nach einigen Abänderungen des Apparates, und erhielt hierbei für die Gravitationskonstante den Wert

$$f = 6{,}6984 \cdot 10^{-8}$$

und damit $\Delta = 5{,}4934$.

Im Jahre 1884 haben König und Richarz eine Abänderung der Methode Jollys ersonnen, welche die achtfache Genauigkeit des Resultates gewährt; die Versuche scheinen jedoch noch nicht abgeschlossen zu sein. In den Jahren 1885—87 bestimmte Wilsing die mittlere Dichte der Erde durch Ablenkung eines eigenartigen Pendelapparates, welcher aus einem etwa 1 m langen Messingrohr bestand, dessen Enden Kugeln aus Rotgufs trugen, und dessen Schwerpunkt nur wenige Hundertstel eines Millimeters von der Schneide entfernt war. Dabei erhielt er $\Delta = 5{,}594 \pm 0{,}032$, und bei einer Wiederholung im Jahre 1889 $\Delta = 5{,}577 \pm 0{,}013$. In neuester Zeit hat Berget versucht, f und Δ mit Hülfe des Gravimeters zu bestimmen; dasselbe ist eine Art Heberbarometer, bei welchem der kürzere, ebenfalls zugeschmolzene Schenkel Wasserstoff enthält, dessen Elasticität dem Druck der im anderen Schenkel befindlichen, etwa 4,5 m hohen Quecksilbersäule das Gleichgewicht hält. Da aber in dem benutzten Gravimeter eine Temperaturschwankung von $\frac{1}{100000}$ Grad schon eine Verschiebung der Quecksilbersäule um $\frac{1}{1000000}$ cm bewirken würde, wie Gouy bemerkt, während Berget noch $\frac{1}{50}$ dieses Wertes gemessen hatte, so dürfte die Verwendbarkeit des Gravimeters zu derartigen Bestimmungen sehr fraglich erscheinen.

C. Zeitschriftenschau.

1. Zeitschrift für Mathematik und Physik. 40. Jahrgang. 1895.

1. Heft (mit 1 lithographierten Tafel). **Inhalt:** Metrische Eigenschaften der kubischen Raumkurve. Von Prof. R. Sturm in Breslau. — Additionslogarithmen für komplexe Gröfsen. Von R. Mehmke in Stuttgart. — Das Verhalten der Steinerschen, Cayleyschen und anderer covarianter Kurven in singulären Punkten der Grundkurve. Von Dr. E. Wölfing in Stuttgart. — Ueber die reciproken Figuren der graphischen Statik. Von Friedrich Schur in Aachen (Taf. I. Fig. 1—4). — **Kleinere Mitteilungen.** Zur Perspektive des Kreises. Von Schlömilch. — Konstruktionen der Krümmungsmittelpunkte von Kegelschnitten. Von Prof. Kinkelin. — Der Bunsenbrenner. Von Prof. Dr. Kurz. — **Historisch-litterarische Abteilung** (besonders paginiert). Historische Miscellen II. Von Dr. Armin Wittstein. — Die abgekürzte Multiplication. Von Maximilian Curtze in Thorn. — **Rezensionen.** — **Bibliographie** vom 1. Oktober bis 30. November 1894: Periodische Schriften — Reine Mathematik — Angewandte Mathematik — Physik und Meteorologie.

2. Heft (mit 4 lithographierten Tafeln). Homocentrische Brechung des Lichtes durch das Prisma. Von Prof. Dr. L. Burmester in München. (Tafel II und III.) — Über die Wendepole einer kinematischen Kette. Von Prof. F. Wittenbauer in Graz. (Tafel IV.) — Konstruktionen der Kurven dritter Ordnung aus neun gegebenen Punkten und Konstruktion des neunten Punktes zu acht Grundpunkten eines Büschels von Kurven dritter Ordnung. Von Dr. Chr. Beyel in Zürich. (Taf. V.) — **Kleinere Mitteilungen.** Zur Theorie der Determinanten höheren Ranges. Von Nicolaus von Szüts. — Über die Bestimmung der Anzahl der Primzahlen bis zu einer gegebenen Zahl N mit Hülfe der Primzahlen, welche kleiner als $\sqrt{N}$ sind. Von Dr. H. Vollprecht. — Beweis eines Satzes von Jakob Steiner über Krümmungskreise einer Ellipse. Von Benedikt Sporer. — Kombinatorischer Beweis des Wilsonschen Lehrsatzes. Von Dr. Ad. Schmidt. — Über einen zahlentheoretischen Satz von Legendre. Von Schlömilch. — Über eine Verallgemeinerung der Eulerschen φ-Funktion. Von K. Th. Vahlen. — Die Transformation der quadratischen Formen. Von K. Th. Vahlen. — **Historisch-litterarische Abteilung** (besonders paginiert). — **Rezensionen.** — **Bibliographie** vom 1. Dezember 1894 bis 28. Februar 1895: Periodische Schriften — Reine Mathematik — Angewandte Mathematik — Physik und Meteorologie.

3. Heft (mit 2 lithographierten Tafeln). Konforme Abbildungen, welche von der ζ-Funktion vermittelt werden. Von Prof. J. C. Kluyver in Leiden. (Tafel VI.) — Über den Beschleunigungspol der zusammengesetzten Bewegung. Von Prof. F. Wittenbauer in Graz. (Tafel VII.) — Über einige besondere Kurven des dritten Grades und solche der dritten Klasse. Von Benedikt Sporer in Ulm a. D. — **Kleinere Mitteilungen.** Ein neuer Satz über die Determinanten einer Matrix. Von W. Ahrens. — Beiträge zur Integralrechnung. Von Prof. E. Netto. — Zur Wärmeleitung in der Erde. Von Prof. Dr. Kurz. — Erwärmung des Wassers durch Zusammendrücken. Von Prof. Dr. Kurz. — Abkühlung von Drähten durch Zug. Von Prof. Dr. Kurz. — **Nachtrag** zur barometrischen Höhenmessungsformel. Von Prof. Dr. Kurz. — Preisaufgaben d. mathem.-naturwissenschaftl. Section der Fürstlich Jablonowskischen Gesellschaft in Leipzig. Von Hofrat Prof. R. Leuckart. — **Historisch-litterarische Abteilung** (besonders paginiert). **Rezensionen. Bibliographie** vom 1. März bis 30. April 1895: Periodische Schriften — Reine Mathematik — Angewandte Mathematik — Physik und Meteorologie. — **Mathematisches Abhandlungsregister.** 1894. Erste Hälfte 1. Januar bis 30. Juni.

D. Bibliographie.

(Ergänzung zu Heft 6, S. 457. Mai — Juni.)

Geographie.

Regel, Prof. Dr., Thüringen. Ein geogr. Handbuch. 2. Tl. Biogeographie. Die Bewohner. (459 S.) Jena, Fischer. 9,00.

Wagner, H., Wandkarte von Elsafs-Lothringen. 1 : 200 000. Strafsburg, Verlagsanstalt. 5,00.

Schulwandkarte von Elsafs-Lothringen. 1 : 150 000. Ebenda. 6,40.

Zweck u. Bernecker, Dr., Hülfsbuch für den Unterricht in der Geographie. Ausg. B. Erdkunde für höhere Mädchenschulen. (274 S.) Hannover, Hahn. Geb. 2,00.

Foss, Geh. Reg.-R. Prof. Dr., Das deutsche Gebirgsland. Eine geogr. Skizze. (85 S.) Berlin, Mittler u. S. 1,00.

Bernstein, Dr., Auf der Wanderschaft in Egypten. (240 S.) Berlin, J. Becker. 3,00.

v. Haardt, Übersichtskarte von Europa, für den Schulgebrauch. 1 : 300 000. 16 Blatt. Wien, Hölzel. 15,00.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Koppe's Geometrie zum Gebrauche an höheren Unterrichtsanstalten, neu bearb. von Prof. Dr. Diekmann. 17. Aufl. (222 S.) Essen, Baedeker. Geb. 2,40.

Heilermann, Dir. Dr. und Dir. Dr. Diekmann, Ebene Trigonometrie mit zahlr. Übungen und Aufgaben. 2. Aufl. (34 S.) Ebenda. 0,40

Reeb, Realschull. Rechenbuch. Für höhere Lehranstalten, Mittel- und Bürgerschulen bearb. 5. Aufl. v. Realgymn.-L. Schollmayer. (121 S.) Mainz, Diemer. 1,00.

Schmehl, Realschul-Prof. Dr., Rechenbuch für höhere Lehranstalten. 2. Aufl., 2 Tle. (68 S. 39 S.) Giefsen, Roth. 1,80.

Holzmüller, Dir. Dr., Methodisches Lehrbuch der Elementarmathematik. 2. Doppelaufl. (229 S.) Leipzig, Teubner. Geb. 2,40.

Reidt, Gymn.-Prof. Dr., Sammlung von Aufgaben und Beispielen aus der Trigonometrie u. Stereometrie. 1. Tl.: Trigonometrie. 4. Aufl., neubearb. von Gymn.-Prof. Much. (250 S.) Leipzig, Teubner. 4,00.

—, Auflösungen der Aufgaben zu vorigem. (88 S.) Ebenda. 1,80.

2. Naturwissenschaften.

Willkomm, Prof. Dr., Bilderatlas des Pflanzenreichs, nach dem natürl. System bearbeitet. 3. Aufl. Esslingen, Schreiber. In 15 Lfgn. à 0,50.

Zimmermann, Dr., Die Wunder der Urwelt. Eine populäre Darstellung der Geschichte der Schöpfung und des Urzustandes unseres Weltkörpers. 33. Aufl. v. Dr. Kalischer. (588 S.) Berlin, Dümmler. 7,00.

Stewart, Prof., Physik, Deutsche Ausgabe, besorgt von Prof. E. Warburg. Mit einem Anhang von Fragen und Antworten. 5. Aufl. (172 S.) Strafsburg, Trübner. 0,80.

Detmer, Prof. Dr., Das pflanzenphysiologische Practicum. Anleitung zu pflanzenphysiologischen Untersuchungen. 2. Aufl. (456 S.) Jena, Fischer. 9,00.

Kollert, Dr., Katechismus der Physik. 5. Aufl. (485 S.) Leipzig, Weber. Geb. 4,50.

Arendt, Prof. Dr., Leitfaden für den Unterricht in der Chemie u. Mineralogie. 5. Aufl. Hamburg, Voss. 1,00.

Koppe's Anfangsgründe der Physik mit Einschlufs der Chemie u. math. Geographie. 21. Aufl. Ausg. B in 2 Lehrgängen. Bearb. v. Oberl.

Dr. Husmann. 1. Tl. Vorbereitender Lehrgang. (213 S.) Essen, Bädeker. Geb. 2,20.
Ebert, Prof. Dr., Anleitung zum Glasblasen. 2. Aufl. (104 S.) Leipzig, Barth. 2,00.
v. Richter's Lehrbuch der anorganischen Chemie. 8. Aufl., neu bearb. von Prof. Dr. Klinger. (521 S.) Bonn, Cohen. 9,00.
Spieker, Prof. Dr., Lehrbuch der ebenen u. sphär. Trigonometrie mit Übungsaufgaben. 3. Aufl. (156 S.) Potsdam, Stein. 1,40.
Koppe's Geometrie zum Gebrauch an höheren Lehranstalten, neu bearb. von Prof. Dr. Diekmann. 17. Aufl. I. Tl. der Planimetrie, Stereometrie und Trigonometrie. (190 S.) Essen, Bädeker. Geb. 2,40.
Wächter, Sem.-L., Methodischer Leitfaden für den Unterricht in der Pflanzenkunde. 2. Aufl. (182 S.) Flensburg, Westphalen. 1,80.
Bernthsen, Prof. Dr., Kurzes Lehrbuch der organischen Chemie. 5. Aufl. (572 S.) Braunschweig, Vieweg. 10,00.
Frickhinger, A. u. H., Katechismus der Stöchiometrie. 6. Aufl. (284 S.) München, Beck. 3,60.
Karsch, Prof. Dr., Flora der Provinz Westfalen. Ein Taschenbuch zu botan. Exkursionen. 6. Aufl. v. Dr. Westhoff. (431 S.) Münster, Coppenrath. 2,60.

3. Geographie.

Frahm, Schulgeographie. 3. Aufl. (82 S.) Parchim, Wehdemann. 0,60.
Hemleb, Schulwandkarte der Thüringischen Länder. 1:150000. Politische und physikal. Ausg. 4. Aufl. Weimar, Hemleb. 12,00.
—, Schulwandkarte v. Südamerika. 1:8060000. 3. Aufl. Ebenda. 7,00.
Helmke, Methodik des geographischen Unterrichts. 2. Aufl. (70 S.) Minden, Marowsky. 0,80.

Juli und August 1895.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Brasch, Dr., die Falkultätenfrage und die Stellung der Philosophie an den deutschen Universitäten. Eine kritische Erörterung. (27 S.) Lpz., Wartig. 0,75.
Ackermann, Dir., Die häusliche Erziehung. 2. Aufl. (248 S.) Langensalza, Beyer. 2,50.
Beyer, Zur Errichtung pädagogischer Lehrstühle an unsern Universitäten. (72 S.) Ebda. 1,00.
Mittenzwey, Schuldir., Die Pflege der Individualität in der Schule. (51 S.) Ebda. 0,60.
Greinz, Das Gymnasium oder die systematische Verdummung der Jugend. 3. Aufl. (46 S.) München, Schupp. 0,50.
Schuschny, Schularzt Prof. Dr., Über die Nervosität der Schuljugend. (31 S.) Jena, Fischer. 0,75.
Rettig, Oberbaurat a. D., Neue Schulbank. (62 S.) Lpz., Schneiders Lehrmittelanstalt. 1,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Klein, Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie. Ausgearb. von Tägert. (66 S.) Lpz., Teubner. 2,00.
Stäckel u. Engel, Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauſs, eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der nichteuklidischen Geometrie. Mit 145 Fig. u. der Nachbildung eines Briefes von Gauſs. (325 S.) Lpz., Teubner. 9,00.

Kraus, Sem. Prof., Methodik des Unterrichts in der Geometrie u. im geom. Zeichnen. (212 S.) Wien, Pichler. 2,80.

Schmidt, Oberl. Dr., Das trigon. Pensum der Obersekunda des Gymnasiums (18 S.) Altenburg, Schnuphase. 1,00.

Otto, Die rechnende Geometrie (System Otto). Eine unerschöpfliche Fundgrube für mathem. Forschung. (36 S.) Tegel, Problemverlag. 1,00.

Längst, Realsch.-Prof., Kegelschnitte, vorbereitender Kurs. (55 S.) Stuttgart, Kohlhammer. 1,50.

2. Arithmetik.

Milarch, Cand. theol., Der mathematische Anfangsunterricht. (14 S.) Bonn, Paul. 0,50.

Höhnemann, Dr., Mathematik für Damen. 1. Algebra. (94 S.) Lpz., Strauch. 2,00.

Beetz, Das Wesen der Zahl als Einheitsprinzip im Rechenunterricht. (48 S.) Wiesbaden, Behrend. 0,60.

B. Angewandte Mathematik.

Astronomie. Geodäsie. Mechanik.

Fuhrmann, Prof. Dr., Über einige geodätische Instrumente, deren Libellen und Fernrohre. (59 S.) Lpz., Seemann. 1,50.

Meyer, Dr. M. Wilh., Die populär wissenschaftliche Litteratur und die Weltenschöpfer. (20 S.) Berlin, Pantel. 0,50.

Physik.

Auerbach, Prof. Dr., Die Mondphasen und das Wetter. (4 S.) Halle, Engelmann. 0,50.

Welter, Dr., Die tiefen Temperaturen, ihre künstliche Erzeugung, ihre Einwirkung auf Tiere, Pflanzen pp. (86 S.) Crefeld, Greven. 2,50.

Düring, Dr. E., Robert Mayer der Galilei des 19. Jahrh. u. die Gelehrtenunthaten gegen bahnbrechende Wissenschaftsgrößen. 2. Tl. Neues Licht über Schicksal u. Leistungen. (134 S.) Lpz., Naumann. 2,50.

Hellmann, Prof. Dr., Meteorologische Volksbücher. Ein Beitrag zur Geschichte der Meteorologie u. zur Kulturgeschichte. (68 S.) Berlin, Paetel. 1,00.

Spies, Teslas Licht der Zukunft. Populärer Experimentalvortrag über Ströme hoher Wechselzahl u. Spannung. (19 S.) Ebda. 0,50.

Bermbach, Oberl. Dr., Der elektrische Strom u. seine wichtigsten Anwendungen. (108 S.) Lpz., Wigand. 2,00.

Lehmann, Hofrat Prof. Dr. O., Elektrizität u. Licht. Einführung in die messende Elektrizitätslehre u. Photometrie. (390 S.) Braunschweig, Vieweg. 7,00.

Handl, Prof. Dr., Das Gesetz der Erhaltung der Energie. Rektoratsrede. (23 S.) Czernowitz, Selbstverlag der Universität.

Chemie.

Vogel, Prof. Dr., Theorie elektrolytischer Vorgänge. (136 S.) Halle, Knapp. 5,00.

Pott, Unsere Ernährungschemie. Ein Beitrag zur Nahrungsmittel- u. Futterlehre. (104 S.) München, Ackermann. 2,40.

Henniger, Oberl. Dr., Grundzüge der anorgan. Chemie mit Einschluß der Elemente der Mineralogie u. organ. Chemie. (365 S.) Lpz., Reisland. 2,40.

Fittig, Prof. Dr., Ziele u. Erfolge der wissensch. chemischen Forschung. Rektoratsrede. (18 S.) Straßburg, Heitz. 0,60.

Jahn, Dr., Grundriß der Elektrochemie. (311 S.) Wien, Hölder. 8,40.

Börner, Realgymn. Dir. Dr., Vorschule der Chemie und Mineralogie zum Gebrauche bei dem Unterr. an Gymn. u. Progymn., sowie bei dem propädeut. Unterr. an Realgymn. u. Realprogymn. (78 S.) Berlin, Weidmann. Geb. 1,50.

Steinhardt, Dr., Lehrbuch der anorgan. Chemie zum Gebrauch an Schulen. (418 S.) Stuttg., Enke. 6,00.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Anzinger, Unsere Kreuzschnäbel (62 S.) Ilmenau, Schröter. 1,00.

Wünsche, Oberl. Dr., Die verbreitetsten Käfer Deutschlands. Ein Übungsbuch für den naturwissenschaftlichen Unterr. (212 S.) Lpz., Teubner. Geb. 2,00.

Kessler, Prof. Dr., Die Entwickelungs- u. Lebensgeschichte der Gallwespe *Cynips calicis* (29 S. m. T.) Kassel, Kay. 0,75.

Keller, Prof. Dr., Das Leben des Meeres. Nebst botan. Beiträgen von Prof. Dr. Cramer u. Prof. Dr. Schinz. (605 S.) Lpz., Tauchnitz. 18,00.

2. Botanik.

Hallier, Prof. Dr., Die Infektionskrankheiten der Kulturgewächse. Nach streng bakteriologischer Methode untersucht u. in völl. Übereinstimmung mit Rob. Kochs Entdeckungen geschildert. (144 S.) Stuttgart, Nägele. 8,00.

Michael, Führer für Pilzfreunde. Mit 40 Taf. enth. 4', nach der Natur gemalte u. photomechanisch reproduc. Pilzgruppen. (26. S.) Zwickau, Förster. 6,00.

Engler, Geh.-R. Prof. Dr., Die Nutzpflanzen Ostafrikas. (160 S. m. Abb. 6 Taf.) Berlin, Reimer. 10,00.

Lübstorf, Pflanzentabellen zur leichten und schnellen Bestimmung der Phanerogamen u. Gefäfskryptogamen Norddeutschlands. Zum Gebrauch für Schulen. (152 S.) Wismar, Hinstorff. 2,00.

Fünfstück, Prof. Dr., Taschenatlas der Gebirgs- u. Alpenpflanzen (Schweiz, österr. Alpen, Schwarzwald, Vogesen, Riesengebirge, ital. Alpen u. Pyrenäen). Mit 180 Abb. auf 144 kol. Taf. (150 S.) Stuttgart, Ulmer. 5,50.

3. Mineralogie.

Bauer, Prof. Dr. Max, Edelsteinkunde. Eine allg. verständl. Darstellung der Eigenschaften, des Vorkommens u. der Verwendung der Edelsteine pp. Mit 8 Chromotaf., mehreren Lichtdruckbildern u. Photogr. In ca. 8 Lfgn. à 48 S. Lpz., Tauchnitz. 2,50.

Penck, Prof. Dr., Über Bergformen. (29 S.) Berlin, Paetel. 0,80.

Schmidt, Prof. Dr., Das Naturereignis der Sintflut. Akademischer Vortrag. (63 S.) Basel, Schwabe. 1,20.

Schulze, Dr., *Lithia hercynica.* Verzeichnis der Minerale des Harzes u. seines Vorlandes. (191 S.) Lpz., Veit. 4,20.

Geographie.

Dunker, H., Die Insel Rügen. (66 S.) Bergen, Becker. 1,00.

Wolkenhauer, Dr., Leitfaden zur Geschichte der Kartographie in tabell. Darstellung. (93 S.) Breslau, Hirt. 2,00.

Hellinghaus, Oberl. Dr. u. Treuge, Aus allen Erdteilen. Illustr. geogr. Charakterbilder. (255 S.) Münster, Schöningh. 2,40.

Penck u. Richter, Proff. Dr.Dr., Atlas der österr. Alpenseen. In Lfgn. Wien, Hölzel. à 8,50.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik. Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. dergl.)

Bericht über die vierte Versammlung des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften zu Göttingen am 4. und 5. Juni 1895.

Referent: Gymn.-Oberl. Dr. Götting in Göttingen.

III. (Fortsetzung.)*)

In der zweiten allgemeinen Sitzung am Morgen des 5. Juni hielt Herr Geh. Rat Prof. Dr. Baumann (Göttingen) einen Vortrag: *„Über die Bedeutung der Naturwissenschaften für eine wissenschaftliche Lebensauffassung“*, dessen Inhalt im wesentlichen folgender ist.

Unter wissenschaftlicher Lebensauffassung ist gemeint die Lehre von der besten Lebensführung, welche auf allgemeine und notwendige Grundsätze zurückgeht, d. h. welchen jeder bei gehöriger Vorbereitung zuzustimmen nicht umhin kann. Mit Naturwissenschaften sind im modernen Sinne gemeint die Wissenschaften von dem, was den Sinnen bei genauer, womöglich mit Mathematik verbundener Beobachtung eventuell dem Experiment sich darstellt, wobei die Erscheinungen auch auf ihren Hintergrund deuten, also Hypothesen hervorrufen können, die aber sich durch die Folgerungen aus ihnen in der Beobachtung bestätigen müssen und, um ganz glaubhaft zu sein, jede andere Deutung des Sachverhaltes durch direkte oder indirekte Beobachtung ausschliefsen müssen. Von dieser Naturwissenschaft soll ihre grofse Bedeutung für die wissenschaftliche Lebensauffassung nachgewiesen werden, zunächst ohne Bezug auf den Schulunterricht, nach Feststellung ihrer Bedeutung soll aber auch auf Folgerungen für den Schulunterricht eingegangen werden.

Schleiermacher äufsert sich einmal in seinen wissenschaflichen Schriften über die grofse Rätselhaftigkeit des sittlichen Lebens im Menschen; es sei wohl unmöglich, die Schwankungen der psychischen Tätigkeiten, welche bald rascher und kräftiger, bald schlaffer verlaufen, bald durch eine störende Vorstellung gehemmt werden, wo bald ein sinnlicher Reiz obsiegt, bald mit Leichtigkeit überwunden wird, in eine Formel zu bringen. Der naturwissenschaftlich Gebildete wird dieser Rätselhaftigkeit des sittlichen Lebens die Aufklärung entgegenhalten, dafs alles geistige Leben als stets bedingt durch die Nervenkraft von der ungemeinen Veränderlichkeit derselben fortwährend mitgetroffen wird. Jede geistige Funktion ist ja im Gehirn lokalisiert. Diese körperliche Bedingtheit des geistigen Lebens wird sehr anschaulich dadurch, dafs bei der geistigen Arbeit die Muskeln

*) Man sehe Tl. I in Heft 5, S. 381 u. f.; Tl. II in Heft 6, S. 467 u. f.

ermüden; die Ermüdung des Gehirns bei geistiger Arbeit, ein auf chemischer Veränderung der Zusammensetzung des Blutes beruhender Vorgang, wird durch den Blutkreislauf auf die übrigen Organe übertragen. Den meisten Einflufs auf die Veränderungen des Blutdruckes im Menschen haben aber nicht die geistigen Anstrengungen, sondern die Gefühle und Affekte. Für Schleiermacher war das sittliche Leben ein Rätsel, weil er Seelenthätigkeiten annahm (die Ideen und das Sittliche), welche ohne Zusammenhang mit dem Leben gedacht werden konnten. Dem gegenüber mufs die Naturwissenschaft auch die Bedingtheit des höheren Geistigen in uns in seiner Bethätigung durch Leben und Nervenkraft behaupten. Dabei braucht sie durchaus nicht davon abzugehen, dafs das Geistige etwas Unvergleichbares mit dem Körperlichen ist. Vielmehr ist klar, dafs, wenn die Naturwissenschaft das Quantitative in den Erscheinungen immer mehr als das Wesentliche festgestellt hat, das Geistige als ein Qualitatives und Intensives trotz aller leiblichen Bedingtheit etwas sui generis ist, das aber erst in seinem Zusammenhange mit dem Leben und den darin waltenden Gesetzen erfafsbar und beeinflufsbar ist. Und dieser Thatbestand kann uns nicht nur aufklären, sondern auch vermehrte Herrschaft über uns selbst geben. Wenn die Affekte immer Kraft verbrauchen, so müssen sie mehr gemäfsigt werden. Wenn wir auch bei der grofsen Mannigfaltigkeit in dem Spiel der innerphysiologischen Kräfte keine volle Gleichmäfsigkeit des sittlichen Lebens durch Menschenkunst werden erreichen können, so ist doch vieles gewonnen, wenn man die Gründe für die Ungleichheit kennt und im allgemeinen die Richtung gezeigt ist, Gleichmäfsigkeit zu sichern. Wir können uns nicht Lagen entziehen, wo wir uns überglücklich fühlen, werden uns dann aber nicht wundern, wenn ein gewisser Rückschlag in der Stimmung eintritt, sondern wissen eben, dafs auf grofse Freude Abspannung folgt aus innerphysiologischen Gründen. Wir können auch im allgemeinen unsere Thätigkeit so leiten, dafs zu grofse Schwankungen vermieden werden, damit uns das Leben immer mehr in gleichmäfsiger Kraft und Frische findet.

Für die Frage des Optimismus resp. Pessimismus, ob der Lustwert des Lebens die Unlust übersteige oder umgekehrt, könnten die Naturwissenschaften von grofser Bedeutung sein. Man wird da erst die Frage stellen: Weifs man etwas Sicheres über Lust und Unlust als sinnliche Empfindung? Nun wurden von Freys Experimente zum Nachweis von Schmerznerven und Schmerzsinnesorganen von anderen Forschern nicht bestätigt gefunden; gegen die Ableitung von Lust und Unlust aus dem Ernährungszustand der dabei beteiligten Nerven spricht vieles, z. B. dafs bei Hysterischen, deren Nervensystem sicher nicht in gutem Ernährungszustande ist, mancher von Gesunden als Schmerz oder Widerwärtigkeit empfundene Reiz angenehme Empfindung hervorruft; auch mit den vasomotorischen Vorgängen, mit Hyperämie und Anämie des Gehirns hängen die Zustände heiterer Anregung oder von Gemütsdepression nicht direkt zusammen; der bei psychischer Euphonie konstatierte Zuflufs arteriellen Blutes zu dem Gehirn ist nicht die unmittelbare Ursache der ästhetischen oder intellektuellen Lust. Man weifs also über die physiologischen Bedingungen von Lust und Unlust nichts sicheres. Also von einer wissenschaftlichen Entscheidung über Optimismus und Pessimismus kann jetzt noch nicht die Rede sein. Mufs also die Naturwissenschaft alle optimistischen oder pessimistischen Gesamtansichten, wenn sie mehr als Stimmungsbilder sein sollen, zurückweisen, so giebt sie doch eine Direktive für Lust und Unlust, wenn auch nur in empirischer Weise ohne die Ursache selbst schon zu kennen. Man weifs, dafs angenehme Gefühle anregend auf die Thätigkeit des Herzens und der Atmung, also als Quellen des Lebens- und des Kraftgefühls wirken. Aber die Lustgefühle wirken nur als mäfsige so; übermäfsiger Genufs, nicht blofs sinnlicher, sondern auch geistige Überanstrengung, hat Herabminderung der Lebensfreude

und der Lebensenergie zur Folge. Grofse Komiker sind im Leben meist grofse Hypochonder. Der Schmerz, den man hoch verehrt hat, weil er unter Umständen eine heilsame Umstimmung im Menschen hervorrufen kann, verdient diese Wertschätzung durchaus nicht. Die Bedeutung, die man früher wohl den Leiden zuwies, weist die Naturwissenschaft der Arbeit zu und zwar der Arbeit mit Anstrengung, durch welche die Funktionen des Muskels, die zu seiner Ernährung dienen, mehr als gewöhnlich gefördert werden, während Ruhe und Ersparung der gesammelten Kräfte die Leistungsfähigkeit des Organismus schädigt. Ein träger Körper erleidet selbst bei sorgfältiger Pflege eine Einbufse seiner Gesundheit.

Ebenso wie der Streit über Optimismus oder Pessimismus, so mufs auch die Frage nach dem höchsten Gut als etwas, das immer und in jeder Lebenslage sinnlich oder geistig glücklich machen kann, abgewiesen werden. Doch kann die Naturwissenschaft ein positives Ideal der menschlichen Lebensführung aufstellen, indem sie die alte Formel acceptiert, dafs der Vernunft es zukomme, das Heilende im menschlichen Leben zu sein; diese Vernunft, das höhere Geistige, welches die Wissenschaft und die darauf beruhende Naturbeherrschung zu Stande gebracht hat, gewährt uns eine Korrektur unserer sinnlichen Triebe, veranlafst uns zu einer zweckmäfsigen Auswahl unserer Nahrungsmittel, indem sie zeigt, dafs jede Einseitigkeit bei dieser Auswahl (vegetarische Lebensweise) schädigend wirkt, sie warnt, wenn uns z. B. in der Alkoholfrage der allgemeine Gebrauch ein natürliches Bedürfnis zu konstatieren scheint, und wie in der Alkoholfrage zeigt sie uns auch in den sexuellen Verhältnissen, wie eine Korrektur des anscheinend Natürlichen durch die Vernunft dringend geboten erscheint.

Den Geist betrachtet die Wissenschaft nur unter genauester Beobachtung des wirklich gegebenen Geistes, das heifst des Geistes im Zusammenhang mit einem Organismus und der diesen wieder bedingenden Aufsenwelt. Was man gewöhnlich Psychologie nennt, ist nur eine Durchschnittspsychologie, deren Anwendung auf einen Menschen durchaus individuell sein mufs. Bei den einzelnen Menschen ist die Arbeitskraft und das Erholungsbedürfnis verschieden, ebenso die Arbeitsgeschwindigkeit und die Ermüdbarkeit. Diese ist z. B. bei Schulkindern um so gröfser, je jünger sie sind. Bei einseitiger Ausbildung des Geistes wird die Körperkraft in ihrer Entwickelung gehemmt. Körperliche Übungen verzögern die Erholung des Gehirns, also ist es unzweckmäfsig zur Erholung der Schulkinder zwischen die Unterrichtsstunden Turnstunden zu legen, abgesehen davon, dafs das Turnen selbst eine grofse Aufmerksamkeit und Gehirnarbeit erfordert. Das beste Erholungsmittel ist der Schlaf, denn bei ihm werden durch die tiefen Atemzüge die die Ermüdung bewirkenden gasigen Endprodukte des Stoffwechsels am schnellsten aus dem Körper entfernt. Beachtenswert ist auch, dafs der Körper in niedriger Temperatur sich schneller verbraucht. Die Verschiedenheit des Gedächtnisses ist sehr grofs; z. B. für das Wortgedächtnis giebt es auditive oder akustische Gedächtnisse, die den Wortklang leicht festhalten, visuelle Gedächtnisse für das gesehene Wortbild, motorische oder Artikulationsgedächtnisse für das Sprachbild, endlich auch ein Gedächtnis für das Schreibbild. Gewöhnlich setzt sich das Gedächtnis für ein Wort aus allen vier Formen zusammen, doch wiegt immer eins oder das andere vor. An vielen Beispielen läfst sich zeigen, wie sehr das höhere Geistesleben von den Sinnen bedingt ist, wirken doch die der ganzen Körperoberfläche zugeführten Reize, die Tast-, Schmerz- und Temperaturreize auf die seelischen Vorgänge in hervorragender Weise bestimmend.

Das Ideal wissenschaftlicher Lebensauffassung wäre demnach so zu bestimmen. Es gilt das höhere Geistige im Menschen so zu bestimmen, dafs es auf Grund wissenschaftlicher Erkenntnis Leiter des körperlich-geistigen Lebens werden kann. Deshalb ist in der Kindheit auf körperliche

Kräftigkeit zu halten und auf fröhliches, den Aufsendingen zugewandtes Wesen. Dann ist frühe auf eine Korrektur bezw. Durchdringung des Natürlichen durch und mit dem Wissenschaftlich-Geistigen hinzustreben, aber alles das stets vom gegebenen aus; man mufs das bessere kräftigen und modeln, das schlechtere mindern und beherrschen. Eine volle Harmonie aller leiblich-geistigen Funktionen ist zwar nicht zu erreichen, aber eben deshalb mufs die Grundrichtung wissenschaftlicher Lebensauffassung stets aufmerksam im Auge behalten werden.

Man kann aber auch einzelne Fragen der Gegenwart nach dieser Bedeutung der Naturwissenschaften für eine wissenschaftliche Lebensauffassung beantworten. Da sind es vor allem zwei wirtschaftliche Fragen, erstens: Ist die Arbeit, wie es Marx will, die einzige Quelle des Wertes und die Zeitdauer der Arbeit das Mafs für den Tauschwert des Erzeugnisses? Diese Frage wird sofort verneint, wenn man vom Standpunkt der Naturwissenschaften zeigt, dafs der Marxsche Grundsatz falsch ist, dafs gleiche Zeitdauer der Arbeit auch gleiche Arbeit sei und deshalb auch gleichen Lohn haben müsse. Mosso in seinem Buche: „Die physische Erziehung der Jugend" beweist, dafs das nicht der Fall ist, indem er zeigt, dafs der Stoffumsatz eines Muskels durchaus nicht abhängig ist von seiner Arbeitsleistung, sondern von der Anstrengung, und da diese bei den verschiedenen Personen sehr verschieden ist bei derselben Arbeitsleistung, so kann die Arbeit nicht der Wertmesser sein. Die zweite wirtschaftliche Frage ist die nach der Individualität. Die Arbeit als solche ist aus physiologischen Gründen für die meisten Menschen nicht als solche wertvoll, sondern nur durch ihren Zweck und am meisten, wenn ihre Persönlichkeit, ihre Selbstbestimmung, ihr eigenes Interesse (auch das der Familie) dabei beteiligt ist. Das ist der tiefere Grund, weshalb die freie Arbeit, welche die Selbstbestimmung des Individuums voraussetzt, immer mehr gewirkt hat, als unfreie oder kommunistisch organisierte. Nun ist ja die individuellwirtschaftliche Freiheit der Arbeiter durch den Grofsbetrieb bedroht und da kann die auf Naturwissenschaft beruhende Technik Abhülfe schaffen, entweder indem durch Kraftverteilung das Übergewicht der grofsen Fabriken über die Einzelarbeit mehr und mehr aufgehoben wird, oder dadurch dafs es möglich gemacht wird, die Arbeitszeit abzukürzen und für mehr individuelle Bethätigung Raum zu schaffen.

Eine weitere Frage der Gegenwart ist die Frauenfrage, ob den Frauen die Berufsarten, welche eine wissenschaftliche Vorbildung erfordern, mit Erfolg zugänglich gemacht werden können. Da ist zunächst die Vorfrage zu stellen: Lassen sich physiologisch-psychologische Eigentümlichkeiten der Frauen nachweisen, welche an sich wenig oder gar nicht durch menschliche Einwirkung umänderbar sind, welche allen oder einem Teil der Frauen diese Berufsarten verschliefsen? Es läfst sich nun nachweisen, dafs es solche Eigentümlichkeiten giebt, weshalb dann die Zulässigkeit der Frauen für viele Berufe verneint werden mufs.

Die allgemeine Frage, ob die Naturwissenschaft ihre Bedeutung für eine wissenschaftliche Lebensauffassung nur bei uns oder auch bei anderen wenig kultivierten Völkern habe, läfst sich dadurch beantworten, dafs die Grundlagen moderner Naturwissenschaft Mathematik, Logik und die Fähigkeit sind, nicht blofs an der nächsten Wahrnehmung zu haften, sondern auch über diese hinaus allerlei erdenken zu können. Alles das findet sich aber in elementarer Weise auch bei Naturvölkern, wie die Ethnologie und die Prähistorie zeigen.

Wie steht es nun naturwissenschaftlich mit der Freiheit des Willens? Die Ergebnisse der experimentellen Psychologie scheinen zunächst gegen die Freiheit des Willens zu sprechen, da sie eine grofse Zahl für uns unmerkbarer Affekterregungen in uns nachweist, die der Grund für die Handlungen sein können, bei denen wir völlig ohne Grund nur mit freiem Willen zu handeln glauben. Aber diese Wissenschaft wird doch zugeben

müssen, daſs jeder die Möglichkeit habe, auch anders zu handeln, vorausgesetzt allerdings, daſs er geistig gesund ist. Die Freiheit als Bewuſstsein der Umänderungsfähigkeit setzt also die geistige Gesundheit voraus. Andererseits zeigen die Erscheinungen der Abulie und der Automatismus, daſs es im normalen Willen zwei Elemente giebt, die gegen einander an sich selbständig sein können, das sind Verstand oder Urteil einerseits und Antrieb oder Impuls andererseits. Beide müssen im normalen Willen harmonisch zusammenwirken. Und dafür ist nun die Erziehung wesentlich.

Aus dem Dargelegten ergiebt sich, daſs die Naturwissenschaft es nicht bloſs mit der einen groſsen Welt des äuſseren zu thun hat, welche der Schauplatz menschlichen Lebens und der Anknüpfungspunkt menschlicher Betätigung ist, sondern daſs auch das innere menschliche, das geistige und sittliche Leben von der Naturwissenschaft her ein genaueres Verständnis erhält, ohne in seiner Eigentümlichkeit und in seinem Wert verringert zu werden. Die Erkenntnis der Bedingtheit des Geistigen durch Leben und äuſsere Natur führt keineswegs zu einer Schwächung desselben, sondern zu einer verstärkten Macht und Kräftigung des Geistes. Daraus ergiebt sich die Frage, ob dem Unterricht, wie es Herbart will, wesentlich menschliche Verhältnisse zu Grunde zu legen sind. Da die früheren menschlichen Verhältnisse von der Exaktheit, welche die Bedingungen des geistigen Lebens durch die Naturwissenschaften allmählich erhalten haben, nichts gewuſst haben, so scheint die Aufgabe zu entstehen, zu einem neuen durch die Naturwissenschaft modifizierten Ideal zu erziehen. Es fragt sich allerdings, wie man das oben von der Bedeutung der Naturwissenschaft angeführte zum Gemeingut der Menschen machen könnte. Es hat dies dieselbe Schwierigkeit, die auch der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht findet, deren tieferer Grund darin liegt, daſs die moderne Naturwissenschaft in der quantitativen Seite das Wesen der Dinge findet, während der natürliche Mensch sich viel mehr für das Qualitative interessiert. Dem natürlichen Menschen ist die nächste Wahrnehmung ein Anknüpfungspunkt praktischer Bedürfnisbefriedigung, darüber hinaus lebt er in einer Welt der Phantasie oder wie es Goethe ausdrückt: Auſser dieser realen Welt ist noch eine Welt des Wahns, viel mächtiger beinahe, in der die meisten leben. Und derselbe Goethe, der so wunderbar menschliche Art zu bezeichnen vermochte, hat zugleich trotz seiner Liebe zur Natur und seiner anregenden Bedeutung in verschiedenen Partien der Naturwissenschaft sich in die neue Naturwissenschaft nicht zu finden vermocht, eben weil „Trennen und Zählen nicht in seiner Natur lag“.

Darüber wie der mathematisch-naturwissenschaftliche Sinn auch bei nicht dafür Veranlagten zu wecken sei, werden nur Leitgedanken gegeben; indem an Comenius, Pestalozzi, Fröbel angeknüpft, dann auch auf den modernen Handfertigkeitsunterricht eingegangen wird, werden von diesem Gesichtspunkte aus die modernen Bestrebungen eines Vorkursus für Mathematik, die Pflege der Pflanzen und Tiere im Schulgarten durch die Schüler selbst, die Bestrebungen den naturwissenschaftlichen Unterricht zu reformieren gewürdigt. Aber auch der philologische Unterricht erhält von hier aus seine Bedeutung. Im Anschluſs an das oben zitierte Wort sagt Goethe weiter: „Dem Gefühl, der Einbildungskraft ist es ganz gleichgültig, wovon sie angeregt werden, da sie beide ganz reine Selbstthätigkeiten sind, die sich ihre Verhältnisse nach Belieben hervorbringen. Die Einbildungskraft hat von Natur einen unwiderstehlichen Zug zum Absurden, der selbst im gebildeten Menschen mächtig wirkt“. Daher gilt es sie zu regeln, ihr durch zeitig vorgeführte Bilder Lust am Schönen, Bedürfnis des Vortrefflichen zu geben. So entsteht die Aufgabe, der Kindheit und Jugend, wo Gefühl und Phantasie am lebhaftesten sich regen, eine Regelung beider zu geben, die mit der mathematisch-naturwissenschaftlichen Richtung des Unterrichts im Einklang bleibt. Diese hohe Seite des

Unterrichts kann die humanistische Jugenderziehung auf sich nehmen. Dazu kommt, dafs die sittliche Bildung nahe verwandt ist mit der ästhetischen, so nahe, dafs eine ohne die andere zur Vollkommenheit nicht gedeihen kann. Man gewinnt so eine Auffassung von der Bedeutung des humanistischen Unterrichts für die sittliche Bildung; man versteht aber auch, dafs gerade bei dieser humanistischen Pädagogik die Naturwissenschaft für die Fassung und Lösung der sittlichen Aufgaben die gröfste Bedeutung gewinnt. Um die Alten ganz würdigen zu können, mufs man das Moderne genau kennen, wofür sich eine Reihe von Beispielen anführen lassen (Polybius, Tacitus, die stoische Philosophie, die Natialökonomie der Alten).

Zuletzt kann noch die Bedeutung der Naturwissenschaften für eine wissenschaftliche Lebensauffassung auf den Universitäten und im spätern Leben untersucht werden. Auf den Universitäten ist ihre Bedeutung noch wenig hervorgetreten, mehr schon im spätern Leben, wie die university-extension Englands zeigt. Es wird die Hoffnung ausgesprochen, dafs die Naturwissenschaften im Leben bald die ihnen gebührende universelle, moralisch soziale Stellung gewinnen werden, die ihnen zukommt, um so mehr als dadurch der Boden gegeben ist, der gegen philosophisch oder religiös oder dichterisch abschliefsende Weltanschauungen neutral zum erträglichen Zusammenwirken geeignet ist, so lange man sich, wie es hier geschah, auf verifizierbare Erscheinungen beschränkt.

Der Vortrag riss die Versammlung zu lebhaften Beifallsbezeugungen hin. Eine Diskussion knüpfte sich nicht an denselben.

(Schlufs folgt im nächsten Heft.)

Über die Beziehungen der neueren Mathematik zu den Anwendungen.

Antrittsrede, gehalten am 25. Oktober 1880 bei Übernahme der damals an der Universität Leipzig neuerrichteten Professur für Geometrie.*)

Von F. Klein in Göttingen.

Unter allen Wissenschaften ist kaum eine, die in Richtung allseitiger Verwendbarkeit eine gröfsere Bedeutung beanspruchen könnte, als die Mathematik. Nicht nur die benachbarten Naturwissenschaften und die feiner entwickelten Teile der Erkenntnislehre bedürfen einer mathematischen Grundlage; auch das praktische Leben mit seinen vielseitigen Bestrebungen, vor allem die moderne Technik, können einer mathematischen Vorschule nicht entraten. Das wird anerkannt und von keiner Seite bestritten. Und doch beobachten wir im Gegensatze dazu einen merkwürdigen Widerspruch. Von Niemandem wird geleugnet, dafs die reine Mathematik seit Anfang des Jahrhunderts nach den verschiedensten Richtungen hin eine

*) Das 5. Heft (S. 382 u. f.) brachte den Vortrag, welchen ich letzthin (bei der Hauptversammlung des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts) über die mathematische Ausbildung der Lehramtskandidaten gehalten habe. Vielleicht hat die Antrittsrede, mit der ich seiner Zeit die Leipziger Professur der Geometrie übernahm, in diesem Zusammenhange neues Interesse; ich bringe dieselbe also nunmehr gleichfalls zum Abdruck. Einzelheiten, die ich damals berührte, haben sich natürlich in der Zwischenzeit verschoben, aber es schien mir nicht zweckmäfsig, dieselben darum abzuändern.

15. Juni 1895. Klein.

mächtige und tiefgreifende Entwickelung erfahren hat. Aber für die Anwendungen scheint alle diese Entwickelung beinahe nutzlos gewesen zu sein. Der Praktiker ignoriert unsere Fortschritte und ist höchstens geneigt, einzelne paradoxscheinende Folgerungen aus dem Zusammenhange herauszugreifen und dann einer nicht eben schonenden Kritik zu unterwerfen.

Diese Thatsache, die sich nicht ableugnen läfst, ist sie notwendig, oder bezeichnet sie nur ein Übergangsstadium? Wird das, was uns Theoretiker jetzt interessiert, später noch einmal in allgemeinerem Sinne verwendbar werden? Ich habe oft, und ich darf sagen: mit ehrlichem Zweifel darüber nachgedacht; aber ich bin schliefslich, je länger ich es that, desto mehr in meiner optimistischen Überzeugung gefestigt worden. Unsere Theorieen sind nicht überflüssig, ein eitles Spiel der Phantasie. Es handelt sich nur um gewisse Schwierigkeiten, die sich ihrer Verbreitung und Verwertung entgegenstellen. Dieselben liegen zum Teil auf mathematischer Seite und können durch zweckentsprechendes Verhalten der Mathematiker gemildert und allmählich gehoben werden. Irre ich nicht, so drängt ein allgemeiner Zug die jüngeren Kräfte dahin, eben dieses zu versuchen. Heute, wo ich die Ehre habe, zum ersten Male zu Ihnen zu reden, wüfste ich keinen mir näher liegenden Gegenstand. Sehen Sie doch durch meine Berufung die Zahl der mathematischen Lehrstühle abermals um einen vermehrt, so dafs die Frage natürlich scheint, ob denn die Mathematik, nach dem Mafse ihrer Wichtigkeit für allgemeine Interessen, eine so zahlreiche Vertretung beanspruchen kann.

Das erste und wichtigste Hemmnis, das, meiner Meinung nach, auf unserer Seite weggeschafft werden mufs, läfst sich kurz und verständlich bezeichnen. Tritt doch derselbe Mifsstand in den verschiedensten anderen Disziplinen auf! Es ist die durchgehends zu grofse Spezialisierung des Universitätsunterrichts und die damit zusammenhängende Bildung einseitiger mathematischer Schulen. Gestatten Sie mir, dies mit einigen Worten auszuführen, und zwar an demjenigen Fache, das ich in erster Linie zu vertreten habe, an der Geometrie. Ich will mich dabei auf nur einige, besonders charakteristische Vorkommnisse der deutschen Wissenschaft beschränken; denn die Reihe der aufzuzählenden Widersprüche würde unübersehbar, wollte ich zugleich der abweichenden Entwickelungen gedenken, die unser Fach im Auslande genommen hat.

Sie alle haben, auch wenn Sie den mathematischen Studien ferner stehen, die neuere oder projektivische Geometrie als eine der wichtigsten modernen Errungenschaften auf mathematischem Gebiete rühmen hören. Insbesondere wir hier in Leipzig haben doppelte Ursache, von derselben zu reden. War doch Möbius der Erste in Deutschland, der sich an die von Monge und Poncelet geweckten Ideen anschlofs und, selbständig weitergehend, bereits 1827 sein Fundamentalwerk, den baryzentrischen Kalkul, veröffentlichte! — Nun aber meine man nicht — und das ist eine erste bedauernswerte Thatsache — dafs Möbius hiermit sofort einen nennenswerten Erfolg errang. Vielmehr blieb sein Buch, trotz aller Klarheit der Exposition, Dezennien hindurch so gut wie unbekannt, und hat nur einen indirekten Einflufs auf den Fortschritt der Geometrie gewinnen können. Der letztere knüpfte sich zunächst an zwei Namen, die beide unabhängig von Möbius dastehen, an Plücker und Steiner.

Steiner erblickte nicht nur den einzigen Gegenstand seiner Untersuchungen, sondern auch die einzige Quelle seiner Beweise in der unmittelbaren geometrischen Anschauung. So wurde er der Schöpfer derjenigen Disziplin, welche man gewöhnlich als neuere synthetische Geometrie bezeichnet. In seiner schroffen Eigenart wurde er der Stifter einer besonderen geometrischen Schule, die bis heute daran festgehalten hat, trotz ihrer vielfachen Beziehungen zu Nachbargebieten, sich ihre Abgeschlossenheit zu wahren. — Plücker war allgemeiner angelegt. Für ihn war die

abstrakte Gröfsenlehre, die Analysis, die eigentliche Wissenschaft, und die Geometrie (wie andererseits die Mechanik) nur ein Gegenbild derselben. So hat Plücker die Grundgedanken der neueren Geometrie in die Algebra hinübergetragen. Aber auch seine Interessen waren nach vielen Seiten begrenzt. Ich sage dies mit der ganzen Zurückhaltung, die ich meinem ersten, hochverehrten Lehrer schulde, doch sage ich es um so lieber, als ich hierdurch meine eigene Auffassung mit besonderem Nachdrucke hinstellen kann. Die synthetische Richtung, wie sie Steiner vertrat, konnte und mochte Plücker durchaus nicht gelten lassen, er betrachtete sie als überflüssig, wo nicht als schädlich. Und auch in der Analysis hatte er starke Antipathien. Seine Hauptleistung war es gewesen, das unnötige Rechnen in der analytischen Geometrie zu vermeiden und aus den zweckmäfsig zusammengezogenen Formeln heraus die Schlufsresultate unmittelbar abzulesen. Um so weniger mochte er sich mit Hesse befreunden, der, als Schüler Jacobis, das Rechnen auch in der Geometrie wieder zu Ehren brachte und mit Virtuosität übte. — Also schon in dieser Periode (die jetzt etwa 40 Jahre zurückliegt) keine harmonische Gesamt-Auffassung und kein Ineinanderwirken der zusammengehörigen Kräfte!

Ich überspringe die zwischenliegenden Dezennien, um Ihre Aufmerksamkeit nicht zu ermüden. Sie alle kennen den Namen des der Wissenschaft zu früh entrissenen Clebsch. — Hier war ein Mann, der das Ganze der Wissenschaft zu erfassen suchte. Clebsch wollte nicht nur Geometrie und Algebra, er wollte ebenso Geometrie und Funktionentheorie verschmolzen sehen; er glaubte, dafs gründliche geometrische Untersuchungen auch für andere Gebiete der reinen Mathematik nützlich sein könnten. Allein was ist sein Erfolg gewesen? Sicher hat Clebsch im Kreise seiner zahlreichen Freunde ein bleibendes Andenken hinterlassen. Mufs ich es doch zumal dem nachwirkenden Einflusse seiner Persönlichkeit zuschreiben, wenn Sie, meine hochgeehrten Fachgenossen, die Creierung der neuen geometrischen Professur beantragten. Aber bei der überwiegenden Zahl der deutschen Mathematiker ist seine Auffassung bereits wie vergessen oder nie recht verstanden worden. Weil er selbst vom Schauplatze seiner Thätigkeit frühe abtreten mufste, will man auch seinen Bestrebungen eine nur vorübergehende Bedeutung zuerkennen.

Es ist überflüssig, mit solchen Betrachtungen noch weiter fortzufahren. Sie sehen, wie innerhalb der neueren Geometrie der Gegensätze eine Menge ist. Die Vertreter des Faches verfolgen, je nach ihrer Beanlagung verschiedene aber durchweg individuelle Ziele. Und ähnlich ist es im Gesamtgebiete der neueren Mathematik.

Die nächste Folge davon ist, dafs der Unterricht der heranwachsenden Generation verkümmert. Sicher ist es für den Studierenden vom allergröfsten Vorteil, Spezialvorlesungen zu hören und von dem Dozenten in den Kreis der von diesem selbständig vertretenen Ideen eingeführt zu werden. Aber neben diesen Vorlesungen, welche die höchste Aufgabe des akademischen Lehrers bilden mögen, sollten andere nicht fehlen, die im allgemeinen auf dem Gebiete der modernen Mathematik orientieren, den Zusammenhang und die Berechtigung aller Einzelbestrebungen nachweisen. — Mit dieser Verkümmerung des Unterrichts geht der Mangel brauchbarer Lehrbücher Hand in Hand. Es giebt dafür kein schlagenderes Beispiel als das folgende. Die Analysis des Unendlichen hat in den letzten 25 Jahren eine wesentliche Umgestaltung erfahren. Wir haben zunächst die Verschärfung der Grundbegriffe des Differentiierens und Integrierens. Wir haben sodann die Theorie komplexer Variabler mit ihrer ganz neuen Einsicht in das Wesen des Funktionsbegriffs. Wir haben endlich eine wesentlich vollständigere Kenntnis der algebraischen Differentiale und Differentialgleichungen. Aber wo ist das für den allgemeinen Gebrauch bestimmte Lehrbuch der Differential- und Integral-Rechnung, das von alle dem Rechenschaft gäbe?

Unsere besseren Bücher sind immer noch diejenigen, welche auf Cauchys Cours d'analyse zurückgehen, und der ist jetzt nahe 60 Jahre erschienen.

Und nun erinnern Sie sich dessen, was ich in der Einleitung sagte. Wie sollen allgemeinere Kreise unsere moderne Mathematik verwerten können, wenn Vorlesungen und Lehrbücher nur mangelhafte Kenntnis vermitteln? Ich werde dem einzelnen Dozenten keine Vorschriften machen. Es würde mir schlecht anstehen, hochstehende Männer, die in der Beschränkung auf einzelne Fragen Hervorragendes leisten, zurechtweisen zu wollen. Aber nützlich scheint es zu sein, einen anderen Weg zu suchen, wie wir Jüngeren jetzt in gröfserer Zahl thun. Wir wünschen vor allen Dingen in uns selbst eine möglichst umfassende Kenntnis der bestehenden mathematischen Disziplinen zu erzeugen; die soll sich dann, ohne besonderes Zuthun, in den Vorlesungen wirksam erweisen und darüber hinaus auch in das praktische Leben greifen! Freilich droht dabei, wie wir nicht verkennen, eine Gefahr. Es ist die, dass wir statt mathematischer Einsicht nur encyklopädische Kenntnis vermitteln. Aber soll man deshalb von einem Unternehmen abstehen, weil Schwierigkeiten mit demselben verbunden sind?

Doch nehmen wir an, alle solche Mifslichkeiten seien überwunden. Dann bleibt den meisten Teilen der modernen Mathematik noch immer ein Charakter, der sie schwer zugänglich und noch schwerer verwendbar macht. Es ist ihre grofse Abstraktheit, die wir bekämpfen müssen.

Sicher war es ursprünglich ein grofser Fortschritt, den Lagrange über Euler machte. Euler hatte vorwiegend einzelne Probleme behandelt, jede Aufgabe mit einem besonderen Kunstgriffe. Lagrange lehrte, mit allgemeinen Methoden ganze Klassen von Aufgaben gleichzeitig erledigen. Und ebenso war es ein weiterer Gewinn, als man begann, das formale Element in der Mathematik noch stärker zu betonen, als sich der Grundsatz Bahn brach, dafs dieselbe Rechnung der verschiedensten Deutungen fähig sein kann, dafs sie aber richtig ist unabhängig von jeder Deutung auf Grund der für die Elementaroperationen vorauszuschickenden Prämissen. Und doch meine ich, dafs man beim Unterrichte und auch bei der eigenen Arbeit derartige Auffassungen nicht zu sehr in den Vordergrund stellen soll. Sonst kommt es dazu, dafs wir vor lauter Allgemeinheit ein einzelnes Problem gar nicht mehr nach seiner konkreten Wirklichkeit zu erfassen vermögen, und die Kluft, welche schon jetzt den theoretischen Mathematiker von den Anwendungen trennt, wird unübersteiglich.

Ich kann das, was ich meine, um so besser an dem Beispiele der neueren Geometrie spezifizieren, als eine Umwandlung, wie ich sie wünsche, bei ihr bereits eingetreten oder wenigstens eingeleitet ist. Vorhin bereits bemerkte ich, dafs wenigstens die synthetische Geometrie ursprünglich von der unmittelbaren räumlichen Anschauung ausgegangen ist. Aber nun ist das Merkwürdige, dafs auch sie in ihrer Entwickelung die Anschauung nicht festgehalten hat. Wie eigentlich eine Kurve 4. Ordnung oder eine Fläche 3. Ordnung beschaffen ist, ich meine, wie sie aussieht, blieb unerörtert und also auch, da die Sache nicht ganz einfach ist, unbekannt. Man definierte solche Gebilde nur mit Worten, und die Sätze, die man fand, wurden nicht als Thatsachen der Anschauung sondern nur als richtige Aneinanderkettungen der (ursprünglich anschauungsmässigen) Definitionen empfunden. Diese ging so weit, dafs man für eine Frage von primärer Wichtigkeit, für den Unterschied von reell und imaginär, vielfach so gut wie gar kein Interesse mehr hatte.

Das ist nun so ziemlich das Gegenteil von demjenigen Standpunkte, den ich für den richtigen, weil förderlichen, halte. Und eben hier haben wir Jüngeren einen neuen Weg eingeschlagen oder eigentlich früher immer benutzte Hülfsmittel aufs neue hervorgesucht. Wir halten uns nicht für zu vornehm, um beim Unterrichte und auch bei der eigenen Forschung Zeichnungen und Modelle in ausgiebiger Zahl zu verwerten. Wir thun

dies in dem Umfange, dafs wir eigene Sammlungen organisieren. Ich kann hier um so mehr aus eigener Erfahrung reden, als ich in meiner vorigen Stellung am Münchener Polytechnikum zusammen mit meinem Kollegen, Herrn Prof. Brill, dank der Liberalität der bayrischen Staatsregierung in der Lage war, umfassende Hülfsmittel für solche Zwecke verwenden zu können. Lassen Sie mich zumal von dem Eindrucke erzählen, den zahlreiche Vertreter der Wissenschaft, die unsere Sammlung besichtigten, und eben solche Männer, denen die Mathematik zwar ein notwendiges Hülfsmittel, aber doch nicht der Hauptgegenstand des Interesses ist, von da mitgenommen haben. Sie alle waren darüber einig, dafs Ihnen mannigfache Fragen, welche Ihnen bisher in abstrakter Formulierung schwierig erschienen waren, plötzlich unmittelbar verständlich und fafsbar geworden sind.

Statt vieler Beispiele lassen Sie mich dies eine erwähnen. Auf der Kugel fallen, wie man weifs, die kürzesten Linien mit den sogen. gröfsten Kreisen zusammen. Daher schneiden sich alle kürzesten Linien, welche durch einen beliebig gegebenen Punkt hindurchlaufen, in einem zweiten, dem diametral gegenüberstehenden Punkte. Wie ändert sich dies, wenn wir statt der Kugel eine andere geschlossene Fläche nehmen? Also etwa diejenige Fläche, bei der unsere Frage den Astronomen und Geodäten interessiert: ein Rotationsellipsoid. Man weifs aus der Variationsrechnung, dafs statt des zweiten Schnittpunktes eine vierspitzige Enveloppe auftritt, die von den auf einander folgenden kürzesten Linien umhüllt wird. Aber es ist schwer, sich vorzustellen, wie diese Enveloppe auch nur für einen einzelnen fest gegebenen Ausgangspunkt gestaltet ist. Es ist noch viel schwerer, sich deutlich zu machen, wie diese Enveloppe sich ändert, wenn der Ausgangspunkt sich bewegt. Und doch scheint eben dies für den Praktiker von gröfster Wichtigkeit, denn nur so kann er sich über den Gesamtverlauf einer kürzesten Linie eine klare Vorstellung machen. Modelle, welche Herr Prof. Brill vor einiger Zeit hat erscheinen lassen, veranschaulichen das mit aller wünschenswerten Klarheit. Die in Betracht kommenden Linien sind übersichtlich nebeneinander gezeichnet, und ein beigegebener Faden, den man um das Ellipsoid spannen kann, gestattet, sozusagen mit dem Gefühl die Richtigkeit der Konstruktion zu kontrolieren.

Oder soll ich noch einer anderen Modellserie gedenken, die eben jetzt veröffentlicht wurde? Bei ihr handelt es sich um Veranschaulichung der Raumkurven dritter Ordnung. Diese Kurven haben eine gewisse Bedeutung in der physiologischen Optik. Der Ort derjenigen Raumpunkte, von denen Lichtstrahlen ausgehen, welche die Augen des Beobachters in korrespondierenden Punkten treffen, ist eine Raumkurve dritter Ordnung. Dies ist bekannt; aber ich möchte beinahe glauben, dafs man sich über Lage und Gestalt dieser Kurve bisher eine nur ungenügende Vorstellung gemacht hat.*) Unsere Modelle bringen sämtliche Gestalten zur Anschauung, deren eine solche Kurve fähig ist, und es kann wohl nicht schwer sein, unter ihnen diejenige herauszusuchen, welche man jeweils gebraucht.

Nur eins mag man, von pädagogischem Standpunkte aus, der ausgiebigen Benutzung solcher Hülfsmittel entgegensetzen. Es ist dies, dafs wir dem Studierenden die Aufgabe zu sehr erleichtern, dafs wir ihm durch Vorführen konkreter Fälle das Auffassungsvermögen für abstrakte Beziehungen beeinträchtigen. Ich kann dem gegenüber nur sagen, dafs wir etwas derartiges jedenfalls nicht beabsichtigen. Wir gehören nicht zu denen, die dadurch die Mathematik zugänglicher machen wollen, dafs sie

*) [Dies ist, wie ich bald hernach erfahren habe, ein Irrtum; die Physiologen haben längst selbst Modelle der in Betracht kommenden Kurven dritter Ordnung konstruiert.] Kln.

ihre höheren Teile abschneiden und bei Seite lassen. Bei uns soll die Veranschaulichung nur ergänzend eingreifen; wir meinen, daſs auch die abstraktere Forschung durch Neuberührung mit dem Boden, auf dem sie gewachsen, selbst neue Stärkung erhält!

Und nun bleibt mir noch ein letzter Punkt zu berühren. Wir sollen, im Sinne der von mir vertretenen Ansicht, nicht nur bestrebt sein, die theoretische Mathematik den Anwendungen näher zu rücken, sondern wir werden letztere selbst heranziehen und unseren Zuhörern vorführen, wie immer die Anwendungen sich gestaltet haben mögen. Das aber bedingt, in mannigfachem Betracht, eine Erweiterung des an der Universität üblichen Lehrstoffes. Bei der neueren Geometrie wenigstens sind die Anwendungen, von denen ich zu berichten weiſs, der Hauptsache nach auf dem Boden der Technik gewachsen und an der Universität bisher so gut wie unbekannt.

Ich denke dabei zunächst an die darstellende Geometrie, deren Aufgabe es ist, räumliche Figuren durch exakte Zeichnungen wieder zu geben. Ihre engen Beziehungen zur neueren Geometrie brauche ich kaum zu schildern; ist doch aus der darstellenden Geometrie, historisch genommen, die „neuere" erwachsen! Ich denke ferner an die graphischen Konstruktionen, wie sie je länger je mehr bei Aufgaben der Statik und Mechanik üblich werden; sie bilden ebensowohl eine Verwendung der neueren Geometrie, als eine Weiterbildung derselben. Ich denke endlich an die Entwickelung der Maschinen-Kinematik. Auch bei ihr ist es wieder ein Gebilde der neueren Geometrie, das von Möbius gefundene Nullsystem, das allen Entwickelungen zu Grunde liegt.

Und in der That ist es meine Meinung, daſs wir alle diese Gebiete in den Universitätsunterricht verflechten müssen. Sollen wir dieselben ignorieren, bis wir eines Tages von der Entwickelung der Technik vielleicht auch theoretisch überholt sind? Ist es nicht eine ebenso würdige Aufgabe der Mathematik, richtig zu zeichnen, wie die, richtig zu rechnen? Und sind nicht überdies unsere Zuhörer zum groſsen Teile darauf angewiesen, gerade gegen diese Anwendungen in Zukunft Stellung zu nehmen? — Freilich werden wir eine andere Art der Darlegung eintreten lassen müssen, als sie, für diese Fächer, am Polytechnikum üblich und zweckmäſsig ist. Wir werden uns auf eine Auseinandersetzung allein der Prinzipien zu beschränken haben und das viele für den Techniker unentbehrliche Detail bei Seite lassen. Ich fürchte dann auch nicht eine Überlastung des Studenten. Der Vermehrung des Stoffes entspricht in diesem Falle eine Steigerung des Interesses. Die Thätigkeit wird intensiver, aber sie beansprucht keine gröſsere Zeit.

Ich bin am Ende meiner Darlegungen. Dies eine, glaube ich, wird man nicht bestreiten, daſs die von mir entwickelten Anschauungen, richtig durchgeführt, für die Studierenden nützlich sein müssen. Aber ich fürchte fast, die Aufgabe für den mathematischen Dozenten und insbesondere den Geometer zu hoch gestellt zu haben. Es kann nicht anders sein, als daſs ich überall hinter meinen eigenen Anforderungen zurückbleibe. Zumal in der ersten Zeit. Ein umfassendes Programm, wie das von mir vorgelegte, läſst sich jedenfalls nur allmählich durchführen. Um überhaupt eine Wirkung zu erzielen, bin ich zu Anfang gezwungen, einseitig zu sein. Haben Sie damit alle Nachsicht, und messen Sie nicht nach der Gröſse der einzelnen Leistung, sondern nach dem Plan und der Absicht, die dem Ganzen zu Grunde liegt!

Erlangen, 7. Oktober 1880.

Eine Reise in das Reich der Cirren oder die neueste höchste Luftschiffahrt.*)

Von A. Berson, Assistent am K. meteorolog. Institut in Berlin.

Der merkwürdige, hochinteressante Aufstieg des „Phönix" vom 11. Mai 1894, an dem es dem Premierlieutenant Grofs von der Militär-Luftschiffer-Abteilung und dem Erzähler gelungen war, durch gewaltige Schneewolkenmassen bis zu einer Höhe von ca. 8000 m (genauer 7930) vorzudringen, hatte gelehrt, dafs noch gröfsere Höhen nur unter besonders günstigen Umständen und bei weitestgehender Erleichterung des Ballons erreichbar sein würden. Vielfache Erfahrung, gründliche Überlegung und Diskussion hatten mich, gleichwie die Leiter des Unternehmens, meine Freunde und Berater, einsehen lassen, dafs es durchaus angängig und ausführbar wäre, nach eingehender Vorbereitung eine Fahrt mit dem Phönix allein und unter Zurücklassung des Ankers (der mit Zubehör 90 Pfund wiegt) zu unternehmen. Drei solcher „Solo"-Aufstiege mit einem kleinen Ballon bis zu 4000 m Höhe waren schon im Laufe des Jahres, gewissermafsen als Vorübung, voraufgegangen — auch in der Führung des grofsen Phönix (2630 cbm) unter den verschiedensten Verhältnissen hatte ich mir hinreichende Übung angeeignet.

Als ich mich am 4. Dezember um 10 Uhr 28 Min. früh von einem freien Terrain bei Leopoldshall-Stafsfurt (Prov. Sachsen) aus der Mitte einer grofsen Zuschauermenge erhob — Lieutenant Grofs war der letzte, der mir kräftig die Hand gedrückt hatte — beugte ich mich über den Rand des Korbes und sah den schlangenartig auf dem Blachfelde ausgelegten, 200 m langen Schleppgurt sich eilig in die Luft hinaufringeln. Es war sonnig, doch dunstig und leicht wehte der Südost; hoch oben am Himmel sah es sehr unrein und „cirrös" aus. Ich warf noch Ballast nach und war nach einer Viertelstunde schon 2000 m hoch gestiegen. Stafsfurt lag bereits südlich von mir, am Horizonte hatte sich das gedrungene Massiv des Harzes aufgebaut, das nun allerdings sich in der Tiefe immer mehr abzuflachen schien. Es wurde zunächst sehr warm — die Lufttemperatur nahm bis 1500 m um 6° zu! — ich beschlofs, nachdem der Ballon ins Gleichgewicht gekommen war und genug Beobachtungen vorlagen, rasch höher zu gehen.

Auf das gewohnte genaue Verfolgen der Fahrlinie konnte ich mich nicht einlassen, da dasselbe eine etwas zeitraubende fortwährende Orientierung auf grofsen Karten erfordert. Die notwendige dauernde Kontrolle des Ballons in Bezug auf seine vertikale Bewegung, Korb und Ventile, sowie die Wahrnehmung der wichtigsten Beobachtungen, wie Luftdruck, Temperatur, Feuchtigkeit, Strahlung, Himmelszustand, beanspruchten ohnehin ein ziemlich grofses Mafs von Gewandtheit und — hinsichtlich der Führung des Ballons — Schnelligkeit des Entschlusses, wenn alles von einem einzigen auszuführen war.

Ist keine schwere Wolkenschicht zu überwinden, so fühlt sich der wissenschaftliche Luftschiffer (man verzeihe das öftere Wiederholen des schwerfälligen Adjektivs, das aus bestimmten Gründen doch immer aufs Neue betont werden mufs), welcher schon höhere Fahrten ausgeführt hat, erst von einer Erhebung von über 4000 m an einer seine Energie und Unternehmungslust reizenden Aufgabe gegenübergestellt. Die ersten par tausend Meter „imponiren" ihm nicht mehr — er führt gleichmütig seine Ablesungen aus, konstatiert mechanisch sein „wir steigen" oder „wir fallen", wirft Sand und macht eine erhebliche Dosis schlechter Witze. Nur das

*) Aus der meteorolog. Monatsschrift „Das Wetter". Von Prof. Afsmann. Jahrg. XII (1895), Heft 1.

prachtvolle Bild unter ihm, die je nach Jahreszeit und Gegend so wechselvolle Landschaft, und das nicht weniger schöne Schauspiel über und neben ihm oder zu seinen Füßen, die eigentlich ihm allein in ihrer wahren Gestalt bekannten und vertrauten Wolkengebilde vermögen ihn zu fesseln. Ist aber das Barometer unter 450 mm gefallen, so fängt die dünn werdende Luft an, ihn zu erinnern, wo er sich eigentlich befindet — sein wissenschaftlicher Ehrgeiz und aëronautischer Drang werden wach, und machen, wenn die Nadel des Aneroids auf weniger als 400 mm zeigt (ca. 5100 m) nun einer konstanten Spannung Platz.

Eine Stunde nach der Abfahrt hatte ich diese Höhe erreicht, das Thermometer zeigte —17.5° (bei 0° bis +1° auf der Erde, +6° in 1400 m); lange Wellenzüge kleiner grauer Wölkchen deckten nun teilweise tief unten die Erde, deren Oberfläche wie ein Schachbrett mit verschieden grofsen, länglichen, im Winter nur weifsen und grauen Feldern sich langsam unter mir verschiebt. Ein leichtes Herzklopfen stellt sich ein; bei 6000 m (350 mm Luftdruck) notiere ich —25.5°. Auch die rufsgeschwärzte Kugel des Aktinometers (zur Messung der Stärke der Sonnenstrahlung) zeigt nur 0° — der aus unsichtbar feinen Eisnadeln bestehende Dunst schwächt die sonst in diesen Höhen mächtige Insolation sehr erheblich ab — doch schützt mich bei der Windstille, die in dem mit der Luft frei fliegenden Ballon ja herrscht, mein biederer Schafpelz noch ausreichend gegen die Kälte.

Viermal hatte ich schon vorher die Höhe von 6000 m erreicht und überschritten, und hatte es in Erinnerung, dafs es mir noch immer bei ähnlichem Luftdruck und Temperatur verhältnismässig recht gut ergangen war. Nun reichten aber drei von diesen Fahrten nur unerheblich über diese Grenze hinaus; bei der einzigen, der schon oben erwähnten Hochfahrt vom 11. Mai, die auch noch über 7000 und bis auf 8000 m ging, war ich dagegen in den gröfsten Höhen allerdings für Augenblicke in einen soporösen Zustand mit Trübung der Sehkraft verfallen, aus dem ich mich erst immer aufreifsen mufste — während mein Begleiter, Lieutenant Grofs, mehr an Herzklopfen und Athemnot litt.

Im Hinblick auf diese Erfahrungen mache ich jetzt, um 12 Uhr in 6700 m angelangt (Barometer 320 mm, Thermometer —29°, Hygrometer 28%), meinen Athmungsapparat zum Gebrauche klar. In einer Ecke des Korbes steht festgebunden ein hoher Stahlcylinder, in welchem sich 1000 Liter Sauerstoff, auf 200 Atmosphären Druck komprimiert, befinden. Ich setze einen langen Gummischlauch an das am Behälter angebrachte Ventil, welches mir das belebende Gas, auf den umgebenden Luftdruck ausgedehnt, zukommen läfst. Ich werfe einen Blick auf die scheinbar bewegungslos über mir schwebende, grofse, gelbe Kugel — der Reif, der sich in der Nacht und Morgenfrühe auf ihr ansetzt, ist unter den Sonnenstrahlen geschmolzen und hängt nun in Eiszapfen wie um einen Kronleuchter um sie herum. Mit Anstrengung — die kleinste Hantierung empfindet man hier, wo dafs Herz ohnehin schon doppelte und dreifache Arbeit zu leisten hat, als schwierig — steige ich auf den Korbrand und löse die Ventilleinen, die sich immer wieder recken, ganz frei. Mit halblauter Stimme sage ich mir vor: „jetzt Beobachtung der Instrumente!“ Zeit, Druck, drei Thermometer (trocken und feucht), Hygrometer, Strahlungs-Thermometer — alles rasch notiert! jetzt ein Blick auf den Barographen, der mir den senkrechten Gang des Ballons anzeigt, Messer in die Hand, einen oder zwei grofse Sack Ballast abgeschnitten — mit einem dumpfen Schall kippt der Sack um, ich sehe dem sich zu einem goldenen Ringe ausbreitenden Sande nach: tief unten im Dunst liegt die noch immer grofsenteils wolkenfreie Erde ..... Aber schon fängt der Ballon an rapide zu steigen, also zurück an die Instrumente!

So geht es von Anfang an abwechselnd fort. Um 12 Uhr 24 M. habe ich unsere gröfste Höhe vom 11. Mai bei — 38.5° überschritten. Ich

prüfe meinen Zustand und finde, dafs ich ruhig höher gehen kann, was mir mein Ballastvorrat auch gestattet. Allerdings athme ich dauernd Sauerstoff — wobei ich dann nur ein leichtes Gefühl von Schwindel im Kopfe wahrnehme, von mäfsig starkem Herzklopfen begleitet sonst aber durchaus im Stande bin, zu beobachten, zu überlegen, zu schreiben. Jetzt gewinne ich die Überzeugung, dafs die Schlafsucht bei der Maifahrt nur eintrat, weil ich mich der dünnen kalten Luft nach einer (in Folge Vorbereitungen) fast total schlaflosen Nacht ausgesetzt hatte, während ich diesesmal, da die Offiziere der Luftschiffer-Abteilung mir mit aufopfernder Freundlichkeit alles sorgsam bereitet hatten, eine achtstündige Nachtruhe hinter mir habe. Es wird die Erinnerung wach an eine Oktoberfahrt, in der wir in kaum 5400 m, einer Höhe, die ich sonst stets vorzüglich ertragen, von starker Schlafsucht befallen wurden: wir waren eben damals um Mitternacht aufgestiegen. . . . Diese raschen Überlegungen bestärken mich in dem Entschlusse, höher zu gehen, wenn es mir auch sehr wohl gegenwärtig ist, dafs ich nun in die höchsten, erst zweimal von Luftschiffern erreichten Schichten von über 8000 m komme und dafs bei der ersten derselben (der bisher höchsten Luftfahrt) James Glaisher ca. 8500 m ohnmächtig in seinem Korbe zusammenbrach, um erst beim Abstiege aus noch gröfserer, nicht feststellbarer Höhe wieder zu erwachen — während bei der zweiten, im April 1875, zwei von den drei französischen Aëronauten, Sivel und Crocé-Spinelli (trotz mitgenommenen Sauerstoffes, den Glaisher nicht hatte), in etwa 8300 m wohl durch Asphyxie ihren Tod fanden.

Sobald ich jedoch nur auf wenige Sekunden, durch Arbeiten im Korbe dazu verführt, oder absichtlich zum Zwecke physiologischer Feststellung, das Mundstück des Schlauches fallen lasse, überfällt mich ganz gewaltiges Herzklopfen, dann fange ich beinahe an zu taumeln und greife rasch wieder nach dem lebenspenden Gasschlauche. Einmal überrasche ich mich selber dabei, wie mir trotz allem die Augen leicht zufallen: ich rüttle mich mit lauten Scheltworten auf, denn ich fühle, dafs hier viel auf dem Spiele steht.

Indessen ist der Ballon den verwaschenen Cirruswolken nahegekommen, die seit früh sich hoch am Himmel gezeigt hatten, um dann allerdings stark abzunehmen; nun taucht er in dieselben ein. . . Sie bestehen zu meiner Überraschung — ich bin jetzt in 8700 m angelangt, das Quecksilberbarometer zeigt 245 mm, das Thermometer — 43.7° — nicht aus Eisnadeln, sondern aus wohlgebildeten kleinen Schneeflocken, die ziemlich dicht um mich herumwirbeln. Der Ballon sieht in der Wolke weifslich aus: doch schon taucht er wieder hervor, nachdem ich den letzten Sack, den ich opfern durfte, abgeschnitten. Bei über 9000 m habe ich die Wolke überwunden, rein und kalt wölbt sich der Himmel über mir; doch zeigt er nicht das tief dunkle, oft schon in 3000—4000 m Höhe bewunderte Blau, sondern eine hellere, blasse Färbung — in noch gröfseren Höhen über mir schwimmen offenbar feine, dem Auge nicht wahrnehmbare Dunstmassen. Ich fühle mich jetzt viel wohler und freier als bisher, aber ich habe nur noch sechs Sack Ballast. Um 12 Uhr 49 Min., also $2^1/_2$ Stunden nachdem ich die Erde verlassen, zeigt das Barometer 231 mm Luftdruck (230.1 bei —29.0° Temperatur des Quecksilbers), das Thermometer —47.9°; selbst das Strahlungsthermometer in voller Sonne nur —23.8°. Der Ballon hält jetzt wieder einmal inne — ich darf keinen Ballast mehr opfern, wie gerne ich auch höher möchte und obgleich ich mich so wohl befinde, dafs ich rasch eine Höhenberechnung vornehme, die mir meine Erhebung als auf roh 9600 m, reduciert 9150 m (wahre Höhe) angiebt, und — der Aufstieg hat sein Ende gefunden.

Ich sage mir zum Troste, dafs es auf diese Weise unserem Unternehmen gelungen sei, alle bisherigen (französischen und englischen) Fahrten an Höhe zu schlagen und höher vorzudringen, als überhaupt Menschen

je gewesen — und sehe jetzt, als der Phönix sehr langsam anfängt zu fallen, in der spiegelnden Fläche des Aneroids, daſs mein Gesicht ganz blau geworden ist. Als ich nach dem Instrument greifen will, glaube ich an glühende Kohlen zu fassen: so eigentümlich ist das Kältegefühl, welches in uns das Metall bei der Berührung in diesen extremen Frostgraden hervorruft. Jetzt, im ersten Stadium des Abstieges — zunächst erreicht der Phönix wieder ansteigend nochmals 9100 m, worauf ich das kleine Manövrierventil lüfte — beginne ich nun auch bei der, wie hervorgehoben, nur schwachen direkten Strahlung der Sonne unter der langandauernden enormen Kälte zu leiden. Ich zittere an allen Gliedern so stark, daſs ich mich vorübergehend festhalten muſs. . .

In groſsen Windungen erscheint, 8500 m tief unter dem Korbe, ein Fluſs: ein schmales Bändchen, das sich im fernen Nordwesten verliert. Ich zögere keinen Moment in ihm die Elbe zu erkennen; wie kleine rote Flecken und doch im Detail erkennbar, gewahre ich zahlreiche kleine Orte. Denn auch aus acht- und neuntausend Meter Höhe — ich betone das, um einer hundertmal und immer wieder an den Luftschiffer gestellten Frage zu begegnen — ist die Erde unter dem Ballonkorbe sichtbar, wenn nicht Wolken sie bedecken; und sie wäre dies natürlich ebensogut aus neunzigtausend Meter Höhe. Ich habe keine Zeit, bei einer allein unternommenen Fahrt Karten zu vergleichen, und präge nur einen auffallend gelegenen Ort am nördlichen Elbufer, sowie ein System von toten Stromarmen möglichst genau meinem Gedächtnisse ein. Nachher konnte ich feststellen, daſs ich die Elbe bei Dömitz überflogen; es geschah dies aus SSW nach NNE zu. Es war eben die gewöhnliche Drehung des Windes, mit zunehmender Höhe immer mehr nach rechts, zur Isobare und schlieſslich gegen das Maximum zu, eingetreten.

Plötzlich werde ich der Stille gewahr, die mich umgiebt — jener ewigen, eisig-stillen Ruhe der höchsten Schichten des Luftmeeres, zu denen kein Geschöpf und kaum noch ein Laut der Erde vordringt. Das schwache Ticken des Uhrwerkes im Barographen, welches bisher neben dem kaum vernehmlichen Surren des $1^1/_2$ m vom Korbe angebrachten Aspirationspsychrometers einzig die feierliche Stille jener Regionen gestört, hatte genügt, dem Korbe eine Art von Leben zu verleihen. Das Instrument war, wohl unter Einwirkung der Kälte, stehen geblieben — und nun merke ich erst, wie unheimlich still es hier war, wo ich nicht einmal einen zweiten Korbinsassen anreden konnte. Beinahe krampfhaft bringe ich durch Erschütterung das Instrument wieder in Gang. . . .

Nördlich der Elbe hatte alles Land schlechtes Wetter — geschlossen lagen in immenser Tiefe unter mir die Wolken, die Erde vollständig meinem Blicke entziehend und die Orientierung war definitiv verloren.

Ich überlege mir nun kurz, was zu thun ist. Noch bin ich in groſsen Höhen — bei 7500 m hört der Ballon von selbst auf zu fallen und biegt bald wieder nach oben um. Ein Wiederansteigen darf ich jetzt nicht mehr gestatten; auch hätte es keinen Zweck mehr, durchfroren und matt wie ich bin — ich darf noch immer nicht daran denken, die künstliche Atmung aufzugeben — nochmals auf die gröſste Höhe hinaufzuklimmen, da ich doch keinen Ballast mehr opfern kann, um dieselbe zu überschreiten. Es hätte dies vielleicht nur das ganze bisher so vollauf gelungene Unternehmen gefährdet. Also Ventil! und den Phönix wieder zum Fallen gebracht! Mit einem Male merke ich, daſs zwei Finger meiner linken Hand erfroren sind; kräftiges Reiben bringt sie wieder zum Leben.

Ich weiſs vorläufig nicht, wo ich über die Elbe gegangen bin und denke zunächst, daſs ich nun Mecklenburg oder vielleicht eher die Priegnitz betreten habe. Gewöhnlich dauert der Abstieg viel kürzer, als das Heraufgehen; also habe ich noch auf alle Fälle genügend Festland vor mir.

In langsamen Wellen geht es hinunter, langsamer — von kurzen Minuten rascheren Sinkens abgesehen — als ich je aus solchen Höhen erlebt hatte. Immer wieder stoppt der Ballon, nachdem er 500 oder 1000 m gefallen, von selbst ab und beginnt horizontal zu fahren, wobei zunächst der Korb, der noch Fallgeschwindigkeit nach unten hat, in ein starkes, ja mehrfach direkt unheimliches Schüttern gerät — und dann steigt der Phönix langsam und schneller auf, bis kräftiges Ziehen, oft minutenlanges Hängen am Ventil ihn zum Umbiegen zwingt. Ich mache eine vollständige zweite Reihe von Ablesungen beim Heruntergehen (was uns bisher bei hohen Fahrten nicht gelungen war) die, ein Spiegelbild der während des Aufstieges gemachten, jene in schönster Art ergänzen. Nur von 5200 bis 3500 m fällt der Phönix schneller und immer schneller, so daſs ich in letzter Höhe um 2 Uhr 30 Minuten einen groſsen Sack Ballast zur Milderung des Falles abschneide; den einzigen während des ganzen Abstieges aus 9150 m bis der Ballon dicht über der Erde schwebte! Aber dieser eine volle Sack ist bei der vorzüglichen „Kondition" des Phönix an dem Tage schon zu viel; er hält mit einem Schlage inne und will energisch nach oben durchgehen, wovon ihn erst kräftiges und ausgiebiges Ventilziehen abbringt. Pfeifend und pfauchend entweicht das Gas und der Ballon fällt wieder. . . . .

Indessen wird der Himmel über mir fast ganz rein; in 5000 m angelangt, gebe ich die Sauerstoffathmung auf. Bei — 10° notiere ich: „es wird angenehm warm"; des Pelzes hatte ich mich schon etwas vorher entledigt.

Das so ungewöhnlich langsame und stufenweise Herabgehen des Ballons, wie günstig es rein aëronautisch und meteorologisch auch ist, fängt an, mich aus „geographischen" Gründen bedenklich zu machen. Meine Uhr zeigt drei; seit zwei Stunden habe ich die Erde nicht gesehen und bin noch 2800 m hoch. Ich lasse den Blick nach Norden schweifen: Wolken unten über der Erde, so weit er reichen kann, doch scheint im fernen Norden die Farbe des Himmels anders zu werden. . . Ist das „Wasserhimmel"? Der Ballon fällt mir zu langsam — ich denke an die Ostsee und ziehe jetzt das Ventil wiederholt, um ihn rascher herunterzubringen; durch die Wolken dringt schwaches Hundegebell herauf. . . .

Jetzt geht es schneller herab; es wird warm, sehr warm: in 1400 m lese ich + 5.6° ab, nach den — 48° oben allerdings eine beinahe unausstehliche Hitze. In scheinbar unerreichbaren Höhen segeln einzelne weiſse Federwölkchen über mir, Nachzügler der Cirren, die ich vor kurzem durchschnitten. Näher und näher kommt das geschlossene Wolkenmeer unter mir — dann schieſsen einzelne Wolkenköpfe scheinbar rapide empor, ich setze in einem Wellenthal des Nebeloceans auf, der Phönix stoppt, wie gewöhnlich an der Wolkenoberfläche, jäh im Fallen ab und beginnt zu schwimmen.

Ich habe indessen, zwischen Ablesungen und orientierenden Blicken zum Ballon und zu den Wolken unter mir hindurch, einen Apparat nach dem anderen verpackt; nur die Hauptinstrumente: Barograph, Aneroid, Psychrometer bleiben noch zum Gebrauche aufgehängt. Den Sauerstoff lasse ich jetzt herauspfeifen, wobei ich mich überzeuge, daſs noch ein groſses Quantum zurückgeblieben. Ein Aufprall auf die harte Erde mit der Stahlflasche, in der noch vielleicht 100 Atmosphären Spannung, könnte gefährlich werden.

Wieder schaue ich nach Norden und Nordosten aus, miſstrauisch den Himmel in jener Richtung betrachtend; zwar bin ich nur noch 500 m hoch, doch schwimmt der Phönix auf den Wolken und will von selber nicht durch. Es ist 3 Uhr 30 Min.; ich verpacke mit aller Raschheit das Psychrometer und hänge mich an die Leine des Manövrier-Ventils, bis der dicke weiſse Nebel der Wolken mich rings umgiebt. Nicht ein-

mal der grofse Körper des Phönix ist zu sehen; dagegen höre ich noch hinter mir Dampfpfeifen und Geräusch einer grofsen Stadt, in deren Nähe ich kurz vorher vorbeigekommen sein mufs.

Mit einem Schlage erscheint jetzt die graue Erde, auf der es schon leicht zu dunkeln anfängt: grofse Seen in der Ferne, ein kleinerer dicht unter mir, Moore, Wald und vereinzelte Gehöfte lassen mich Mecklenburg, vielleicht gar Holstein vermuten. . . Doch ist keine Zeit zu topographischen Studien übrig, auch sind die Namen jetzt gleichgültig. Schon taucht der Schleppgurt — die untere Wolkengrenze lag kaum 250—300 m über der Erde — in den vorerwähnten See; dies stoppt den Ballon ab und ich lasse mich ruhig in etwa 150 m Höhe über dem Wasserspiegel schleppen. Erst als ich merke, dafs es die ganze Länge des Sees, etwa $1\frac{1}{2}$ km, entlang geht, werfe ich einen Sack Ballast, worauf sich das Schlepptau wieder ganz in die Luft hebt.

Unterdessen bin ich einem gröfseren Gehöft nahe vorbeigeflogen, dahinter zeigt sich Feld und weite Haide, in der Ferne die grofsen Seen, die näher kommen. Hier giebts Landungsterrain und Leute zur Hülfe — also rasch das grofse Hauptventil auf! Flott geht es auf das Feld zu, rauschend entströmt das Gas, der Phönix sinkt gut, der Schleppgurt schleift, wie ein riesenhaft langes Ungetüm, über die Hecken. Da gewahre ich zwei Männer, die im Felde beschäftigt sind; ich rufe ihnen zu, mutig zuzufassen! Sie greifen auch gleich am Tau fest an und lassen sich ein bischen von demselben mitschleifen — dann kommen andere hinzugerannt, der Korb schlägt zweimal, dreimal ziemlich leicht auf die Erde auf, bis ihn und den Gurt auf meinen Zuruf — ich hänge mich indessen an die Ventilleine — kräftige Fäuste packen. Der Ballon flattert im leichten Winde noch hin und her; doch kann er nicht mehr weiter.

Es ist 3 Uhr 45 Min. Die Hochfahrt des Phönix ist zu Ende.

Ich erfahre zu meinem Staunen, dafs ich schon Holstein überflogen und mich in Schönwohld westlich von Kiel befinde. Das war die Stadt mit den Dampfpfeifen gewesen — und mein Mifstrauen wegen des „Wasserhimmels" im Norden vollauf berechtigt. Ich war aus SE, ganz unten sogar aus ESE gekommen, und war also der Neustädter und Kieler Bucht recht nahe gewesen. Ballon, ich und Apparate waren vollständig intakt.

Eine Schlufsablesung zeigte um $\frac{1}{2}5$ Uhr $+0.9°$ auf der Erde; also auch jetzt, am Abend, herrschte Temperaturzunahme bis ca. 1500 m hinauf.

Über die wissenschaftlichen Ergebnisse dieser Fahrt will ich mich hier nicht des Weiteren auslassen. Die wichtigsten derselben: die ungemein tiefe Temperatur in grofsen Höhen ($-48°$ in 9150 m, während Glaisher in 8000 m, wo ich noch immer $-38\frac{1}{2}°$ gefunden hatte, in Folge ungenügender Instrumente $-20°$ abgelesen, Tissandier gar in 7000 m angeblich nur $-11°$!), die Temperaturumkehr bis 1500 m, die rasche und immer raschere Temperaturabnahme darüber hinaus bis zu 0.9° per 100 m zwischen 8000 m und 9100 m, die geringe Strahlung, (wohl eine Folge der noch bis in enorme Höhen dunsterfüllten Luft) sowie die unerwartete Struktur der hohen Cirrus- und Cirrostratus-Wolken sind im Laufe der Erzählung berührt worden. Es möge nur noch hervorgehoben werden, dafs wir bei der Hochfahrt im Mai, über die ja die meisten Blätter kurze Berichte gebracht haben, in 7700 m eine ähnliche Temperatur, $-36.5°$, gefunden, dafs dagegen damals die Strahlung am oberen Rande einer mächtigen Wolkenschicht enorm gewesen war und das Schwarzkugelthermometer gleichzeitig $+30°$ zeigte. Auch sei noch erwähnt, dafs die Geschwindigkeit der Luftbewegung am 4. Dezember nach oben zu in ganz ungewöhnlichem Mafse zunahm. Es wurden in 5 Stunden 17 Minuten über 310 km zurückgelegt, was einer mittleren

Geschwindigkeit von 16.3 m per Sekunde entspricht, während unten nur ganz schwache Bewegung herrschte. In den gröfsten Höhen war dieselbe auf weit über 20 m per Sekunde angewachsen.

Eine nach vorgefafstem Plane ganz gleichzeitig von Berlin aus mit dem grofsen Ballon „Majestic" durch Dr. Süring und Herrn Alexander ausgeführte Fahrt, die in Mecklenburg endete (sie dauerte von 10^{a} 17 bis 3^{p} 47 und ging bis 3400 m Höhe) hat die im „Phönix" innerhalb dieser Schicht gefundenen Werte vollauf bestätigt.

Vom VI. internationalen Geographenkongrefs in London.

Vom 26. Juli bis 5. August 1895.

Die anregende und arbeitsreiche Tagung ist zu Ende, manche Mitglieder haben die Heimreise schon Sonnabend abend angetreten, andere bereiten sich auf Ausflüge vor; es geht nach Oxford und Cambridge, nach Liverpool, nach den englischen Seen und sogar nach Irland. Einige Bevorzugte erfreuen sich der Gastfreundschaft eines der besten Männer Englands, Sir John Lubbocks, andere bringen die Ruhetage in den Klubs zu, die ihnen gastfreundlich geöffnet worden sind. Die Gastfreundschaft, die wir hier genossen, schreibt ein Teilnehmer des Kongresses der „K. Z.", war echt englisch; ohne viel Komplimente fand man sich hie und da in gutem Hause eingeladen, um erst im Empfangssaal die Bekanntschaft des Hausherrn und der Hausfrau zu machen, und dann war man sogar so herzlich aufgenommen, als hätte man sich von jeher gekannt. Für diejenigen Mitglieder, die als Vertreter von Regierungen und gelehrten Gesellschaften erschienen waren, sowie für die Reisenden von Weltruf gab es besondere Festlichkeiten, Festessen im Observatorium zu Greenwich, bei der altehrwürdigen Korporation der Fischhändler und in den Räumen der Geographischen Gesellschaft, während die gewöhnlichen Mitglieder eine Reihe von Abendfesten und *garden-parties* mitmachten, bei Lady Burdett-Coutts, bei dem Earl of Northbrook, im botanischen Garten und in den herrlichen Gärten von Kew. Abendgesellschaften gab der Unterstaatssekretär George Curzon, ein bekannter aktiver Geograph, und der Präsident des Kongresses Clemens Markham. Was kann man mehr wünschen, als einmal auf zwei Tage sich in der Erinnerung an das Genossene auszuruhen und in dem Bewufstsein zu schwelgen, einmal von früh morgens bis zur Nachtruhe keinen Toilettenwechsel vornehmen zu müssen. Unsere englischen Freunde haben ihrem gastlichen Rufe Ehre angethan, sie haben sogar diejenigen von uns befriedigt, die immer kritteln müssen; ich glaube, gerade diejenigen Kontinentalen, die zum ersten Male herübergekommen sind, werden dafür sorgen, dafs man vor ihnen nicht mehr von den Engländern als von einem Volke rede, das sich schlecht benehme und andere zu verletzen bestrebt sei. Für solche Kongrefsmitglieder, war die Tagung, oder vielmehr die üblichen Beigaben, ein nützlicher Anschauungsunterricht in der Völkerkunde, die ja auch einen Bestandteil der Geographie bildet und die sich nicht immer und ausschliefslich auf die niederen Volksklassen erstrecken soll.

Unter den Ergebnissen der Tagung ist der eine der am Sonnabend gefafsten Beschlüsse, dafs der Vorstand des heurigen Kongresses bis zum Beginn der nächsten Tagung als ein Sammelpunkt für allgemeine geographische Bestrebungen, wie z. B. die Polarforschung, in Thätigkeit bleiben soll, hervorzuheben. Durch diesen, in der Schlufssitzung einstimmig gefafsten Beschlufs ist von nun an ein dauerndes internationales Organ geschaffen, und von den Herren, die hier weilen und die Tagung

mit der großartigen geographischen Ausstellung veranstaltet haben, läßt sich nach den gegebenen Beweisen von Arbeitskraft und Ausdauer das Beste erwarten. Präsident Markham ist ein Muster von einem Präsidenten, und als im Namen der Ausländer Professor Lapparend aus Paris, der als der Vertreter der ältesten geographischen Gesellschaft dazu ausersehen war, ihm für die Leitung des Kongresses in ebenso geistreichen als verbindlichen Worten dankte, wollte der Beifall kein Ende nehmen. Einstimmig ward beschlossen, die nächste Tagung 1899 in Berlin abzuhalten, und auch das war ein Anlaß zu internationaler Höflichkeit. Die amerikanischen Gäste hatten verlockende Einladungen für Washington mitgebracht, sie waren indes gern bereit, sich den Gründen, die für Berlin sprachen, zu fügen und General Greeley gab dem in der verbindlichsten Weise Ausdruck. Wie nämlich Prof. v. d. Steinen, der Präsident der Berliner Gesellschaft für Erdkunde, ausführte, hatte Paris, das den Kongreß bereits zweimal beherbergt, 52 Jahre nach der Gründung seiner Geographischen Gesellschaft darauf warten müssen, bis 1899 wird Berlin aber 71 Jahre gewartet haben; wenn es den Kongreß in dem Jahre nicht bekäme, wäre es doch gar zu alt. Ich will noch bemerken, daß die französischen Gelehrten ihr Erscheinen zugesagt haben.

Von den sachlichen Beschlüssen seien die folgenden erwähnt. General Chapman veranlaßte die Annahme eines Beschlusses, wonach die Ausführung genauer topographischer Aufnahmen, auf Grund genügender Triangulationen, der für europäische Kolonisation geeigneten Gegenden Afrikas den geographischen Gesellschaften als ein anzustrebendes Ziel zu empfehlen ist; dann soll eine Liste aller bereits nach ihrer Position bestimmten Punkte der noch nicht aufgenommenen Teile Afrikas zusammengestellt und veröffentlicht werden, unter Angabe des bei der Bestimmung der Lage befolgten Verfahrens; endlich soll in denselben Landstrichen die Position der wichtigsten Orte, soweit sie es noch nicht ist, bestimmt werden, wobei die bereits vorhandenen oder noch anzulegenden Telegraphenlinien Anhaltspunkte geben können. Wichtig ist der von Gregoriew (St. Petersburg) durchgesetzte Beschluß, daß der Kongreß die Bedeutung anerkennt, welche die neuesten Forschungen in der Ostsee, in der Nordsee und dem nördlichen Teil des Atlantischen Ozeans, insbesondere was den Fischreichtum betrifft, in wissenschaftlicher und wirtschaftlicher Hinsicht haben. Für weitere Forschungen wird das von Petterson (Stockholm) befolgte Verfahren empfohlen. Dr. Gerland (Straßburg) brachte einen Beschluß zur Annahme, der die Notwendigkeit eines internationalen Systems von Stationen zur Beobachtung der Erdbeben anerkennt. Auf Vorschlag des russischen Generals v. Tillo, dessen hypsometrische Karten Rußlands in der Ausstellung bewundert wurden, kam folgender Beschluß zur Annahme: 1) Es sind tabellarische und kartographische Verzeichnisse aller topographischen Quellen für alle Länder und alle geographischen Regionen aufzustellen. 2) Zu diesem Zwecke soll in jedem Lande eine wissenschaftliche Anstalt oder Vereinigung als Centralstelle wirken und sich mit den gleichartigen Centralen der andern Länder in Verbindung setzen, um zu erreichen, was auf ihrem Gebiete die internationale geodätische Vereinigung leistet, wozu dann noch eine internationale kartographische Vereinigung zu bilden sei. Der Plan einer internationalen Erdkarte, die Penck (Wien) empfiehlt, wurde genehmigt; die Gegner schwiegen aber bei der Abstimmung. Wie es sich mit der Ausführung dieser riesenhaften Erdkarte verhalten wird, muß sich in den nächsten Jahren zeigen. Über die dem Kongreß vorgelegten Denkschriften kann ich hier nicht im einzelnen berichten, jedenfalls reiht sich auch in dieser Beziehung die nun vollendete Tagung ihren Vorgängern würdig an.

(Dresdner Journal 1895. Nr. 183.)

Einladung zur vierten Hauptversammlung des Vereins zur Förderung des lateinlosen höheren Schulwesens.

Am 5., 6. und 7. Oktober d. J. findet in Quedlinburg die vierte Hauptversammlung unseres Vereines statt, zu der nicht nur die Mitglieder, sondern auch die entsprechenden königlichen und städtischen Behörden und alle Freunde des lateinlosen Schulwesens hierdurch eingeladen werden.

Tagesordnung:

Freitag, den 4. Oktober, von abends 8 Uhr ab zwanglose Vereinigung im Kaiserhof.

Sonnabend, den 5. Oktober: Vorm. 9½ Uhr (pünktlich): Erste öffentliche Versammlung in der Aula der Realschule; Beratung über schulmethodische Fragen: 1) Ist bei dem neusprachlichen Unterricht der Mittelklassen eine Chrestomathie oder ein Schriftsteller vorzuziehen? Erster Berichterstatter Prof. Dr. Jansen von der Oberrealschule zu Crefeld, zweiter Berichterstatter Oberlehrer Bahlsen von der II. Realschule zu Berlin. 2) Die Verwendung der bildlichen Anschauungsmittel im fremdsprachlichen Unterricht. Vortrag des Oberlehrers Dr. Kron von der Realschule zu Quedlinburg. 3) Der Unterricht im gebundenen Zeichnen. Vortrag des Direktors Dr. Holzmüller von der Realschule mit Fachklassen zu Hagen i/W.

Nachm. von 3 Uhr ab: Besichtigung der Sehenswürdigkeiten der alten Kaiserstadt Quedlinburg (Rathaus, Museum, Schloſs, Brühl).

Abends von 6½ Uhr ab: Abgeordneten-Versammlung (nur für Mitglieder) im kleinen Saale des Kaiserhofes: a) Bericht des Vorstandes über die beiden letzten Vereinsjahre. b) Neuregelung des Abstimmungsverfahrens. c) Sonstige Änderungen der Vereinssatzungen. d) Neuwahl für die ausscheidenden Vorstandsmitglieder (zweiter Vorsitzender und erster Schriftführer). e) Wahl des Orts für die nächste Hauptversammlung (Einladungen werden vom Vorstand schon vorher entgegengenommen). f) Besprechungen über die Schulreform (Lehrplan, Berechtigungswesen, Stellung der Lehrer u. a.) und über sonstige Angelegenheiten. Die zu beantragenden Resolutionen sind vorher dem Vorstande zu übermitteln.

Sonntag, den 6. Oktober: Vorm. 11 Uhr: Zweite öffentliche Versammlung; Beratung über Fragen von allgemeinerem Interesse: 1) Eröffnung und Begrüſsungen. 2) Mitteilungen über die Beschlüsse der Abgeordneten-Versammlung. 3) Die Stellung der lateinlosen Schulen zum klassischen Altertum. Vortrag des Dir. Dr. Lorenz von der Realschule zu Quedlinburg. 4) Die Stellung der deutschen Industrie zur Schulfrage. Vortrag des Fabrikbesitzers und Stadtverordneten Steinle aus Quedlinburg. 5) Der Stand des lateinlosen Schulwesens und die Frage der Oberrealschulen und der Schulreform. Vortrag des Dir. Dr. Hintzmann von der Oberrealschule zu Elberfeld. 6) Schluſsworte des ersten Vorsitzenden.

Nachm. von 3 Uhr ab: Festmahl im Richterschen Saale. Preis des Gedeckes 2 Mark 50 Pf.

Montag, den 7. Oktober: Vorm. 8 Uhr 14 Min.: Harzfahrt. ½9 Uhr in Thale, hierauf gemeinsame Wanderung nach den berühmtesten Punkten des Bodethales: Roſstrappe, Schurre, Bodekessel, Kästenthal (mit dreitausendjährigen Eibenbäumen), Treseburg (Mittagessen) und Umgebung, weiſser Hirsch, Pfeils Denkmal, Hexentanzplatz, Hirschgrund oder Steinbachsthal. Gegen Abend Abschiedstrunk in Thale (Ritter Bodo).

(Das Übrige [Unterkunft, Festmahl etc.] wolle man aus der Einladung oder von dem Vorsitzenden des Quedlinburger Zweigvereins Herrn Rentner W. Traeger [Bockstraſse] erfahren. D. Red.)

Der Vorstand.

Dir. Dr. Holzmüller, Hagen i/W., erster Vorsitzender.
Dir. Dr. Hintzmann, Elberfeld, zweiter Vorsitzender.
Oberlehrer Presler, Hannover, erster Schriftführer.
Prof. Dr. Jansen, Crefeld, Schatzmeister.

Meerestiefen.*)

Die „Annalen für Hydrographie" geben einen von dem Kapitän Wharton, dem Vorsitzenden der geographischen Sektion der British Association zu Oxford, gehaltenen Vortrag wieder, der die physikalischen Verhältnisse des Meeres zum Gegenstand hat und sich auch mit der Tiefe des Meeres beschäftigt. Von Sir James Roſs an, der trotz unvollkommener Hilfsmittel bewies, daſs der sogenannte unergründliche Ozean doch überall ergründlich sei, ist das Ausloten des Ozeans beständig fortgeschritten. Die Anlage unterseeischer Kabel hat in dieser Beziehung Auskunft erfordert, und den verschiedenen Kabel-Gesellschaften gebührt ein groſser Anteil an der Feststellung der einschlägigen Thatsachen. Ferner sind Expeditionen von den meisten seefahrenden Völkern ausgesandt worden, deren Hauptzweck Lotungen waren, besonders von Groſsbritannien und den Vereinigten Staaten. In der jüngsten Zeit sind die Lotungen hinzugekommen, die britische Vermessungsschiffe ausführen. Wir haben jetzt eine befriedigende Kenntnis der durchschnittlichen Tiefen-Verhältnisse des Atlantischen Ozeans; im Indischen und Stillen Ozean ist sie noch sehr lückenhaft. Was zunächst die gröſsten bekannten Tiefen anlangt, so ist es merkwürdig und vom geologischen Standpunkt aus bezeichnend, daſs die tiefsten Stellen des Ozeans nicht in dessen Mitte, sondern mehr in der Nähe des Landes sich befinden. 110 Meilen auſserhalb der Kurilen, die sich vom nördlichsten Punkt Japans nach Nordosten erstrecken, ist die tiefste Lotung zustande gekommen: 4655 Faden oder **27 930** Fuſs (8513 Meter). Diese Stelle scheint in einer beträchtlichen Einsenkung zu liegen, die den Kurilen und Japan parallel läuft. 70 Seemeilen von Porto-Rico in West-Indien erfolgte die zweittiefste bekannte Lotung, nämlich 4561 Faden oder 27 366 Fuſs (8341 Meter); hier muſs die Einsenkung eine verhältnismäſsig geringe Ausdehnung besitzen, da in einer Entfernung von 60 Seemeilen nördlich und östlich davon weniger tiefe Lotungen liegen. Eine ähnliche Einsenkung ist in den letzten Jahren westlich von der groſsen Andenkette durch das Lot gefunden worden, in 50 Seemeilen Abstand von der peruanischen Küste, mit einer gröſsten Tiefe von 4175 Faden (7635 Meter). Andere vereinzelte Tiefen von über 4000 Faden sind im Stillen Ozean gelotet worden: bei den Tonga- oder Freundschafts-Inseln von 4500 Faden (8229 Meter), bei den Ladronen von 4478 Faden (8189 Meter) und bei der Insel Pylstaart im westlichen Stillen Ozean von 4428 Faden (8098 Meter). Sie alle bedürfen zur Feststellung ihrer Ausdehnung noch weiterer Untersuchungen. Von diesen wenigen Ausnahmen abgesehen, erreicht die Tiefe der Weltmeere, so viel bis jetzt bekannt ist, nirgends 4000 Faden oder vier Seemeilen. Die gröſste mittlere Tiefe scheint dem Stillen Meer zuzukommen, das 67 von den 188 Millionen Quadratmeilen der ganzen Erdoberfläche bedeckt. Von diesen 188 Millionen gehören 137 der See an, so daſs das Stille Meer die Hälfte des Wassers der Erde und mehr als ein Drittel der ganzen

*) Nationalzeitung. Berlin, 17./I. 95.

Erdoberfläche ausmacht. Für den nördlichen Stillen Ozean schätzt John Murray die mittlere Tiefe über 2500 Faden, während sie im südlichen etwas weniger als 2000 Faden betragen soll. In welchem Umfang zur Gewinnung zuverlässiger Zahlen es noch weiterer Untersuchungen bedarf, ergiebt sich daraus, daſs sich im östlichen Teil des mittleren Stillen Ozeans eine Fläche von $10\frac{1}{2}$ Millionen Quadratmeilen befindet, innerhalb deren nur sieben Lotungen stattgefunden haben, während in einem langen Streifen quer über den ganzen nördlichen Stillen Ozean von $2\frac{3}{4}$ Millionen Quadratmeilen nicht eine einzige Lotung ausgeführt worden ist. Immerhin darf als feststehend angenommen werden, daſs der Stille Ozean tiefer ist als die andern Meere. Der Indische Ozean besitzt nach Murray bei einer Oberfläche von 25 Quadratmeilen eine mittlere Tiefe von etwas über 2000 Faden. Diese Schätzung beruht ebenfalls auf einer ungenügenden Zahl von Lotungen. Der Atlantische Ozean, der weitaus am besten ausgelotet ist, hat bei einer Fläche von 31 Millionen Quadratmeilen eine mittlere Tiefe von etwa 2200 Faden.

Statistisches.

I. Notlage der Kandidaten des höhern Schulamts.*)

Die Notlage der Kandidaten des höhern Schulamts und die schwer zu qualifizierende Art, in welcher diese Notlage ausgenützt wird, kennzeichnet ein Inserat einer Breslauer Zeitung, in welcher eine adelige Dame in Neiſse für ihre beiden Söhne einen Hauslehrer sucht „gegen freie Station und Wäsche!“ Ob sie wohl einem Knecht unter gleichen Bedingungen einen Dienst anzubieten wagt?

Um die Wirklichkeit der behaupteten „Notlage“, die vom preuſsischen Unterrichtsminister ohnlängst geleugnet worden sein soll, auch zahlenmäſsig zu beweisen, geben wir noch folgende (officielle?) Darstellung aus Kunze (Gymn. — Dir. in Lissa i. Pr.), Kalender f. d. höhere Schulwesen in Preuſsen pr. 1894/95 (545 S. Breslau, Preuſs u. Jünger 1894):

Hilfslehrer und anstellungsfähige Kandidaten im Königreich Preuſsen.

1.	Ostpreuſsen	84,	hiervon	22	mit	Remuneration
2.	Westpreuſsen	59,	„	33	„	„
3.	Pommern	64,	„	27	„	„
4.	Posen	52,	„	25	„	„
5.	Schlesien	175,	„	72	„	„
6.	Brandenburg	231,	„	141	„	„
7.	Sachsen	73,	„	58	„	„
8.	Hannover	94,	„	68	„	„
9.	Hessen-Nassau	117,	„	43	„	„
10.	Westfalen	79,	„	60	„	„
11.	Schleſswig-Holstein	39,	„	26	„	„
	Summa:	1067,	hiervon	575	mit	Remuneration

also 54% mit und 46% ohne festen Gehalt.

---

*) Aus d. Leipz. N. N. Nr. 323 1. B. (v. 20. XI. 94) Ob hier nur die Kandidaten der höhern Schulen Preuſsens oder überhaupt im deutschen Reiche gemeint sind, geht aus der Mitteilung nicht hervor; ebensowenig, welche Fächer gemeint sind, ob nur Philologie oder auch Mathematik etc. Im Königr. Sachsen z. B. sollen nach einer Mitteilung von kompetenter Seite die Mathematiker anfangen, rar zu werden. Es könnten wohl aber in dem Inserat auch Kandidaten der Theologie oder des niederen Schulamts gemeint sein. D. Red.

II. Zahl der Promotionen an den deutschen Universitäten.*)

An den preufsischen Universitäten ist im letzten Studienjahre die Zahl der Promotionen in der medizinischen und philosophischer Fakultät erheblich zurückgegangen. Von Berlin wurde dieser Rückgang schon vor einiger Zeit festgestellt. Hier ist er in der That am auffallendsten, in der medizinischen Fakultät betrug er 70, in der philosophischen 25. Nach dem nunmehr vorliegenden amtlichen Verzeichnis der Dissertationen promovierten in den medizinischen Fakultäten in Preufsen im ganzen 108 Kandidaten mehr als im Vorjahre. Nächst Berlin am meisten vom Rückgange betroffen ist Bonn (w.**) 19), es folgen Halle (w. 6). Breslau, Greifswald und Marburg (je w. 5), Kiel und Göttingen (je w. 4). Nur in Königsberg stieg die Zahl der medizinischen Dissertationen um 11. In den philosophischen Fakultäten wurde die Doktorwürde von 83 Aspiranten weniger nachgesucht als im Jahre 1892/93. Nächst Berlin steht hier obenan Halle (w. 18), es folgen Kiel (w. 11), Breslau (w. 7) und die übrigen Universitäten mit je w. 5 oder w. 4. Nur in Bonn ist eine Steigerung um 3 Promotionen eingetreten. Bezeichnend ist besonders die Abnahme der Promotionen in den philosophisch-historischen Fächern und die Zunahme in den mathematisch-naturwissenschaftlichen. In Summa fanden also in Preufsen 191 Promotionen weniger statt als im Jahr zuvor. Von den aufserpreufsischen Universitäten haben eine Zunahme an Promotionen aufzuweisen: Jena, München, Leipzig und Giefsen.

III. Gelehrte Jungfrauen.***)

1) Aus Göttingen wird berichtet: Es ist vielleicht von Interesse, den Wortlaut des ersten Doktordiploms, das unsere Universität an eine Dame auf Grund ihrer trefflichen wissenschaftlichen Kenntnisse verliehen hat, mitzuteilen. Es lautet: „Unter der Regierung unseres allergnädigsten Kaisers und Herrn, Wilhelms II., u. s. w., unter dem Prorektorate von H. Schultz u. s. w., habe ich, Felix Klein, zeitiger Dekan der philosophischen Fakultät und rechtmäfsig bestellter Promotor, die gelehrte Jungfrau Grace Emily Chisholm aus London, welche durch die von ihr herausgegebene Dissertation „Gruppentheoretisch-algebraische Untersuchungen über sphärische Trigonometrie“ und durch die bestandene Prüfung ihrer Kenntnisse in der Mathematik, Physik und Astronomie mit Auszeichnung nachgewiesen hat, am 22. Juni 1895 zum Doktor der Philosophie und Meister der freien Künste ernannt und des zur Urkunde dieses Diplom mit dem Siegel der philosophischen Fakultät ausfertigen lassen.“ — Im Sommersemester 1895 studierten in Göttingen 14 Damen gegen fünf im vorigen Winter.

2) In Heidelberg hat abermals eine Dame, Fräulein Marie Gernet, promoviert, und zwar als erste Deutsche in der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fakultät. Als Hauptfach für die Prüfung hatte sie Mathematik, als Nebenfächer Physik und Mechanik gewählt. Das Thema der Dissertationen war: „Reduktion hyperelliptischer Integrale durch rationelle Substitutionen“.†)

---

*) Nationalzeitung v. 17./I. 95.

**) w. = weniger.

***) Aus Leipziger Neuesten Nachrichten. 4. Aug. 1895.

†) Aus Leipziger Neuesten Nachrichten. Nr. 233 (24. Aug. 1895) II. Beilage.

IV. Personalien.

Ende 1894 und Januar 1895.

Personalnotizen, betreffend Hoch- und Mittelschullehrer, soweit sie Mathematiker und Naturwissenschaftler sind.

Zum Prorektor der Universität Heidelberg ist für 1895—1896 Geh.-Rat Prof. Dr. Königsberger, Dir. des mathem.-physik. Seminars, gewählt worden. — Prof. Dr. v. Branco, der sich um die geol. Erforschung Württembergs sehr verdient gemacht hat, ist wegen andauernder Kränklichkeit aus dem Lehrkörper der Universität Tübingen ausgeschieden. — An Stelle Helmholtz's ist als Präsident der phys.-techn. Reichsanstalt zu Berlin Prof. Dr. Friedrich Kohlrausch in Strafsburg, (geb. 1840), berufen worden. — Karl Alfred v. Zittel, Prof. der Geologie u. Paläontologie zu München, u. Geh. Reg.-Rat Dr. August Weismann, Prof. der Zoologie zu Freiburg, haben den kgl. bayer. Maximilians-Orden für Kunst u. Wissenschaft erhalten. — In Freiburg ist Hofrat Dr. Emil Warburg, Prof. der Physik zum Prorektor pr. 1895—1896 erwählt worden. — Für Göttingen ist in den preufs. Etat pr. 1895—1896 eine neue Stelle für einen Prof. der Elektrolyse u. ein neues Institut für phys. Chemie eingestellt worden. In Aussicht dafür ist Prof. Dr. Walther Nernst (math. Phys. in Göttingen) genommen, der vor kurzem eine Berufung nach München abgelehnt hat. — Rektor Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Friedrich Heinzerling zu Aachen feierte Ende 1894 seinen 70. Geburtstag; Prof. Dr. Georg Hermann Quincke (Physiker) zu Heidelberg am 19. Nov. v. J. seinen 60. Geburtstag; Prof. Karl Sebastian Cornelius, (Math.) in Halle, am 14. Nov. v. J. seinen 75. Geburtstag. — Prof. der Math. Dr. Heinrich Weber zu Göttingen, vor kurzem erst von Marburg berufen, ging als Nachfolger des seiner Gesundheit wegen in den Ruhestand tretenden Prof. Dr. Elwin Bruno Christoffel nach Strafsburg. — Prof. Dr. Ferd. Zirkel, Geh. Bergrat in Leipzig, ist zu einer Studienreise nach Ostindien beurlaubt und wird von Privatdoc. Dr. H. Lenk vertreten. — Dr. Otto Arthur Joachim v. Öttingen, kais. russ. wirkl. Staatsrat und früherer Prof. der Chemie in Dorpat, ist zum ord. Honorarprofessor in Leipzig ernannt worden. Er hat vor einiger Zeit unter grofsem Beifall sowohl in Kassel, wie in Heidelberg popul. Vorträge über die Grundlagen der neueren phys. Chemie gehalten. — Dem Prof. der Botanik u. Pharmakognosie u. erstem Custos des botanischen Museums zu Berlin, Dr. Aug. Garcke, ist der Kgl. Kronenorden III. Kl. verliehen worden. — Desgl. dem Prof. u. Dir. des meterol. Instituts Geh. Reg.-Rat W. v. Bezold in Berlin. — Prof. Dr. Herm. Aron, Lehrer der Physik an der vereinigten Ingenieur- u. Artillerieschule zu Berlin, hat den Charakter als Geh. Reg.-Rat erhalten. — Prof. der Zoologie an der Forstakademie zu N. Eberswalde, Geh. Reg.-Rat Dr. Altum, erhielt anläfslich seines 25jährigen Prof.-Jubiläums das Ehrenkreuz des Mecklenburg-Schwerinischen Greifenordens. — Prof. Heinrich Breuer, Prorektor am Kgl. Gymnasium zu Montabaur (geb. Mai 1840), ist zum Direktor des kgl. Realgymnasiums in Wiesbaden ernannt worden. — Prof. Dr. Förster (Berlin), Dir. der Sternwarte, erhielt von der Oxforder Universität den Dr. jur. hon. causa. — Dr. Felix Ahrens (Danzig) ernannt zum Prof. u. Dir. des technol. Inst. zu Breslau. — Dr. Wildenow (Breslau), Dir. des Prov. Schulkollegs, beging 13. X. 94 sein 50jähr. Dienstjubiläum. — Prof. Dr. Streng (Giefsen), Mineraloge, trat in den Ruhestand. — Geh. Hofrat Prof. Dr. Geinitz (Dresden, Polytechnikum) erh. anläfslich seines 80. Geburtstages die Grofse goldene Cotheniusmedaille seitens der Leop.-Carol.-Akademie der Naturforscher. — Unser langjähriger Mitarbeiter O. R. Dir. Dr. Ackermann (Kassel), trat nach 31jähriger Lehrthätigkeit mit dem 1. März d. J. in den Ruhestand.

Auszeichnungen. Den Königl. Preuſs. Kronenorden II. Kl. erhielt: Geh. Reg. Rat Prof. Dr. Bastian in Berlin; den Roten Adler-Orden III. Kl. mit der Schleife: Geh. Reg. Rat Dr. Altum, Prof. an der Forstakademie zu Eberswalde, Geh. Reg. Rat Dr. Biedenweg, Dir. des Provinzial-Schulkollegs zu Hannover, Geh. Rat Dr. Slaby, Prof. der Elektrotechnik an der technischen Hochschule zu Berlin, z. Z. Rektor derselben den Kgl. Kronenorden III. Kl. Dr. Ackermann, Oberrealschuldirektor in Kassel, Dr. Hugo Schwanert, ord. Prof. der Chemie zu Greifswald; den Roten Adler-Orden IV. Kl.: Dr. Theob. Fischer, Prof. der Geographie in Marburg, Dr. Fleischer, Prof. der Chemie an der landw. Hochschule zu Berlin, Dr. Alex. Götte, Prof. der Zoologie in Straſsburg, Dr. Graf zu Solms-Laubach, Prof. der Botanik ebenda, Dr. Stier, Prof. an der techn. Hochschule in Hannover, Dr. Thomé, Dir. der Realschule in Köln — Prof. Dr. Rein (Geograph) in Bonn hat den Charakter als Geh. Reg. Rat erhalten. — Prof. Dr. Gordan (Mathematiker) in Erlangen erhielt den bayer. Verdienstorden vom heil. Michael. — Prof. Herm. Graf zu Solms-Laubach in Straſsburg wurde zum auswärtigen Mitglied der Stockholmer Akademie der Wissenschaften gewählt. — Prof. Dr. Kohlrausch, von Ostern ab Präsident der physik.-techn. Reichsanstalt in Berlin, zum corr. Mitgl. der Akademie zu St. Petersburg. — Der Chemiker Geh. Reg. Rat Prof. Dr. Victor Meyer in Heidelberg zum ord. Mitglied der Kgl. Ges. der Wissenschaften in Upsala. — Dem ständigen Mitarbeiter des astronomischen Recheninstituts in Berlin Heinr. Lehmann ist das Prädikat Professor beigelegt worden.

Ernennungen und Berufungen. Prof. Dr. Pechuel-Lösche, seit 8 Jahren Docent in Jena, hat die Berufung auf den neu errichteten Lehrstuhl für Geographie in Erlangen angenommen. — Prof. Dr. Warburg in Freiburg hat die Berufung als Prof. der Physik u. Direktor des physikal Instituts in Berlin (Nachfolger von Prof. Kundt) angenommen. — Prof. Dr. Hilbert (Mathematiker) ist als Nachfolger Webers von Königsberg nach Göttingen versetzt. — Privatdocent Dr. Heinrich Simroth (Zoologe, Schnecken) in Leipzig wurde zum ausserord. Professor ernannt. — Desgl. der Privatdocent der Physik Dr. Eugen Blasius (geb. 1861 zu Philadelphia in Berlin. — Dr. Ferdinand Braun (geb. 1850 zu Fulda) geht als Prof. d. Physik u. Nachfolger für Kohlrausch von Tübingen nach Straſsburg. Er war bereits schon früher, u. zwar von 1880—83 auſserord. Prof. daselbst. Vorher war er Lehrer am Leipziger Thomasgymnasium, dann bis 80 auſserord. Prof. der mathem. Physik zu Marburg. Von Straſsburg kam er 1883 als Ordinarius ans Karlsruher Polytechnikum u. Ostern 1885 folgte er einem Rufe nach Tübingen.

Gestorben. Am 13. Dez. 1894 im 48. Lebensjahre Prof. Dr. J. Schröter in Breslau, einer der bedeutendsten Pilzkundigen Deutschlands. Er hat die Pilze in dem bekannten Werke „Cohn, Kryptogamenflora Schlesiens“ bearbeitet. — Am 26. Januar Prof. Arthur Cayley in Cambridge, der den Ruf genoſs, Englands hervorragendster Mathematiker zu sein. Er war am 16. Aug. 1821 zu Richmond geboren, studierte in London u. Cambridge und trug schon mit 21 Jahren als Student sämtliche erreichbaren Preise in der Mathematik davon u. wurde schlieſslich als sog. *„Senior Wrangler“* preisgekrönt. Nachher widmete er sich der Jurisprudenz, kehrte aber doch wieder zur Mathematik zurück u. erhielt 1863 die eben eingerichtete mathem. Professur in Cambridge. 1872—73 war er Präsident der *London Mathematical Society*, 1883 der *Royal Astronomical Society*. Auſser den engl. Universitäten ernannten ihn die Universitäten von Göttingen, Leiden u. Bologna zum Ehrendoktor. Seine berühmtesten Schriften sind *„The Theorie of Invariants“*, *„Elementary treatise on elliptic functions“*. Seine gesamten Arbeiten giebt die Universität Cambridge als *„Collected mathematical papers“* in 10 Bänden heraus. — Anfangs Febr. in München im 33. Lebensjahre Dr. Gerhard Krüss,

außerord. Prof. der anorganischen Chemie und Herausgeber der „Zeitschrift für anorg. Chemie“ in München. — Am 28. Januar, 45 J. alt, der Botaniker (Algologe) Prof. Friedr. Schmitz in Greifswald. Geb. 1850 in Saarbrücken war er von 1878 an einige Jahre Professor in Bonn. — Am 12. April der bekannte Chemiker Lothar Meyer in Tübingen (65 J. alt).

Sonstiges. Die mathematisch-physikalische Klasse der Akademie der Wissenschaften in Berlin bestimmte 1400 M. für Professor Eugen Korschelt zu Marburg zu einer Reise nach Neapel u. Messina behufs entwickelungsgeschichtlicher Untersuchungen an Cephalopoden. Korschelt war früher Privatdocent in Berlin.

Der Reichskanzler hat, wie die Zeitungen berichten, den Ankauf der Helmholtzschen Bibliothek in Berlin für die Physikalisch-technische Reichsanstalt angeordnet.

Prof. Dr. E. B. Christoffel (Mathematiker, geb. 10./XI. 29) in Straßburg hat sein Lehramt niedergelegt. Sein Nachfolger ist Prof. Dr. Heinrich Weber (Göttingen) geworden. — Dr. A.

Bei der Redaktion eingelaufene Druckschriften.

(Ende März 1895.)

Zeitschriften, Programme, Abdrücke, Cataloge. Nouv. Ann. d. Math. XIV, März 1895. — Himmel und Erde (Urania) VII, 6. — Central-Organ etc. XXIII, 3. — Bayerische Z. f. R.-W. (Red. Voigt) III, 1. 2. — Päd. Archiv XXXVII, 2—3. — Österr. Zeitschr. f. d. R.-W. XX, 2—3. — Pädagog. Wochenblatt IV, 20—25. — Gymnasium XIII, 5—6. — Zeitschr. f. weibl. Bildung XXIII, 5—6/7. — Allgem. d. Lehrerzeitung 1895. Nr. 6.—8. — 10. 11. 12 (7 und 9 fehlen).

Abdrücke: Gutzmer, Über d. analyt. Ausdr. des Huygenschen Prinzips (Hft. 4, Bd. 114 d. Journ. f. r. u. angew. Mathem.). — „Zur Abwehr“: Pütz-Behr gegen Geistbeck (i. Ztschr. f. bayr. R.-W. XV, 1).

Bücher-Cataloge: Librairie Jouvet et C. (Bulletin trimestriel des publications) Jan.—März 1895. Paris.

Aus unserer Zeitschrift fremden Fächern: 1) Rudolf Hildebrand, ein Erinnerungsbild von Berlit. — 2) Bismarcks Reden und Briefe, herausgegeben von Lyon. Beide biogr. Werke im Verlage von Teubner-Leipzig. 1895. (Gebundenes Expl.)

Am 28. April 1895.

Mathematik.

Dölp, Aufgaben zur Diff.- und Integral-R. 6. Aufl. Gießen, Rickersche Buchh. 1895.

Hoffmann, Sammlung planim. Aufgaben. 5. Aufl. ed. Plaßmann. Paderborn, Schöningh 1895.

Speckmann, Über unbestimmte Gleichungen (Broschüre) Leipzig-Dresden, Kochs Verlagsbuchh. 1895.

Gille, Lehrbuch d. Geom. f. h. Schulen. 2. Teil. Trigonometrie und Stereometrie (II^b bis I) 1895.

Naturwissenschaften.

Kolbe, Einführung in die Elektrizitätslehre (Vorträge). II. Teil. Dynamische Elektrizität. Berlin-München, Springer-Oldenburg 1895.

Brandt, Schulphysik für d. Gymnasien nach Jahrgängen geordnet. I. T. Obertertia: Mechanik und Wärmelehre. Untersekunda: Magnetismus, Elektrizität, Akustik und Optik.

Witlaczil, Naturgeschichte für Bürgerschulen I. Die wichtigsten Naturkörper der drei Reiche. Wien, Hölder 1894.

Poppendorf, Unsere wichtigsten eſsbaren Pilze (Taschenheft von 30 S.). Berlin, Oppenheim 1895.

Hempel, Das Herbarium (Anleitung etc. Kleines Buch von 95 S.) Berlin, ebenda.

Zeitschriften, Separat-Abdrücke, Programmbeilagen u. dergl. Zeitschr. f. Math. u. Phys. XL, 2. — Periodico di Math. X, 2. — Himmel und Erde (Urania) VII, 7. — Natur und Haus III, 11—13. — (Oest.) Zeitschr. f. R.-W. XX, 4. — Ztschr. f. lateinlose h. Schulen VI, 7. — C.-Org. f. d. R.-W. XXIII, 4. — Paed. Archiv XXXVII, 4. — Gymnasium XIII, 7. 8. — Paed. Wochenblatt IV, 27. — Zeitschr. f. weibl. Bildung XXIII, April. — Allgem. d. Lehrer-Ztg. 1895No. 14. 15. —

Separat-Abdruck: Plaſsmann, Beboachtungen veränderlicher Sterne. Warendorf 1895.

Programme. Dramburg, Gymn. 1894/95: Jahn, d. psycholog. Grundlagen des pädag. Interesses. — Lübeck: Katharineum 1895: Flora der Umgegend von Lübeck. — Hagen, Gewerbesch. 1894/95: Allgem. über die G.-Sch. u. d. Industrie der Umgebung.

(Anfang bis Mitte Mai 1895.)

Mathematik.

Puchberger, Eine allgemeinere Integration der Diff.-Gl. II. Heft. Wien, Gerolds S. 1895.

Hoppe-Diekmann, Geometrie I. T. (Ausgabe für Reallehranstalten) Essen, Bädeker. 1895.

Autenheimer, Elementarbuch der Differential- und Integralrechnung u. s. w. 4. Aufl. Weimar, Voigt. 1895.

Klein, Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie, ausgearbeitet von Tägert. Festschrift zu der Pfingstversammlung (1895) des Vereins z. Förd. d. m.-ntw. Unt. Leipzig, Teubner. 1895.

Kleyer, Encyklopädie der gesamten mathem. Lehr- und exakten Naturw. Lehrbuch der Diff.-R. III. T. Annwendung der Diff.-R. auf die ebenen Kurven bearb. von A. Haas. Stuttgart, Maier. 1894.

Böttger (Ad.) Die ebene Geometrie f. d. Unt. an d. Realsch. Leipzig, Dürrsche V.-Hdlg. 1895.

Keſsler, Periodenlänge unendlicher Dezimalbrüche, deren ursprünglicher Nenner eine Primzahl (p) ist, für alle p unterhalb 100 000. Berlin. Hayns' Erben. 1895. (Broschüre.)

Naturwissenschaften.

Boymann, Lehrbuch d. Physik f. h. Lehranstalten. 6. Aufl. besorgt von Vering. Düsseldorf, Schwann. 1895.

Kollert, Katechismus der Physik. 5. Aufl. Leipz. Weber. 1895.

Daniel, Leitfaden f. d. Unterr. in d. Geographie 200. (Jubil.-)Ausgabe ed. Volz. Halle a/S. B. d. W.

Zeitschriften, Programmbeilagen, Kataloge.

Nouv. Ann. d. Mathem. XIV. April 1895. — Himmel u. Erde (Urania) VII, 8. — Ztschr. f. phys. u. chem. Unt. VIII, 4. — Päd. Wochen-

blatt IV, 28—30. — Gymnasium XIII, 9. — C.-Org. f. d. R.-W. XXIII, 5. — Ztschr. f. Schulgeogr. XVI, 5—6. — Ztschr. f. weibl. Bild XXIII, 9. — Allgem. d. Lehrerztg. 1895, Nr. 16—19. — Ort x. (Evangel. Realsch. 2) Ost. 1895. (Breitsprecher, das geometr. Pensum der Quarta) Breslau. — Teubner, Verl.-Verz. Ausgabe Nr. 89. (Bis Juni 1895). —

(Juni 1895.)

Mathematik.

Biermann, Elemente d. höheren Mathematik. Vorlesung zur Vorbereitung des Studiums der Diff.-Rechnung, Algebra und Funktionentheorie. Leipzig, Teubner. 1895.

Reidt-Much, Sammlung von Aufgaben und Beispielen aus der Trigonometrie u. Stereometrie. I. T. Trigonometrie nebst Auflösungen (in besonderem Heft). 4. Aufl. besorgt von Much. Ebenda. 1894.

Schultz, Leitfaden d. Planimetrie f. Werkmeisterschulen und gewerbliche Fortbildungsschulen. 1. T. Essen, Baedecker. 1895.

Schülke, Vierstellige Logarithmen-Tafeln nebst mathematischen, physikalischen und astronomischen Tabellen. Ebenda 1895.

Wenzely, Praktisches Rechnen. (Method. geordnete Regeln, Beispiele und Aufgaben.) 1. T. Leipzig, Rengersche Buchh. 1895.

Sefer Ha-Mispar, Das Buch der Zahl, ein hebräisch-arithmet. Werk des R. Abraham ibn Esra (XII. Jahrh.) herausgegeben von Silberberg. Frankfurt a/M., Kauffmann. 1895.

Naturwissenschaften.

Handl, Lehrbuch d. Physik für die oberen Gymn.-Klassen.

Wiesengrund, Die Elektrizität, ihre Erzeugung, praktische Verwendung u. Messung. Frankfurt a/M. Bechhold (o. J.).

Houdeck u. Hervert, Mitteilungen aus ihrer Fabrik physik. Apparate u. geometr. Modelle. Heft 19. Prag, Selbstverlag. 1895.

Schlesinger und Becker, Ernährung des gesunden und kranken Menschen. (Sammlung Göschen), Stuttgart (o. J.).

Dennert, Die Pflanze, ihr Bau und ihr Leben. Ebenda. 1895.

Krichau, Stadt u. Land. Zur Veranschaulichung des heimatk. Unterrichts an d. Volksschule. Hannover, Meyer. 1895.

Zeitschriften, Separat-Abdrücke, Kataloge etc.

A) Zeitschriften. Nouv. Ann. d. Math. XIV, Mai (1895). — Zeitschrift f. Math. u. Physik XL, 3. — — Il Pitagora (Giornale di matematica per gli alunni delle scuole secondarie). Neue ital. Schulzeitschrift. Anno I. num. 1. — Himmel u. Erde (Urania) VII, 9 (Juni 1895). — Das Wetter (meteorol. Zeitschrift von Aſsmann) XII, 2—5. — Natur u. Haus VII, 14—16. — Houdeck, Mitteilungen phys. App. u. geom. Modelle. Heft 14. 15. 16. 17 u. 20. (Heft 18—19 fehlen). — Zeitschrift f. Schulgeographie XVI, 7. — Hettner, Geogr. Zeitschrift (neu) I, 1. Leipzig, Teubner. 1895. — Zeitschr. f. lateinlose h. Schulen VI, 8—9. — Bairische Zeitschrift f. R.-W. III, 3. — Österr. Zeitschr. f. R.-W. XX, 5. 6. — Central-Org. f. d. R.-W. XXIII, 6. — Päd. Wochenblatt IV, Nr. 31—35. — Gymnasium XIII, 10—12. — Zeitschr. f. weibl. Bildung. XXIII, 10—12. — Allgem. d. Lehrerzeitung. 47. Jahrg. (1895) Nr. 20—24.

B) Separat-Abdrücke (Beilagen zu Jahresberichten). Schaffhausen, Gymn.: Gysel, Zur Konstruktion des Schwerpunktes einer Vielecksfläche. — Wien, Jahrb. d. päd. Gesellschaft: Pick, der logische

Aufbau beim Unterricht in der Element.-Mathem. (13./I. 1894). — Czernowitz, Ober-R. 1894/95: Kiebel, Mathem. Aufg. aus der Heimatskunde.

C) Kataloge. Max Weg (Buchh. u. Antiq., Leipzig, Leplaystr. 1) Nr. 40, Biblioth. mathem. Nr. 40, Mathematik u. mathem. Physik. Nr. 43, phys. Geogr. u. Nautik. Nr. 45, Astronomie.

(Juli bis August 1895.)

Wolf, Taschenbuch d. Mathem. ed. Wolfer. 3. Lief. Zürich, Schulthes. 1895.

Plüfs, Leitfaden d. Naturgesch. (Zool., Botan., Min.) Freiburg i/B. Herder. 1895.

Krafs-Landois, a) Der Mensch und das Tierreich. 11. Aufl. Ebenda. — b) Das Planzenreich. 8. Aufl. Ebenda.

Seyfert, Die Arbeitskunde in der Volks- u. Fortbildungs-Schule. Leipzig, Wunderlich. 1895.

Cronberger, Die Blumenpflege in Schule und Haus. Frankfurt a/M. Bechhold. 1895.

Guthe-Wagner, Lehrbuch der Geogr. 6. Aufl. 1. Lief. (Einleitung, mathem. Geogr. Hannover, Hahnsche Buchh. 1895.

Schwatt, Some Considerations showing the Importance of Mathematical Study. (University Exlension, Philadelphia. 1895.)

Amhart, Organische Chemie. Methodisches Hilfsbuch für die Hand des Lehrers, sowie zum Selbststudium. Sep.-Abdr. aus d. päd.-didakt. Zeitschrift „Die Bürgerschule“. Wien, Verlag des Vereins „Bürgerschule“. 1895.

Zeitschriften, Programme, Abdrücke.

Mathem. Annalen Bd. 46, Heft 2. — Periodico di Mathematica X, 3—4. — Nouv. Ann. d. Math. XIV, (Juni) 1895. — Himmel u. Erde (Urania) VII, 10. — Zeitschr. f. phys. u. chem. Unt. (Poske) VIII, 5. — Zeitschr. f. lateinlose h. Schulen VI, 10 (Juli). — Päd. Wochenbl. IV, 36—38. — Päd. Archiv XXXVII, 7. — Allgem. d. Lehrerzeitung 1895. Nr. 26—27. — C.-O. f. d. R.-W. XXIII, 7. — Zeitschr. f. Schulgeogr. XVI, 8. — Zeitschr. f. weibl. B. XXIII, 13 (Juli I).

Sonder-Abdruck aus Thür. Monatsbl. (Wissensch. Verbandszeitung des Thüringerwald-Vereins) III, 3. (Thomas, eine opt. Täuschung bei Gipfelaussichten). — Mitteilungen über die Thätigkeit des Vereins zur Förderung des Unterr. in Mathem. u. Naturw. (Unterrichtsblätter) I, 1.

Költzsch, Aufgaben z. Kopfrechnen für Volksschulen. 17. Aufl. Heft 1—2. Leipzig, Merseburger. 1894.

Wenzely, Praktisches Rechnen. III. Teil. Leipzig, Rengersche Buchh. 1895.

Sturm (Ambros), das Delische Problem. Verl. d. k. k. Gymn. in Seitenstetten (Nieder-Österr.). 1895.

Frick-Lehmann, Physikalische Technik. 6. Aufl. II. Band. Braunschweig, Vieweg. 1895.

Lehmann, Elektrizität und Licht. Einführung in die mefsende Elektrizitätslehre u. Photometrie, ib.

Arens, a) Die elektrischen Erscheinungen und ihre Gesetze. b) Die Erzeugungen der Elektrizität. Aus „Kleine Studien“. Wissenswertes aus allen Lebensgebieten Heft 8 u. Heft 11 der natw.-techn. Ab. Leipzig, Aug. Schupp. 1895.

Bernthsen, Kurzes Lehrbuch der organischen Chemie. 5. Aufl. Bearb. unter Mitwirkung von Buchner. Braunschweig. 1895.

Breuer, Mathematische Vorschule der Astronomie. Eine pädagogische Skizze. Wien, Selbstverl. d. V. 1895.

Spieker, Trigonometrie. 3. Aufl. Potsdam, Stein. 1895.
Bermbach, Der elektrische Strom u. seine wichtigsten Anwendungen in gemeinverständlicher Darstellung. Leipzig, O. Wigand. 1895.
Westrick u. Heine, Rechenbuch. 2. Aufl. Münster, Aschendorff. B. 1894.
Westrick, 5stell. Logarithmen z. Schulgebr. Münster ib. 1892.

Zeitschriften, Programme u. dergl.

Zeitschr. f. d. R.-W. XX, 7. — Bair. Ztschr. f. R.-W. III, 4. — Natur u. Haus. III. Jahrg. Heft 17—19. — Allgm. d. Lehrerz. 1895. Nr. 28—29. 30. — Bericht d. Comm.-Ober-R. i. 6. Bez. (Gumpendorf.) Wien v. Dir. Kauer. — Geogr. Zeitschr. (Hettner) I, 2. — Päd. Wochenbl. VI, Nr. 39. — Zeitschr. f. weibl. Bildung. XXIII, 14 (Juli II). — Progr. R. Crefeld (1891/92). Junker, über bizentr. Vierecke.

(Anfang September 1895.)

Mathematik.

Leop. Kroneckers Werke 1. Bd. ed. Hensel. Leipzig, Teubner. 1895.
Jul. Plückers ges. wissensch. Abhandlungen im Auftr. der k. Gesellsch. d. W. zu Göttingen ed. Schoenflies und Pockels 1. Bd. (math. Abh. ed. Schoenflies). ib. 1895.
Engel und Stäckel, die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gaufs. ib. 1895.
Fiorini-Günther, Erd- und Himmelsgloben; ihre Geschichte und Konstruktion. ib. 1895.
Lackemann, Elemente der Geometrie II. T. Trigonom. und Stereom. Breslau, Hirt 1895.
Kambly-Roeder, Trigonometrie (Lehraufg. der II a und I unter Voranstellung des planim. Pensums der II a) 1. Aufl. (23. der Kambl. Trig.). ib.

Naturwissenschaften.

Die Fortschritte der Physik i. J. 1893. Dargestellt von der physikalischen Gesellschaft in Berlin 49. Jahrg. 1) 2. Abt. Physik des Äthers red. von Börnstein. 2) 3. Abt. Kosmische Physik red. von Afsmann. Braunschweig, Vieweg u. S. 1895.
Dressel, Elementares Lehrbuch der Physik nach den neuesten Anschauungen f. h. Schulen. Freiburg i/B., Herder. 1895.
Henniger, Grundzüge der unorgan. Chemie (mit Einschlufs der Elemente der Mineralogie und organ. Chemie). Reisland. 1895.
Börner, Vorschule der Chemie und Mineralogie. Berlin, Weidmann. 1895.
Wünsche, die verbreitetsten Käfer Deutschlands. Leipzig, Teubner. 1895.
Wächter, Method. Leitfaden für den Unterricht in der Pflanzenkunde 2. Aufl. Flensburg, bei Westphalen 1895.
Dennert, die Pflanze, ihr Bau und ihr Leben (Sammlung Göschen).
Sprockoff, Naturkunde f. h. Mädchenschulen 1. T. (Klasse 5. u. 6 Einzelbilder). Hannover, Meyer. 1895.

Zeitschriften, Programme, Abdrücke.

Zeitschr. f. Math. u. Phys. 40. Jahrg. 4. — Nouv. Ann. d. Math. XIV, Juli 1895. — Unterrichtsblätter f. Mathematik und Naturwissenschaften I, 1—3. — Atti d. R. Academia d. Scienze di Torino XXX (1894/95), Hft 5—11 und Osservazioni meteorologiche fatte nell' anno 1894. — Zeitschr. f. phys. u. chem. Unt. VIII, 6. — Zeitschr. f. angewandte Mikroskopie von Marpmann I, 1—6 (neu.) — Das Wetter (meteorol. Ztschr.) von Afsmann XII, 7, 8. — Himmel u. Erde (Urania) VII, 11, 12.. — Geographische Zeitschrift (Hettner) I, 3—4. — Ztschr. f.

Schulgeographie XVI, 9. — Natur u. Haus III, 20—22. — Ztschr. f. R.-W. XX, 8. — Ztschr. f. lateinlose h. Schulen VI, 11. — Päd. Archiv XXXVII, 8. — Päd. Wochenblatt IV, 41—44. — Ztschr. f. weibl. Bildung XXIII, 15—16. — Allgem. d. Lehrerztg. 1895. 31—34.
Jahresberichte: Wien, Gymn. z. d. Schotten 1895 Landesoberrealsch. Wiener-Neustadt, 1894/95. — Feil über Eulersche Polyeder (Sitz.-Ber. d. kais. Akad. d. W. Mai-Hft. Jahrg. 8).
Tafelmacher, *Asignatura de Matemáticas* (Progr. d. Instituto Pädagogico i. Santiago-Chile.).
Sonderabdrücke: Zeitschr. d. Vereins d. Ingenieure. Holzmüller mechan.-techn. Plaudereien IX.
Lehr-Utensil, *Geometry Tablet for written exercises for Use with any Text-Book.* (Beman and Smith) Leeres liniiertes Heft.

---

43. Philologen-Versammlung in Köln a/Rh.

25.—28. September ds. J.

Im Anschlufs an unsere Bekanntmachung (Heft 5, S. 398) teilen wir aus der uns soeben erst*) zugegangenen Einladung zuvörderst unseren Fachgenossen mit, dafs diese Einladung ein Programm der mathem.-naturw. Sektion **nicht** enthält. Aus den mitgeteilten (10) Vorträgen für die Plenarsitzungen seien nur erwähnt: Heiberg-Kopenhagen: *„Die Überlieferung der griechischen Mathematik“*; Schulrat Münch-Coblenz: *„Zeiterscheinungen und Unterrichtsfragen“*; Prof. Ziegler-Strafsburg: *„Die Philosophie im Schulunterricht, ein Kapitel aus der Geschichte der Hohen Karlsschule in Stuttgart“*. — Der deutsche Gymnasialverein (Vorst. Geh.-Ob.-Reg.-R. Schrader in Halle) hält gleichzeitig am 24. ds. M. seinen „Tag“ in Köln ab. — Alles Übrige wolle man aus der Einladung selbst ersehen.

Briefkasten.

N. in D. Nehme Ihr Anerbieten an. — T. in M. Kl. Mitt. u. Beitr. z. A.-R. erhalten. Bitte aber später um d. losen Blätter einen Umschlag mit Aufschrift zu legen (s. Briefkasten z. 101. male!). — G. in B. Sollte Ihr (Zerschneidungs-)Beweis zum P. L. nicht schon vorhanden sein? Würde sich nicht noch eine Untersuchung lohnen? (s. Holzmüller und die Broschüre von Wiegand, einige 30 Bew. z. P. L.). — C. R., Gymn. in C. Litteratur über das Brocardsche Dreieck s. u. Z. Bd. XV (1884) Brocards Tafel u. Erläuterungen dazu S. 365, Artikel von Schlömilch: „Crelle od. Brocard?“ in Bd. XX, S. 401 u. f. Ferner: Referat von Stegemann in Bd. XV (1884) S. 460 u. f. Zur Geometrie des Brocardschen Kreises. Mit dem B. K. hat sich besonders Hr. Dr. Artzt, Oberl. am Gymn. in Recklinghausen, wissenschaftlich beschäftigt, von dem Sie Weiteres erfahren können. — Über die Litteratur der Simson-Linien können wir Ihnen leider keine Auskunft geben; diese werden Sie wohl erfahren können von Hr. Prof. Lieber-Stettin. — P. Anselm Senn. (Stift Einsiedeln, Kanton Schwyz). Ein kleines (einbändiges) math. Lexicon — selbstverständlich passend für den gegenwärtigen Stand der Wissenschaft — ist uns nicht bekannt. Wir hätten uns dasselbe sonst schon selbst angeschafft. Es wäre das gewifs ein dankbares und auch lukratives Unternehmen.

*) D. 18. September.

Über die stereographische Projektion.

Von Anton Ströll,*)
k. k. Professor an der Staatsunterrealschule in Zara.

Mit zwei Figuren im Text.

Herr Professor Joseph Streifsler hat im Jahresberichte vom Jahre 1883 der k. k. Staatsoberrealschule in Graz einige Aufgaben aus der Kartographie in elementarer Weise behandelt; darunter sind auch jene über die stereographischen Projektionen des Kugelnetzes gelöst worden. Die dazu angewandte Methode ist eine einfache und für die Schüler leicht verständliche. Die Methode, die ich zur Lösung der letzteren Aufgaben gebraucht habe, ist, meiner Ansicht nach, eine noch einfachere (besonders für die stereogr. Horizontal-Projektion) und deshalb erlaube ich mir, dieselbe hier mitzuteilen und sie der Würdigung der Herren Fachkollegen zu empfehlen.

Die Bestimmung der stereographischen Projektion des Kugelnetzes gründet sich bekanntlich auf folgende zwei Lehrsätze:

Die stereographische Projektion eines Kugelkreises ist wieder ein Kreis.

Zwei Kugelkreise und ihre stereographischen Projektionen schneiden sich unter gleichen Winkeln. (a)

I. Die stereographische Polar-Projektion ist an und für sich sehr einfach, und die betreffenden Aufgaben können nach der bekannten Methode gelöst werden.

II. Die stereographische Äquatorial-Projektion (Fig. 1). Stellt der Kreis $BCDE$ den Meridian dar, auf welchem man das Kugelnetz zeichnen will, so ist sein Mittelpunkt A der Augpunkt.**)

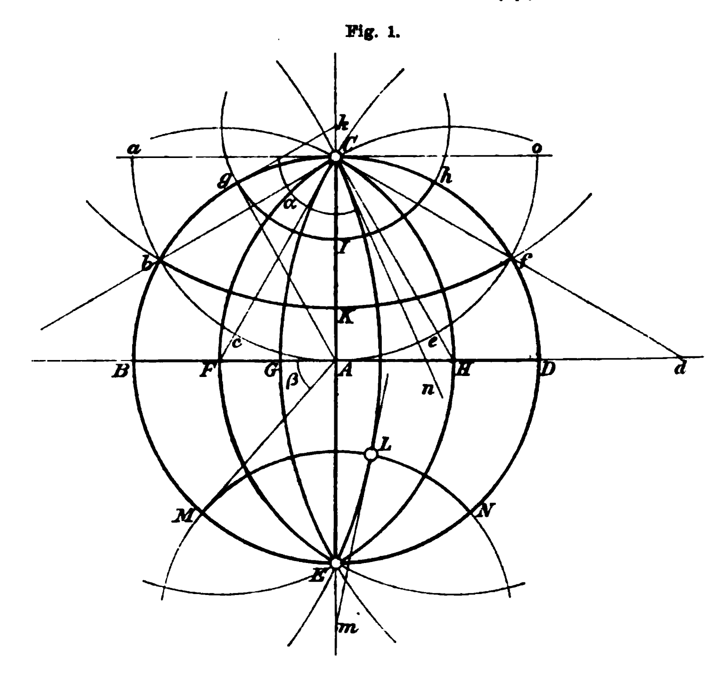
---

*) Dieser Aufsatz ist von einem in diesem Zweige der Mathematik bewanderten Kollegen als methodisch neu bezeichnet und sehr empfohlen worden. Wir hoffen mit der Aufnahme desselben den Fachgenossen, deren wissenschaftliche Domäne die darstellende Geometrie ist, einen Dienst zu erweisen. D. Red.

**) Dieser Ausdruck (= Projektion des Auges auf die Bildebene) ist in Österreich gebräuchlich. In Deutschland sagt man Augenpunkt. S. z. B. Schlömilch, Geom. d. M. 5. Aufl. S. 257. Ferner Scherling, Vorschule der deskriptiven Geom. S. 134. Siehe auch Lamberts freie Perspektive. 2. Aufl. 1774. S. 6. D. Red.

Die Projektion des Äquators ist in diesem Falle ein Durchmesser des Kreises; wenn also BD der Äquator und $CE \perp BD$ ist, so sind die Punkte C und E die Pole der Erdoberfläche (C soll der Nord- und E der Südpol sein) und CE der Meridian von 90^0, falls angenommen wird, dafs CBE der Meridian von 0^0 und deshalb CDE der von 180^0 Länge ist. Alle Meridiane müssen durch die Punkte C und E gehen; ihre Mittelpunkte werden somit auf der Geraden BD liegen. Wenn nun $\sphericalangle aCb = bCc = cCA = 30^0$, so wird der Meridian CFE von 30^0 die Gerade Cb und der Meridian CGE von 60^0 die Gerade Cc berühren müssen (a); ihre Mittelpunkte H

Fig. 1.



und d erhält man durch die Geraden $CH \perp Cb$ und $Cd \perp Cc$, oder einfach wenn man den Bogen $Ae = ef = 30^0$ macht, und dann die Geraden Ce und Cf zieht. Die Geraden Cb und Cc sind somit zur Bestimmung der Meridiane von 30^0 und 60^0 nicht nötig, können aber zur Bestimmung der Meridiane von 120^0 und 150^0 gebraucht werden; so ist z. B. F der Mittelpunkt des Meridians CHE von 150^0. Wollte man die Meridiane von 15 zu 15^0 zeichnen, so müfste man den Halbkreis aAo in 12 gleiche Teile teilen und dann, wie oben angedeutet, weiter verfahren.

Die Gerade CE ist der geometrische Ort der Mittelpunkte aller Breitenparallele, weil CE, wie leicht zu ersehen, die Symmetrale der Figur ist; wenn also der Bogen $Cg = gb = bB = 30^0$

gemacht wird, so erhält man den Mittelpunkt k des Parallelkreises gIh von 60^0 nördlicher Breite, wenn man $gk \perp gA$ zieht (a). Auf gleiche Weise kann der Mittelpunkt des Parallelkreises bKf von 30^0 nördlicher Breite ermittelt werden. Wollte man alle Breitenparallele von 15 zu 15^0 zeichnen, so müſste man den Halbkreis CBE in 12 gleiche Teile teilen, und dann weiter verfahren, wie früher erklärt wurde.

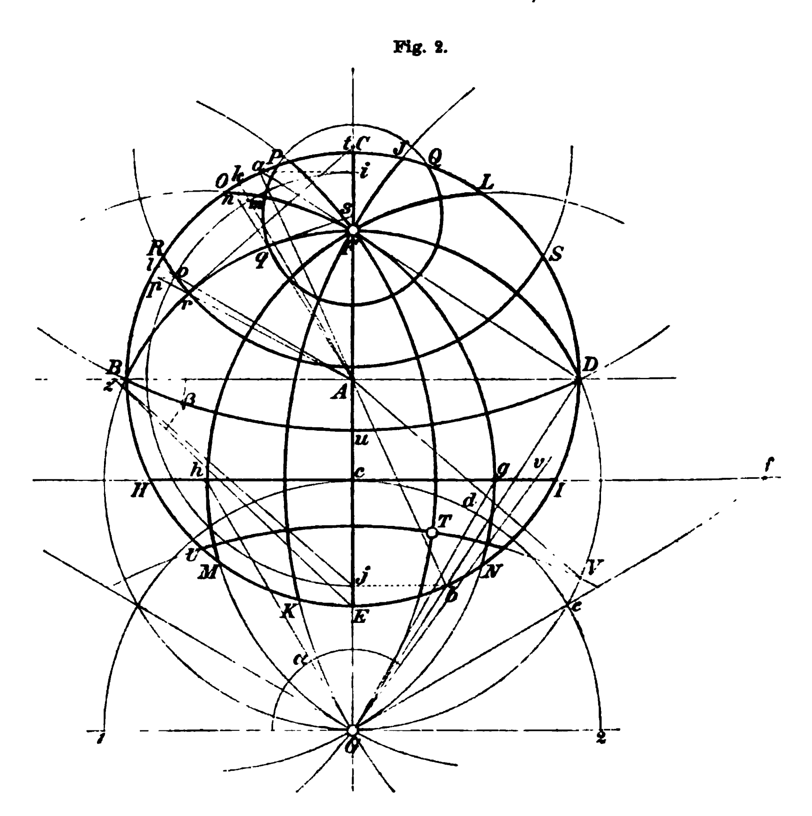
Um die Länge und Breite eines bestimmten Punktes L zu ermitteln, zieht man durch L den Meridian CLE (ein Kreisbogen, der durch die Punkte C, L und E geht; nehmen wir an, es sei l sein Mittelpunkt auf BD) und den Parallelkreis MLN (m sein Mittelpunkt; $Lm \perp Ll$), und dann durch C die Tangente Cn ($\perp Cl$) an diesen Meridian und durch M die Gerade AM; $\sphericalangle\, \alpha$ giebt uns dann (a) die Länge (östliche oder westliche, je nachdem das Auge auf der westlichen oder östlichen Seite der Erdoberfläche liegt) und $\sphericalangle\, \beta$ die Breite (südliche) des Punktes L.

III. Die stereographische Horizontal-Projektion (Fig. 2). Stellt der Kreis $BCDE$ den wahren Horizont eines Ortes, dessen Breite γ ist, und zugleich die Bildebene dar, so ist sein Mittelpunkt A der Augpunkt. Wenn man weiter annimmt, CE sei der Meridian, auf welchem das Auge liegt, so werden die Pole F und G der Erdoberfläche bestimmt, indem man $\sphericalangle\, CAa = \gamma$ macht und die Geraden Da und Db zieht, weil D das um CE auf die Bildebene umgelegte Auge und ab die umgelegte Erdachse darstellt. Nimmt man γ als südliche Breite an, so ist F der Nord- und G der Südpol. Alle Meridiane müssen durch die Punkte F und G gehen, und deshalb werden ihre Mittelpunkte auf der Geraden $HI \perp FG$ ($Fc = cG$) liegen. Wenn also FG den Meridian von 90^0 Länge darstellt, und der Bogen $cd = de = e2 = 30^0$ gemacht wird, und dann aus f und g, welche Punkte auf den Geraden Ge und Gd liegen, die Kreisbögen $JFKG$ und $LFMG$ und aus c die Kreislinie $BFDG$ beschrieben werden; so stellt der Bogen FK einen Teil des Meridians von 60^0 und der Bogen FJ einen Teil des Meridians von 120^0, der Bogen FM einen Teil des Meridians von 30^0 und der Bogen FL einen Teil des Meridians von 150^0, der Bogen FB einen Teil des Nullmeridians und der Bogen FD einen Teil des Meridians von 180^0 Länge dar. Liegt das Auge auf der westlichen Seite der Erdoberfläche, so sind die Längen der Meridiane FM, FK, FE und FN (150^0 Länge, Mittelpunkt h) östlich, und die der Meridiane FO (30^0 Länge), FC, FJ und FL westlich, sonst umgekehrt. Auf gleiche Art können die übrigen Meridiane ermittelt werden.

Zieht man ai und $bj \perp CE$, so sind i und j die orthogonalen Projektionen auf der Bildebene der Pole der Erdoberfläche; durch diese Punkte müssen die orthogonalen Projektionen auf der Bildebene aller Meridiane gehen. Da die Punkte B und D des Meri-

dians $BFDG$ auf der Bildebene liegen, so wird seine orthogonale Projektion auf dieser Ebene eine Ellipse sein, deren Achsen ij und BD sind. Wenn man nun den Bogen $Ck = kl = 30^0$ macht, und aus A den Halbkreis ioj beschreibt, k und l mit A verbindet, und dann kn und $lp \perp$, und mn und $op \parallel BD$ zieht; erhält man*) in den Punkten n und p die orthogonalen Projektionen auf der Bildebene zweier Punkte des Meridians BFD, und es ist im Raume

Fig. 2.



der Ellipsenbogen $in = np = pB = 30^0$. Verbindet man also n und p mit dem Augpunkte A, so ergeben sich in q und r jene Punkte des Meridians BFD, durch welche die Bilder der Parallelkreise PqQ und RrS von 60^0 und 30^0 nördlicher Breite gehen werden. Die Mittelpunkte aller Breitenparallele müssen auf der Geraden FG liegen, weil dieselbe die Symmetrale der Figur ist; wenn man also $qs \perp qc$ und $rt \perp rc$ zieht, erhält man in s und t

*) Die Ellipse $BiDj$ als orthogonale Projektion des Kreises $BCDE$ betrachtet.

die Mittelpunkte der früher genannten Parallelkreise (a). Der Mittelpunkt des Äquators BuD und die Mittelpunkte der übrigen Breitenparallele können auf gleiche Art bestimmt werden. Die Gerade HI stellt jenen Parallelkreis dar, der durch das Auge geht.

Um die Länge und Breite eines bestimmten Punktes T zu gewinnen, zieht man durch denselben den Meridian FTG (ein Kreisbogen, der durch F, T und G geht) und den Parallelkreis UTV (ein Kreisbogen, dessen Mittelpunkt mit dem Schnittpunkte von FG und der Tangente an dem Meridian FTG im Punkte T zusammenfällt), und dann durch G die Tangente Gv an den Meridian FTG; der $\sphericalangle\, \alpha$ ist die Länge (östliche oder westliche) des Punktes T (a). Seine Breite (südliche) ist gleich β, welcher Winkel erhalten wird, wenn man $jz \parallel VA$ zieht und z mit E verbindet. Man sollte eigentlich zu diesem Zwecke die wahre Länge (in Graden ausgedrückt) des Bogens, der im Raume dem Bogen DV entspricht, bestimmen; was erlangt werden kann, wenn zuerst der Durchschnittspunkt, sagen wir x, der Geraden AV mit der Ellipse $BiDj$ bestimmt, und dann die Gerade $xy \perp BD$ gezogen wird (y auf der Kreislinie CDE); der Bogen Dy wäre dann die wahre Länge des Bogens DV, und somit der $\sphericalangle\, DAy$ die Breite des Punktes T. Um aber x zu bekommen, mufs zuerst*) $jz \parallel VA$, dann $Ay \parallel zE$, und erst nachher $yx \perp BD$ gezogen werden; hieraus folgt, dafs $\sphericalangle\, \beta = DAy$ ist.

Das Kreiselproblem und seine Lösung.**)

Von Dr. Münter in Herford.

Mit einer Figur im Text.

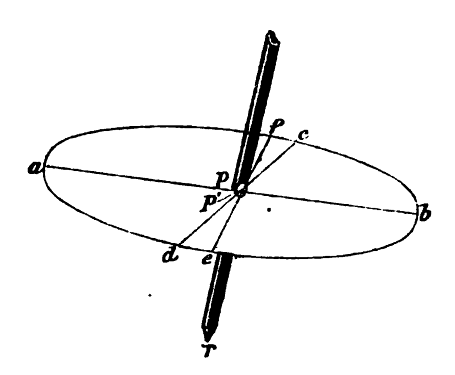
Die für das Kreiselproblem vorhandene Lösung mit ihren verschiedenen Varianten ist als eine genügende nicht anzusehen. Dafs der Kreisel, nachdem er angelassen, mit seiner anfänglich schräg stehenden Achse eine rotierende Bewegung um die Lotlinie seines Fufspunktes beginnt, wobei er sich zugleich aufrichtet, wird bekanntlich ganz allgemein dadurch zu erklären gesucht, dafs der Kreisel durch eine im Anfange fallende Bewegung, bei welcher sich die Achse desselben dem Erdboden nähert, zwei Komponenten erhält sowohl für die rotierende als auch für die aufrichtende Bewegung. Geht man auf diese Deduktion näher ein, so ist es leicht den

*) Bestimmung des Schnittpunktes der Geraden AV mit der Ellipse $BiDj$, wenn diese als orthogonale Projektion des Kreises $BCDE$ behandelt wird.

**) Vergl. hierzu die Artikel von: Geh.-R. Hauck, Jahrg. XVII (1886) S. 81 u. f. Franke und Hauck ib. S. 422. Franke, Hefs (München) u. Hauck, Jahrg. XVIII, S. 182 ff. Die Redaktion.

Nachweis zu führen, dafs die aufgestellte Behauptung unmöglich richtig sein kann. Denn, wenn in dem Fallen des Kreisels eine Komponente für das Aufrichten desselben erhalten wird, so kann die aus der Fallbewegung resultierende Energie niemals mehr Arbeit im Aufrichten leisten, als im Fallen Energie zur Verfügung gestellt ist; es kann demnach der Kreisel sich niemals über den Punkt aufrichten, von welchem das Fallen ausging.

In der Hauckschen Variante der Eulerschen Erklärung des Kreiselproblems, welche im XVIII. Jahrgange dieser Zeitschrift zur Mitteilung gelangte, machte in seiner Kritik der Erklärung Herr Franke-Schleusingen darauf aufmerksam, dafs die Darstellung ein perpetuum mobile enthalte, und dieselbe, sehr richtige Bemerkung erstreckt sich mit demselben Rechte auch auf die alte in die physikalischen Lehrbücher übergangene Eulersche Erklärung.



Es soll nicht der Zweck sein, hier eine erschöpfende Kritik der bisherigen Erklärung des Kreiselproblems zu geben, und mögen die vorstehenden kurzen Bemerkungen genügen, um die Notwendigkeit zu begründen, eine bessere Erklärung des Kreiselproblems an die Stelle der alten zu setzen, welches Bestreben nicht vereinzelt sein kann, da zweifellos die Zahl derjenigen nicht gering ist, denen die alte Erklärung ungenügend oder auch unrichtig erschienen ist.

Gehen wir daher zur Sache über.

Eine kreisförmige Scheibe, durch deren Mittelpunkt senkrecht zur Fläche eine Achse geht, stellt einen Kreisel (s. Fig.) dar. Wird ein solcher, etwa auf einer Tischplatte in Rotation versetzt, so wird er kaum jemals im Anfange seiner Bewegung senkrecht stehen, dagegen wird die Achse mit der horizontalen Tischplatte einen mehr oder weniger spitzen Winkel bilden. Bald sieht man nun diese Neigung der Achse sich ändern und, indem sie eine schraubenförmige Bewegung annimmt, sich mehr und mehr aufrichten, um endlich eine senkrechte Stellung einzunehmen.

Denken wir den Kreisel im Beginn seiner Bewegung mit geneigter Achse einen Augenblick in Ruhe, so hat die Peripherie der Kreiselscheibe einen höchsten Punkt *a* und einen tiefsten Punkt *b*. Die Linie *ab* bildet einen Durchmesser der Scheibe und teilt dieselbe in eine rechte und eine linke Hälfte.

Dreht sich die Scheibe in demselben Sinne wie der Zeiger

einer Uhr, so wird die rechte Hälfte der Scheibe eine schräg abwärts gerichtete, die linke aber eine schräg aufwärts gerichtete Bewegung machen.

Die Moleküle der rechten Hälfte werden in ihrer Bewegung durch die anziehende Kraft der Erde beschleunigt, die Moleküle der linken Seite durch dieselbe Kraft gehemmt.

Da, wo die beschleunigende Kraft der Anziehung zu wirken aufhört und die hemmende beginnt, also für das äufserste Molekül im Punkte *b*, haben die Moleküle jedes Radius der rechten Scheibenhälfte die gröfste Geschwindigkeit erlangt und diese Geschwindigkeit vermindert sich im Verlauf der rotierenden Bewegung allmählich so lange, als die Moleküle der linken Scheibenhälfte nach ihrer Lage angehören.

Sobald demnach ein Molekül den für seine Lage höchsten Punkt erreicht hat, was für das äufserste Molekül der Scheibe, das mit *m* bezeichnet werden möge, der Punkt *a* sein würde, ist seine Geschwindigkeit so gering als möglich.

Sieht man zunächst von der Reibung der drehenden Kreiselfläche an der umgebenden Luft ab, so würde die in *b* erlangte Geschwindigkeit von *m* gerade ausreichen dieses Molekül in genau derselben Zeitdauer mit abnehmender Geschwindigkeit auf die Höhe von *a* zu bringen, von welcher es vorher nach *b* in beschleunigter Weise herabfiel. In einer ganzen Rotation des Moleküls *m* würden wir unter der angegebenen Bedingung in zwei andern Punkten von einer mittleren Geschwindigkeit reden können und liegen diese Punkte der Scheibe sowohl auf der rechten als auch auf der linken Seite genau in der Mitte des Weges zwischen *a* und *b* respektive zwischen *b* und *a*.

Nennen wir diesen Punkt der mittleren Geschwindigkeit in der rechten Hälfte *c*, in der linken *d*, so ist die Verbindungslinie *cd* ebenfalls ein Durchmesser der Scheibe, der dieselbe in eine obere und eine untere Hälfte teilt.

Um nun den Weg von *d* nach *c* über *a* zurückzulegen, gebraucht das Molekül *m* eine längere Zeitdauer, als um den Weg von *c* nach *d* über *b* zurückzulegen, weil, wie schon erwähnt, das Molekül *m* bei *a* seine geringste Geschwindigkeit hat, bei *b* aber seine gröfste. Was vom Molekül *m* gilt, gilt auch von den andern Molekülen, die konzentrisch mit kleiner werdendem Radius die Substanz der Scheibe ausmachen.

Hiernach verweilen sämtliche Moleküle in der Position der obern Hälfte der Scheibe eine längere Zeit als sie in der Position der untern Hälfte sich befinden, und es entspricht dieser längeren Zeitdauer ein gröfserer Fallraum der oberen als der gleich schweren unteren Hälfte, wodurch ein scheinbares Übergewicht in der oberen Scheibenhälfte in einem Niedersinken derselben sich geltend macht.

Dadurch richtet der Kreisel sich auf, d. h. seine Scheibe nimmt

mehr und mehr eine horizontale Stellung ein, bis mit der erreichten genauen Einstellung, die Ursache des weiteren Aufrichtens in der rechtsseitigen Beschleunigung sowohl als der linksseitigen Verminderung der Schnelligkeit gänzlich aufhört, da auf eine horizontale Kreiselscheibe die Gravitation den geschilderten Einfluss nicht mehr hat. Es ist nun bei der in schräger Stellung der Achse rotierenden Kreiselscheibe leicht ersichtlich, daſs der Drehpunkt der Scheibe nicht im Mittelpunkte derselben liegen kann, so lange die Kreiselscheibe noch eine gegen den Horizont geneigte Lage hat. Da das Molekül *m* im Punkte *a* in der verschwindend kleinen Zeiteinheit den kürzesten Weg zurücklegt, in derselben Zeiteinheit aber im Punkte *b* den längsten Weg macht, so ist die Winkelgeschwindigkeit in *a* die geringste, in *b* aber die gröſste, und folgt hieraus sofort, daſs der Drehpunkt der Scheibe nicht im Mittelpunkte derselben liegen kann, sondern in einem Punkte *p* der Scheibe, welcher näher bei *a* und weiter von *b* liegt als der Mittelpunkt *o* der Scheibe.

Da nun bei der Rotation der Durchmesser *ab*, welcher den höchsten Punkt mit dem tiefsten verbindet, sich in jedem Moment ändert, so muſs auch der Drehpunkt *p* sich jeden Moment ändern, sobald ein anderer Durchmesser der Scheibe in die Lage *ab* kommt. Dieser stetige Wechsel des Punktes *p* drückt sich in seiner Wanderung auf der Peripherie eines Kreises aus, der seinen Mittelpunkt mit dem Mittelpunkte *o* der Scheibe gemeinsam hat, und dessen Radius *op* ist.

In der Bewegung des Kreisels ist die Länge *op* eine veränderliche Gröſse, insofern dieselbe erstens von der Geschwindigkeit der Rotation oder, was dasselbe ist, von der Zeitdauer abhängt, in welcher die Gravitation während eines Umlaufs der Scheibe beschleunigend auf die rechte oder hemmend auf die linke Scheibenhälfte wirkt, und zweitens von der Neigung der Scheibe gegen den Horizont.

Wird letztere gleich Null, so verschwindet auch *op* und es fällt *p* mit *o* zusammen.

Ist aber die Dauer einer Rotation sehr klein, so ist es auch die Zeit, in welcher während der Dauer der Rotation der Unterschied in der Winkelgeschwindigkeit des Moleküls *m* in den beiden entgegengesetzten Punkten *a* und *b* sich ausbildet, ebenfalls klein, woraus dann wiederum nur eine geringe Länge von *op* sich ergiebt.

Während einer bestimmten nach Sekunden bemessenen Zeitdauer wird der Einfluſs der geringeren Dauer der einzelnen Rotation auf die Länge von *op* in einer hier nicht näher zu erörternden Weise wieder kompensiert.

Es bleibt noch übrig auf den Einfluſs aufmerksam zu machen, den der Widerstand der Luft auf die rotierende Kreiselscheibe ausübt, indem die Scheibe eine gewisse Reibung zu überwinden hat.

Als wir davon ausgingen, den Widerstand der Luft nicht mit in Rücksicht zu ziehen, war die Behauptung begründet, daſs die Beschleunigung des Moleküls *m* während seines Weges vom Punkte *a* zum Punkte *b* genau so groſs sei, um die Hemmung während des Weges von *b* nach *a* überwinden zu können.

Durch die Reibung der Scheibe und den darin liegenden Verbrauch von rotierender Energie kommt das Molekül von *a* ausgehend nicht mit der vollen aus der Anziehung resultierenden Geschwindigkeitsvermehrung in *b* an, die im luftleeren Raume sich finden würde; mithin besitzt das Molekül *m* auch nicht die erforderliche Energie, um den Steigraum in der Scheibenhälfte von *b* bis nach *a* in derselben Zeit zurückzulegen, in welcher das Molekül von *a* nach *b* in beschleunigter Weise gelangte. Dazu kommt noch, daſs die Reibung beim Aufsteigen des Moleküls sich genau ebenso retardierend geltend macht, wie dies vom sich herabsenkenden Molekül gilt.

Die Zeitdauer ist demnach für den Weg des Moleküls von *a* nach *b* kleiner als von *b* nach *a*, und mit der längern Anwesenheit des Moleküls auf dem aufsteigenden Wege und dem entsprechend aller Moleküle in der Lage der linkseitigen Hälfte, ist auch der Fallraum der linken Scheibenhälfte gröſser als der Fallraum der rechten Hälfte, woraus genau, wie dies für die obere und untere Hälfte der Scheibe nachgewiesen wurde, eine linksseitige Lage des Drehpunktes folgt. Liegt aber der Drehpunkt der Scheibe in der oberen Hälfte und gleichzeitig in der linken Hälfte, so muſs seine genaue Lage in der linken obern Ecke gesucht werden, sagen wir beispielsweise in der Richtung, wo die Zahl elf des Ziffernblattes der Uhr sich befindet. Nennen wir diesen Punkt p' und den Durchmesser der Scheibe, welcher auf op' senkrecht steht *cf*, so bezeichnet *edaf* diejenige Hälfte der Kreiselscheibe, in welcher alle Moleküle liegen, die mehr als die halbe Zeitdauer der Rotation der Anziehungskraft der Erde gemäſs sich senken, während auf der halben Scheibe *fcbe* sich stets die Moleküle befinden, die weniger als die halbe Zeitdauer der Rotation dortselbst der Einwirkung der Gravitation unterliegen.

Da wie schon oben erwähnt die Gröſse des Fallraums der verschiedenen Hälften der Scheibe von der Zeitdauer abhängt, in welcher die Scheibenhälfte dem Einfluſs der Anziehungskraft folgt, so muſs die Scheibenhälfte *edaf* mehr fallen als die Scheibenhälfte *fcbe*, d. h. die Kreiselscheibe richtet sich auf und neigt sich nach der bei der Rotationsbewegung aufsteigenden linken Seite, und liefert dadurch die dem Kreisel charakteristische mit dem Namen des Kreiselproblems bezeichnete Bewegung, wonach der Kreisel sich senkrecht stellt, indem er um die Lotlinie eine Spirale beschreibt.

Da das Neue dieser Lösung in dem Nachweis der excentrischen Lage der Drehachse rp' und der daraus resultierenden Folgerungen liegt, so würde eine maſsgebende Prüfung für die Richtigkeit dieser

Lösung darin erkannt werden können, dafs durch Herstellung von Augenblicksphotographieen diese Lage des Drehpunktes in der Scheibe nachgewiesen würde.

Wäre die Oberfläche der Scheibe mit Radien und konzentrischen Kreisen versehen worden, und gelänge es während der Dauer einer Rotation mehrere Augenblicksphotographieen darzustellen, so müfste sich aus der Veränderung in der Lage der Radien und Kreise der Drehpunkt ergeben.

Auch ein experimentell nachzuweisender Unterschied in der Bewegung des Kreisels im vacuum gegenüber der Bewegung desselben Kreisels in der Luft könnte seitens eines berufenen Experimentators für die diesbezüglichen Schlufsfolgerungen eventuell von Wichtigkeit sein.

Bemerkungen zu vorstehendem Artikel.

I. Von Dr. Franke, Professor am Gymnasium zu Schleusingen.

Die in dem vorstehenden Artikel von Herrn Dr. Münter gegebene Erklärung der Kreiselbewegung ist evident falsch. Die Auseinandersetzungen begehen von Anfang an den Fehler, dafs sie die Punkte des Kreisels so behandeln, als ob jeder von ihnen frei sich bewegte; in Wahrheit aber sind sie fest mit einander verbunden, und die Bewegung, welche die Schwere etwa einem dieser Punkte mitteilt, überträgt sich notwendig auf alle. Hiermit wird der gesamte Erklärungsversuch hinfällig.

Will man zum Überflufs das Nichtzutreffen der vermeintlichen Erklärung auch an deren Resultaten erkennen, so kann auch das leicht geschehen. Der Verfasser glaubt, wenn er von der Reibung absieht, als Lage der Drehaxe rp (s. Fig. S. 566) konstatieren zu können. Wäre das richtig, so müfste der Punkt p ohne Geschwindigkeit sein. Nun giebt aber die anfängliche Rotation um ro dem Punkte p eine Geschwindigkeit in der zu oc parallelen Richtung und die Schwere eine solche in der Richtung pb (genauer in der auf rp senkrechten und in der Ebene rpb gelegenen Richtung); zwei zu einander senkrechte Geschwindigkeiten können sich aber nicht aufheben.

Wenn nun gar rp' die Drehaxe wäre, so hiefse das, die geometrische Axe ro befände sich dauernd in schräger Abwärtsbewegung. Der Kreisel müfste dann in kürzester Zeit umgefallen sein.

II. Von Dr. A. Schmidt, Professor am Realgymnasium in Stuttgart.

Auch mir scheint Herrn Münters Auffassung der Sache von Grund aus verfehlt, da er ohne Rücksicht auf den starren Verband der Massenteilchen des Kreisels den verschiedenen Teilen gestattet, sich um die geometrische Axe des Kreisels unsymmetrisch zu gruppieren mit fortwährendem Übergewicht der höher befindlichen Hälfte.

Nach meiner Überzeugung giebt es keinen empfehlenswerteren Weg zum Verständnis des Kreiselproblems, als die Erklärungsweise Airys, welcher Victor von Lang in seiner theoretischen Physik (Braunschweig 1891), S. 91—96 folgt. Die Erklärung bildet, trotz dem abfälligen Urteile Herrn M. Koppes in der Zeitschrift für physik. u. chem. Unterricht*), eine einwandfreie Behandlung eines phoronomischen Problems, das sich allerdings mit dem mechanischen Problem des Kreisels nicht vollständig, aber in grofser Annäherung deckt, mit umso gröfserer, je gröfser die Rotationsgeschwindigkeit ist. In einem Spezialfall, dem des nutationslosen Kreisels, findet, wie ich in Böklens Mitteilungen (Heft III, S. 77, 1886) gezeigt habe, volle Übereinstimmung statt. Als exakte und zugleich elementare Behandlung des phoronomischen Problems läfst sich die ganze Erklärung in Form von einigen schönen kinematischen Sätzen wiedergeben, welche sich dem Satz von der Centralbewegung im Kreise an die Seite stellen, wie ich das am bezeichneten Orte ausgeführt habe.

Drei der fünf Sätze mögen hier ohne Beweis ihre Stelle finden.

Satz 2 (Gesetz der Centripetalkraft). Kommt zur linearen Geschwindigkeit c eines Punktes eine dazu senkrecht bleibende Beschleunigung γ, so entsteht eine angulare Geschwindigkeit $a = \frac{\gamma}{c}$. Die Axe der a steht senkrecht auf der Ebene von c und γ und γ ist nach dieser Axe gerichtet.

Satz 3. Kommt zur angularen Geschwindigkeit a eines Körpers um eine Axe eine angulare Beschleunigung α um eine die erstere senkrecht schneidende Axe, so entsteht eine Drehung der Rotationsaxe (Momentanaxe) in der Ebene beider Axen um deren Schnittpunkt mit einer angularen Geschwindigkeit $c = \frac{\alpha}{a}$. Die Drehung c erfolgt nach der Richtung der Axe von α.

Satz 4. Wird die Axe eines mit der angularen Geschwindigkeit a rotierenden Körpers um einen ihrer Punkte gedreht mit der Winkelgeschwindigkeit c, so entsteht eine angulare Beschleunigung des Körpers $\alpha = ac$ um eine durch den Drehpunkt gehende, in der Ebene der Drehbewegung liegende, zur Axe der Rotation a senkrechte Axe. Die Axe der α ist der Drehbewegung c entgegengesetzt gerichtet. —

*) 1891, S. 71 u. f., vgl. auch 1894, S. 186—189 und einen Aufsatz von Herrn Maiss in der österr. Zeitschrift für das Realschulwesen XIX, S. 83—87, 1894.

Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert von Prof. Dr. Lieber-Stettin und C. Müsebeck-Waren in Mecklenburg.

A. Auflösungen.

1364. (Gestellt von Rulf XXVI$_2$, 109.) In ein Dreieck soll eine Ellipse so gezeichnet werden, daſs sie die Seiten desselben in ihren Mittelpunkten berührt. Wie groſs ist die Fläche der Ellipse, wenn die Seiten a, b, c des Dreiecks gegeben sind?

1. Auflösung Die geforderte Figur läſst sich betrachten als die Projektion eines gleichseitigen Dreiecks und seines Inkreises. Daher verhält sich der Flächeninhalt E der Ellipse zu dem Flächeninhalt Δ des Dreiecks wie der Flächeninhalt eines beliebigen Kreises zu dem Inhalt des um denselben gezeichneten gleichseitigen Dreiecks, also $E : \Delta = \pi r^2 : 3r^2\sqrt{3} = \pi : 3\sqrt{3}$, also $E = \frac{\pi\Delta}{3\sqrt{3}} = \frac{\pi}{9}\sqrt{3s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

Isak (Pilsen). von Miorini (Pola). Stegemann (Prenzlau).

2. Auflösung. Sind A_1, B_1, C_1 die Mitten der Dreiecksseiten, so muſs der nach C gehende Durchmesser der Ellipse die Sehne A_1B_1 halbieren und da $A_1B_1 \parallel AB$ ist, so sind CC_1 und AB die Richtungen zweier konjugierter Durchmesser. Dasselbe gilt für die anderen Mittellinien und Seiten des Dreiecks, mithin ist der Schwerpunkt S des Dreiecks der Mittelpunkt der Ellipse und die Mitten von AC, BS und CS sind Peripheriepunkte der Ellipse. Nimmt man die durch S zu AB gezogene Parallele und t_c als Koordinatenachsen, so ist die Gleichung der Ellipse $\frac{x^2}{\frac{c^2}{12}} + \frac{y^2}{\frac{t_c^{\,2}}{9}} = 1$, die Längen der Durchmesser also $\frac{c}{2\sqrt{3}}$ und $\frac{t_c}{3}$; mithin ist der Inhalt der Ellipse $E = \frac{1}{3}t_c \cdot \frac{c}{2\sqrt{3}} \sin(ct_c)\pi = \frac{1}{6\sqrt{3}} ac \sin\beta \cdot \pi = \frac{\Delta\pi}{3\sqrt{3}}$, da $a : t_c = \sin(ct_c) : \sin\beta$.

Beyel (Zürich). Massfeller (Montabaur). Roesen (Crefeld). Rulf (Wien). Stechelberg (Witten).

3. **Auflösung.** Die Ellipse ist die gröfste, welche in das Dreieck gezeichnet werden kann; sie ist homothetisch der gröfsten Ellipse, die um das Dreieck beschrieben werden kann, der Steinerschen Ellipse, hat also denselben Mittelpunkt, nämlich den Schwerpunkt, und dieselben Achsenrichtungen. Das Ähnlichkeitsverhältnis ist 1 : 2; also $E = \frac{1}{4}$ der Steinerschen Ellipse, d. h. $\frac{\varDelta\pi}{3\sqrt{3}}$.

Stoll (Bensheim).

Vergl. Fuhrmann „Der Brocardsche Winkel". Programm des Realgymnasiums a. d. Burg 1889, S. 28.

4. **Auflösung.** Die Gleichung der Ellipse in barycentrischen Koordinaten lautet $y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 - 2y_1y_2 - 2y_1y_3 - 2y_2y_3 = 0$; die Achsen haben die Werte $a^2 = \frac{1}{9}F\left(\cot\omega + \sqrt{\cot\omega^2 - 3}\right)$; $b^2 = \frac{1}{9}F\left(\cot\omega - \sqrt{\cot\omega^2 - 3}\right)$.

Glaser (Homburg v. d. Höhe).

Ähnlich Hellmann, mit Hilfe schiefwinkliger Koordinaten.

Vergl. Programm des Realgymnasiums zu Homburg v. d. Höhe 1894, S. 12.

5. **Auflösung,** Sind a_1 und b_1 die Halbachsen der Ellipse, A_1, A_2, A_3 die Winkel des Dreiecks, r der Umkreisradius, so hat man $(a_1 + b_1)^2$
$= \frac{2}{9}r^2\left(\sin A_1^2 + \sin A_2^2 + \sin A_3^2 + 2\sqrt{3}\sin A_1 \sin A_2 \sin A_3\right) = \frac{2}{9}r^2 M$;
$(a_1 - b_1)^2 = \frac{2}{9}r^2\left(\sin A_1^2 + \sin A_2^2 + \sin A_3^2 - 2\sqrt{3}\sin A_1 \sin A_2 \sin A_3\right)$
$= \frac{2}{9}r^2 N$. (Vergl. von Jettmar, Analytische Untersuchungen der Kurven zweiter und dritter Ordnung mittels numerischer Dreieckskoordinaten. Archiv der Mathematik und Physik. 2. Reihe. Teil X, S. 17 u. 18). Durch Subtraktion erhält man $4a_1b_1 = \frac{2}{9}r^2(M - N)$, daher die Fläche der Ellipse $= \frac{1}{18}r^2(M - N)\pi = \frac{2}{9}\sqrt{3}r^2 \sin A_1 \sin A_2 \sin A_3 \pi = \frac{1}{9}\sqrt{3}\pi \cdot \varDelta$.

von Jettmar (Wien).

6. **Auflösung.** Sind A_1 und A_2 die Spitzen, α_1 und α_2 die Schwerpunkte der über BC errichteten gleichseitigen Dreiecke; dann ist $S\alpha_1 \parallel AA_1$ und $= \frac{1}{3}AA_1 = k_1$ und $S\alpha_2 \parallel AA_2$ und $= \frac{1}{3}A_1A_2 = k_2$. Wird nun auf der Halbierungslinie des Winkels $\alpha_1 S \alpha_2$ von S aus die Strecke $\sqrt{k_1k_2}$ nach beiden Richtungen bis P_1 und P_2 abgetragen, dann ist $P_1\alpha_1P_2\alpha_2$ ein harmonisches Viereck und daher bekanntlich, wenn A_0 die Mitte von BC und $\alpha_1\alpha_2$ ist, $P_1A_0 + P_2A_0 = k_1 + k_2$ und $\alpha_1\alpha_2$ Halbierungslinie des Winkels $P_1A_0P_2$; also sind P_1 und P_2 die Brennpunkte und $k_1 + k_2$ ist die Hauptachse der die Seiten des Dreiecks in deren Mitten berührenden Ellipse. Die Nebenachse ist mithin $k_1 - k_2$ und daher der Inhalt der Ellipse $\frac{1}{4}\pi(k_1^2 - k_2^2)$ $= \frac{1}{9}\pi\varDelta\sqrt{3}$.

Kücker (Stettin).

1365. (Gestellt von Steckelberg XXVI_2, 109). Die Kreise, welche über den Brennstrahlen eines Kegelschnittes als Durchmesser gezeichnet werden, werden vom Hauptkreise des Kegelschnittes umhüllt.

1. Beweis. F_1 und F_2 seien die Brennpunkte, O der Mittelpunkt und P ein beliebiger Punkt eines Kegelschnittes. Ist nun M die Mitte von F_1P und $F_1P > F_2P$, so ist $F_1P \pm F_2P = 2a$, also $F_1M \pm MO = a$ oder $OM = \pm(a - MF_1)$. Die Centrale der Kreise um O mit a und um M mit MF_1 ist also gleich der Differenz der Radien, d. h. die Kreise berühren einander. Für den Kreis, der F_2P zum Durchmesser hat, ist der Beweis entsprechend. Bei der Parabel liegt F_2 in unendlicher Entfernung und man hat statt des Brennstrahles F_2P den durch P gehenden Durchmesser und statt des Hauptkreises die Scheiteltangenten zu nehmen.

(Vergl. Fuhrmann. Progr. des Realgymn. a. d. Burg 1878.)

Fuhrmann (Königsberg i. Pr.). Handel (Reichenbach i. Schles.) Hellmann. Isak. Massfeller. von Miorini. Ritgen (Schlettstadt). Rossen. Rummler (Freiburg i. Schles.) Steckelberg. Stegemann.

2. Beweis. P habe in Bezug auf die Achsen des Kegelschnittes die Koordinaten x_1 und y_1. Dann ist $OM^2 = \left(\frac{e + x_1}{2}\right)^2 + \frac{y_1^2}{4}$; da nun $b^2x_1^2 \pm a^2y_1^2 = a^2b^2$, so wird $4OM^2 = a^2 + 2ex_1 + \frac{e^2x_1^2}{a^2}$ $= \left(a + \frac{ex_1}{a}\right)^2$, also $OM = \frac{1}{2}\left(a + \frac{ex_1}{a}\right)$. Fällt man von F_1 auf die Tangente in P die Senkrechte F_1R, so ist

$$RM = \tfrac{1}{2}PF_1 = \pm\tfrac{1}{2}\left(\frac{ex_1}{a} - a\right),$$

$$\text{also } a \mp RM = \tfrac{1}{2}\left(a + \frac{ex_1}{a}\right) = OM;$$

d. h. die Kreise berühren sich. Handel.

1366. (Gestellt von Rettich XXVI_2, 110). Gegeben $x_1 + x_2 + x_3 + \cdots x_n = a$ und $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots x_n^2 = b$. Man soll ganze positive Zahlen für x suchen, die beide Gleichungen befriedigen.

Auflösung. Ist $a = b$, so ist jede Unbekannte gleich 1; für $a^2 = b$ ist nur der eine Wert $x = a$ möglich. Es sei $x_1 \geqq x_2 \geqq x_3$ u. s. w.; n die Anzahl der Unbekannten, dann muſs bekanntlich $nb > a^2$, also $n > \frac{a^2}{b}$ sein und da $x_1 > \frac{a}{n}$, so ist erst recht $x_1 > \frac{b}{a}$. Ist p^2 das gröſste Quadrat unter b, so ist also $\frac{b}{a} \leqq x_1 \leqq p$. Setzt man statt x_1 eine positive ganze Zahl zwischen $\frac{b}{a}$ und p, so erhält man zwei neue Gleichungen derselben Art, bei

welcher die gegebenen Gröfsen $a_1 = a - x$ und $b_1 = b - x_1^2$ sind; wird mit diesen Gleichungen ebenso verfahren, so erhält man wieder Gleichungen derselben Art in noch kleineren Zahlen u. s. w. Um keine mögliche Lösung auszulassen, wird das Verfahren mit $x_1 = p$ eröffnet; der Verlauf der Rechnung erhellt aus folgendem leicht verständlichen Schema:

a	b	x
21	143	$x_1 = 11$
10	22	$x_2 = 4$
6	6	$x_3 = x_4 = \cdots x_8 = 1$
21	143	$x_1 = 11$
10	22	$x_2 = 3$
7	13	$x_3 = 3$
7	4	$x_4 = x_5 = x_6 = x_7 = 1$
21	143	$x_1 = 11$
10	22	$x_2 = 3$
7	13	$x_3 = 2$
5	9	$x_4 = 2$
3	5	$x_5 = 2$
1	1	$x_6 = 1$
21	143	$x_1 = 10$
11	43	$x_2 = 6$
5	7	$x_3 = 2$
3	3	$x_4 = x_5 = x_6 = 1$

a	b	x
21	143	$x_1 = 10$
11	43	$x_2 = 5$
6	18	$x_3 = 4$
2	2	$x_4 = x_5 = 1$
21	143	$x_1 = 10$
11	43	$x_2 = 5$
6	18	$x_3 = 3$
3	9	$x_4 = 3$
21	143	$x_1 = 9$
12	62	$x_2 = 7$
5	13	$x_3 = 3$
2	4	$x_4 = 2$
21	143	$x_1 = 9$
12	62	$x_2 = 6$
6	26	$x_3 = 5$
1	1	$x_4 = 1$

Rummler.

1367. (Gestellt von Vollhering XXVI$_2$, 110.) Läfst sich eine Zahl a in eine gerade Menge dreistelliger Klassen teilen, so dafs die erste Klasse links nur eine oder zwei Ziffern zu enthalten braucht, und wird durch Vertauschung der ersten mit der zweiten, der dritten mit der vierten u. s. w., oder der ersten mit der vierten, der zweiten mit der dritten, überhaupt je einer geraden mit einer ungeraden Klasse eine Zahl b gebildet, so ist $\frac{a+b}{13}$ eine ganze Zahl. Man gebe den Grund davon an und suche ein ähnliches allgemeines Gesetz für andere Primzahlen als 13.

Beweis. Es sei

$$a = 1000^0 z_0 + 1000^1 z_1 + 1000^2 z_2 + \cdots + 1000^{2n-1} z_{2n-1}.$$

Sind $1000^{2m} z_{2m}$ und $1000^{2k+1} z_{2k+1}$ zwei Glieder dieser Zahl, so sind $1000^{2m} z_{2k+1}$ und $1000^{2k+1} z_m$ die entsprechenden Glieder der Zahl b. Durch Addition ergiebt sich

$$(z_{2m} + z_{2k+1})(1000^{2m} + 1000^{2k+1}).$$

Nun ist $1000^{2m} + 1000^{2k+1} = 1000^{2k+1}(1000^{2(m-k)-1} + 1)$ $= 1000^{2k}([999\,999 + 1]^{m-k} + 1000) = 1000^{2k}(A + 1001)$, wo A die Summe aller Glieder ist, die bei der Entwickelung von

$(999\,999 + 1)^{m-k}$ den Faktor 999 999 enthalten. Da nun $999\,999 = 999 \cdot 1001$ und 1001 durch 13 teilbar ist, so folgt, dafs, wenn die Vertauschung der geraden und ungeraden Klassen von a vollständig durchgeführt wird, $a + b$ durch 13 teilbar ist. — Da $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$, so gilt der Satz noch für 7 und 11, und allgemein ist er gültig, wenn man statt dreistelliger Klassen $p$stellige nimmt, für sämtliche Primfaktoren der Zahl $10^p + 1$. So gilt der Satz z. B. für $p = 4$, weil $1001 = 73 \cdot 137$ ist, für die Zahlen 73 und 137. — Die Beschränkung, dafs die Anzahl der Klassen gerade sein mufs, kann wegfallen, da man die Zahl a durch vorgesetzte Nullen auf beliebig viele Stellen bringen kann.

Beseke (Wolfenbüttel). Hellmann. Isak. Massfeller. Richter (Leipzig). Ritgen. Schmiller. Sievers (Frankenberg i. S.). Steckelberg. Stegemann. Steinbart (Duisburg).

1368. (Gestellt von Bökle XXVI$_2$, 110.) Welche Beziehungen müssen zwischen den Funktionen der Winkel bestehen, welche vier durch einen Punkt gehende Strahlen bilden, damit sich ein Quadrat mit seinen Ecken auf die Strahlen legen läfst? Wie wird die entsprechende Aufgabe für ein regelmäfsiges n-Eck gelöst, dessen Ecken auf n durch einen Punkt gehenden Strahlen liegen?

1. Auflösung. P sei der Scheitel des Strahlenbüschels und die nach den Quadratsecken gezogenen Strahlen PA, PB, PC, PD mögen die Winkel α, β, γ bilden, während PB und PC mit BC die Winkel φ und ψ einschliefsen; dann ist $\frac{AB}{PB} = \frac{BC}{PB} = \frac{\sin\alpha}{\sin(\varphi - \alpha)}$ $= \frac{\sin\beta}{\sin(\varphi + \beta)}$, also $\cot\varphi = \frac{\cot\beta - 1}{\cot\alpha - 1}$; ebenso $\cot\psi = -\cot(\beta + \varphi)$ $= \frac{\cot\beta - 1}{\cot\gamma - 1}$. Setzt man nun x, y, z statt $\cot\alpha - 1$, $\cot\beta - 1$, $\cot\gamma - 1$, so erhält man $\cot\beta = y + 1 = \frac{xz - yz}{y(x + z)}$ oder $(y - x)(y - z) = y^2(x + z + 2)$, d. h. $(\cot\beta - \cot\alpha)(\cot\beta - \cot\gamma)$ $= (\cot\beta - 1)^2(\cot\alpha + \cot\gamma)$, also $(\cot\beta + \cot\alpha)(\cot\beta + \cot\gamma)$ $= (\cot\beta^2 + 1)(\cot\alpha + \cot\gamma)$, mithin $\sin(\alpha + \beta)\sin(\gamma + \beta) = \sin(\alpha + \gamma)$.

Beseke. Massfeller. Sievers. Stoll.

2. Auflösung. P liege innerhalb eines regelmäfsigen n-Ecks von der Seitenlänge 1; die Abstände des Scheitels P von den Ecken und Seiten seien bez. p_1, p_2, ... p_n und h_1, h_2, ...; h_ν teile die Seite in die Abschnitte u_ν und $1 - u_\nu$, und die Winkel zwischen $p_1 p_2$, $p_2 p_3$ u. s. w. seien α_1, α_2, ... Nun bestehen die leicht erweislichen Gleichungen: $h_\nu + h_{\nu-2} = \sin\frac{2\pi}{n} + 2h_{\nu-1}\cos\frac{2\pi}{n}$ (1);

$$u_\nu = \operatorname{cosec}\frac{2\pi}{n}\left(h_{\nu-1} - h_\nu\cos\frac{2\pi}{n}\right) (2);$$

$p_\nu^2 + p_{\nu+1}^2 = 1 + 2h_\nu\cot\alpha_\nu$ (3); $p_\nu^2 - p_{\nu+1}^2 = -1 + 2u_\nu$ (4).

Aus (3) und (4) folgt:

$$p_\nu^2 = h_\nu \cot \alpha_\nu + u_\nu = 1 + h_{\nu-1} \cot \alpha_{\nu-1} + u_{\nu-1};$$

mithin $h_\nu \cot \alpha_\nu - h_{\nu-1} \cot \alpha_{\nu-1} + u_\nu + u_{\nu-1} - 1 = 0$, oder mit Rücksicht auf (2) $h_\nu\left(\cot\alpha_\nu - \cot\frac{2\pi}{n}\right) - h_{\nu-1}\left(\cot\alpha_{\nu-1} - \operatorname{tg}\frac{\pi}{n}\right) + h_{\nu-2} \operatorname{cosec}\frac{2\pi}{n} - 1 = 0$; wird diese Gleichung von der mit $\operatorname{cosec}\frac{2\pi}{n}$ multiplizierten Gleichung (1) abgezogen, so erhält man, wenn $A_\nu = \cot\alpha_\nu - \cot\frac{\pi}{n}$ gesetzt wird, $h_\nu A_\nu = h_{\nu-1} A_{\nu-1} = h_\mu A_\mu$ (5). Aus Gleichung (1) folgt $h_{\nu-2} - h_{\nu+1} = \left(1 + \cos\frac{2\pi}{n}\right)(h_{\nu-1} - h_\nu)$ oder $\frac{1}{A_{\nu-2}} - \frac{1}{A_{\nu+1}} = \left(1 + 2\cos\frac{2\pi}{n}\right)\left(\frac{1}{A_{\nu-1}} - \frac{1}{A_\nu}\right)$. Zwei der Gröſsen N oder A bestimmen die Lage des Vielecks vollständig; wählt man diese beiden Gröſsen beliebig, so liefert (1) $n - 2$ Gleichungen zur Bestimmung der fehlenden h; $n - 3$ dieser Gleichungen sind von einander unabhängig, da die Summe aller h gleich dem doppelten Inhalt des Vielecks ist. Für das Quadrat lautet die Bedingungsgleichung (6), da $\cos\frac{2\pi}{n} = 0$ und $A_\nu = \cot\alpha_\nu - \cot\frac{\pi}{4}$ ist:

$$\frac{1}{\cot\alpha_1 - 1} - \frac{1}{\cot\alpha_4 - 1} = \frac{1}{\cot\alpha_2 - 1} - \frac{1}{\cot\alpha_3 - 1};$$

nimmt man daher zwei Winkel beliebig, so liefert diese Gleichung die beiden fehlenden, da noch $\Sigma\alpha = 0$ oder $= 360^0$ ist. BOSSEN.

1369. (Gestellt von Handel XXVI$_2$, 110.) Zwischen den Schenkeln eines Winkels, dessen Schenkel spiegelnd gedacht werden sollen, befindet sich ein leuchtender Punkt. Es soll der Gang der Strahlen ermittelt werden, die nach einmaliger Reflektion unter einander parallel so weiter gehen, daſs ihr Abstand dem der Bildpunkte gleich kommt.

Auflösung. Die Geraden bilden den Winkel φ und P sei der leuchtende Punkt, so ist klar, daſs die Schenkel jedes Winkels 2φ mit dem Scheitel P zwei Strahlen sind, deren gebrochene Strahlen parallel sind. Oder: Sind P_1 und P_2 die Spiegelpunkte von P in Bezug auf die Schenkel, so stellen je zwei Parallele durch P_1 und P_2 ein Paar reflektierter Strahlen dar. Die Aufgabe wird erst bestimmt, wenn noch eine neue Bedingung etwa Richtung oder Abstand der reflektierten Strahlen beigefügt wird.

BEYEL. BRÜCKNER (Zwickau). VON FRANK (Graz). HABERLAND. HANDEL. ISAK. VON MIORINI. RICHTER. RUMMLER. STECKELBERG. STEGEMANN.

B. Neue Aufgaben.

1435 (nachträglich zu Heft 6, S. 431 am Ende oder Heft 7, S. 501 vor Nr. 1436). Ein Dreieck zu konstruieren, wenn gegeben ist der Höhenschnittpunkt, der Umkreis und ein Eckpunkt.

von Mioriki (Pola).

1450. Ein Dreieck zu zeichnen, wenn gegeben das Produkt zweier Seiten $ab = p^2$, die Halbierende w_c des eingeschlossenen Winkels und a) die Mittellinie t_c zur dritten Seite, b) die dritte Seite c. (Siehe Lieber und von Lühmann, Geom. Konstr.-Aufg.)

Emmerich (Mülheim-Ruhr).

1451. AB, CD seien zwei Sehnen eines Kreises. Wir fällen aus B die Senkrechte zu CD und aus C die Senkrechte zu AB. Dann ist die Verbindungslinie der Fufspunkte parallel zur Geraden AD.

Beyel (Zürich).

1452. AB, CD seien zwei Sehnen eines Kreises K^2. Wir fällen aus A, B die Senkrechten auf CD und aus C, D die Senkrechten auf AB. Die bezüglichen Fufspunkte seien A_1, B_1, C_1, D_1. Dann sind die Seiten der Vierecke $ABCD$, $A_1B_1C_1D_1$ paarweise einander parallel und zwar ist $AC \parallel B_1D_1$; $AD \parallel B_1C_1$; $BC \parallel A_1D_1$ und $BD \parallel A_1C_1$. Die Seitenpaare AC, A_1C_1; AD, A_1D_1; BC, B_1C_1 und BD, B_1D_1 schneiden einander in vier Punkten einer Geraden s. Die vier Punkte A_1, B_1, C_1, D_1 liegen auf einem Kreise K_1^2 und beide Kreise K^2 und K_1^2 haben s zur Potenzlinie.

Beyel (Zürich).

1453. Verlängert man die Schenkel eines rechtwinklig-gleichschenkligen Dreiecks über die Spitze hinaus um ihren Unterschied gegen die Hypotenuse und verbindet die Endpunkte, so entsteht ein Dreieck, dessen Umfang gleich der Basis des gegebenen Dreiecks ist.

Emmerich (Mülheim-Ruhr.)

1454. Sucht man zu vier Kugeln die äufseren und inneren Ähnlichkeitspunkte von je zweien und halbiert die Strecke zwischen äufserem und innerem Ähnlichkeitspunkt auf jeder Centrale, so liegen diese sechs Halbierungspunkte in einer Ebene.

Bökle (Reutlingen).

1455. Beschreibt man über den eben genannten Strecken als Durchmesser Kugeln, so schneiden sich dieselben in zwei Punkten. — Von jedem dieser Punkte aus erscheinen die vier Grundkugeln gleich grofs und die Verbindungslinie der beiden Punkte geht durch den Mittelpunkt der Kugel, die durch die Mittelpunkte der vier Grundkugeln gelegt werden kann.

Bökle (Reutlingen

1456. Beschreibt man um die Ecken eines Tetraeders Kugeln die durch die Schwerpunkte der Gegenflächen gehen, so liegt da-

Potenzcentrum dieser vier Kugeln auf der Verbindungslinie des Mittelpunktes der Umkugel mit dem Schwerpunkt des Tetraeders.

Bökle (Reutlingen).

1457. Man errichte in B und C auf der Dreiecksseite BC senkrecht stehende Strecken BR' und CQ', so dafs $BR' + CQ' = 2s$, und fälle von R' auf AB die Senkrechten RR' und von Q' auf AC die Senkrechte $Q'Q$. Die Enveloppe von QR ist eine Parabel; die Lage des Brennpunktes und der Achsen und der Parameter sind anzugeben.

Stoll (Bensheim).

1458. Man errichte in den Punkten R' und Q' der Dreiecksseite auf ihr Senkrechte, welche bezüglich AB und AC in R und Q schneiden, wähle aber die Punkte R' und Q' so, dafs $RR' + QQ' = 2s$. Die Enveloppe von QR ist eine Parabel; die Lage des Brennpunktes und der Achse und der Parameter sind anzugeben.

Stoll (Bensheim).

1459. Auf der Dreiecksseite BC trage man die gleichen Strecken BQ' von B nach C hin und CP' von C nach B hin ab. Die Senkrechten auf BC in Q' und P' sollen AB und AC bezüglich in Q und P schneiden. Die Enveloppe von PQ ist eine eingeschriebene Parabel; Brennpunkt und Direktrix sind zu konstruieren, der Parameter zu berechnen.

Stoll (Bensheim).

1460. Zu beweisen ist die Formel:

$$\frac{\sin\varphi}{\varphi} = \cos\frac{1}{2}\varphi\cdot\cos\frac{1}{4}\varphi\cdot\cos\frac{1}{8}\varphi\cdots\text{ in inf.},$$

aus welcher übrigens durch die Annahme $\varphi = \frac{1}{2}\pi$ sich die besondere Formel ergiebt $\frac{1}{2}\pi = \frac{1}{\cos\frac{1}{4}\pi\cdot\cos\frac{1}{8}\pi\cdot\cos\frac{1}{16}\pi\cdots}$.

Pietzker (Nordhausen).

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Lösungen sind eingegangen von Bermbach 1412. Emmerich 1434. Feil 1384—1386. Fink 1434. von Frank 1434. Habenicht 1423. 1424. 1430. 1434. Haberland 1380—1382. 1387. 1408. 1434. Hellmann 1378. 1380—1382. 1389. 1390. 1393. 1400—1403. Th. J. in Breslau 1434. Kniat 1408. 1412. Knops 1430. 1431. 1434. Kostka 1430. Mafsfeller 1378—1383. 1387. 1389. 1390. 1393. 1395. 1404. Mafsinger 1406. Sievers 1430. Steckelberg 1383. 1393. 1400—1403. Stegemann 1423. 1424. 1429—1434. Stoll 1423. 1424. 1427—1434. Tafelmacher 1393. 1394. Thieme 1423. 1424. 1427—1429. Vollhering 1413. 1423. 1424. 1429. 1430.

Neue Aufgaben haben eingesendet. a) Mit Lösung: Emmerich (5). Habenicht (1). Haberland (1) Ramisch (1). Ohne Lösung: Haberland (1).

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen und Anzeigen.

KILLING, Dr. WILHELM (Professor der Mathematik an der Akademie zu Münster i. W.). **Einführung in die Grundlagen der Geometrie. Erster Band.** Mit 40 Figuren im Text. X u. 357 S. 8°. Paderborn, Ferdinand Schöningh, 1893. Preis: ?

Das Buch, welches der Physiko-mathematischen Gesellschaft in Kasan zur hundertjährigen Gedächtnisfeier des Geburtstages von N. J. Lobatschewsky gewidmet ist, bezweckt eine Einführung in die modernen Raumtheorien, welche bekanntlich sowohl hinsichtlich der Dimensionszahl als hinsichtlich der inneren Struktur des Raumes neben der altüberlieferten euklidischen Raumvorstellung auch noch andere Raumformen für möglich erklären. Der vorliegende I. Band gliedert sich in vier Abschnitte, „die Berechtigung der nichteuklidischen Raumformen“, „die projektive Geometrie“, „der mehrdimensionale Raum“, „die Clifford-Kleinschen Raumformen“ — dabei erregt die Einfügung des dritten Abschnittes an dieser Stelle einiges Befremden, das durch eine auf diese Ordnung Bezug nehmende Bemerkung der Vorrede nicht beseitigt wird.

Den Schluſs des Bandes bilden zahlreiche Anmerkungen, diese geben zugleich einen sehr umfassenden Litteraturnachweis, bei dem allerdings die Gegner der modernen Theorien sehr stiefmütterlich bedacht und teilweise ganz ignoriert werden.

Die Sprache des Buches entbehrt mannigfach der wünschenswerten Schärfe, so daſs man bisweilen das, worüber der Verfasser eigentlich spricht, erst aus den weiterhin folgenden Sätzen indirekt erschlieſsen kann. Im übrigen muſs man die Darstellung loben, die in der That wohlgeeignet ist, auch einen dem Gegenstande noch fremden Leser in denselben einzuführen. Eine ganz vorzügliche Unterstützung gewähren dabei dem Leser die an jeden der oben genannten Hauptabschnitte angeschlossenen zusammenfassenden Rückblicke.

Der Verfasser, der auf dem Gebiete der neuen Theorien bekanntlich selbst eine sehr umfangreiche Thätigkeit entwickelt, bietet dementsprechend auch in dem vorliegenden Buche viel Eigenes.

sowohl in den Einzelheiten der Beweisführung, als auch in der ganzen Auffassung. Da hat es für den sachkundigen Leser in der That Interesse, namentlich im zweiten und im vierten Abschnitt die Behandlung des Stoffes durch den Verfasser mit der zu vergleichen, die in den natürlich vielfach benutzten Abhandlungen des Hauptvertreters der neuen Theorien, Felix Klein, zu Tage tritt. Selbstverständlich findet sich mannigfache Übereinstimmung mit dem Inhalt des bekannten anderen Werkes des Verfassers, über die nichteuklidischen Raumformen.

Was der vorliegenden Schrift ihr Gepräge giebt, das ist die Tendenz des Verfassers, sich zunächst innerhalb eines endlich begrenzten Gebietes zu halten, da der Raum als Ganzes nicht Gegenstand der unmittelbaren Erfahrung sein könne. Von dem unter dieser Beschränkung in den beiden ersten Abschnitten des Buches entwickelten geometrischen System aus sucht der Verfasser dann im vierten Abschnitt, unter Verwendung der Clifford-Kleinschen Ideen den Raum als Ganzes zu erfassen, resp. zu konstruieren.

Die Anerkennung, die die Behandlung des Stoffes im allgemeinen verdient, hebt den grundsätzlichen Widerspruch nicht auf, den ich gegen die modernen Raumtheorien überhaupt richte. Vielmehr bietet das vorliegende Buch eben vermöge der Durchsichtigkeit seiner Darstellung eine passende Handhabe, die Schwächen dieser Theorien in ein helles Licht zu rücken, wobei auch manche Unklarheit in den Einzelheiten der Killingschen Beweisführung ihre Beleuchtung finden wird.

Ich möchte dabei zunächst an die Frage der Mehrdimensionalität des Raumes anknüpfen, hinsichtlich deren, wie mir scheint, der Verfasser die Meinung derer vollständig verkennt, die von der thatsächlichen Möglichkeit „einer vierten Raumdimension“ sprechen. Mit überflüssigem Nachdruck polemisiert der Verfasser gegen die Idee, eine vierte Dimension innerhalb des Erfahrungsraumes heraussuchen zu wollen, dessen dreifache Ausdehnung wohl nicht nur ihm aufser jedem Zweifel steht. Auch die bekannten spiritistischen (z. B. Sladeschen) Experimente, auf die er gelegentlich hinweist, suchen eine Stütze in der vierten Dimension doch nur in der Weise, dafs unser Raum als einer unter unzähligen längs dieser vierten Dimension aneinander gereihten Räumen aufgefafst wird, die sinnlich wahrzunehmen wir Menschen angeblich nur durch unsere mangelhafte Organisation verhindert sind. Recht bezeichnend ist das Bekenntnis des Verfassers, dafs er die von Helmholtz behaupteten Vorstellungsmöglichkeiten trotz aller Bemühungen nicht verstanden habe. Mir, dem Gegner der modernen Theorien, sind diese Helmholtzschen Ideen völlig klar, allerdings halte ich sie für falsch.

Mit Recht und unter Anführung durchaus zutreffender Gründe bekämpft der Verfasser die formelle Herstellung einer mehrfachen

Dimensionalität des Erfahrungsraumes durch Einführung eines anderen Raumelements statt des Punktes (z. B. der Linie). Aber in gewissem Grade steht er selbst unter der Herrschaft des mathematischen Formalismus, dem diese eben erwähnte Idee entsprungen ist. Es zeigt sich dies recht deutlich an den im Eingang des dritten Hauptabschnittes gegebenen Erörterungen, wo der Verfasser im Anschlufs an gewisse Deduktionen von G. Cantor und Peano ausführt, es lasse sich jedem Punkte im Inneren eines Würfels oder eines Quadrats ein Punkt einer geradlinigen Strecke eindeutig derart zuordnen, dafs die Durchlaufung dieser Strecke von einer lückenlosen Durchlaufung des ganzen Würfelraumes, resp. der Quadratfläche seitens des solchem Gebiete angehörenden Punktes begleitet werde. Er begründet seine Meinung durch nähere Auseinandersetzung des Peanoschen Gedankenganges, wobei er — recht bezeichnender Weise — ganz zu übersehen scheint, dafs die Peanoschen Formeln ganz unnötiger Weise auf Tertialbrüche spezialisiert sind, dafs die ganze Deduktion auf jede nach dem Typus der Dezimalbrüche gestaltete Entwickelung, am einfachsten auf die Dezimalbrüche selbst angewendet werden kann. Führt man aber das ganze Verfahren im einzelnen durch, so zeigt sich klar, dafs den beiden in Rede stehenden, miteinander in Parallele gesetzten Veränderungen nicht gleichzeitig die Stetigkeit beiwohnen kann, die Peano auf Grund eines oberflächlichen Scheinbeweises für sie in Anspruch nimmt, dafs es also unzulässig ist, diese beiden Gröfsenänderungen als miteinander verknüpfte Bewegungen aufzufassen.

Bei derselben Gelegenheit macht der Verfasser auch noch die Bemerkung, dafs nicht jede Linie durch Punktbewegung entstehen könne, weil solche Bewegung das Vorhandensein einer Geschwindigkeit voraussetze, die wieder an die Existenz eines Differentialquotienten für die durch jene Linie dargestellte Funktion gebunden sei. Aber diese Schlufsfolgerung ist unberechtigt, die von Herrn K. angeführten, ja allgemein bekannten Funktionen geben gar keine Linien in der eigentlichen geometrischen Bedeutung des Wortes, das Operieren mit derartigen algebraischen Ausdrücken statt mit den Raumgebilden selbst ist eine höchst gefährliche Gewohnheit, die freilich gerade bei den Vertretern der modernen Theorien und unter diesen bei Herrn K. noch ganz besonders im Schwange ist. Alle solche rein formalistischen Erörterungen gehen an dem eigentlichen Kern der Sache vorbei.

Dieser Kern ist der: Wenn es einen vierdimensionalen Raum geben könnte, der lauter dreidimensionale Räume nach der in jeden dieser Räume nur mit einem Punkt hineinreichen vierten Dimension aneinandergereiht enthielte, so müfste jeder dreidimensionale Raum eine gewisse Zweiseitigkeit aufweisen, einer aus seiner Struktur mit Notwendigkeit folgenden doppelten Auffassung fähig sein, wie

ich mich in meiner „Gestaltung des Raumes" ausgedrückt habe. Weil diese Bedingung nun für den dreidimensionalen Raum in keiner Weise erfüllt ist, fällt die Möglichkeit des vierfach ausgedehnten Raumes vollständig fort — gegen die zwingende Kraft dieser (im Abschnitt VI meines eben genannten Buches näher ausgeführten) Schlufsfolgerung, die im übrigen nur scharf formuliert, was der durch scholastische Formeln nicht getrübte natürliche Verstand instinktiv empfindet, gegen die Kraft dieser Schlufsfolgerung hilft kein Sträuben der Freunde der Mehrdimensionalität.

Die eben gekennzeichnete formalistische Behandlung des Raumproblems beherrscht, wie in den neuen Theorien überhaupt, so auch in dem vorliegenden Buche nun ebenfalls die Erörterung der Raumformen, die sich von dem euklidischen Raume hinsichtlich ihrer inneren Struktur unterscheiden, also die Behandlung der nichteuklidischen Geometrie im engeren Sinne. Überall dient als beweisendes Element die algebraische Transformation, der eine gewisse geometrische Auslegung erteilt wird, ohne dafs für die Notwendigkeit dieser Auslegung ein vollgültiger Beweis erbracht würde.

In Übereinstimmung mit anderen Vertretern der genannten Theorien beruhigt der Verfasser sich damit, dafs die konsequente Entwickelung dieser Theorien zu keinem Widerspruch führe, während für die spezifischen Voraussetzungen des euklidischen Systems, die beiderseitige Unendlichkeit der Geraden und das Parallelen-Axiom bis jetzt kein Beweis ihrer logischen Notwendigkeit geführt sei.

Zur Begründung des letzteren Punktes giebt er im Anfange des ersten Abschnitts eine kurze aber recht unvollständige Übersicht der aufgestellten Begründungsversuche. Die Zurückweisung des Bertrandschen Beweises ist auch meines Erachtens durchschlagend, aber den Thibautschen Beweis fafst er viel zu einseitig und formalistisch auf. Der Kern des Thibautschen Beweises ist die Statuierung der gegenseitigen Unabhängigkeit der beiden Bewegungsarten, Verschiebung und Drehung. Das ist ein erkenntnis-theoretisches Prinzip, das man meinetwegen bestreiten kann. Aber es ist jedenfalls ein auf die elementarsten Begriffe des Denkens selbst zurückgehendes Prinzip. Bei solchen Prinzipien ist nun dem schulgerechten Formeltheoretiker überhaupt nicht wohl zu Mute, er fühlt sich unbehaglich, mit allgemeinen Denkbegriffen zu operieren ist ihm nicht geläufig, er bedarf einer Einkleidung der Sache in die herkömmlichen Schulbegriffe, damit weifs er Bescheid und darauf kann er fufsen. So beeilt sich denn auch Herr K., das eben genannte Prinzip in eine scholastische Fassung (S. 8) zu bringen, die den Kern der Sache glücklich durch die Äufserlichkeiten verdunkelt.

Wie sehr diese Charakterisierung im vorliegenden Falle zutrifft, das ersieht man aus dem im Anschlufs an die eben gedachte Fassung aufgestellten Versuch einer direkten Widerlegung des

Thibautschen Beweises, wobei der Verfasser mit dem Dreikant (der dreiseitigen Ecke) operiert. Er übersieht aber dabei ganz, dafs die hier auftretende Gesamt-Drehung keineswegs allein durch die Drehung erschöpft ist, welche die Eckenflächen an den Kanten erfahren, dafs vielmehr auch die durch die Übergänge von jeder Kante zur nächsten repräsentierten Drehungen in gehörigen Betracht gezogen werden müssen. Geschieht dies, so fällt der ganze Gegenbeweis in sich zusammen. (Vgl. hierzu meine „Gestaltung des Raumes", S. 104.)

Bei Erörterung der Frage, welcher von den angeblich möglichen verschiedenen Raumformen die thatsächliche Raumbeschaffenheit entspreche, weist der Verfasser mit Recht die Idee Lobatschewskys zurück, zur Entscheidung dieser Frage die Resultate der astronomischen Dreiecksbestimmungen zu benutzen. Aber recht naiv ist die den Schlufs des ersten Abschnitts bildende Behauptung, dafs, „weil es strenge Forderung jeder Naturerklärung sei, unter den verschiedenen Erklärungsversuchen den einfachsten zu wählen", die Euklidische Geometrie „allein zur Erklärung der Beobachtungen benutzt und also vorläufig allein als richtig angenommen werden müsse". Der scholastische Charakter der Anschauungsweise des Verfassers findet hier einen recht bezeichnenden Ausdruck.

Wie schon erwähnt, glaubt der Verfasser eine sichere Basis für seine Deduktionen dadurch zu gewinnen, dafs er sich anfänglich auf endliche Gebiete beschränkt, weil der Raum als Ganzes nicht Gegenstand der unmittelbaren Erfahrung sein könne. Die demgemäfs von ihm gegebene eigenartige Durchführung der projektiven Geometrie ist an sich sehr interessant und schön, aber sie nutzt den Begriff der Geraden nicht völlig aus. Dieser Begriff kommt hier nur in der Beschränkung zur Verwendung, die Beltrami gelegentlich besonders hervorhebt, dafs, wenn zwei Ebenen, deren jede eine Gerade enthält, zusammenfallen und die Geraden dabei zwei Punkte gemeinsam haben, diese Geraden vollständig zusammenfallen müssen. An anderer Stelle, namentlich im vierten Abschnitt, fafst der Verfasser die Gerade als die kürzeste Linie zwischen zwei Punkten auf, eine Auffassung, deren logische Bedenklichkeit ich sowohl in meiner „Gestaltung des Raumes", als auch in dieser Zeitschrift (Bd. XXIII, S. 95, Anmerkung) nachgewiesen habe.

Die unvollständige Ausnutzung des Begriffes der Geraden ist denn auch die Quelle der so allgemeinen Fassung, in der die Ausgangsformeln der analytischen Betrachtung auftreten. Es wird dadurch den Ergebnissen dieser Betrachtung der Schein einer Berechtigung verliehen, die ihnen in Wahrheit wegen der ungenügend fundierten Basis nicht zukommt.

Im vierten Abschnitt soll nun aus den in den beiden ersten Abschnitten untersuchten endlichen Raumformen der Raum als Ganzes hergestellt werden, wobei aber die vollkommene Gleichförmig-

keit dieses Raumes verloren geht. Dazu bemerkt der Verfasser, daſs man kein Recht habe, aus der Gleichförmigkeit des Raumes in seinen Teilen die Gleichförmigkeit des Raumes im Ganzen zu folgern — eine Behauptung, die ich für logisch völlig unhaltbar erachte.

Zur Charakterisierung, resp. zum Beweis der Berechtigung der Klein-Cliffordschen Raumformen führt er eingehend aus, daſs bei diesen die Zwangsläufigkeit, welche einem Körper durch die starre Verbindung mit einem anderen in Bewegung befindlichen Körper auferlegt werde, sich je nach der in verschiedener Weise möglichen Wahl der zwischen beiden Körpern möglichen Zwischengebilde verschieden gestalte. Auch diese Anschauung, die nur ein Ausfluſs der eben erwähnten unlogischen Unterscheidung zwischen der Gleichförmigkeit des Raumes im Ganzen und der Gleichförmigkeit in seinen Teilen ist, erscheint mir als völlig verfehlt, sie ist auch nur geeignet, den wahren Charakter der neuen Raumformen, den er im Anfang des vierten Abschnitts völlig zutreffend schildert, zu verdunkeln.

Diese Raumformen stellen sich dar als Analoga zu den Cylinderflächen der euklidischen Geometrie, es tritt dabei eine Erweiterung in der Weise auf, das zu der Periodizität in der einen Richtung nun noch eine Periodizität in der dazu senkrechten Richtung hinzugefügt wird, während zugleich dieses Raumgestaltungsprinzip auf sämtliche angeblich mögliche (durch das Krümmungsmaſs charakterisierte) Fälle der inneren Raumgestaltung angewandt wird.

Die Möglichkeit solcher nach mehreren Richtungen eine Periodizität aufweisenden Raumformen hängt an der Frage, ob diese mehrfache Periodizität sich mit den Grundeigenschaften des Raumes, namentlich mit der Eigenschaft der Geraden, durch zwei ihrer Punkte völlig bestimmt zu sein, verträgt. Indem der Verfasser die soeben skizzierte Analogie mit den Cylinderflächen des uns geläufigen Raumes mehr und mehr hinter den anderen von ihm geltend gemachten (vorher genannten) Auffassungsmomenten zurücktreten läſst, drängt er auch die vorstehend aufgeworfene Frage in den Hintergund, ohne sie doch damit aus der Welt zu schaffen.

Im euklidischen Raume ist es offenbar unmöglich, der zu einer Cylinderfläche zusammengebogenen und also für die zur Cylinderaxe senkrechten Hauptlinien eine Periodizität zeigenden Ebene noch eine zweite Periodizität in der Richtung der Cylinderaxe beizulegen. Denn das setzt bei der Cylinderfläche eine Umkehrbarkeit voraus, die durch die geschlossene Form der eben genannten Hauptlinien für unsere gewöhnliche Vorstellung völlig ausgeschlossen wird. Diese Form stellt sich dabei ja als Umgestaltung der Grundform der Geraden vor, bei welcher eben die Geradheit verloren geht.

In den neuen Raumformen treten nun die in sich zurückkehrenden Hauptlinien nicht als Verbiegungen, sondern als zulässige

Urformen der Geraden auf, die modernen Theorien finden eben die Rückkehr in sich mit der Natur der Geraden völlig vereinbar, eine Anschauung, die durch die Praxis, die Geraden nach Bedürfnis auch als die kürzesten Linien zu definieren, begünstigt wird. Herr Killing insbesondere führt unter Anwendung seines mehrgedachten Prinzips aus: Im Endlichen können wir solche Rückkehr in sich ja nicht beobachten, aber wie es jenseits der uns zugänglichen Gebiete aussieht, das wissen wir nicht, folglich dürfen wir jene Möglichkeit nicht ausschliefsen. Wenn dabei zugleich die Forderung, dafs alle Geraden einander kongruent sein müssen, in die Brüche geht, so verschlägt ihm das auch nichts, diese Forderung erachtet er auch nur als unberechtigte Übertragung der in den Teilen des Raumes obwaltenden Verhältnisse auf den Raum als Ganzes.

Alle diese, meines Erachtens durchaus unzulässigen Folgerungen erklären sich durch den formalistischen Charakter der neuen Theorien, die nicht mit dem Sachverhalt selbst, sondern mit den diesen Sachverhalt in schulmäfsiger Weise zum Ausdruck bringenden Sätzen operieren. Schon die ganze Auffassung des Raumproblems, nach der es darauf ankommt, ob sich das bestrittene Parallelen-Axiom als eine Folge der übrigen Axiome, Definitionen und Postulate des Euklides erweisen läfst, ist zu beanstanden. Diese als gegebene Grundlage hingestellten Einzelsätze repräsentieren für sich nur einzelne Seiten der Raumanschauung, die Natur des Raumes als eines einheitlichen Ganzen kommt in diesen Sätzen nicht zum wahren Ausdruck.

Wer das Raumproblem in seinem wahren Wesen erfassen will, der mufs alle diese Einzelsätze in ihrem Zusammenhang verstehen, d. h. er mufs sie selber erst aus dem Raumbegriff herleiten. Es ist vor allem erforderlich eine Analyse der in der Natur des denkenden Geistes selbst wurzelnden Momente, die dem Raumbegriff anhaften, d. h. eine philosophische Analyse, deren Werkzeuge die dem herkömmlichen mathematischen Scholastizismus geläufigen Schulbegriffe darum nicht sein können, weil diese Schulbegriffe abgeleitete Begriffe sind, die in solcher von den Mathematikern meist unbewufst, dabei vielfach unvollständig und auch nicht immer folgerichtig vorgenommenen Analyse selbst erst ihren Grund haben.

Diese grundlegende Analyse ist dabei eigentlich recht einfach, sie konstatiert am Raumbegriff dreierlei Momente, die Anschaulichkeit, ohne welche von einer einheitlichen Erfassung der endliche Ausdehnung zeigenden Teile des Raumes keine Rede sein könnte, die in allen Punkten und nach allen Richtungen bestehende Gleichförmigkeit des Raumes, ohne die eine Vergleichung der Raumgebilde untereinander sinnlos sein würde, endlich die gegenseitige Unabhängigkeit der im Raume überall anzubringenden Grundrichtungen (Dimensionen), ohne welche Unabhängigkeit die quali-

tative Unterscheidung der verschiedenen Arten der Raumgebilde (Körper, Linien, Flächen) aller Berechtigung verlustig ginge.

Wie man, ausgehend von diesen nirgends bestrittenen Elementarbegriffen, namentlich unter gehöriger Ausnutzung des letztgenannten Moments, der gegenseitigen Unabhängigkeit der Raumdimensionen, ganz von selbst und zwanglos zu den Begriffen der beiderseits unendlichen Geraden, der allseitig unendlichen Ebene, ferner zu der dreifachen Ausdehnung und schliefslich zu der in dem Parallelensatz ihr Kennzeichen besitzenden euklidischen Struktur des Raumes gelangt, das habe ich in meinem Buche über die Raumgestaltung (Abschnitt VI) so eingehend dargelegt, dafs ich mich hier damit begnügen kann, darauf zu verweisen.

Aus dem Umstande, dafs die Welt in zweitausend Jahren keinen allseitig befriedigenden Beweis für den Euklidischen Parallelensatz gefunden habe, folgern die Vertreter der modernen Theorien die Willkürlichkeit der Euklidischen Raumanschauung. Mir will es viel bedeutsamer erscheinen, dafs trotzdem bis auf unser Jahrhundert niemand ernstlich an der Wahrheit des Euklidischen Systems gezweifelt hat; auch Saccheri, auf dessen neuerdings bekannt gewordene Untersuchungen Herr K. mehrfach hinweist, macht davon keine Ausnahme.

Man hat eben die uns von der natürlichen Anschauung an die Hand gegebenen Fundamente der Raumlehre für ganz selbstverständlich gehalten, ein offenbares Symptom des instinktiven Bewufstseins, dafs unsere Raumvorstellung samt ihrer wissenschaftlichen Durchbildung, der Geometrie, in keinem Punkte von der Erfahrung abstrahiert, dafs sie vielmehr eines der Mittel ist, die uns überhaupt erst befähigen, Erfahrungen zu machen.

Gelegentlich hebt der Verfasser des vorliegenden Buches selbst hervor, dafs die geometrischen Gebilde, schon die Körper, namentlich aber die Flächen, die Linien, die Punkte gar nicht eigentlich Gegenstände der Erfahrung sind; Flächen, Linien, Punkte haben ja gar keine selbständige Existenz. Aber der Verfasser versäumt es, hieraus den einzig möglichen Schlufs zu ziehen, nämlich den, dafs diese der physischen Selbständigkeit ermangelnden Gebilde eben nur Denkobjekte sind, nicht Momente, die den Erfahrungsobjekten an sich zukommen, sondern die aus dem anschauenden Geiste selbst geborenen Begriffe, durch die wir uns die Erfahrungsobjekte begreiflich machen, dafs also die Wissenschaft dieser Begriffe nirgends auf die Erfahrung basiert werden darf, dafs sie eine reine aprioristische Geisteswissenschaft darstellt. Das haben die Menschen auch instinktiv gefühlt, bis zu der Zeit, wo unter der Flut der Einzelheiten der auf dem Grunde dieses Gefühls zu so gewaltiger Ausdehnung erwachsenen Raumwissenschaft das Bewufstsein für die Grundlagen eben dieser Wissenschaft sich abstumpfte und zum Teil verloren ging.

Im übrigen will ich meine Augen nicht vor der Thatsache verschliefsen, dafs die modernen Raumtheorien der Wissenschaft grofsen Nutzen geschaffen haben, dafs den Ergebnissen der modernen Raumuntersuchungen ein bleibender Wert innewohnt, zu dessen Fixierung freilich starke Modifikationen und Einschränkungen der von ihnen gelehrten Sätze erforderlich sind. Die Zurückführung der Ergebnisse dieser Forschungen auf diesen eingeschränkten Wert wird die Zeit von selbst bringen, ja die Untersuchungen der modernen Geometrie werden durch ihre sich immer steigernde Zuspitzung das Eintreten dieses Zustandes beschleunigen. Schon die mehrfach den Charakter der Entschuldigung tragende Auseinandersetzung, die Herr Killing von den Klein-Cliffordschen Raumformen giebt, verrät, dafs es ihm bei diesen Konsequenzen der modernen Lehren selbst nicht mehr ganz geheuer ist. Schliefslich wird es bei den letzten Folgerungen niemandem mehr geheuer sein; das ist dann das Ende der Sache, welches Unsereiner mit Seelenruhe abwartet.

Nordhausen. F. Pietzker.

Kossmann (Oberst a. D.), Die Terrainlehre, Terraindarstellung und das militärische Aufnehmen. Mit mehr als 100 Figuren. Sechste Auflage. Potsdam bei Aug. Stein. 1891.

Die neuen preufsischen Lehrpläne betonen mit Recht, dafs der mathematische Unterricht weniger gelehrte Einzelheiten, vielmehr nach fester Einprägung der Grundbegriffe die Anwendungen der Mathematik betonen solle. Die Lehrbücher sind nicht ohne weiteres in der Lage, sich mit den Anwendungen eingehender zu beschäftigen, denn sie enthalten im wesentlichen die Lehren der reinen Mathematik. So bleibt denn dem Lehrer weiter nichts übrig, als sich mit den Fachwerken der angewandten Mathematik bekannt zu machen. Dieser Umstand lässt es erklärlich erscheinen, dafs ein Werk, wie das vorliegende, in unserer Zeitschrift zur Besprechung gelangt.

Aber nicht nur die Lehrer der Mathematik, sondern auch die der Physik und der mathematischen Geographie sollen die Verwendbarkeit der Lehren im Unterrichte berücksichtigen. Die Theorie der Mafse und des Messens ist eines der wichtigsten Kapitel der Physik, und auf unserer physikalisch-technischen Reichsanstalt, die bisher unter des unvergefslichen Helmholtz Leitung stand, wird eigentlich nur die Kunst des Messens zu praktischen Zwecken ausgeübt.

Das vorliegende Buch, von einem höheren Offizier für militärische Zwecke geschrieben, eignet sich nun ganz ausgezeichnet zu einem vorläufigen Studium des durch seinen Titel gekennzeichneten Gebietes. Es behandelt den Gegenstand mit militärischer Kürze und Klarheit, läfst überflüssigen Ballast bei Seite und ist auf Grund

praktischer Erfahrung niedergeschrieben. Die Brauchbarkeit ergiebt sich schon aus der grofsen Zahl von Auflagen.

Der Gegenstand gehört eigentlich zur allgemeinen mathematischen Bildung, denn der Mathematiker sollte sich nicht vom Militär überflügeln lassen. Sicher ist es allgemein bekannt, dafs Moltke einen Aufenthalt in Rom dazu benutzte, als erster die antiken Baudenkmäler kartographisch zu fixieren. Und was der österreichische Generalstabsofficier von Sonklar für die Erforschung der Alpen in orographischer, hydrographischer und topographischer Hinsicht, besonders bezüglich der Gletscherkunde geleistet hat, ist jedem Geographen bekannt, oder es sollte ihm doch bekannt sein.

Das Werk des Herrn Kossmann ist ganz vorzüglich dazu geeignet, uns einen Begriff davon zu geben, wie und mit welchen einfachen Mitteln unser Militär arbeitet, um z. B. die mustergiltigen Generalstabskarten herzustellen.

Der 280 Seiten umfassende Inhalt wird in drei Hauptteilen behandelt: Terrainlehre, militärisches Planzeichnen, militärisches Aufnehmen.

Der erste Teil giebt eine Art geographischer Grundwissenschaft vom militärischen Gesichtspunkte aus und zerfällt in Orographie, Hydrographie und Topographie.

Der zweite Teil interessiert den Mathematiker schon eingehender. Auf die Theorie der Projektionen und der Mafsstäbe folgt die der Gebirgszeichnung, ein auch für den Geographen wichtiges Kapitel.

Die Schichtenkarten (Höhenschichten), die Bergzeichnung mit Bergstrichen, wie man sie in den meisten Atlanten findet, besonders die Lehmannsche und Müfflingsche Manier der Bergstrichskalen und die gemischten Manieren werden eingehend erläutert und mit einander verglichen.

Darauf werden die militärischen Anforderungen an Pläne und Krokis auseinandergesetzt.

Der letzte Abschnitt über das militärische Aufnehmen ist der interessanteste von allen. Die Koordinatenmethode, die Polarmethode, die Abschneidemethode, die Perimetermethode, die Dreiecksmethode werden kurz erläutert.

Dann kommt der gesamte Apparat der Mefsinstrumente zur Sprache. Mefstische von dem einfachsten an bis zum mafsgebenden Generalstabsmefstisch, die verschiedenen Arten von Kippregeln zur Festlegung der Projektion von Höhenpunkten, die Libellen, die Boussolen, Fernrohre, die Fadenkreuze mit Vorrichtung zum Feststellen der Entfernungen der Distanzelatten an dem zu messenden Punkte, der Breithauptsche Mefstischapparat für die Übungen der Preufsischen Kriegsschule werden durch deutliche Abbildungen dargestellt und in ihrer Behandlungsweise besprochen.

Die Höhenbestimmungen und die durch die Erdkrümmung

nötig werdenden Korrekturen bringen ein weiteres mathematisches Element in die Betrachtung, und jetzt kommt die eigentliche Praxis der Aufnahme des Geländes im Bereich der Mefstischstation zur Darstellung.

Den Schlufs bildet die Konstruktion und Anwendung einiger anderer Mefsinstrumente der Geodäsie, mit denen der Offizier gelegentlich zu thun bekommen kann.

Die Ausstattung des Buches ist eine vorzügliche, namentlich was die Abbildungen anbetrifft. Nur Figur 10, die eine der Schreckensellipsen mit zwei Spitzen enthält, weil Kreisbogen benutzt worden sind, sollte durch eine andere ersetzt werden. Druckfehler und sonstige Versehen sind mir nicht aufgefallen. Das Buch kann jeder Schulbibliothek auf das beste empfohlen werden. Vielleicht regt es hier und da zu Schülerausflügen unter Mitnahme des Mefstisches an. Im Übrigen sei darauf aufmerksam gemacht, dafs mancher Mathematiker der Kenntnis geodätischer Arbeiten seine aufserhalb des Schullebens liegende Karrière verdankt, um die ihn mancher im Lehramte ergraute Fachgenosse beneiden darf.

Hagen i. W. Dr. Holzmüller.

Vogler, Dr. Chr. Aug. (Professor der landwirtschaftlichen Hochschule zu Berlin): Lehrbuch der praktischen Geometrie. Zweiter Teil, Höhenmessungen. Erster Halbband: Anleitung zum Nivellieren und Einwägen. Mit 90 Holzschnitten, 4 Nachbildungen durch Zinkätzung und 5 Tafeln. Braunschweig, bei Vieweg und Sohn, Preis 11 Mark.

Nach neunjähriger Pause erscheint die Fortsetzung des Lehrbuchs der praktischen Geometrie, dessen erster Teil den mathematisch- physikalischen Vorstudien und dem Feldmessen gewidmet war.

Die Stellung des Buches läfst sich folgendermafsen charakterisieren: Wir besitzen elementare Anleitungen über die Feldmefskunst und das Aufnehmen des Terrains, wie z. B. das schon oben besprochene Buch von Kossmann. Ihnen gegenüber stehen die hochwissenschaftlichen Werke wie das „Taschenbuch der praktischen Geometrie“ von Jordan oder „Die mathematisch physikalischen Theorien der höheren Geodäsie“ von Helmert. Das Voglersche Buch will eine Mittelstellung einnehmen und setzt die Kenntnisse der Determinanten und die ersten Anfangsgründe der Differentialrechnung voraus. Es giebt eine Anleitung zur Ausgleichung der Fehler nach der Methode der kleinsten Quadratsummen und beschreibt im ersten Teile die wichtigsten Typen der Instrumente, ihre Behandlung, Prüfung und Korrektur.

Der zweite Teil, um den es sich hier handelt, geht von den unmittelbaren Einwägungsmethoden des Altertums aus, bei denen

Setzwage und Kanalwage die Hauptsache waren, geht dann zu den Kombinationen mit dem Fernrohr über und bespricht die beiden Grundformen der jetzigen Peilwagen, die norddeutsche und die Ertelsche.

Darauf folgen die Hauptaufgaben des Einwägens und das Eintragen der Messungen in das gebräuchliche Feldausweis-Schema, die Bestimmung von Flussgefällen, das Entwerfen von Geländeprofilen, die Flächeneinwägung, das Bestimmen der Niveaukurven und dgl.

Auf die unmittelbaren Einwägungen folgt das Einwägen mit Hülfsvorrichtungen zur Fehlertilgung und zum Distanzmessen. Hier kommt eine lange Reihe der verschiedenartigsten Typen der Instrumente zur Geltung, wobei auch der französischen Formen ausführlich gedacht wird.

Der letzte Abschnitt ist der Praxis und Theorie der Feinwägungen gewidmet, bei denen der Fehler auf das Kilometer nicht mehr als 4,5 mm betragen soll.

Diese Genauigkeitsbestrebungen können einen technischen Zweck haben, z. B. die Senkung von Brückenpfeilern zu untersuchen und etwa den Stillstand solcher Senkungen festzustellen; ihr Hauptzweck ist aber wohl ein wissenschaftlicher. Man wird sich erinnern, dafs man in Frankreich weitausgebreitete Veränderungen der „Erdscholle" wahrgenommen haben wollte, was von aufserordentlicher geologischer Bedeutung gewesen sein würde. Genauere Beobachtungen stellten fest, dafs es sich bei den früheren um allmähliche Summation von Fehlern gehandelt hatte, ein Resultat, welches den Kontinenten sofort gröfsere Stabilität zuschrieb.

Man denke ferner an die Ermittelungsarbeiten für die Gestalt des Geoids, d. h. jener idealen Erdgestalt, die man erhalten würde, wenn man etwa in der Meereshöhe unterirdische Kanäle anlegen würde, die uns einen Wasserspiegel zeigen sollen, wie ihn unter dem Einflusse der Höhen des Landes, besonders der grofsmassigen Gebirge das „unterirdische Meer" annehmen würde. Diese ideale Niveaufläche würde uns auch zeigen, inwiefern die mit einander zusammenhängenden Meere sehr verschiedenen Wasserstand haben können und wie z. B. an der West-Küste Norwegens der Ozean ziemlich hoch über dem Normalstande steht.

Diese ideale Niveaufläche hat ihre Ebbe und Flut, ihre Spring- und Nippfluten ebenso, wie der wirkliche Ozean, und die Schwankungen können 0,7 m übersteigen. Denkt man sich also, während der kurzen Zeit einer solchen Hochflut seien Nivellements von Norden nach Süden vorgenommen worden, so würden die Instrumente die Höhen um 0,7 m geringer angegeben haben, als bei Messung zur Ebbezeit. In der Praxis gleichen sich bei der langen Dauer der Beobachtungen die Fehler mehr oder weniger aus, aber man erkennt, dafs die wirkliche Ebbe und Flut, die Nähe von Gebirgen und dgl. auf die Beobachtungen von Einflufs ist.

Der bis hierher vorgedrungene Leser würde mit Interesse an das Studium der Helmertschen Geoidforschungen gehen können.

Nach der Erörterung aller denkbaren Fehlerquellen bespricht der Verfasser die Mittel, durch deren Anwendung die Genauigkeit der Aufnahme zu erhöhen ist, die Instrumente, um deren Anwendung es sich dabei handelt und die Ausgleichungsmethoden mit den entsprechenden Näherungsverfahren.

Die Ausstattung des Werkes mit Figuren ist eine ganz vorzügliche, der Inhalt ein fast überreicher, durchaus auf praktischer Erfahrung beruhender und auf Verwendbarkeit zugeschnittener.

Die Zeichnungen der Instrumente sind nach den besten geodätischen Sammlungen unserer Hochschulen dargestellt und bisweilen durch Weglassen unwesentlicher Justierungsvorrichtungen deutlicher gemacht.

In einer Zeit, in der den Lehrern der Mathematik die stärkere Berücksichtigung der praktischen Anwendungen zur Pflicht gemacht worden ist, dürfen solche Werke in den Schulbibliotheken nicht mehr fehlen, und auch die Sammlungen müssen mit Musterexemplaren von Nivellier-Instrumenten, Theodoliten und dergleichen ausgerüstet werden.

Nicht ohne Interesse wird man lesen, dass das bisher unerklärte Wort Theodolit, welches so musterhaft griechisch klingt, einen ziemlich barbarischen Ursprung hat. Der Horizontalkreis dieses Instrumentes, über dem sich die sogenannte Alhidade bewegt, heifst der Alhidadenkreis. Dieser Name rührt von den Arabern her. Die Engländer sollen ihr *the* als Artikel davorgestellt und bei ihrer Aussprache aus *the Alhidade* schliefslich zur Sprechweise Theodolit Veranlassung gegeben haben. Damit würden allerdings die schönsten Konjekturen unserer Altphilologen dem Verderben anheimgefallen sein.

Noch einmal empfehle ich das Werk auf das beste und spreche den Wunsch aus, dafs der folgende Teil nicht wieder nach einer Pause von neun Jahren erscheinen möchte.

Hagen i. W. Dr. Holzmüller.

Kolbe, Bruno (Oberlehrer der Physik an der St. Annenschule in St. Petersburg). Einführung in die Elektrizitätslehre. 2. Teil: Dynamische Elektrizität. Berlin, Julius Springer. 1895. (187 S.) Preis: 3 *M.*

Nach längerer durch Kränklichkeit des Verfassers veranlafsten Pause ist nunmehr auch der abschliefsende zweite Teil obigen Werkes erschienen. Die bedeutenden Vorzüge, welche wir bereits bei der Besprechung des ersten Teiles (vergl. Jahrg. XXIV, S. 51) hervorzuheben hatten, sind auch an dem vorliegenden zweiten Teile zu rühmen, und wir empfehlen daher das Buch nochmals angelegent-

lichst nicht nur den Laien, sondern ganz besonders den Lehrern der Physik, die es sicherlich mit grofsem Nutzen studieren werden.

Für eine zweite Auflage möchten wir dem Herrn Verfasser die Streichung der Ampèreschen Hypothese von den „Molekularströmchen" anraten. Diese Hypothese gehört „in das alte Eisen"; sie erklärt nichts, ist ebenso widersinnig und unlogisch wie die ganze Fernewirkungstheorie, auf deren Boden sie erwachsen ist, und durch Maxwell längst als unhaltbar und überflüssig erwiesen worden. (Vgl. Föppel, Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität, Leipzig 1894, S. 233 u. 255.)

Dresden-Neustadt. Prof. Dr. GUSTAV HOFFMANN.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Rheinprovinz.

Nachträglich von **Ostern 1890.**

Berichterstatter: Dr. J. Norrenberg, Oberlehrer am Gymn. und Realgymn. in Düsseldorf.

1. **Crefeld.** Realschule. Progr. Nr. 469. Ordentl. Lehrer Dr. Hugo Weisflog, *Der Rechenunterricht an höheren Lehranstalten.* 29 S. 4°.

Es ist eine leider nicht zu bestreitende Thatsache, dafs es den Schülern der oberen Klassen höherer Lehranstalten recht häufig an der zur Lösung einfacher Rechenaufgaben und an der zur Handhabung der Bruchregeln notwendigen Denkkraft gebricht. Den Grund dieser betrübenden Erscheinung sieht der Verf. in der beim Rechenunterricht üblichen Methode, welche, wie in früheren Zeiten, so auch jetzt noch vielfach kein Unterrichten sondern nur ein „Abrichten auf unverstandenes Können" bewirkt. In früheren Jahrhunderten lag dem Rechenunterricht die Pflicht ob, den Menschen zum Rechnen mit Münzen, Mafsen und Gewichten und zur Lösung von Aufgaben von ausschliefslich praktischer Bedeutung zu befähigen, und daher nahmen die verschiedenen praktischen Recepte: „die wälsche Praktik", „die Basedowsche Reihe", „die Kettenregel" einen grofsen Teil der Rechenbücher ein. Und von diesem Mechanismus ist auch unser heutiger Rechenunterricht noch nicht ganz befreit; er ist noch zu sehr im Banne der Volksschule, bei der die praktische Richtung naturgemäfs vorwiegt. Und doch ist das Endziel auf den höheren Lehranstalten ein ganz anderes. Hier soll der Rechenunterricht eine Vorbereitung sein auf den arithmetischen Unterricht der mittleren Klassen. Hier soll der Schüler nicht durch eine mechanische, sinnlose Methode, die nach des Verf. Ansicht vielfach üblich ist, abgestumpft, sondern zur Selbstthätigkeit und zur Ausbildung des gesunden Menschenverstandes erzogen werden. (Zur Unterstützung seiner Ansicht führt der Verf. Herbart, Diesterweg, Paul Heuser, Sachse, die Verhandlungen der Direktoren-Conf. Hannover 1879 an.) Diese Selbstthätigkeit wird aber nicht erreicht durch Lösung einer ganzen Serie gleich- oder ähnlichlautender Aufgaben nach einem vorangedruckten Musterbeispiele, wie sich solche in vielen Aufgabensammlungen finden, sondern nur durch eine streng durchgeführte heuristisch-induktive Methode, welche allein trotz ihrer anfänglichen Schwierigkeit dauernde Befriedigung gewähren

kann. Zur Durchführung dieser Methode sind die Regeln, die heute vielfach unbegründet sich im Anhange befinden, in einer besondern Elementargrammatik des Rechnens in klarer logischer Weise zu entwickeln und ist ihre Anwendung an Aufgaben zu üben, welche nicht nach spezifisch praktischen, sondern lediglich nach pädagogischen Rücksichten ausgewählt sind. An einer solchen Rechen-Grammatik fehle es allerdings heute noch*), vielleicht deshalb, weil der Rechenunterricht an höheren Lehranstalten zumeist in den Händen der Volksschullehrer liegt. Auch der Verfasser entwirft keinen vollständigen Plan zur Abfassung derselben, sondern beabsichtigt nur einige Bemerkungen zu liefern, die sich in seiner Praxis als gute bewährt haben.

Nachdem der Verf. diese seine Ansichten im allgemeinen erörtert und begründet hat, wendet er sich zu den einzelnen Lehrpensen. Für Sexta, wo es gilt, die verschieden vorgebildeten Schüler möglichst zusammenzuschweifsen und gleichzeitig die besseren Schüler anregend zu beschäftigen, empfiehlt er den ausgiebigen Gebrauch von Klammern und die Zergliederung schwierigerer Zahlenausdrücke, wie z. B. [(6743—2518). 463 —8954]: 26. Ein sinnloses Drauflosrechnen ist wegen der Vielseitigkeit solcher Aufgaben vollkommen ausgeschlossen, die geringste Unachtsamkeit hat eine Menge von Fehlern im Gefolge. Beim Schriftrechnen ist möglichste Kürze zu erstreben; alles, was im Kopfe gemacht werden kann, darf nicht niedergeschrieben werden, wozu recht praktische Fingerzeige gegeben werden. Das Aufsuchen des kleinsten, gemeinschaftlichen Dividenden ist allein nach dem in der Algebra benutzten zahlentheoretischen Verfahren auszuführen. Den Schlufs des Sextapensums bildet die Bruchrechnung, deren Regeln unter möglichst selbständiger reger Anteilnahme der Schüler abgeleitet und scharf und deutlich in Worte gefafst werden sollen.

In Quinta wird das theoretische Rechnen mit der Durchnahme der Dezimalbrüche beendet, und es beginnt das praktische Rechnen mit dem Münz-, Mafs- und Gewichtssystem, dessen Erfassung an Reduktions- und Resolutionsaufgaben in möglichst bunter Aufeinanderfolge und stetem Wechsel zu erstreben ist. Bei den sich hieran anschliefsenden Dreisatzaufgaben ist Anwendung der Schlufsrechnung die allein richtige, die Anwendung der Proportionen unpädagogisch. Schriftlich ist stets auf die Einheit zu schliefsen, während beim Kopfrechnen die verwandschaftlichen Beziehungen des ersten und dritten Gliedes zu berücksichtigen sind.

Das in die Quarta fallende praktische Rechnen in seinen verschiedenen Formen der Zins-, Rabatt-, Gesellschafts- und Mischungsrechnung stellt sich nur als eine Anwendung bezw. Fortsetzung der Dreisatzrechnung dar und bietet somit nach der methodischen Behandlung dieser letzteren keine Schwierigkeiten mehr.

Zum Schlufs weist der Verf. auf die hohe Bedeutung des Kopfrechnens hin und spricht sich gegen die von vielen Seiten erhobene Forderung aus, die Dezimalbrüche vor den gewöhnlichen Brüchen zu behandeln, ein Verfahren, welches wohl in Volksschulen angebracht, an höheren Lehranstalten aber nicht am Platze sei.

2. Wipperfürth. Progymn. Progr. Nr. 459. Rektor Peter Joseph Breuer, *Die Lehre von den Logarithmen, nach vorwiegend suchendem Lehrverfahren behandelt.* 50 S. 4°.

Veranlassung zu dieser Abhandlung war der Umstand, dafs dem Gymnasiasten vielfach bezüglich des Wesens des natürlichen Logarithmen-

---

*) Vergl. jedoch O. von Fischers methodische Grammatik des Schulrechnens. 2. Aufl. herausgegeben von Hertter. Stuttgart 1884; sowie viele andere vorzügliche Lehrbücher, unter denen z. B. das von Hentschel-Költzsch bereits 1891 in 14. Aufl. erschienen ist. (Leipzig, Merseburger.) D. Red.

systems und der Herstellung der Tafeln mancherlei geboten wird, dessen Klarstellung ihm vorenthalten wird. Durchdrungen von der Überzeugung, dafs einerseits dieser „handwerksmäfsige" Betrieb einer höheren Lehranstalt unwürdig ist, und dafs andererseits von der Besprechung der natürlichen Logarithmen nicht Abstand genommen werden kann, hat der Verf. es unternommen, die Lehre von den Logarithmen in möglichster Vollständigkeit zu entwickeln und zu begründen. Bezüglich der Äufserlichkeiten der Arbeit sei erwähnt, dafs der Verf. für ${}^{a}\log n$ die in dieser Zeitschrift vielfach empfohlene Schreibweise $\underset{a}{\Lambda} n$ *) anwendet, und dafs er die üblichen Bezeichnungen „Kennziffer" und „Mantisse" durch die nicht gerade geschmackvollen Ausdrücke „Kopf und Schwanz" ersetzt. Der methodische Standpunkt, den Schüler nur mit solchen Dingen und Begriffen operieren zu lassen, welche sein geistiges Eigentum geworden sind, ist streng durchgeführt. Noch bevor der Schüler mit der Logarithmentafel bekannt gemacht wird, lernt er ein elementares Verfahren zur Berechnung der Logarithmen kennen, welches zwar eine Herkulesarbeit erfordert, jedoch für die Zwecke der Schule ausreichen dürfte, sodafs das nun folgende Verfahren zur Berechnung der natürlichen Logarithmen wenigstens anfangs zu entbehren wäre.

3. **Barmen.** Städt. Realschule. Progr. Nr. 464. Oberl. Prof. Dr. August Reum, *Die Behandlung der geraden regelmäfsig vierseitigen Säule im Anschauungsunterricht.* Ein Beitrag zur Klärung des vorbereitenden geometrischen Unterrichts in Quinta. 11 S. 4°.

Einleitend weist der Verf. hin auf die grofse inhaltliche Verschiedenheit der zahllosen zur Erteilung des vorbereitenden geometrischen Unterrichts erschienenen Anleitungen und Aufgabensammlungen, eine Verschiedenheit, welche beweist, dafs trotz achtjähriger Erfahrung die Ansichten über die eigentlichen Endziele des genannten Unterrichts noch nicht geklärt sind. Viele dieser Anleitungen machen, verleitet durch den Wortlaut der Lehrpläne, den Gebrauch des Lineals und Zirkels zum ausschliefslichen Gegenstande des Quintakursus, gerade als ob das Zeichnen selbst die Quelle der Anschauung sei. Dieser Auffassung tritt der Verf. entgegen. Bevor der Schüler sich mit dem Zeichnen geometrischer Figuren beschäftigt, mufs er schon im Besitze geometrischer Vorstellungen und Begriffe sein. Diese werden aber gewonnen durch Apperzeption und Abstraktion, das Zeichnen kann nur zu ihrer Befestigung beitragen.

Da diese Seite der geometrischen Vorbereitung in den bisherigen Anleitungen nach Ansicht des Verf. nur wenig oder gar nicht zur Geltung gekommen ist, hat er es unternommen, zu zeigen, wie der Schüler durch Anschauung zur Gewinnung geometrischer Vorstellungen und Wahrheiten geführt werden kann. Als Beispiel wählt er den im Titel genannten Körper. Nach den Ausführungen des Verf. erscheint die Aufgabe des geometrischen Anschauungsunterrichts als die Leistung von drei Arbeiten. Zunächst werden an einem hinreichend grofsen aus Holz und Pappe verfertigten Modelle die geom. Grundbegriffe: Ebene, Linie, Punkt, Winkel, Parallelität, und die einfachsten planimetrischen und stereometrischen Lehrsätze geklärt bezw. entwickelt. Gleichzeitig wird das von der Sonne auf einem Lichtschirm entworfene Bild einer Betrachtung unterzogen, von Lehrer und Schüler nachgezeichnet, und werden auf dasselbe die schon gewonnenen geometrischen Raumvorstellungen übertragen. Umgekehrt werden dann diese letzeren aus der bildlichen Darstellung wieder reproduziert. Hieran schliefst sich als dritte Arbeit die Messung der Linien und Winkel des Holzmodells und die genaue Zeichnung der an

*) Vergl. Bd VIII (1877) S. 265. 403. 484. D. Red.

demselben vorkommenden Grenz- und Schnittflächen in richtigen Verhältnissen. Letzteres führt zur Erläuterung des verjüngten Mafsstabes.

4. Bonn. Gymn. Progr. Nr. 419. Ord. Lehrer Dr. Aug. Kiel, *Geschichte der absoluten Mafseinheiten.* 24 S. 4°.

Da alle physikalischen Erscheinungen im letzten Grunde Ortsveränderungen sind, welche bestimmte Massen in bestimmten Zeiträumen erleiden, so sind zu ihrer Beschreibung drei Mafseinheiten erforderlich, nämlich eine Längen-, eine Zeit- und eine Masseneinheit. Diese drei Vergleichungsgröfsen, Fundamentaleinheiten genannt, müssen im Wechsel der Erscheinungen unverändert bleiben und sich ohne zu grofse Schwierigkeiten bestimmen lassen. Aufgabe der Wissenschaften ist es, die Fundamentaleinheiten diesen Bedingungen entsprechend auszuwählen und alle andern physikalischen Gröfsen, magnetische und elektrische Kraft, Leitungswiderstand u. s. w. durch jene auszudrücken, also auch hierfür Mafseinheiten, die sog. absoluten Mafseinheiten im engeren Sinne aufzustellen.

Die ersteren, die Fundamentaleinheiten, haben eine Geschichte, welche auf die Anfänge der menschlichen Kultur zurückweist. Fünf Jahrtausende beherrschte, wie der Verf. ausführt, das von den Babyloniern aufgestellte System den Verkehr und das wissenschaftliche Leben aller Völker. Erst beim Beginne unseres Jahrhunderts verlangte die Entwickelung der experimentalen Wissenschaften ein besseres, constanteres Mafssystem, ein Verlangen, welches durch die fast allgemeine Einführung des franz. metrischen Systems erfüllt wurde. — Die Geschichte der absoluten Mafseinheiten datiert seit dem Jahre 1832, in welchem Gaufs seine Abhandlung: *Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata* der Kgl. Gesellschaft für Wissensch. zu Göttingen vorlegte. Diese Abhandlung, deren Inhalt der Verf. in den Hauptzügen wiedergiebt, bezog sich zwar nur auf die Messung erdmagnetischer Kräfte, veranlafste aber Wilh. Weber, solche absolute Mafse auch in die Elektrizitätslehre einzuführen. Infolge der ungeheuer grofsen Zahlen, welche die Anwendung der Weberschen Einheiten bedingte, war jedoch eine Modifikation derselben unumgänglich, und diese wurde bewerkstelligt durch das von Thomson vorgeschlagene C-G-S-System und durch dessen Erweiterung durch die *British Association.*

Die vorstehend kurz skizzierten Züge der Geschichte der Fundamental- und absoluten Einheiten werden vom Verf. etwas eingehender dargelegt und begründet. Schliefslich wird noch auf das praktische (elektrotechnische) Mafssystem hingewiesen. Doch wäre gerade hier eine gröfsere Vollständigkeit wünschenswert gewesen. Wesentlich Neues enthält die Arbeit nicht.

5. Wetzlar. Gymn. Progr. Nr. 458. Dr. Ed. Hoffmann, *Über das kürzeste Verbindungssystem zwischen vier Punkten der Ebene.* 18 S. 4° und eine Figuren-Doppeltafel.

Anläfslich einer Eisenbahnverbindung zwischen Hamburg, Bremen, Hannover und Braunschweig hatte Gaufs die Frage nach dem kürzesten Verbindungssystem zwischen vier Punkten zwar in Erwägung gezogen aber nicht gelöst. Nachdem schon K. Bopp dieses Problem 1879 behandelt, giebt auch der Verf. eine Lösung desselben und kommt, allerdings auf anderem Wege wie Bopp, zu denselben Resultaten. Unter den möglichen Verbindungen zwischen vier Punkten lassen sich drei verschiedene Arten unterscheiden: Erstens solche, die man erhält, wenn man die vier Punkte durch drei Gerade verbindet (drei Seiten oder eine Diagonale und zwei Seiten), zweitens die beiden Diagonalen, und drittens die Verbindungslinien der vier Punkte mit zwei innerhalb des Vierecks liegenden Nebenpunkten und die Verbindungslinie dieser Nebenpunkte selbst. Diese dritte Art von Verbindungssystemen ist, wie der Verf. in vollständig elementarer

Weise zeigt, im allgemeinen das kürzeste. Die beiden Nebenpunkte lassen sich auf folgende Weise konstruieren: Über denjenigen Seiten des Vierecks welche den kleineren Diagonalwinkeln gegenüberliegen, errichte man gleichseitige Dreiecke und beschreibe die den Dreiecken umbeschriebenen Kreise. Wo die Verbindungslinie der Spitzen der konstruierten Dreiecke die Kreislinien schneiden, sind die gesuchten Nebenpunkte. Diese Konstruktion ist unausführbar, wenn in dem von den vier Punkten der Ebene gebildeteten Vierecke die Summe zweier benachbarter Winkel gröſser als $\frac{4\pi}{3}$ oder kleiner als $\frac{2\pi}{3}$ ist. In diesem Falle jedoch vereinigen sich die beiden Nebenpunkte zu einem einzigen, welcher entweder der Schnittpunkt der Diagonalen oder eine Ecke des Vierecks ist, sodaſs dann die beiden ersten Arten der oben genannten Verbindungssysteme die kürzesten sind.

6. **Saarbrücken,** Gewerbesch. Progr. Nr. 479. Ord. Lehrer Dr. Theodor Meyer, *Über das sphärische Polarsystem und seine Anwendung auf das Tetraeder.* 9 S. 4°.

Denken wir uns im Raume einen festen Punkt M und ordnen wir jedem anderen Punkte P eine Ebene π zu, welche auf PM senkrecht steht und diese in einem Punkte K so schneidet, daſs $PM \cdot MQ$ konstant ist, so bestimmt diese Zuordnung von Punkten und Ebenen ein räumliches Polarsystem. Dasselbe ist dadurch charakterisiert, daſs die Normalen aus den Punkten des Systems auf die entsprechenden Ebenen alle durch einen Punkt gehen und von ihm so geteilt werden, daſs die Produkte des entstandenen Abschnittes einen konstanten Wert haben. Da die Ordnungsfläche des Systems eine reelle oder imaginäre Kugel ist, so kann man das Polarsystem als ein sphärisches bezeichnen. Mit Hülfe desselben leitet der Verfasser eine Reihe neuer Sätze ab, welche sich auf das allgemeine Tetraeder sowie insbesondere auf dasjenige Tetraeder beziehen, dessen vier Höhen sich in einem Punkte schneiden.

7. **Essen,** Realschule Progr. Nr. 474. *Festschrift zur Feier des fünfundzwanzigjährigen Bestehens der Reallehranstalt.* 120 S. 8° und mehrere Tafeln.

Neben einer Geschichte des Realgymnasiums und der höheren Bürgerschule, einer philologischen Untersuchung über das mittelalterliche Gedicht „die Warnung“ und einer provinzial-historischen Studie enthält die Festschrift drei kleinere mathematische Abhandlungen. Direktor Dr. H. Heilermann entwickelt das bekannte elementare Verfahren zur *Quadratur des Hyperbelsektors* mit einigen kleinen Modifikationen. Oberl. Prof. Dr. Heinr. von der Heyden liefert eine Fortsetzung seiner Untersuchungen über die *Teilbarkeit der Zahlen*, die er in der Festschr. zur Begrüſsung der 34. Vers. deutscher Phil. und Schulm. zu Trier, Bonn 1879 p. 100 niedergelegt hat. Auſserdem giebt derselbe Verfasser eine Erweiterung des von E. Neu in Kürschners Taschen-Konversationslexikon veröffentlichten *immerwährenden Kalenders*, welcher es erlaubt für ein beliebiges Datum den Wochentag und das Datum aller beweglichen Feste mit Leichtigkeit zu bestimmen.

8. **Bedburg,** Rheinische Ritter-Akademie. Progr. Nr. 418. Ord. Lehrer Peter Konz, *Der physikalische Unterricht in der Gymnasial-Sekunda.* 24 S. 4°.

Während auf dem Gebiete des naturbeschreibenden Unterrichts eine fast vollständige Klarheit und Übereinstimmung der Meinungen herrscht, treten bezüglich der Lehrmethode im physikalischen Unterrichte noch manche Meinungsverschiedenheiten zu Tage. Da diese nicht durch theoretische Erörterungen allein, sondern vor allem durch die Resultate der Schulpraxis zu lösen sind, teilt der Verfasser seine aus einer zehnjährigen

Lehrthätigkeit in Sekunda und Prima geschöpften Erfahrungen und Ansichten mit. Eingeleitet werden dieselben durch einige theoretische Betrachtungen über Ziel und Methode des physikalischen Unterrichts. Während in dem Sekundakursus das formale Ziel (Schulung der Beobachtung) und hiermit auch die induktive Methode in den Vordergrund treten soll, wird der Primakursus von dem materialen Ziele (tiefere und umfassendere Kenntnis der Naturerscheinungen und ihrer Gesetze) und der deduktiven Lehrweise beherrscht. Diese Grundsätze bedingen eine konzentrische Anordnung des Lehrstoffes in den verschiedenen Klassen. Der Gymnasialsekunda sind diejenigen Gebiete zuzuweisen, welche eine induktiv-experimentale Behandlung zulassen; in Prima erfolgt eine Wiederholung, Erweiterung und Vertiefung der in Sekunda gewonnenen Kenntnisse nach deduktiv-mathematischem Verfahren.

An eine genaue Abgrenzung der verschiedenen Lehrpensen schliefst der Verfasser einige Bemerkungen über die einzelnen Gebiete an. Die allgemeinen Eigenschaften der Körper wünscht er schon durch den naturbeschreibenden, namentlich den mineralogischen Unterricht vorweggenommen zu sehen, sodafs sich die Durchnahme dieses Kapitels in Sekunda auf eine Repetition beschränken könne. Aus der Mechanik der festen Körper eignen sich nach des Verfassers Ansicht für die Behandlung auf der Unterstufe nur die feste Rolle, der Schwerpunkt, das Gleichgewicht, die Standfestigkeit und der Hebel. Insbesondere wendet sich der Verfasser gegen die Börnersche Methode, schon im Anfangsunterrichte die Gleichgewichtsbedingungen der einfachen Maschinen aus dem Gesetze von der Erhaltung der Kraft zu deduzieren. Im Anschlusse an die Wärmelehre wird die Übung in einer geregelten Beobachtung der atmosphärischen Erscheinungen (Temperatur, Luftdruck, Feuchtigkeit) sowie die graphische Darstellung der im Verlaufe eines Jahres gewonnenen Resultate empfohlen, und zu deren Ermöglichung die Aufstellung eines vollständig ausgerüsteten Wetterhäuschens auf dem Schulhofe gefordert.

In einem Schlufsworte erhebt der Verfasser die Frage: „Was ist an Kenntnissen für das Prädikat „genügend" im Abgangszeugnis zu verlangen?" und wünscht zur Beantwortung derselben eine Spezialisierung der „Normalleistungen des Gymnasiums in Physik durch kompetente Schulmänner".

9. **Aachen**, Kaiser-Karls-Gymnasium Progr. Nr. 414. Oberl. Dr. Johann Schüller, *Versuche über die Spannkraft der Dämpfe einiger Salzlösungen.* I. Teil. 24 S. 4°.

Die Frage nach der Abhängigkeit der Dampfspannung ungesättigter Salzlösungen von ihrem Salzgehalte ist trotz umfangreicher theoretischer und experimenteller Untersuchungen seitens namhafter Forscher noch nicht endgültig entschieden. Das zur Beantwortung derselben notwendige Beobachtungsmaterial, welches sich bisher fast ausschliefslich auf konstante Temperaturen bezog, wird in der vorliegenden Arbeit ergänzt durch experimentelle Untersuchung der Veränderlichkeit der Spannkraft mit steigender Temperatur. Die Beobachtungen wurden ausgeführt an einem auch schon von Wüllner benutzten und in Pogg. Ann. Bd. 110 beschriebenen Apparate. Nur für niedrige Temperaturen bot derselbe wegen der geringen Gröfse der auftretenden Spannungsdifferenzen keine hinreichende Genauigkeit. Der Verfasser konstruirte sich deshalb einen geeigneteren Apparat. Vier abgekürzte Heberbarometerröhren wurden rechtwinklig an eine horizontale Röhre von 15 mm Weite angeschlossen und diese letztere mit einer Quecksilberluftpumpe in Verbindung gesetzt. Drei der Barometer wurden mit den zu untersuchenden Lösungen, die vierte zum Vergleich mit Wasser gefüllt. Durch Auspumpen der Luft wurde über der Flüssigkeit in den geschlossenen Schenkeln ein Dampfraum gebildet, dessen Gröfse die Spannung der Dämpfe zu bestimmen gestattet.

Untersucht wurden fünf Zinksulfat-Lösungen von 30 bis 150 % Salzgehalt. Es ergab sich das Resultat, daſs die Spannungsverminderungen bei konstanter Temperatur nicht einfach im Verhältnis der Prozentgehalte an wasserfreiem Salze stehen, wie dies von Wüllner in der obenerwähnten Arbeit behauptet worden war. Wohl aber fand sich dieses Gesetz bestätigt, wenn man annimmt, daſs das Zinksulfat mit zehn Molekülen Wasser verbunden in den Lösungen vorkommt. Dieselbe Bestätigung ergab sich auch für das weiterhin untersuchte Kupfersulfat, hier jedoch bei Bestimmung des Prozentgehaltes an wasserfreiem Salze. Die Beziehung der Spannungsdifferenzen zur Temperatur ist eine weniger einfache; mit annähernder Genauigkeit wurde sie vom Verfasser durch eine Interpolationsformel zum Ausdrucke gebracht.

Infolge der Concentrationsunterschiede treten beim Lösen von Salzen in Wasser, wie schon Wüllner nachgewiesen hat, elektrische Differenzen und somit elektrische Ströme auf. Auf solche Concentrationsströme wandte von Helmholtz den Satz vom umkehrbaren Kreisprozesse an und gelangte hierdurch zu bestimmten Beziehungen zwischen der Dampfspannung und der elektromotorischen Kraft. Die aus diesen Beziehungen berechneten Werte für die Spannungsverminderung stimmen mit den vom Verfasser beobachteten fast vollständig überein, sodaſs die vorliegenden Untersuchungen auch für jene Helmholtzsche Theorie eine neue Bestätigung geliefert haben.

10. Aachen, Realschule mit Fachklassen. Progr. Nr. 461. Kommissarischer Lehrer August Ramisch, *Versuch einer neuen Theorie der excentrischen Zug- und Druckbelastung.* 22 S. 4° und eine Figurentafel.

Die allgemeine Behandlung der Biegung eines Prismas bietet bekanntlich Schwierigkeiten, welche bisher noch nicht gehoben werden konnten. Den Grund hierfür findet der Verfasser in der Unhaltbarkeit der der ganzen Festigkeitslehre als Grundlage dienenden Prämisse, daſs nämlich innerhalb eines gebogenen Stabes eine sogenannte neutrale Faserschicht vorhanden sei, welche weder gedehnt noch zusammengedrückt, sondern nur gebogen werde. Da die aus dieser Theorie sich ergebenden Werte für die rückwirkende und relative Festigkeit mit den beobachteten Werten durchaus nicht übereinstimmen, so unterzieht der Verfasser die bisherige Behandlungsweise einer Kritik und ersetzt dieselbe durch eine neue Theorie, welche anstelle der neutralen Faserschicht eine neutrale Linie annimmt. Ob diese Theorie mehr als die frühere zu leisten vermag, muſs die experimentelle Prüfung ergeben.

11. Aachen, Realgymn. Progr. Nr. 460. Kommissarischer Lehrer Karl Hub. Engels, *Über die Einwirkung von gasförmigem Phosphorwasserstoff auf Aldehyde, Keton und Ketonsäuren.* 25 S. 4°.

In der Einleitung giebt der Verfasser einen Überblick über die Geschichte und die Darstellung der organischen Phosphorverbindungen. Zu denselben führten bisher drei Wege; man erhielt sie entweder durch Einwirkung von Phosphormetallen auf Alkylhaloide oder aus Phosphorchlorür und organischen Verbindungen oder endlich durch Phosphorwasserstoff. Den letzteren Körper lieſs man ausschlieſslich auf Chlorcyan, Alkylhaloïde und Säurehaloïde einwirken. Die diesbezüglichen Arbeiten finden eine Fortsetzung in der vorl. Untersuchung, durch welche die Einwirkung desselben Gases auf Aldehyde, Keton und Ketonsäuren erforscht wurde. Vor allem kam es hierbei dem Verfasser darauf an, einen reinen, regelmäſsigen Strom von Phosphorwasserstoff zu entwickeln. Zu diesem Zwecke übergoſs er in einem kleinen Kolben etwa 5 g Jodphosphorium mit gewöhnlichem käuflichen Äther, welcher wasserhaltig genug ist, um eine stundenlange gleichmäſsige Entwicklung zu unterhalten. Der Jodwasserstoff, welcher bei der Zerzetzung entsteht, bildet mit dem Äther eine ölige,

in Äther unlösliche Verbindung, welche anscheinend ein Additionsprodukt von zwei Molekülen Äther und einem Moleküle Jodwasserstoff ist. Einen gleicherweise regelmäfsigen und reinen Phosphorwasserstoffstrom erhielt der Verfasser auch, indem er in einem zur Hälfte mit Alkohol gefüllten Kolben 15 g festes Kali mit 5 g gelbem Phosphor bis ca. 65° erhitzte. Die schädliche Einwirkung dieses Gases auf die Gesundheit sowie seine Feuergefährlichkeit sind nach des Verfassers Erfahrungen nicht so grofs, wie sie in Lehrbüchern meist dargestellt werden. Es läfst sich in Gasometern leicht aufbewahren.

Die Einwirkung von Phosphorwasserstoff auf Acetaldehyd, Propylaldehyd und Benzaldehyd ergab eine Reihe neuer Verbindungen, u. a. $[CH_3 \cdot COH]_4 PH_4 Cl$, $[CH_3 \cdot COH]_4 PH_4 Br$, $[CH_3 \cdot CH_2 \cdot COH]_4 PH_4 Cl$, das entsprechende Bromid und $[C_6H_5 \cdot COH]_4 PH_3$, welche sich meist in feinen nadelförmigen Krystallen abschieden. Daneben entstanden noch ölige organische Phosphorverbindungen von minder bestimmter Konstitution. Auf Keton wirkte Phosphorwasserstoff nicht ein, dagegen ergab die Einleitung dieses Gases in eine Lösung von Brenztraubensäure eine wohl charakterisierte Verbindung: $C_9H_9O_8P$, Phosphorwasserstofftrianhydrobrenztraubensäure*), welche mit Anilin, Joluidin und Phenylhydrazin neue Produkte lieferte. Die Konstitution dieser Brenztraubensäurederivate konnte einstweilen noch nicht sicher gestellt werden.

12. **Elberfeld**, Oberrealschule, Progr. Nr. 478. Ord. Lehrer Dr. **Mädge**, *Über den Unterricht in der Insektenkunde in Tertia.* 18 S. 4°.

Bei der Kleinheit der im naturbeschreibenden Unterrichte der Untertertia zu besprechenden Organismen mufs es als ein erstes Erfordernis betrachtet werden, möglichst einem jeden Schüler ein Exemplar der zu behandelnden Art in die Hand zu geben. Zur Beschaffung, Präparation und Aufbewahrung des zu diesem Zwecke notwendigen umfangreichen Materials giebt der Verfasser nach einer kurzen Charakterisierung seines methodischen Standpunktes wertvolle Fingerzeige. Die durch freiwillige Beiträge der Kollegen und Schüler gesammelten Gliedertiere legt der Verfasser, mit Ausnahme der Schmetterlinge, in eine konservierende und erweichende Flüssigkeit, die aus 1 Teil Wasser, 1 Teil Glycerin, $^1/_2$ Teil Spiritus und $^1/_{1000}$ Sublimat besteht, wodurch die Gelenke für eine Reihe von Jahren ihre Beweglichkeit vollständig behalten. Die auf starken Nadeln aufgespiefsten Insekten werden auf Holztafeln von 2 cm Höhe und $9/7^1/_2$ cm Fläche, in deren vertiefte Mitte eine gröfsere mit weifser Ölfarbe angestrichene Korkscheibe eingeklemmt ist, an die Schüler verteilt. Nachdem der Verfasser noch die Brauchbarkeit von Abbildungen besprochen und den Wert einiger gröfserer Tafelwerke beurteilt hat, giebt er im letzten Teile seiner Arbeit eine Übersicht sowohl über diejenigen Insekten, die sich zur genaueren Durchnahme und zur Verteilung an die Schüler eignen, wie auch über diejenigen, welche besonderer Eigentümlichkeiten halber in einem oder wenigen Exemplaren vorgezeigt werden können.

13. **Hechingen**, Kgl. Höhere Bürgerschule, Progr. Nr. 487. **Ph. J. Lörch**, *Die Flora des Hohenzollers und seiner nächsten Umgebung.* I. Teil. 68 S. 8°.

Wie die Vorrede ausführt, soll die vorliegende Arbeit kein einfaches Verzeichnis der dem Gebiete angehörenden Familien, Gattungen und Arten sein, sondern sie soll dem im gereiften Alter stehenden Pflanzenfreunde Gelegenheit bieten, seine einheimische Flora kennen zu lernen, besonders aber dem Schüler ein Büchlein in die Hand geben, welches das Lehrbuch ergänzt und ihn auf seinen Excursionen als getreuer Ratgeber begleitet. Um diese Absicht zu verwirklichen, hat der Verfasser aufser den wild-

---

*) Ein 14silbiges Wort? D. Red.

wachsenden auch die angebauten Arten seiner Flora einverleibt und einer jeden derselben eine kurze Charakteristik hinzugefügt. Der erste Teil behandelt die boden- und kelchblütigen Dicotyledonen. Voran geht eine umfassende Schilderung der Höhen-, Boden- und der klimatischen Verhältnisse des Hohenzollers, welche durch ihren reichen durch Ort und Zeit bedingten Wechsel eine Pflanzenfülle hervorsprießsen lassen, wie man sie auf solch' engem Gebiete wohl selten finden wird.

Anhang zur Programmschau **Brandenburg** und **Pommern**.

Heft 6 (S. 489 u. f.).

Betreffend die Meinungsäufserung eines österr. Mittelschul-Professors gegen unsere Anmerkung Heft 6 d. Jahrgangs S. 440.

Hochgeehrter Herr Redakteur! A. a. O. findet sich auf Seite 440 eine Besprechung des Ohmannschen Planes zur Beschaffung von Mineralien für Mittelschulen. In einer Anmerkung (S. 441) bezweifeln Sie den Nutzen dieses Planes. Dieser Anmerkung gilt meine Polemik.

Der Direktor des Wiener naturhistorischen Hofmuseums Dr. Aristides Brezina hat nämlich unabhängig von Ohmann einen ähnlichen Plan zur Beschaffung von Mineralien für Volks- und Mittelschulen entwickelt und durch die im Jahre 1894 erfolgte Begründung der Lehrmittelcentrale (Wien 17. Elterleinplatz 15) die Durchführung dieses Planes begonnen. Mit nachahmenswerter Beharrlichkeit hat Direktor Brezina es durchgesetzt, dafs das Ackerbauministerium alle ärarischen Bergwerke zur Lieferung des nötigen Materials anwies, dafs das Handelsministerium, dem die Salzbergwerke unterstehen, eine ähnliche Verfügung traf und aufserdem Frachtbegünstigungen zugestand, dafs das Unterrichtsministerium durch besondere Erlässe die Anstalten anwies, ihren Bedarf an Mneiralien durch die Lehrmittelcentrale zu decken. Die Kommune Wien und das Unterrichtsministerium subventionieren das Institut, in welchem Wiener Lehrer als Volontäre das eingesandte Material schulgemäfs herrichten und zur Versendung bringen. Nachdem in Österreich der mineralogische Unterricht von denselben Fachlehrern erteilt wird, welche auch die andern naturwissenschaftlichen Disziplinen unterrichten, wird die durch die Begründung der Lehrmittelcentrale hervorgerufene Förderung des mineralogischen Unterrichts gewifs bei niemand Neid erregen. Im Gegenteil regt die glückliche Durchführung des Gedankens zur Nacheiferung an. Man denkt hier in Wien daran, die Lehrmittelcentrale auch auf das zoologische und das botanische Gebiet zu erweitern, wenn auch diese Gedanken einstweilen noch keine greifbare Form angenommen haben. Aber doch giebt es nicht blofs in Wien, sondern auch in verschiedenen österreichischen Kronländern Lehrmittelklubs, welche Schulen aller Kategorieen mit naturwissenschaftlichen Lehrmitteln aller drei Reiche versehen. Dafs die Wiener Lehrmittelcentrale mit der Austeilung von Mineralien begonnen hat, erklärt sich nicht durch eine zu weit gehende Berücksichtigung des mineralogischen Unterrichts, sondern einfach daraus, dafs die Idee der Gründung grofser Lehrmittelcentralen in dieser Weise am leichtesten auf ihre Ausführbarkeit erprobt werden konnte; auch sind die käuflichen mineralogischen Lehrmittel meist unzureichend in Form und Gröfse und trotzdem teuer. Die Wiener Lehrmittelcentrale liefert die Stücke im Formate 6 : 8 : 2; zur Ergänzung ihrer Vorräte nimmt sie auch die Hilfe von Mineralienhändlern in Anspruch. Die Sammlungen werden von Fachmännern sorgfältig auf ihre Brauchbarkeit geprüft, bevor sie an die Anstalten versendet werden.

Meiner Meinung nach müssen alle Vertreter naturwissenschaftlicher Disziplinen wünschen, dafs Herr Oberlehrer Otto Ohmann endlich doch

mit seinem Plane durchgreift. Der glänzende Erfolg wird nicht ausbleiben. Der mineralogischen Lehrmittelcentrale wird auch gewiſs eine botanische und eine zoologische nachfolgen. Allenthalben sammeln Lehrer freiwillig Lehrmittel, es gilt nur die Sammler zu organisieren. Durch einträchtiges Zusammenwirken wird das groſse Ziel erreicht werden, alle Schulen mit allen notwendigen Lehrmitteln zu versehen.

Auf Ihre wertvolle Unterstützung dieser Bestrebungen hofft

Ihr ergebener

19./9. 95. Dr. Kraus.

Wien IX, Glasergasse 18.

Verteidigung gegen diese Polemik.

Der geehrte Hr. Verfasser des vorstehenden Aufsatzes dürfte unsere Anmerkung wohl miſsverstanden haben. Wir sind doch nicht gegen eine Unterstützung der Beschaffung von Lehrmitteln seitens der obersten Schulbehörde oder gelehrter Körperschaften, sondern wir haben nur unserm Zweifel Ausdruck gegeben darüber, ob mit Rücksicht auf die für Mineralogie, als einen meist mit Chemie verbundenen Nebenfache (wohlgemerkt: im Gymnasial-Unterricht!) zugewiesene Zeit dieses Nebenfach nicht auf Kosten der anderen (notwendigeren) Fächer: Physik, Zoologie, Botanik ungebührlich berücksichtigt werde. Denn wir wissen aus unser eignen Lehrpraxis — und das war am Sitze einer Bergakademie — daſs man sich in dem, meist mit Chemie verbundenen Unterrichtsfache der Mineralogie auſserordentlich beschränken muſs, zumal wenn man auch noch Geognosie und Geologie berücksichtigen soll! Nach dem Grade der extensiven und intensiven Behandlung (Umfang und Tiefe) eines naturwissenschaftlichen Lehrgegenstandes muſs sich aber auch die ihm dienende Lehrmittelsammlung richten und da scheinen mir denn doch drei Sammlungen, die Herr Ohmann a. a. O. verlangt, zu viel. Der Herr Verfasser d. o. Polemik hat vor allem übersehen, daſs wir in unserer Anm. (S. 449) nur vom Gymnasium reden. Von Realschulen etc. haben wir nicht gesprochen. Sollte denn der Lehrplan der österreichischen Gymnasien eine gröſsere Berücksichtigung der Mineralogie fordern, als der für deutsche Gymnasien? —

C. Zeitschriftenschau.

„Himmel und Erde“ (Urania).

Illustrierte naturwissenschaftliche Monatsschrift, herausgegeben von der Gesellschaft Urania. Jahrgang VII.

Heft 11. Zur Erforschung der oberen Luftschichten sind bekanntlich in der letzten Zeit vom Kgl. Preuſsischen meteorologischen Institut und vom Verein für Luftschiffahrt „wissenschaftliche Ballonfahrten“ unternommen worden. Über die mit solchen Hochfahrten verknüpften Einrichtungen und die Bedeutung für gewisse meteorologische Probleme finden wir in diesem Heft einen Aufsatz von Dr. Süring in Potsdam, der eine Reihe interessanter, aus eigener Anschauung des Verfassers gewonnener Schilderungen enthält und von zahlreichen Illustrationen begleitet ist (u. A. ein „Ballonkorb“ mit voller Ausrüstung). — Die Milchstraſse, zunächst als optisches Phänomen, behandelt Dr. H. Samter in einer umfassenden Studie, welche alle neueren, auf das Milchstraſsenlicht bezüglichen Untersuchungen gemeinverständlich bespricht und treffliche Photogramme enthält. In der Fortsetzung des Artikels: „Wie der Zwölf-

zöller der Urania entstand"?, von Dr. Homann, werden die Mefseinrichtungen des Refraktors und seine Leistungen erörtert. Den Schlufs bilden bibliographische Mitteilungen.

Heft 12. In diesem Schlufshefte findet sich zunächst die Beendigung des Aufsatzes „Wissenschaftliche Ballonfahrten" von Dr. Süring, sodann der Schlufs von Samters Aufsatz „Die Milchstrafse" und zwar eine umfassende Behandlung des Problems derselben in kosmischer Beziehung. Dann folgt der Schlufs des Artikels: „Wie der Zwölfzöller der Urania entstand"? von Dr. Homann. Die leztgenannten Aufsätze, welche von zahlreichen erläuterten Textbildern begleitet sind, können allen Freunden der Himmelskunde zur Belehrung und Unterhaltung warm empfohlen werden. Diesem Hefte ist auch das Inhalts-Verzeichnis des (VII.) Bandes angefügt. —

„Natur und Haus". III. Jahrg.

Heft 14—16. Zur Gartenbepflanzung bringt das neueste Heft einen mit vielen Abbildungen geschmückten Aufsatz ihres Herausgebers Max Hesdörffer. Der Gartenfreund wird darin hingewiesen auf eine ganze Reihe der schönsten und dankbarsten Gartenblumen und gleichzeitig über die richtige Pflanzung und Pflege derselben unterrichtet. Ferner bringen die weiteren Hefte eine Anleitung über Kakteen-Kultur, der sich neuerdings wieder viele Blumenfrennde zuwenden. Sehr lehrreich und nützlich sowohl für den Gartenfreund als auch für den Entomologen ist ein mit vielen Abbildungen geschmückter Aufsatz von E. Sabel: „Die wichtigsten der auf Obstbäumen und Beerensträuchern lebenden Raupen und deren Schmetterlinge". Der Vogelfreund findet ebenfalls wieder mehrfache Belehrung und Anregung durch folgende Artikel: „Die Gartengrasmücke in der Freiheit und Gefangenschaft". Von Professor Dr. W. Hefs. — Die Lerchen als Zimmervögel. Von Dr. Morell. — Einrichtung und Bevölkerung einer Zimmervolière. Von demselben. Beide Aufsätze enthalten reizende Abbildungen. Ferner nennen wir von dem reichen Inhalt der letzten Hefte folgende Artikel: Ein Raubtier-Aquarium. Von O. Schlotke. — Ornithologische Skizzen vom Ostseestrande. Von P. Müller-Kaempff. — Die Bepflanzung der Aquarien. Von M. Hesdörffer. — Der Lachs und sein Fang. Von O. H. Brandt. — Kleine Mitteilungen. — Monatskalender. — Briefkasten.

Heft 20—22.*) Der brasilianische Rehhund, einer eigentümlichen südamerikanischen Hunderasse angehörend und erst kürzlich zum erstenmale nach Europa gebracht, wird in Heft 22 in Wort und Bild von den Brüdern Drombrowski geschildert. Alle Hundefreunde seien auf diese interessante Publikation hingewiesen. In den letzten Heften findet der Naturfreund manches, was ihn interessiert. Eine eingehende Schilderung der „Eifel" von Dr. Dennert bietet auch den Freunden der Länderkunde Wissenswertes. Von den meist illustrierten Aufsätzen seien hier noch besonders genannt: Moostiere und ein seltener Wassermolch. Von Prof. K. Lampert. — Die Rose im Blumentopfe. Von M. Hesdörffer. — Das Sammeln von Meeresalgen. Von E. Lemmermann. — Der Wendehals. Von Max Müller. — Vom Hardun.**) Von R. Puschnig. — Das Heimchen. Von Dr. B. Langkavel, Hamburg. — Heilkräftige Kräuter in Flur und Wald. Von K. Drechsel. — Kleine Mitteilungen. — Monatskalender. — Fragen und Antworten.

---

*) Den Heften 17—19 fehlte die gewöhnlich beiliegende und unserer Publikation zu Grunde liegende Inhaltsangabe. Daher mufste die Mitteilung derselben verschoben werden.

**) Arabische Bezeichnung der Dornechse oder des Schleuderschwanzes (*Stellio vulgaris* Latr.).

Heft 23—24. Die beiden letzten Hefte (23—24) des laufenden (3.) Jahrgangs enthalten: (Heft 23) Im herbstlichen Garten von M. Hesdörffer; (Neue) Papageien des Berliner Zoologischen Gartens; Tropische Wasserpflanzen im Garten (beides mit Illustr.). — Dann folgt Nr. IV. der Studien aus der Eifel von Dennert, die in Heft 24 durch Nr. V. beschlossen werden. — Monatskalender. Bücherschau. — (Heft 24): Wie der Laie der Forschung nützen kann (Thieme). Der Hamster in der Gefangenschaft (Bungartz), mit Illustr. — Hummelleben und Hummelzucht. Einiges über *Friton viridescens*. — Kleine Mitteilungen (Apparate). Dem Hefte liegt bei Titelblatt mit Inhalts-Verz. des 3. Bandes. — Ein Blick in den nun fertig vorliegenden dritten Jahrgang genügt bereits, um die Überzeugung zu gewinnen, daſs diese Zeitschrift ein Volksbildungsmittel von hohem bildenden und praktischen Werte ist. In Wort und Bild versteht sie es gleich vortrefflich in gemeinverständlicher Weise alle Gebiete der Naturkunde zu behandeln, anregend und lehrreich zu wirken und auch der praktischen Nutzanwendung zu dienen. Der stattliche Band mit weit über 100 Originalabildungen nach der Natur bildet thatsächlich eine Fundgrube für Naturfreunde. Wir möchten d. Zeitschr. besonders auch den Lehrern der Naturgeschichte und zur Anschaffung in die Bibliotheken der Seminare und gehobenen Volks- und Bürgerschulen empfehlen. Aus dem reichhaltigen Briefkasten ist zu ersehen, daſs dieselbe bereits weitverbreitet und vielgelesen ist.

Das Wetter.

Meteorologische Monatsschrift von Assmann. XII. Jahrg.

Heft 7. Die meteorologische Station auf dem Brocken. Von R. Aſsmann. — Der Schutz gegen den Blitz. Von M. A. Mac Adie. — Übersicht über die Witterung in Centraleuropa im Mai 1895. — Rudolf Falbs kritische Tage, Sintfluth und Eiszeit. Von Prof. Jul. Märker in Konstanz. (Fortsetzung). — Temperatur- und Feuchtigkeitsbeobachtungen auf der Schneedecke des Brockengipfels. Von R. Süring. — Die 7. Hauptversammlung der deutschen meteorologischen Gesellschaft am 17., 18. u. 19. April zu Bremen. — Wetterankündigung vermittelst weittragender Scheinwerfer. — Meteorologische Notizen und Korrespondenzen. Kl. Mitteilungen. Wolkenbruch in Bobersberg. — Karten-Beilage: Mittlere Isobaren und Isothermen, sowie die Niederschlagsmengen von Centraleuropa für den Mai 1895.

Heft 8. Lamprechts neues Aspirations-Psychrometer. Von R. Aſsmann in Berlin. — Meteorologische Aufgaben für physikalische Laboratorien. Von Prof. Cleveland Abbe. — Übersicht über die Witterung in Centraleuropa im Juni 1895. — Bergfahrten und Luftfahrten in ihrem Einfluſs auf den menschlichen Organismus. Von San.-Rat Dr. J. Lazarus. — Rudolfs Falbs kritische Tage, Sintfluth und Eiszeit. Von Prof. Jul. Märker in Konstanz. (Fortsetzung). — Über das Wetterleuchten. — Die Ursachen des Blitzschlages in die Bäume. — Kl. Mitteilungen: Eine Eishöhle in Schlesien. — Karten-Beilage: Mittlere Isobaren etc. für den Juni 1895.

Heft 9. Über den Kälterückfall im vergangenen Mai. Von Dr. F. Klengel in Chemnitz. — Übersicht über die Witterung in Centraleuropa im Juli 1895. — Das Nachtgewitter vom 30. Juni bis zum 1. Juli 1895. Von A. Stanhope Eyre in Uslar. — Adrées Vorschlag einer Nordpolexpedition im Luftballon. Von O. Baschin in Berlin. — Bergfahrten und Luftfahrten in ihrem Einfluſs auf den menschlichen Organismus. Von San.-Rat Dr. J. Lazarus. (Fortsetzung). — Rudolf Falbs kritische Tage, Sintfluth und Eiszeit. Von Prof. Jul. Märker in Konstanz. (Schluſs). — Meteorologische Notizen und Korrespondenzen. — Notizen: Eine trombenartige Kragenbildung. — Krystallinischer Hagel. — Halos, Nebensonnen und Nebenmonde. — Karten-Beilage: Mittlere Isobaren etc. für den Juli 1895.

Eine neue Zeitschrift.

Nach Gründung der unsern Lesern bereits bekannten geogr. Zeitschrift von Hettner ist nun gefolgt die Gründung der

Zeitschrift für angewandte Mikroskopie,

herausgegeben von H. Marpmann. Leipzig, Verlag von Rob. Thost (Hospitalstr. 10) Preis der jährl. 12 Hefte (à Heft 2 Druckbogen) 10 ℳ.

Von dem 1. Bande dieser (monatlich erscheinenden) Zeitschrift liegen uns 6 Hefte vor. (April—Septbr.). Sie giebt Zeugnis davon, wie sehr sich die Wissenschaft immermehr differentiiert bezw. spezialisiert. Welch stattliche Anzahl von math. und naturw. Spezialzeitschriften sind nun schon seit Gründung der unsrigen erschienen!

Die vorliegende soll nach dem Prospekte dienen: „der praktischen Anfertigung, Untersuchung und Erkennung der mikroskopischen Präparate und der Anwendung dieser Präparate für die Begutachtung“ und hat als Leser besonders im Auge: Ärzte, Apotheker, Chemiker, Lehrer, Techniker etc. überhaupt „Naturforscher und Liebhaber, die nicht gerade Berufsmikroskopiker sind“.

Den Inhalt dieser 6 Hefte anzugeben, würde den für unsere Zeitschriftenschau verfügbaren Raum weit überschreiten. Er zerfällt in Original-Mitteilungen, Referate, Instrumentenkunde und Technik; überdies enthält er auch Praktische Notizen und Litt. Berichte.

Bemerkt sei nur noch, daſs der Instrumentenkunde und der Kunst des Mikroskopierens — einer Kunst, die erlernt sein will, — weitgehende Berücksichtigung zu teil wird.*) Der Herausgeber verfügt auch über ein hygienisches Laboratorium (Leipz. Nürnbergerstr. 54. II), in welchem er Unterrichtskurse für Anfänger und Geübtere eingerichtet hat.

Denjenigen von unseren Herren Fachgenossen, deren wissenschaftliche Domäne die Mikroskopie ist, sei diese neue Zeitschrift vorerst zur Ansicht und Prüfung empfohlen. H.

D. Bibliographie.

(Ergänzung zu Heft 7, S. 529. **Juli und August 1895.**)

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Haller v. Hallerstein, Lehrbuch der Elementar-Mathematik. 10. Aufl. v. Prof. Dr. Hülsen. 2. Tl. Geometrie. (445 S.) Berlin, Nauck. 5,60.

Steuer, Sem. L., Methodik des Rechenunterrichts. 6. Aufl. (412 S.) Breslau, Woywod. 4,50.

Kiepert, Prof. Dr., Grundriſs der Differential- u. Integralrechnung. 1. Tl. 7. Aufl. des gleichnam. Leitfadens v. weil. Dr. Stegemann. (638 S.) Hannover, Helwing. 12,00.

Günther, Oberl. u. Prof. Böhm, Rechenbuch für höhere Lehranstalten. 4. Aufl. (189 S.) Berlin, Müller. 180.

2. Naturwissenschaften.

Kahle u. Böhland, Eſsbare Pilze. 2. Aufl. (112 S.) Lpz., Haacke. 1,80.

Huxley, Allgemeine Einführung in die Naturwissenschaften. Deutsch v. weil. Prof. O. Schmidt. 3. Aufl. (107 S.) Straſsburg, Trübner. 0,80.

---

*) Heft 2—5 enthalten Beiträge zur Theorie und Technik des Mikroskops, so wie Mitteilungen über die Fuesssche mikroskopische Werkstätte in Steglitz bei Berlin.

Niessen, 670 Pflanzenetiketten. Mit praktischen Ratschlägen zur Anlage eines Herbariums. 2. Aufl. Mettmann, Frickenhaus. 1,00.

Schmidt-Henigker, Elektrotechnikers litterarisches Auskunftsbüchlein. Die Litteratur der Elektrotechnik, Elektrizität, Elektrochemie, Magnetismus, Telegraphie, Telephonie u. Blitzschutzvorrichtung der Jahre 1884—95. 3. Aug. (51 S.) Lpz., Leiner. 0,30.

Röll, Dr., Unsere eſsbaren Pilze, in natürl. Gröſse dargest. 5. Aufl. (38 S. m. 15 farb. Taf.) Tübingen, Laupp. 2,00.

Pfeil, Graf v., Die Lufthülle der Erde, der Planeten und der Sonne. 2. Aufl. (76 S.) Berlin, Dümmler. 1,20.

Fricks physikalische Technik, spez. Anleitung zur Ausführung physikalischer Demonstrationen u. zur Herstellung physikal. Apparate. 6. Aufl. v. Prof. Dr. O. Lehmann. 2. Bd. (1054 S.) Braunschweig, Vieweg. 20,00.

3. Geographie.

Baumgartner, Nordische Fahrten. Reisebilder aus Schottland. 1. Titelbild, 23 Abb. u. 19 Tonbild. 2. Aufl. (325 S.) Freiburg, Herder. 5,00.

Gaebler, Schulwandkarte v. Europa. Physikalisch u. politisch. 5. Aufl. 1 : 3200000. Lpz., Lang. 14,00.

September 1895.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Preyer, W., Die Seele des Kindes. Beobachtungen über die geistige Entwickelung des Menschen in den ersten Lebensjahren. 4. Aufl. (462 S.) Leipzig, Grieben. 8,00.

Ostermann, Dr., Das Interesse. Eine psychologische Untersuchung mit pädagog. Nutzanwendungen. (92 S.) Oldenburg, Schulze. 1,00.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Gille, Oberl. Dr., Lehrbuch der Geometrie für höhere Schulen. II. Trigon. und Stereom. Lehrstoff der U II, bezw. I. (23 S.) Halle, Waisenhaus 0,40.

Mahler, Gymn.-Prof., Leitfaden für den Anfangsunterricht in der Planimetrie. (73 S.) Stuttgart, Neff. 0,75.

2. Arithmetik.

Diesener, Die Buchstabenrechnung und Algebra einschliesslich der Logarithmen und des Rechnens mit denselben. Prakt. Unterrichtsbuch. 2. Aufl. (236 S.) Halle, Hofstetter. 4,00.

Breuer, Progymn.-Dir., Das Notwendigste über die natürlichen Logarithmen. (39 S.) Leipzig, Teubner. 0,80.

Simon, Lyc.-Prof. Dr., Didaktik und Methodik des Rechnens und der Mathematik. (128 S.) und

Kiessling, Prof. Dr., Didaktik und Methodik der Physik. (73 S.) München, Beck. 4,00.

Nernst, Prof. Dr. und Prof. Dr. Schönflies, Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften. Kurzgefaſstes Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung mit besonderer Berücksichtigung der Chemie. (309 S.) München, Wolff. 8,60.

Hartl, Prof., Übungsbuch für den Unterr. in der allg. Arithmetik und Algebra an Baugewerk- etc. Schulen. Gegen 3000 Aufg. mit Res. (160 S.) Wien, Deuticke. 2,00.

Frucht, Prof., Lehrbuch der kaufmännischen Arithmetik für kaufm. Fortbildungsschulen. (153 S.) Wien, Hölder. 1,36.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie, Geodäsie, Mechanik.)

Vodušek, Die astronomische Strahlenbrechung. (18 S.) Laibach, Fischer. 0,50.

Förster, Dir. Prof. Dr. und Dir. Dr. Blenck, Populäre Mitteilungen zum astronomischen und chronologischen Teile des preuſs. Normalkalenders für 1896. (19 S.) Berlin, Verlag des statist. Bureaus. 1,00.

Physik.

Sauter, Realgymn.-Prof., Über Kugelblitze. (35 S.) Hamburg, Verlagsanstalt. 0,80.

Heinke, Doc. Dr., Die Grundvorstellung über Elektrizität und deren technische Verwendung. In Form eines Gespräches zwischen Laie und Fachmann. (61 S.) Leipzig, Leiner. 1,50.

Schmidt, Prof. Dr., Moderne Anschauungen über die Kräfte der Elektrizität. (11 S.) Leipzig, Pfeffer. 0,50.

Dressel, L., Soc. Jes., Elementares Lehrbuch der Physik nach den neuesten Anschauungen für höhere Schulen und zum Selbstunterricht. (700 S.) Freiburg, Herder. 7,50.

Brünsicke, A., Flut und Ebbe. Gemeinfaſslich dargestellt. (35 S.) Norden, Braams. 0,30.

Hammerl, Prof. Dr., I. Die elektrische Anlage im physik. Cabinete der Oberrealschule in Innsbruck. II. Über Apparate. (38 S. mit 2 Taf.) Innsbruck, Wagner. 1,20.

Chemie.

Lüpke, Oberl. Doc. Dr., Grundzüge der wissensch. Elektrochemie auf experimenteller Basis. (150 S.) Berlin, Springer. 3,00.

Stettenheimer, Dr., Diskussion der Kräfte der chemischen Dynamik. 3 Vorträge. (88 S.) Frankfurt, Bechhold. 3,00.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Thumm, Assist. Dr., Beiträge zur Biologie der fluorescirenden Bakterien. (89 S.) Karlsruhe, Nemnich. 3,00.

Metzger, Geh. Reg.-R. Prof. Dr., Über Irrtümer, Miſsverständnisse, Namensverwechselungen, Fischerlatein und ähnliche Dinge auf dem Gebiete der Fischkunde und des Fischereiwesens. (20 S.) Kassel, Verlag des Vereins für Naturkunde. 0,60.

Weismann, Aug., Neue Gedanken zur Vererbungsfrage. Eine Antwort an Herbert Spencer. (72 S.) Jena, Fischer. 1,80.

Thomé, Realschuldir. Dr., Der Mensch, sein Bau und sein Leben, nebst Hinweisungen auf die Gesundheitspflege und den Grundzügen der Naturgeschichte des Menschengeschlechtes. (111 S.) Braunschweig, Vieweg. 0,80.

Haeckel, Ernst, Systematische Phylogenie. Entwurf eines natürlichen Systems der Organismen auf Grund ihrer Stammesgeschichte. III. Systematische Phylogenie der Wirbeltiere. (660 S.) Berlin, Reimer. 16,00.

Zoologisches Adreſsbuch. Namen und Adressen der lebenden Zoologen, Anatomen, Physiologen und Zoopaläontologen, sowie der künstlerischen und technischen Hülfskräfte. Herausg. im Auftr. der deutschen zoolog. Gesellsch. (740 S.) Berlin, Friedländer. 10,00.

2. Botanik.

Buschan, Dr., Vorgeschichtliche Botanik der Kultur- und Nutzpflanzen der alten Welt auf Grund prähistorischer Funde. (268 S.) Breslau, Kern. 7,00.

Knuth, Oberl. Dr., Flora der nordfriesischen Inseln. (163 S.) Kiel, Lipsius. 2,50.

Lützow, Die Laubmoose Norddeutschlands. Leichtfaſsliche Anleitung zum Erkennen und Bestimmen der in Norddeutschland wachsenden Laubmoose. Mit 127 Abb. auf 16 Taf. (220 S.) Gera, Köhler. 4,00.

Wettstein, Dr. v., Einige bemerkenswerte Beziehungen zwischen Pflanzen und Tieren. (11 S.) Prag, Haerpfer. 0,30.

3. Mineralogie.

Mikos, Hypothesen über einige kosmologische und geologische Momente, (99 S.) Leipzig, Mutze. 2,00.

Geographie.

Kuhnert, Physikal. Schulwandkarte von Europa. 1 : 3 000 000 Dresden, Müller. 16,00.

Ackermann, Dr., Bibliotheca hassiaca. Repertorium der landeskundlichen Litteratur für das ehemalige Kurfürstentum Hessen. Nachtrag 5 und 6, sowie Autoren-Register für den Hauptteil und die Nachträge 1 bis 6. (18 S., 21 S., 18 S.) Kassel, Selbstverlag. à 0,50.

Günther, Prof. Dr., Siegm., und Prof. Dr. Kirchhoff, Didaktik und Methodik der mathematischen Geographie (44 S.) und der Geographie (67 S. m. 2 Karten). München, Beck. 2,50.

Karte vom Rheinlauf von der Schweiz bis Holland. 174 cm : 17 cm. Wiesbaden, Quiel. 2,00.

Brandt, v., Sittenbilder aus China. Ein Beitrag zur Kenntnis des chines Volkes. (87 S.) Stuttgart, Strecker u. Moser. 1,60

Geistbeck, Dr. und F. Hilschmann, Geographische Zeichenskizzen in einfachster Form. Zur Unterstützung einer anschaulichen Behandlung des geogr. Unterrichts. (72 Kartenskizzen mit 4 S. Text) München, Mey u. Widmayer. 2,00

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Focke, Prof. Dr. und Schulrat Dr. Kraſs, Leitfaden zur Einführung in die Stereometrie und Trigonometrie. 2. Aufl. (32 S.) Münster. Coppenrath. 0,60.

Kambly und Roeder, Trigonometrie. Vollständig nach den preuſsischen Lehrplänen von 1892 bearb. 1. Aufl. (23. der Kamblyschen Trigonom.) (189 S.) Breslau, Hirt. 1,65.

Schmidt, Die Elemente der Algebra für höhere Lehranstalten bearb. 6. Aufl. (380 S.) Trier, Lintz. 3,00.

Schlömilch, Geh.-R. Dr., Compendium der höheren Analysis. 2. Bd. Vorlesungen über einzelne Teile der höheren Analysis. 4. Aufl. (546 S.) Braunschweig, Vieweg. 9,00.

Sternkarte, Drehbare. 17,5 cm : 17,5 cm. 8. Aufl. Mit Text auf der Rückseite. Ravensburg, Maier. 0,50.
Fenkner, Oberl. Dr., Arithmetische Aufgaben. Unter bes. Berücksichtigung von Anwendungen aus dem Gebiete der Geometrie, Physik und Chemie. Pensum der Obersekunda der 9stuf. Anstalten. 2. Aufl. (75 S.) Braunschweig, Salle. 1,00.
Kathrein, Oberrechnungsrat Prof., Lehrbuch der kaufmänn. Arithmetik. 2 Teile. 5. Aufl. (180 S., 160 S.) Wien, Hölder. Geb. 6,20.

2. Naturwissenschaften.

Hlasiwetz, weil. Prof. Dr., Anleitung zur qualitativen Analyse. 11. Aufl. durchgehs. und erg. v. Prof. Dr. Benedikt. (55 S.) Wien, Deuticke. 1,00.
Boymann, Prof. Dr., Lehrbuch der Physik. 6. Aufl. v. Oberl. Dr. Vering. (503 S.) Düsseldorf, Schwann. 4,00.
Hübner, Rektor, Grundzüge der Physik. 3. Aufl. Breslau, Morgenstern. 0,55.
Crookes, Will., Die Genesis der Elemente. 2. deutsche Ausgabe von W. Preyer. (41 S.) Braunschweig. 1,00.
Baenitz, Dr., Lehrbuch der Chemie und Mineralogie unter besonderer Berücksichtigung der chemischen Technologie in populärer Darstellung. 1. Tl.: Chemie. 6. Aufl. (105 S.) Bielefeld, Velhagen und Kl. 3,00.
Steudel, Gemeinfafsliche praktische Pilzkunde. Mit 25 Illustr. auf 17 Taf. 2. Aufl. (87 S.) Tübingen, Osiander. Geb. 2,50.
Sumpfs Grundrifs der Physik. 5. Aufl. bearb. von Dr. Pabst. (310 S.) Hildesheim, Lax. 3,20.
—, Naturlehre. 2. Aufl. Als Leitfaden und Übungsbuch für den Physikunterricht neu bearb. v. Dr. Pabst. (68 S.) Ebda. 0,80.
Kauer, Oberrealschuldir. Dr., Elemente der Chemie für die unteren Klassen der Mittelschulen. 9. Aufl. (134 S.) Wien, Hölder. 1,90.
Thomé, Dir. Dr., Lehrbuch der Zoologie für Gymn. etc. 6. Aufl. (455 S.) Braunschweig, Vieweg. 3,00.
Woldrich, Dr. und Dr. Burgerstein, Leitfaden der Somatologie des Menschen. 8. Aufl. Wien, Hölder. (108 S.) 1,60.

3. Geographie.

Kirchhoff, Prof. Dr. A., Erdkunde für Schulen nach den für Preufsen gültigen Lehrzielen. 3. Aufl. (304 S.) Halle, Waisenhaus. 2,25.
Daniel, weil. Insp. Dr., Handbuch der Geographie. Bearb. v. Prof. Dr. Volz. 2. Die europ. Länder aufser Deutschland. 6. Aufl. (1157 S.). Leipzig, Reisland. 12,00.
Hellinghaus, Dr. Oberl., Aus allen Erdteilen. Illustr. geographische Charakterbilder. 2. Aufl. Münster, Schöningh. in Lfgr. à 0,40.
Richter, Oberl., die deutschen Kolonien. Kurz dargestellt. 2. Auflage (48 S. mit Karte) Paderborn, Junfermann. 1,00.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik, Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. dergl.)

Aphorismen zur Entwicklungsgeschichte der Mathematik im neunzehnten Jahrhundert.

Rede,

gehalten am 18. Oktober 1894 bei Gelegenheit der feierlichen Inauguration des Studienjahres 1894/95 der k. k. Technischen Hochschule Wien von dem antretenden Rektor Emanuel Czuber, k. k. o. ö. Professor der Mathematik.*)

Hochansehnliche Versammlung! Eine kurze Spanne Zeit nur trennt uns von dem Abschlusse eines Jahrhunderts, in welchem die Menschheit gewaltige Kulturfortschritte gemacht hat und das in so mancher Beziehung alle seine Vorgänger weit überstrahlt. Zumal die Wissenschaften und unter ihnen insbesondere diejenigen, welche auf die Erkenntnis der Natur in ihrem weitesten Umfange gerichtet sind, haben eine solche Mehrung ihres Wissensschatzes oder eine so tiefgehende Umgestaltung erfahren, daſs es Berufenen zu einer schönen und dankbaren Aufgabe werden wird, bei Ablauf dieser Zeitepoche zu überschlagen, was uns das achtzehnte Jahrhundert überliefert, wie das ablaufende Jahrhundert das Übernommene verwaltet und gemehrt hat und welchen Bestand an Kenntnissen es dem kommenden übergiebt. Für so manches Wissensgebiet wird diese Säkularbilanz sich zu einer glänzenden gestalten; haben doch viele Disziplinen erst in den letzten hundert Jahren den Anspruch auf den stolzen Namen einer Wissenschaft sich erworben, sind andere aus ihrer früheren untergeordneten Stellung zur Selbständigkeit gediehen, andere endlich erst erstanden!

Die Mathematik, jetzt unbestritten die Führerin der Naturwissenschaften, vermag auf eine mehrtausendjährige Entwicklung zurückzublicken, die — das lehrt ihre Geschichte in schlagender Weise — zu der geistigen Entwicklung der Menschheit in engster Beziehung steht. Zur Zeit der Renaissance, da Wissenschaften und Künste zu neuem Leben erblühten, hat auch sie einen kühnen Aufschwung genommen und sich von da an in immer rascherem Fluge entwickelt, und nicht gering ist der Anteil des neunzehnten Jahrhunderts an ihrer festeren Begründung und ihrem Ausbau. Wenn ich, um einige Jahre vorgreifend, mir erlaube, diesen

*) Abdruck mit gütiger Erlaubnis des Verf. und von ihm für unsere Zeitschrift noch besonders revidiert. Dieser vorzügliche geschichtliche Artikel, der uns schon längst vorlag, muſste leider wegen anderen dringlicheren Materiale für Abteilung III immer wieder zurückgestellt werden. Er soll nun aber den Jahrgang mit beschlieſsen helfen. D. Red.

Anteil darzulegen, so möge mein Vorgreifen damit entschuldigt werden, dafs die einzelne Disziplin von dieser Stelle aus naturgemäfs nur in langen Intervallen zu Worte kommt; sind doch 23 Jahre verflossen, seit mein hochverehrter nächster Fachkollege die gleiche ehrenvolle Gelegenheit fand, über Mathematik zu sprechen. Meine Ausführungen können nicht auf organischen Zusammenhang, noch weniger selbstverständlich auf Vollständigkeit Anspruch erheben; nur einzelne bemerkenswerte Momente aus dem reichen Entwicklungsprozesse sind es, welche ich vorzuführen gedenke.

Die glänzendste Epoche in der Geschichte der Mathematik, mit welcher das neue Zeitalter dieser Wissenschaft anhebt, liegt um zweihundert Jahre hinter uns. Im letzten Drittel des 17. Jahrhunderts begründeten zwei der hervorragendsten Denker aller Zeiten, Leibniz und Newton, unabhängig von einander, eine neue Richtung mathematischer Forschung und erschufen in der Infinitesimalrechnung ein Instrument, auf das Beste geeignet, die Aufgaben zu lösen, welche der Mathematik später von Seite der Naturwissenschaften in reicher Fülle vorgelegt werden sollten. In der Natur ist alles in beständigem Flusse begriffen — schon der griechische Philosoph Heraklit hatte diese tiefe Erkenntnis mit den denkwürdigen Worten: *παντα ῥεῖ* ausgesprochen; soll daher die Mathematik der Erforschung der Natur dienen können, so darf sie nicht bei der Betrachtung starrer Grössen stehen bleiben, sie mufs vielmehr auch die Gesetze der Abhängigkeit veränderlicher Grössen in ihren Bereich aufnehmen. Dieser grofse Schritt war mit der Erfindung der Differential- und Integralrechnung gethan. Er geschah nicht unvermittelt; eine stattliche Reihe von hervorragenden Männern des 17. Jahrhunderts bereitete ihn, zunächst an den bedeutendsten Mathematiker des Altertums, an Archimedes anknüpfend, wirkungsvoll vor. Kepler, Cavalieri, Descartes, Fermat, Roberval, Torricelli, Gregorius a Sto. Vincentio, Wallis, Huygens, Pascal, Sluse, Hudde behandelten Probleme, welche nach der heutigen Auffassung der Infinitesimalrechnung angehören, und gaben der Lösung mitunter eine Form, dafs es nur der entsprechenden Benennungen und Zeichen bedurfte, um sie in modernem Lichte erscheinen zu lassen. Unter allen Vorarbeiten ragt aber eine besonders hervor; es ist Descartes' Geometrie von 1637, von welcher später noch zu sprechen sein wird, da ihr in der Entwicklungsgeschichte der Geometrie selbständige Bedeutung zukommt; Descartes' Erfindung der analytischen Methode in der Geometrie ist zur Grundlage für die Erfindung der Infinitesimalrechnung geworden.

Dem 18. Jahrhundert fiel die schöne Aufgabe zu, die von Leibniz und Newton gegebenen Ideen weiter auszuführen und die darauf beruhende Methode, von einer Universalität ohnegleichen, auf die reiche Fülle bereits gestellter Probleme, zu deren Bewältigung es an den nötigen Hilfsmitteln bisher gemangelt hatte, sowie auf die sich immer neu darbietenden Aufgaben anzuwenden. Ein herrliches Arbeitsfeld war damit den Mathematikern des vorigen Jahrhunderts eröffnet und sie haben es reich bestellt. Zu den ersten, welche sich in die neuen Ideen einlebten, gehören die hochbegabten streitbaren Brüder Jakob und Johann aus der grofsen Baseler Mathematikerfamilie der Bernoulli; durch ihren regen Briefwechsel mit Leibniz nahmen sie an der Begründung der Infinitesimalrechnung hervorragenden Anteil, der sie neue Gedanken und Probleme zuführten. Der Jüngere, Johann, gab das erste Lehrbuch der Integralrechnung heraus; unter seinem Einflusse entstand auch das erste Lehrbuch der Differentialrechnung, welches den Marquis de l'Hospital zum Verfasser hatte und lange das einzige dieser Art blieb. Den gröfsten Anteil an der Ausbildung und Verbreitung der neuen mathematischen Disziplin haben aber Euler, einer der bedeutendsten, jedenfalls der fruchtbarste mathematische Schriftsteller des vorigen Jahrhunderts, und Lagrange, der aber nicht nur zeitlich, sondern auch seiner Forschungsweise nach in unser Jahrhundert

übergreift. Unter denen, welche, an Newton sich anschliefsend, den neuen Kalkul weiter ausbildeten, steht in erster Linie Maclaurin.

Den Arbeiten des 18. Jahrhunderts ist, mit wenigen Ausnahmen, ein gewisser Zug von Naivetät eigentümlich, indem die Mathematiker dieser Periode in dem vollen Glauben an die absolute Verläfslichkeit der Infinitesimalrechnung auf die strenge Begründung der Resultate wenig Gewicht legten.

So übernahm das 19. Jahrhundert von seinem Vorgänger eine wenigstens in den äufseren Umrissen zu einem gewissen Abschlufs gebrachte Methode der höheren Analysis, deren Forschungsgebiet die Theorie der Funktionen ist, und ansehnliche Teile dieser Theorie selbst. Will man in seine eigenen Leistungen einen Einblick gewinnen, so ist es unerläfslich, den fundamentalen Begriff der Analysis, den Begriff der Zahl, in seiner Entwicklung zu verfolgen.

Ihre erste Erweiterung erfuhr die Reihe der natürlichen Zahlen durch Einführung der Brüche. Das Rechnen mit ganzen Zahlen und Brüchen war aber schon sehr frühzeitig zu einem hohen Grade der Ausbildung gelangt. Haben doch die Ausgrabungen auf der merkwürdigen Kulturstätte zwischen Euphrat und Tigris die Thatsache gelehrt, dafs hier vor etwa 5000 Jahren eine Darstellung der Zahlen in Zeichen bekannt war, die bald dem Dezimal-, bald dem Sexagesimalsystem angehört und die Merkmale der von den Indern stammenden, jetzt gebräuchlichen Schreibweise an sich trägt; Spuren dieser Darstellung nach der Grundzahl 60 besitzen wir noch in unserer Stunden- und Gradteilung. Und das älteste schriftliche Denkmal egyptischer Mathematik, jenes denkwürdige, an 4000 Jahre alte Handbuch, das im *Papyrus Rhind* uns erhalten geblieben ist, enthält eine Tabelle der Zerlegung von Brüchen in Stammbrüche, die schon eine bedeutende Praxis im Bruchrechnen voraussetzt.

Die Einführung negativer Zahlen schreibt man den für Arithmetik und Algebra hochbegabten Indern zu; der älteste der bekannten indischen Astronomen, Aryabhatta, der (im 6. Jahrh.) über Mathematik schrieb, kennt sie bereits und weifs sie auch zu deuten. Ins Abendland sind die negativen Zahlen durch Vermittlung der Araber gekommen, man begegnet ihnen zu Beginn des 13. Jahrhunderts bei Leonardo von Pisa. Über die Zulässigkeit negativer Gleichungswurzeln blieb man aber bis in das 17. Jahrhundert im Unklaren; erst von da an begann man sie richtig zu deuten und mit ihnen zu rechnen, obwohl selbst Descartes, dem man gerade in dieser Richtung wesentliche Fortschritte verdankt, von den negativen Wurzeln als von falschen Wurzeln redet.

Der Begriff des Irrationalen hat sich bei den Griechen aus der Vergleichung geometrischer Gröfsen entwickelt. Pythagoras erkannte die Unmefsbarkeit der Diagonale des Quadrates durch die Seite und er selbst oder seine Schule gab einen Beweis hierfür. Bis zur Erkenntnis der Existenz irrationaler Zahlen währte es jedoch lange; ja eine exakte Formulierung dieses Begriffes konnte sich erst auf Grund der leitenden Ideen der Infinitesimalrechnung ergeben. Befriedigende Theorien dieser Zahlengattung verdanken wir vollends der neuesten Zeit; Weierstrafs, Dedekind und G. Cantor haben solche gegeben. Eine tiefergehende Scheidung der irrationalen Zahlen in algebraische und transcendente hat Kronecker in die Mathematik eingeführt, indem er solche Irrationalzahlen, die einer algebraischen Gleichung mit ganzzahligen Koeffizienten Genüge leisten, scheidet von den übrigen. Dieser feinen und auf langem beschwerlichen Wege erlangten, für die moderne Mathematik wichtigen Auffassung verdanken wir die endgiltige Entscheidung über ein Problem, dessen Geschichte, fast so alt wie die Geschichte der menschlichen Kultur, einen Zeitraum von vier Jahrtausenden umfafst: es ist das Problem der Quadratur des Zirkels, an dessen Lösung sich so viele berufene und unberufene Köpfe versucht haben. Erst vor zwölf Jahren ist es Linde-

mann gelungen, auf Grund von Vorarbeiten Hermite's den unanfechtbaren Beweis zu liefern, dafs die Zahl, welche das Verhältnis des Kreisumfangs zum Durchmesser ausdrückt, transcendent sei, dafs also die Verwandlung des Kreises in ein gleich grofses Quadrat sich nie und nimmer auf die beiden Postulate Euklids wird zurückführen lassen. Die Quadratur des Zirkels ist aber ein glänzendes Beispiel dafür, welchen Nutzen die Wissenschaft selbst aus der Verfolgung unerreichbarer Ziele ziehen kann.

Von dem Auftreten der Forderung, aus einer negativen Differenz die Quadratwurzel zu ziehen, bis zur Einführung der komplexen Zahlen als völlig gleichberechtigt mit den reellen, war ein weiter Weg zurückzulegen. Jene Forderung ist bei Heron von Alexandrien an der Wende des ersten Jahrhunderts zum erstenmale nachgewiesen, die Einbürgerung der komplexen Zahlen in der Mathematik gehört dagegen unserem Jahrhundert an. Den alten Algebraisten galt das Auftreten imaginärer Wurzeln bei Auflösung einer Gleichung als Zeichen für die Widersinnigkeit der gestellten Aufgabe; sie liefsen solche Lösungen höchstens aus dem formalen Grunde zu, um dem Satze, eine algebraische Gleichung besitze so viele Wurzeln als ihr Grad angiebt, allgemeine Geltung zu verschaffen. Selbst Cauchy, einer der bedeutendsten modernen Analytiker, sprach den komplexen Gröfsen anfänglich nur die oben erwähnte Bedeutung zu und wollte in ihnen weiter nur ein vortreffliches Rechnungsmittel erblicken. Erst durch Gaufs wurde den komplexen Zahlen ihre richtige Stellung angewiesen und die Theorie derselben von einem Gesichtspunkte aus entwickelt, der die Richtung erkennen liefs, nach welcher eine Verallgemeinerung möglich ist. Diese trat denn auch einige Decennien später ein; man hat sich dem Studium komplexer Zahlen zugewendet, welche, ähnlich wie die gewöhnlichen der allgemeinen Arithmetik aus zwei, aus beliebig vielen Einheiten verschiedener Natur zusammengesetzt sind. Die von Hamilton erfundenen Quaternionen stellen sich als ein solches auf vier Einheiten gegründetes Zahlensystem dar, das in vielfältiger Anwendung auch schon seine praktische Berechtigung erwiesen hat.

Wenn man den Entwicklungsgang des Zahlbegriffs überschaut, so drängt sich unwillkürlich eine Wahrnehmung auf. Dieselbe Stufenfolge, welche im Laufe von Jahrtausenden diesen Begriff auf die heutige Höhe gebracht hat, mufs der Jünger der Mathematik durcheilen, will er zu den letzten Erscheinungsformen dieses Fundamentalbegriffs seiner Wissenschaft vordringen.

Im Mittelpunkte der grofsen Schöpfungen auf dem Gebiete der Analysis, welche diesem Jahrhundert angehören, steht die Theorie der Funktionen komplexer Variabeln. Von Gaufs und Cauchy begründet, verlieh dieselbe der Analysis erst den Charakter der Allgemeinheit und eröffnete der Forschung ein unermefsliches Gebiet. Vor ihrer völligen Ausbildung schon ward sie von Abel und Jacobi der Erforschung einer neuen Gattung transcendenter Funktionen zugrunde gelegt, deren Name mit dem Problem der Rektifikation der Ellipse zusammenhängt. An der Wende des Jahrhunderts erfuhr nämlich die Analysis eine bedeutende Bereicherung durch Legendre, welcher eine umfassende Klasse von Integralen irrationaler algebraischer Funktionen der Untersuchung unterzog und insbesondere den Nachweis führte, alle Integrale dieser Klasse seien auf drei Grundformen zurückführbar; und da eine dieser Grundformen den Ausdruck für einen Ellipsenbogen darstellt, gab er der ganzen Klasse den Namen elliptische Integrale. Als wichtiger und folgenreicher erkannten Abel und Jacobi die Umkehrung eines dieser Integrale, nämlich die Auffassung der veränderlichen oberen Grenze als Funktion des Integralwertes, und schufen so die elliptischen Funktionen. Der tiefe Blick des genialen Abel erkannte in diesen nur einen besonderen Fall einer viel allgemeineren Gattung von Transcendenten, welche nun seinen Namen führen und deren grundlegende Eigenschaften

von ihm und Jacobi erforscht worden sind. Mit grofsem Erfolge nahm Riemann das Studium dieser Abel'schen Funktionen auf, nachdem er die Theorie der Funktionen einer komplexen Variabeln von einem neuen Standpunkte aus begründet und in den nach ihm benannten mehrblättrigen Flächen diesem schwierigen Gebiete der Analysis ein Forschungsmittel von unschätzbarem Werte verliehen hatte. Die Grundlagen der Riemann'schen Theorie der Funktionen einer komplexen Veränderlichen lassen den Zusammenhang unmittelbar erkennen, der diese Theorie mit dem Problem der konformen Abbildung, mit der Theorie der Minimalflächen und des Newton'schen Potentials verbindet, Gegenständen von grofser, auch praktischer Tragweite, an deren unserem Jahrhundert gehörige Litteratur sich vornehmlich die Namen Gaufs, Schwarz, Dirichlet und C. Neumann knüpfen. Aus einer neuen Auffassung des elliptischen Integrals erster Gattung, das schon zu den elliptischen Funktionen geführt hatte, gingen später die elliptischen Modulfunktionen hervor, um deren Theorie sich Hermite und Klein besonders verdient gemacht haben.

Eine bedeutungsvolle Introduktion empfing das Jahrhundert der Naturwissenschaften, wie man das neunzehnte mit voller Berechtigung nennen kann, durch die Ausbildung der analytischen Theorie der Wahrscheinlichkeiten; Laplace, Legendre und Gaufs bemühten sich um die Schaffung von Methoden, durch welche aus Beobachtungen Resultate zu gewinnen wären, die von den natürlichen Mängeln unserer Wahrnehmung möglichst befreit sind; Gaufs gelang es, eine solche Methode vollständig auszubilden, und das Verdienst an dem hohen Grade der Präzision, welcher die neueren Resultate namentlich auf astronomischem, geodätischem und physikalischem Gebiete auszeichnet, fällt nicht zum kleinsten Teile der konsequenten Anwendung dieser Methode zu.

Die Inangriffnahme so umfassender Theorien mit ihren schwierigen und oft heiklen Problemen machte eine kritische Durchforschung und strengere Darstellung der Grundlagen der Analysis unerläfslich notwendig. Ein solcher Zug tritt uns schon in den Arbeiten Lagrange's entgegen, seit Gaufs und Cauchy ist er bei den führenden Mathematikern zum herrschenden geworden. Insbesondere seit Mitte des Jahrhunderts richteten die hervorragendsten unter ihnen ihr Augenmerk auf die Fundamente der Analysis, auf den Begriff der Gröfse und der Zahl im allgemeinen und der irrationalen insbesondere, auf den Begriff der Grenze, der Stetigkeit, des Unendlichkleinen, auf den Begriff der Funktion, welcher gegenüber der Form, in welcher er durch Euler in die Analysis eingeführt worden war, wesentliche Erweiterung erfuhr durch Dirichlet. Die Arbeiten von Grafsmann, Weierstrafs, Kronecker, Riemann, G. Cantor gehören zu dem Hervorragendsten, was in dieser Richtung geleistet wurde. Diese kritisch sichtende Thätigkeit hat viel dazu beigetragen, dafs den Deutschen, von welchen sie vornehmlich geübt wird, die Führerschaft in der Mathematik zufiel.

Zum Ausgangspunkte der Entwicklungsgeschichte der Geometrie kann füglich das dritte vorchristliche Jahrhundert genommen werden. Seinen Anfang bezeichnen die Elemente Euklid's, welche seither und bis auf den heutigen Tag die Grundlage der Geometrie bilden und unbestritten als das glänzendste Denkmal griechischen Geistes gelten; mit seinem Ende fällt des Apollonius von Pergae Buch über die Kegelschnitte zusammen, das sich den Elementen würdig an die Seite stellt. Bis in das erste Drittel des 17. Jahrhunderts blieb die in den Elementen befolgte Methode geometrischer Betrachtung, die euklidische genannt, die allein herrschende; auch heute noch liegt sie dem ersten wissenschaftlich gestalteten geometrischen Unterrichte zugrunde und so wird es in der Hauptsache wohl auch fernerhin bleiben; denn jeder geometrischen Forschung, mag sie mit welchen Mitteln immer betrieben werden, mufs

die Erkenntnis der Eigenschaften gewisser beständig wiederkehrender Grundformen vorausgehen, und diese Kenntnis vermittelt die Geometrie Euklid's auf dem geeignetsten Wege. Höchst bemerkenswert ist die Art und Weise, wie und mit welchem Erfolge die spätere Zeit an die Kegelschnitte des Apollonius anknüpfte: die epochemachenden Entdeckungen Kepler's auf astronomischem Gebiete beruhten auf seiner genauen Kenntnis dieses klassischen Werkes und gaben den Anstoſs zur Wiederaufnahme des Studiums dieser merkwürdigen Linien, deren eine, die Ellipse, nun als Planetenbahn besondere Bedeutung erlangt hatte.

Eine neue Forschungsmethode ward der Geometrie vor Mitte des 17. Jahrhunderts gegeben; aus der glücklichen Vereinigung der Geometrie mit der Algebra, welche gleich folgenreich werden sollte für beide Zweige der Mathematik, entsprang die analytische Geometrie. Ihre Erfindung vollzogen Fermat und Descartes fast gleichzeitig und unabhängig von einander; zugeschrieben wird sie dem letzteren als demjenigen, welcher sie zuerst veröffentlichte, und es ist bereits hervorgehoben worden, daſs seine Geometrie vom Jahre 1637 eine der mächtigsten Grundlagen für die Erfindung der Infinitesimalrechnung gebildet hat.

Bot die analytische Geometrie ein neues kräftiges Mittel zur Untersuchung der Eigenschaften der Kegelschnitte, so sollte diesem Zwecke fast zur selben Zeit noch ein anderes dienstbar gemacht und damit die Schaffung einer Methode geometrischer Forschung angebahnt werden, welche heute der analytischen ebenbürtig zur Seite steht. Desargues und Pascal fanden die Wurzel einer groſsen Zahl allgemeiner Eigenschaften der Kegelschnittslinien in dem Kreise, indem sie die Bedeutung der Thatsache richtig erkannten, daſs Ellipse, Hyperbel und Parabel aus dem Kreise durch zentrale Projektion sich gewinnen lassen; zum erstenmale erschienen Sätze über Kegelschnitte im allgemeinen, während bisher jede dieser Linien nur einzeln für sich Gegenstand der Untersuchung war, und die Methode, durch welche jene Sätze gewonnen wurden, ist die der Projektion.

Anderthalb Jahrhunderte muſste es dauern, bis die durch Desargues und Pascal gegebene Anregung weitere Erfolge zu verzeichnen hatte; diese kamen aber dann in solcher Fülle und die von den einzelnen Forschern geförderten Resultate fügten sich so glücklich zusammen, daſs man schon im zweiten Drittel unseres Jahrhunderts von einer neuen Richtung in der Geometrie sprechen kann, die von den einen als neuere, von andern als synthetische oder als Geometrie der Lage, wieder von andern und am treffendsten als projektive Geometrie bezeichnet wird. Carnot, Poncelet, Chasles sind ihre Begründer, v. Staudt und Steiner ihre bedeutendsten Vertreter in Deutschland, die an ihrem Ausbau den gröſsten Anteil haben. Es giebt kaum ein zweites Beispiel einer gleich raschen Aufführung eines wissenschaftlichen Gebäudes, wie es die projektive Geometrie darbietet. Was ihr einen besonderen Vorzug verleiht, das ist das anschauliche und unmittelbare Operieren mit den Elementen der Konstruktion selbst, mit den Punkten, Geraden und Ebenen, zum Unterschiede von der analytischen Geometrie, bei welcher das gewissermaſsen fremde Hilfsmittel der Koordinaten dazwischen kommt; der analytischen Methode muſs hingegen gröſsere Universalität zugesprochen werden.

Hier ist der Ort, von einer geometrischen Disziplin zu reden, die, obwohl ihre ersten Anfänge in eine weit zurückliegende Zeit reichen, doch mit ihrer Entwicklung unserem Jahrhundert angehört und an dem Emporblühen der technischen Wissenschaften ihr gut Teil Verdienst hat. Die darstellende Geometrie feiert als ihren Begründer Monge, den gröſsten Geometer an der Wende dieses Jahrhunderts, der nach mannigfachen Richtungen geometrische Forschung anregte, nicht nur in Frankreich, sondern auch in Deutschland. Er war der erste Lehrer dieses Faches an der genau vor hundert Jahren gestifteten École Polytechnique,

dem Vorbild der technischen Hochschulen des ganzen Kontinents. Glückliche Anfänge zur Erforschung und Nutzbarmachung der geometrischen Gesetze, welche sich aus der richtigen bildlichen Darstellung räumlicher Objekte abziehen lassen, gehören der Zeit der Renaissance an, wo künstlerisches Schaffen häufig mit tiefer wissenschaftlicher Spekulation sich paarte; ging doch die Begründung der Perspektive von Lionardo da Vinci und Albrecht Dürer aus. Auch Desargues, welchen ich unter den Vorläufern der projektiven Geometrie nannte, hat beachtenswerte Anfänge in dieser Richtung gemacht. Seit Monge aber und insbesondere seit der nur um wenige Decennien zurückliegenden Zeit, da sie sich mit der ihr stammverwandten projektiven Geometrie organisch verbunden, hat die darstellende Geometrie sich zu einer selbständigen Disziplin erhoben, die nicht allein praktisch-technischen Zwecken zu dienen hat, sondern ein eminentes Forschungsmittel der Raumgeometrie bildet. Deshalb haben in jüngster Zeit auch die Universitäten diesem an den technischen Hochschulen großgezogenen Sprößling der Geometrie ihre Aufmerksamkeit zugewendet und, seine das räumliche Anschauungsvermögen bildende Kraft anerkennend, ihm die Pforten geöffnet.

Sowie die projektive Geometrie für den Ausbau der darstellenden von größtem Einflusse war, so fanden ihre Grundideen auch Eingang in die analytische Geometrie und wirkten auf diese umgestaltend ein; an dieser Reform haben Möbius, Plücker, Hesse, Clebsch hervorragenden Anteil. Aber auch für die Algebra wurden die Betrachtungsweisen der projektiven Geometrie nutzbar gemacht; aus dem Studium der analytischen Ausdrücke, welche bei Untersuchung algebraischer Kurven und Flächen zutage treten, und der Wandlungen, welche sie bei verschiedenen Transformationen der Koordinaten erfahren, bildete sich eine Theorie der algebraischen Formen und ihrer Invarianten aus, deren Urheber Cayley ist.

Ein einfacher Gedanke, in veränderter Auffassung und äußerster Verallgemeinerung, liegt dem jüngsten Zweige der Mathematik, der Theorie der Transformationsgruppen zugrunde, als deren Hauptvertreter Sophus Lie zu bezeichnen ist. Man weiß, daß die successive Ausführung zweier beliebiger Koordinatentransformationen sich immer durch eine solche Transformation ersetzen läßt. Die genannte Theorie beschäftigt sich nun mit der Untersuchung solcher Systeme von Transformationen analytischer Ausdrücke, deren zwei nacheinander ausgeführt in bestimmtem Sinne äquivalent sind einer einzigen aus demselben System. Sie hat großen Gebieten der Geometrie wie der Analysis, hier namentlich der Theorie der Differentialgleichungen, neue weitausgreifende Gesichtspunkte eröffnet.

Von ihrem Standpunkte aus wurde neuerdings auch eine Frage in Angriff genommen, welche, von mathematischem und philosophischem Interesse zugleich, hervorragende Denker des Jahrhunderts vielfach beschäftigt hat und noch beschäftigt; es ist die Frage nach den Grundlagen der Geometrie. Die in eine ferne Zeit zurückreichende Kritik der Axiome und Postulate, auf welche Euklid sein bewunderungswürdiges Gebäude gegründet hat, stieß sich immer wieder an dem sogenannten Parallelenaxiom, welches aussagt, daß durch einen außerhalb einer Geraden liegenden Punkt nur eine zu ihr parallele Gerade gelegt werden könne. Man wollte dieser vermeintlichen Unvollkommenheit an dem Werke Euklid's dadurch abhelfen, daß man das genannte Axiom mit Hilfe der anderen zu beweisen sich bemühte. Die Vergeblichkeit solcher Versuche wurde erst klar, als Lobatschewsky (1826—28) eine in sich widerspruchsfreie Geometrie aufbaute, die das Parallelenaxiom fallen läßt. Helleres Licht verbreitete sich über die ganze Frage erst dann, als sie seit den Fünfzigerjahren durch Riemann, Helmholtz, Beltrami, Klein u. a. mit den Hilfsmitteln der analytischen Geometrie von neuem in Angriff genommen

wurde. In den von Riemann geschaffenen rein analytischen Begriff der Mannigfaltigkeiten von konstantem Krümmungsmafs ordnet sich der Raum unserer Anschauung oder, wie er gegenwärtig genannt wird, der euklidische Raum als dreidimensionale Mannigfaltigkeit vom Krümmungsmafs Null ein; diese Analogie weiterführend, läfst man auch den dreidimensionalen Mannigfaltigkeiten mit einem von Null verschiedenen Krümmungsmafs Raumformen entsprechen, die, der Anschauung unzugänglich, als nichteuklidische Raumformen bezeichnet werden; jeder solchen Raumform entspricht eine Geometrie, in welcher das Parallelenaxiom nicht gilt, eine nichteuklidische Geometrie. Auch den Mannigfaltigkeiten von mehr als drei Dimensionen hat man, den besonderen Fall unseres Anschauungsraumes zum Muster nehmend, Räume zugeordnet und dadurch die leicht verständliche Sprache der Geometrie auf analytische Probleme ausgedehnt, die geometrischer Deutung im gewöhnlichen Sinne nicht fähig sind. Mit den auf Täuschung berechneten Experimenten der Spiritisten haben diese von der Mathematik geschaffenen mehrdimensionalen Räume nichts zu schaffen.

So haben Analysis und Geometrie, einander immer inniger durchdringend und gegenseitig sich fördernd, in diesem Jahrhundert gewaltige Fortschritte gemacht. Auch die flüchtige Rückschau auf ihren Entwicklungsgang führt zu der erfreulichen Erkenntnis, dafs die Mathematik den Wissensschatz, welchen sie vom 18. Jahrhundert übernommen, reichlich gemehrt, fester begründet und mit neuen weittragenden Ideen befruchtet, dem kommenden Jahrhundert überliefert.

Diese achtunggebietende Leistung ist gewifs vor allem dem intensiven Betriebe zu danken, dessen die Mathematik sich in unserer Zeit an den Hochschulen zu erfreuen hat, und der grofsen Zahl derer, welche sich diesem Gebiete geistiger Thätigkeit jetzt zuwenden. Es sind aber auch die äufseren Mittel, deren sich die Forschung bedient, von Grund aus andere geworden. Gelehrter Briefwechsel und selbständige Werke, bei welch letzteren zwischen Fertigstellung und Erscheinen oft ein langer Zeitraum verstrich, waren früher die einzigen Wege litterarischen Verkehrs. Die in der zweiten Hälfte des 17. Jahrhunderts erfolgte Gründung mehrerer gelehrten Gesellschaften hat manches daran gebessert, da nun in eigenen periodischen Schriften über die Arbeiten der Mitglieder berichtet wurde; der Mathematik konnte aber dabei naturgemäfs neben der grofsen Zahl anderer Disziplinen nur ein beschränkter Raum zufallen. Ähnlich war es bei den im 17. Jahrhundert unternommenen Ansätzen zur Gründung wissenschaftlicher Zeitschriften. Eine eigentliche Fachzeitschriftenlitteratur, welche rasche Veröffentlichung gröfserer und kleinerer Arbeiten ermöglicht, hat sich erst in diesem Jahrhundert ausgebildet und ist jetzt schon zu einem gewaltigen Umfange angewachsen. In Deutschland wurde mit dem 1826 durch Baurat Crelle gegründeten Journal für die reine und angewandte Mathematik ein höchst bedeutungsvoller Anfang gemacht; in dieser vornehmsten mathematischen Zeitschrift haben die bedeutendsten Vertreter des Faches einen Teil ihrer Arbeiten niedergelegt. Die folgende Zeit brachte noch vier weitere deutsche Zeitschriften, deren eine vorherrschend pädagogische Zwecke verfolgt. Das deutsche Beispiel fand bald allenthalben Nachahmung, und gegenwärtig verfügt jedes der europäischen Kulturgebiete über ein oder mehrere mathematische Journale. Auch Amerika, wo man in jüngster Zeit mathematischen Studien mit erhöhtem Eifer sich hingiebt, ist nachgefolgt und selbst in Japan ist ein mathematisches Fachorgan entstanden. Denkt man sich noch die Publikationen der Akademien und wissenschaftlichen Vereinigungen hinzu, so giebt das mit der Bücherlitteratur zusammen eine solche Fülle wissenschaftlicher Produktion, dafs der Einzelne ohne fremde Beihilfe nicht mehr imstande ist, selbst die seinem speziellen Gebiete angehörenden Arbeiten anderer ausfindig zu machen.

Diesem Bedürfnis nach rascher und vollständiger Orientierung kommt das 1868 in Berlin begründete Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik in vorzüglicher Weise entgegen, indem es alle Arbeiten eines Jahres nach einem detaillirten Schema geordnet mit kurzen Inhaltsangaben zusammenstellt. Ein internationales Komité, das in Paris sein Bureau hat, bereitet eine Bibliographie vor, welche alle mathematischen Arbeiten vom Beginn dieses Jahrhunderts an umfassen soll.

Eines schönen Unternehmens mufs noch gedacht werden, welches einige gelehrte Korporationen in das Programm ihrer Thätigkeit aufgenommen haben: Die Veranstaltung monumentaler Gesamtausgaben der Arbeiten jener ihrer Mitglieder, welche an dem Fortschritt der Wissenschaft hervorragend beteiligt waren. Dieser Quelle verdanken wir die schönen Ausgaben von Lagrange, Laplace, Cauchy, Gaufs, Möbius, Jacobi, Steiner, Dirichlet, Grafsmann, Kronecker, Plücker, Weierstrafs.*

Der regen Thätigkeit auf mathematischem Gebiete hat Cayley gelegentlich der Versammlung der britischen Gesellschaft im Jahre 1883 mit den Worten Ausdruck verliehen: „Niemals ist Mathematik eifriger gepflegt worden, niemals mit gröfserem Erfolg, als in diesem Jahrhundert, in der letzten Hälfte desselben, in unseren Tagen. Der Fortschritt ist enorm, das Feld ohne Grenzen, die Zukunft voll Hoffnung."

Diesem begeisterten Ausspruche Cayley's kann noch ein gewichtiges Wort beigefügt werden: „Niemals stand die Mathematik in so hohem Ansehen wie in unseren Tagen." Das verdankt sie den reichen Beziehungen, in welche sie als Seele der Naturwissenschaften zur modernen Kultur getreten ist. Es ist eine unbestrittene Thatsache, dafs an der völligen Umgestaltung des ganzen Lebens der modernen Menschheit die Naturwissenschaften den hervorragendsten Anteil haben. Diese gewaltige Umwälzung konnten sie aber erst vollführen, nachdem ein neuer Geist in sie gedrungen war. An die Stelle der metaphysischen Spekulation, welche von den Thatsachen sich ablösend schliefslich in ein leeres Spiel mit Vorstellungen ausarten mufste, ist die auf sorgfältiges, planmäfsiges, verfeinertes Beobachten gegründete Erforschung der Gesetze getreten, nach welchen die Erscheinungen in ihrem ewigen Wechsel sich vollziehen. Dadurch erst ist die Naturforschung zu einer Wissenschaft und fähig geworden, „die vernunftlosen Mächte der Natur den sittlichen Zwecken der Menschheit dienstbar zu unterwerfen." Ein Gesetz aber, das quantitative Beziehungen betrifft, findet seinen prägnantesten Ausdruck in einer mathematischen Formel, und die Anwendung eines solchen Gesetzes zur Erreichung eines vorgezeichneten Zweckes ist ein mathematisches Problem.

Haben die Naturwissenschaften im engeren Sinne die Erforschung der Gesetze, so haben die technischen Wissenschaften sich ihre Anwendung auf die grofsen Kulturzwecke zur Aufgabe gemacht. Dieses Verhältnis beider zu einander findet seinen klarsten Ausdruck an der Hand jenes Prinzips, in welchem sich die bedeutendste und am tiefsten eingreifende Naturerkenntnis dieses Jahrhunderts ausspricht, an der Hand des Prinzips von der Erhaltung der Kraft. Den Naturwissenschaften fällt es zu, die verschiedenen Erscheinungsformen des unabänderlichen Vorrates an Energie, mit welchem das Weltall ausgestattet ist, die Gesetze des Überganges der einen Form in die andere zu studieren und alle Formen auf ein einheitliches Mafs zurückzuführen. Die technischen Wissenschaften dagegen schöpfen aus diesem unermefslichen Vorrate und schaffen auf Grund der erforschten Gesetze die geeigneten Mittel, um eine bestimmte Form der Energie einem genau umschriebenen Zwecke dienstbar zu machen. Nicht den Eingebungen eines empirisch gewonnenen praktischen Gefühls, sondern der bewufsten Anwendung der

*) Die vier letzten im Erscheinen begriffen.

Naturgesetze verdanken die bewunderungswürdigen Werke der modernen Technik ihr Dasein.

Aus den innigen Beziehungen zwischen den Naturwissenschaften und der Mathematik einerseits und den technischen Disziplinen andererseits haben die ersteren auch manche Vorteile gezogen, indem sie vielfach wertvolle Anregung empfingen, und gerade bei der Entdeckung des Gesetzes von der Erhaltung der Kraft hat die Technik hervorragend mitgewirkt und ist auch bei seiner weiteren Ausgestaltung lebhaft beteiligt.

Ich glaube mich nach diesen Ausführungen der Verpflichtung enthoben, auf die hohe Bedeutung mathematischer Studien für den Techniker besonders hinzuweisen; sie ist allgemein anerkannt und äufserlich dadurch zum Ausdruck gebracht, dafs man in dem Lehrorganismus der technischen Hochschulen unter den grundlegenden Disziplinen der Mathematik den ersten Platz eingeräumt hat.

Indem ich den feierlichen Akt schliefse, mit welchem wir ein neues Jahr der Arbeit beginnen, drängt es mich, an die hohe Regierung die Bitte zu stellen, sie möge in weiser Würdigung der grofsen Bedeutung des technischen Studiums seinen Pflegestätten wohlwollende Aufmerksamkeit zuwenden und mit freudiger Hand die Mittel zu seiner weiteren Ausgestaltung bieten. Was an uns liegt, so wollen wir mit erneutem Eifer der doppelten Aufgabe uns hingeben, an dem weiteren Ausbau der hier vertretenen Disziplinen redlich mitzuwirken und für die grofse Kulturarbeit tüchtige Kräfte heranzubilden. Dazu bedarf es aber auch Ihrer Mitwirkung, meine lieben Kommilitonen, und darum fordere ich Sie auf, von der Ihnen hier gebotenen Gelegenheit eifrigen Gebrauch zu machen, auf dafs es Ihnen gelinge, die Kulturentwicklung des kommenden Jahrhunderts, dem doch Ihre Wirksamkeit zum grofsen Teile angehören wird, glücklich einleiten zu helfen zu Ihrer und des Vaterlandes Ehre, zu der Menschheit Wohle.

Bericht über die vierte Versammlung des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften zu Göttingen am 4. und 5. Juni 1895.

Referent: Gymn.-Oberl. Dr. Götting in Göttingen.

IV. (Fortsetzung und Schlufs.)*)

Nach einer kleinen Pause begann die Erledigung geschäftlicher Angelegenheiten und zwar erstattete Herr Prof. Pietzker den Kassenbericht. Nach demselben beträgt die Anzahl der Mitglieder des Vereins 319 gegen 297 im vorigen Jahr. Der Kassenbestand, der mit den noch ausstehenden Mitgliedsbeiträgen 1108 ℳ beträgt, erweist sich als ein recht günstiger. Die Rechnungen wurden durch Herrn Oberl. Dr. Krätzschmar und Privatdozent Dr. Ambronn (Göttingen) geprüft und in bester Ordnung befunden, worauf die Versammlung dem Kassierer Entlastung erteilte; auch billigte sie es, dafs den Vorstandsmitgliedern für die Kosten, die ihnen aus der Teilnahme an den Versammlungen erwachsen, teilweise von der Vereinskasse entschädigt werden.

Darauf stellte Herr Prof. F. Klein (Göttingen) folgenden Antrag für die Tagesordnung der nächsten Versammlung: In der Tagesordnung für die Göttinger Versammlung sei ursprünglich für den 6. Juni ein Ausflug

*) Man sehe T. I dieses Berichts in Heft 5, S. 381 u. f.; T. II in Heft 6, S. 467 und T. III in Heft 7, S. 580 u. f.

nach Hannover zur Besichtigung der Einrichtungen der technischen Hochschule geplant gewesen, der aber leider habe ausfallen müssen. Die Absicht sei dabei gewesen, im Interesse des Vereins in lebhafteren Kontakt mit den Kreisen des technischen Unterrichts zu treten. Inzwischen habe Prof. Riedler (Charlottenburg) eine Broschüre zur Frage der Ingenieurausbildung veröffentlicht, in der Stellung dazu genommen sei, wie im Interesse dieser Ausbildung der Unterricht in der Mathematik und Physik auf den mittleren und den Hochschulen reformiert werden müsse. Dadurch sei nun die Frage noch mehr in den Vordergrund des Interesses gerückt und er beantrage deshalb, dafs ein Referent und ein Korreferent ernannt werde, die über die Fragen des technischen Unterrichts, soweit sie mit den Tendenzen des Vereins zusammenhingen, also z. B. die Rückwirkung auf den Schulunterricht, die Ausbildung der Kandidaten etc. — Fragen, die ja zum Teil schon auf der vorigen Versammlung berührt worden seien — berichten sollten.

Dieser Vorschlag fand allgemein Zustimmung und es wurde als Referent Direktor Holzmüller (Hagen), als Korreferent Direktor Schwalbe (Berlin) gewählt. Prof. Voss (Würzburg) wünscht, dafs der Unterricht in der darstellenden Geometrie, besonders bei der Ausbildung der Kandidaten, in diesem Referat berücksichtigt werde.

Als Ort für die nächste Versammlung wird Eberfeld gewählt und Prof. Dr. Adolph mit der Bildung und Leitung des Ortsausschusses betraut. Für die übernächste Versammlung soll ein Ort im Osten Deutschlands gewählt werden.

An Stelle der ausscheidenden Vorstandsmitglieder Direktor Dr. Hamdorff (Guben) und Univ.-Prof. Dr. Detmer (Jena) und des verstorbenen Direktors Dr. Krumme werden in den Vorstand gewählt bezw. wiedergewählt Direktor Dr. Hamdorff, Oberlehrer Dr. Schotten (Schmalkalden) und Oberlehrer Presler (Hannover).

Den nächsten Punkt der Tagesordnung bildete der Antrag des Vorstandes auf Gründung eines eigenen Vereinsorgans. Denselben begründete Prof. Pietzker zunächst damit, dafs die bisherige Art der Herstellung eines Gesamtberichts zu kostspielig sei — die Herstellung und Versendung des Wiesbadener Berichtes hatte 454 *M*. gekostet —, die Verbindung mit dem „Pädagogischen Archiv“, in welchem ebenfalls der Bericht veröffentlicht worden sei, sei durch den Tod des Herausgebers Direktor Krumme gelöst. Ein weiterer Übelstand sei es, dafs der Verein mit der Gesamtheit seiner Mitglieder nur einmal im Jahre durch den Bericht in Verbindung trete. Als daher das langjährige Vereinsmitglied O. Salle (Braunschweig) sich erboten habe, eine in der Hauptsache den Vereinsinteressen dienende Zeitschrift sechsmal im Jahre herauszugeben und den Vereinsmitgliedern kostenfrei zu übersenden, wenn ihm der Verein eine mäfsige Vergütung dazu gewähre, sei der Vorstand gern auf diese Anregung eingegangen. Direktor Schwalbe und er hätten die Redaktion dieses Blattes übernommen; die Wahl des Verlags erkläre sich daraus, dafs Herr Dr. O. Salle die Anregung zu dem Plane gegeben habe; jedenfalls solle das neue Blatt den bestehenden Fachzeitschriften namentlich der Poskeschen „Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht“ und der Hoffmannschen „Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht“ in keiner Weise Konkurrenz machen. Es liege dies der Redaktion um so ferner, als sie die Verdienste dieser Zeitschriften um den exaktwissenschaftlichen Unterricht sowohl, als auch die besonderen Verdienste des Herrn Prof. J. C. V. Hoffmann um die Gründung des Vereins in vollem Umfange anerkenne und würdige. Nachdem er darauf den Entwurf eines Vertrags mit der Firma O. Salle (Braunschweig) mitgeteilt und auseinander gesetzt hat, welche Vorteile derselbe dem Vereine böte, beginnt eine kurze Debatte, an der sich aufser dem Berichterstatter die Herrn Direktor Holzmüller (Hagen),

Prof. J. C. V. Hoffmann (Leipzig) Direktor Schwalbe (Berlin), Dr. Schotten (Schmalkalden) Geh. Rat Prof. Dr. H. Wagner (Göttingen) beteiligen. In dieser Debatte wird erörtert, weshalb nicht eine der bereits bestehenden Zeitschriften, vor allem die Hoffmannsche, zum Organ des Vereins gewählt werden solle*), dann wurden noch einige Punkte des Vertrags endlich auch der Titel der neuen Zeitschrift besprochen. In der Abstimmung wird der Antrag des Vorstandes mit grofser Mehrheit angenommen.

Zum Schlufs werden noch einige kleinere Statutenänderungen beschlossen.

Am Nachmittage fand eine Besichtigung der Universitätsinstitute statt, nämlich der mathematischen Sammlung, der Institute für Experimentalphysik und theoretische Physik, der geographischen Sammlung, der Sternwarte, des Gaufsschen erdmagnetischen Observatoriums, des chemischen Laboratoriums, des botanischen Gartens und Museums, des pflanzenphysiologischen Instituts, der Anatomie mit der Blumenbachschen Schädelsammlung, des zoologischen und des geologischen Museums. Die Teilnehmer der Versammlung hatten sich in drei Gruppen geteilt, von denen die beiden ersten unter Führung von Dr. Götting und Dr. Krätzschmar im wesentlichen die mathematisch-physikalischen, die dritte unter Führung von Prof. Frenkel die rein naturwissenschaftlichen Institute besichtigten.

Am Abend dieses Tages folgten die Mitglieder des Vereins einer Einladung des mathematischen Vereins der Universität zu einem Kommers im Stadtpark. Am Mittag des folgenden Tages endlich hatten sich noch eine Zahl von auswärtigen Teilnehmern mit den Göttinger Mitgliedern und deren Damen zusammengefunden, um der schönen Umgebung Göttingens einen Besuch abzustatten.

Teilnehmer-Liste.**)

Ackermann-Teubner, Verlagsbuchhändler, Leipzig.
Ahlborn, H., Professor, Hamburg.
*Ahrens, Realschuldirektor, Göttingen.
Ambronn, L., Privatdocent, Göttingen.
Baumann, Professor, Göttingen.
Behrendsen, Oberlehrer, Göttingen.
*Berthold, Professor, Göttingen.
Bödige, Oberlehrer Dr., Duderstadt.
*Bohlmann, G., Privatdocent, Göttingen.
Briecke, W., Oberlehrer, Bitterfeld.
Burkhardt, Professor, Privatdocent, Göttingen.
Elster, Oberlehrer Dr., Wolfenbüttel.
Fest, Bruno, Oberlehrer Dr., Northeim i. H.
*Fischer, Ferd. Dr., Göttingen.
Frenkel, F., Professor Dr., Göttingen.
Furtwängler, Dr., Kand. d. höh. Schulamts, Hannover.
Geitel, Oberlehrer, Wolfenbüttel.
Götting, Oberlehrer Dr., Göttingen.
Harmuth, Oberlehrer Dr., Berlin.
Heller, Professor Dr., Halberstadt.
Henze, Professor, Arnsberg.
*Hilbert, Professor, Göttingen.
Höpfner, Univ.-Kurator Dr., Göttingen.
Hoffmann, J. C. V., Professor und Redakteur, Leipzig.
Holzmüller, Dr. und Direktor der h. Gewerbeschule in Hagen.
Kind, Oberlehrer Dr., Stettin.
Klein, Univ.-Prof. in Göttingen.
Krätzschmar, Oberlehrer, Göttingen.
Leonhard, Oberlehrer Dr., Bochum.
Levin, W., Oberlehrer Dr., Braunschweig.
*Lorey, W., cand. math., Göttingen.

---

*) Man sehe hierüber unsere Nachschrift. D. Red.

**) Diese Liste, welche während des letzten Versammlungsabends gedruckt ausgegeben wurde, ist von der Redaktion alphabetisch geordnet und dem vorstehenden Berichte hinzugefügt worden. Die mit einem * versehenen Personen sind Nicht-Mitglieder.

*Lotze, Dr. und Direktor der landwirt. Winterschule in Northeim.
Möller, M., Professor, Braunschweig.
Müller-Erzbach, Prof., Bremen.
Müsebeck, Oberlehrer, Waren i. M.
Nordmann, Professor Dr., Halberstadt.
Offenhauer, Oberlehrer Dr., Eilenburg.
*Peter, A., Professor Dr., Göttingen.
Pietzker, Professor, Nordhausen.
*Pockels, Privatdocent Dr., Göttingen.
Presler, Oberlehrer, Hannover.
*Prümm, Erich, stud. phys. et math., Göttingen.
Quensen, Oberlehrer Dr., Gandersheim.
Rausenberger, J., Oberlehrer, Hanau.
Richter, Oberlehrer, Quedlinburg.
Riecke, Professor, Göttingen.
Roeder, Oberlehrer, Hannover.
Roesener, Ph., Professor, Hannover.
Salle, Verlagsbuchhändler Dr., Braunschweig.
Schiefer, Oberlehrer, Langensalza.
Schilling, Fr., Assistent Dr., Aachen.
Schmidt, Gymnasial-Oberlehrer, Wurzen.
Schotten, Oberlehrer Dr., Schmalkalden.
Schrader, Oberlehrer, Halberstadt.
*Schur, Univ.-Prof. in Göttingen.
Schülke, Oberlehrer Dr., Osterode (Ostpr.).
*Schütz, Assistent Dr., Göttingen.
Schwalbe, Direktor, Berlin.
*Sommerfeld, Assistent Dr., Göttingen.
Tägert, Oberlehrer, Ems.
Toepler, M., Dr. phil., Dresden.
Trümper, Oberlehrer, Duderstadt.
*Viertel, Gymnasialdirektor Prof. Dr., Göttingen.
Vofs, A., Professor Dr., Würzburg.
Wagner, Herm., Professor Dr., Göttingen.
Wernicke, Alex, Ober-R.-Direktor, Professor Dr., Braunschweig.
Witte, Oberlehrer, Lauenburg (Elbe).

Im Ganzen 67 Teilnehmer, darunter 14 Nichtmitglieder, sonach nur 53 Mitglieder.

Bemerkungen zu vorstehendem Bericht, bezw. zu dem in Göttingen gefafsten Beschlusse.

1. Von Herrn Professor Dr. Kallius in Berlin.

Wir erhielten vom gen. Herrn folgende Zuschrift:

Sehr geehrter Herr! In Heft 6 Ihrer Zeitschrift befindet sich S. 469 in dem Bericht über die Versammlung in Göttingen der Satz: *„Da aber der Gebrauch dieser Teilung nicht sehr weitverbreitet ist, wie schon die Auflagezahl der für die Teilung des Quadranten in 100 Teile eingerichteten Tafeln (Bremiker, Gaufs) beweist, so u. s. w.“* — Ich möchte Sie darauf aufmerksam machen, dafs sich der betreffende Berichterstatter hinsichtlich der Bremikerschen fünfstelligen Tafeln, die ich herausgab, in einem Irrtum befindet. In diesen Tafeln ist nicht der Quadrant in 100 Teile geteilt, sondern der Grad. Ich würde Ihnen sehr dankbar sein, wenn Sie in Ihrer Zeitschrift gelegentlich diesen Irrtum berichtigen möchten.

2. Vom Herausgeber.

Da der Herr Referent den letzten Teil des Berichts, der unsere Interessen empfindlich berührt, doch gar zu knapp gehalten hat, so fühlen wir uns „zur Wahrnehmung berechtigter Interessen“ (um es juristisch auszudrücken) veranlafst, ja sogar für verpflichtet, noch Folgendes hinzuzufügen:

In der besprochenen Debatte (die Gründung einer Vereins-Zeitschrift betreffend) nahm sich der Ansicht, bezw. des Wunsches, dafs man hätte von vornherein eine der bereits bestehenden Zeitschriften zum Vereinsorgan wählen sollen, besonders Hr. Direktor Dr. Holzmüller sehr warm an, indem er, zumal mit Rücksicht auf unsere (bei weitem ältere) Zeitschrift

für diese Wahl stichhaltige und schwerwiegende Gründe vorführte, unter denen hier nur die Verhinderung der Zersplitterung und die uns gebührende Pietät genannt sein mögen. Der Herausgeber d. Z. aber, der als Mitglied d. V. i. G. selbst anwesend war, setzte sodann den Herren vom Vorstande auseinander, dafs sie durch Ablehnung des Anschlufses an unsere Zeitschrift sich Vorteile hätten entgehen lassen; denn Verleger und Redaktion hätte auf geäufserten Wunsch dem Vereine gerne einen bestimmten Druckraum in jedem Hefte gratis zur Verfügung gestellt event. dieselbe, wenn nötig, erweitert; ferner wäre die Thätigkeit des Vereins durch unsere Ztschr. bekannter und also auch wirksamer geworden, da unsere Ztschr. auch aufserhalb Deutschlands (Österreich-Ungarn, Schweiz etc.) gelesen werde und weit mehr Leser zähle, als der Verein Mitglieder habe. Der Versicherung aber, dafs der Vereinsvorstand eine Konkurrenz nicht beabsichtige, stehe der gewählte Titel des neuen Vereinsorgans „Unterrichtsblätter“ entgegen. Der richtige (bezeichnende) Titel wäre gewesen: „Mitteilungen über die Thätigkeit des Vereins etc.“

Fafst man nun aber den Vorgang, dafs der Vorstand vor den Verein trat mit einer vollendeten Thatsache (*fait accompli*) und dafs nur ein Bruchteil des Vereins näml. ca. 16 (genauer 16,6)% der (819) Mitglieder*) diesem *fait accompli* zustimmte und vielleicht zuzustimmen sich moralisch genötigt sah, so erscheint der mit „grofser Mehrheit“ — wie der Bericht sagt — gefafste Beschlufs nicht gerade als wertvoll. Fafst man endlich das Verfahren des Vorstandes nach Humanitäts-Rücksichten auf, so erscheint dasselbe in einem eigentümlichen Lichte,**) um so mehr, als sich dasselbe gegen eine Persönlichkeit richtete, die doch den Gedanken der Gründung eines solchen Vereins erst geboren hatte. Daran können alle Versicherungen von Hochachtung und Wertschätzung unserer Verdienste nichts ändern.

3. Von einem Hochschulprofessor.

Was meine Ansicht über die in Göttingen beschlossene Gründung einer neuen Zeitschrift für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht (denn das sind doch die „Unterrichtsblätter“) betrifft, so mufs ich gestehen, dafs ich diesen Beschlufs im Interesse der Sache sehr bedauere. Es ist mir unverständlich, wie man sich durch die von Ihnen und Herrn Direktor Holzmüller entwickelten Gründe nicht hat bestimmen lassen, von Ihrem überaus entgegenkommenden Anerbieten bereitwilligst Gebrauch zu machen. Die Ausführung dieses Beschlusses wird eine für alle Teile unangenehme Zersplitterung zur unvermeidlichen Folge haben. Ich fürchte aber, dafs der Beschlufs noch weitere Folgen nach sich ziehen wird, die auch dem Verein nicht zum Vorteil gereichen werden.

---

*) Unter den 67 Teilnehmern an der Versammlung befanden sich 14 Nichtmitglieder (s. Mitgl.-Verz.)

**) Hierher gehören auch die neueren Vorgänge, nämlich der ungestüme und beinahe zornig erhobene Widerspruch gegen die in unserem Bericht über die Göttinger Versammlung (Heft 2—4) erfolgte Benutzung des offiz. Berichts, (man vgl. hierüber unsere Nachschrift am Schlufse von Heft 6) sowie endlich die neuerliche Aufforderung des Vereinsvorstandes auf dem Titelblatt unserer Zeitschrift die (ursprünglich in Jena festgesetzte) Bezeichnung unserer Zeitschr. als (nebenbei) „Vereinsorgan“ künftig fortzulassen. Dieser Aufforderung bedurfte es nicht. Denn wir hätten vom nächsten Jahrgang ab diese Bezeichnung ohnehin fortgelassen. Vielleicht gefällt es dem Vereins-Vorstande auch noch nächstens zu verlangen, dafs wir nur mit seiner Genehmigung über die Thätigkeit des Vereins berichten?

Bericht über die Verhandlungen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Sektion der 43. Versammlung Deutscher Philologen und Schulmänner zu Köln a/Rh. vom 25.—28. Sept. 1895.

Erstattet von Oberlehrer Dr. J. Norrenberg, Düsseldorf.

Die eigentümliche Stellung, welche die Vertreter der mathem.-naturw. Lehrfächer auf den allgemeinen Philologenversammlungen einnehmen, kam wie in früheren Jahren so auch auf der diesjährigen Kölner Versammlung wieder recht deutlich zum Ausdruck. Waren doch lange Zeit starke Zweifel gehegt worden, ob überhaupt eine mathem.-naturw. Sektion zustande kommen würde, zwar nicht aus Mangel an Teilnehmern — denn zahlreicher als je waren sie zum gastlichen Köln herbeigeeilt — wohl aber aus Mangel an Vorträgen, die man den nach wissenschaftlicher Anregung verlangenden Fachgenossen darbieten sollte. Dafs diese Möglichkeit zur Thatsache werden könnte, hätte man gerade diesmal nicht vermuten sollen, da doch einerseits der seit der Wiener Versammlung verlaufene Zeitraum eine reiche Fülle neuer Entdeckungen auf naturwissenschaftlichem und technischem Gebiete bot, und andererseits auch die Nähe der Bonner Universität die Mitwirkung der dortigen Dozenten der Naturwissenschaften erwarten liefs. Doch diese waren einmütig der Versammlung fern geblieben und hielten auch ihre doch recht sehenswerten wissenschaftlichen Institute verschlossen. Diese Indifferenz der Hochschuldozenten, auf welchen Gründen sie auch immerhin beruhen mag, ist im Interesse der Sache tief zu bedauern, da die zwischen Schule und Universität bestehende Gemeinsamkeit der Interessen ein enges Zusammengehen erfordert.

Ein weiterer Übelstand, der gleich hier Erwähnung finden möge, und der von allen Teilnehmern auf das peinlichste empfunden wurde, bestand darin, dafs die in den Sektionen zu haltenden Vorträge erst während der Versammlungstage und nicht, wie es doch sonst üblich ist, schon vorher bekannt gemacht wurden.*) Eine Entscheidung darüber, ob das in Köln Gebotene eine vielleicht weitere Reise verlohnen würde, war also gar nicht zu treffen. Doch nun zur Versammlung selbst.

Am Morgen des 25. Sept. wurde dieselbe in dem grofsen Saale des Gürzenich durch den I. Vorsitzenden, Herrn Direktor Dr. Oskar Jäger, eröffnet. Bei der Rede, mit welcher er die Erschienenen begrüfste, und in welcher er namentlich die Universitätslehrer zum mutigen Offensivkampfe für das alte Gymnasium aufforderte, liefs Herr Jäger sich leider in seiner Begeisterung für das klassische Altertum verleiten, die Bedeutung der alten Philologie etwas allzu schroff zu betonen, so dafs unter den Vertretern der übrigen Lehrfächer eine lebhafte Mifsstimmung hervorgerufen wurde.

Nach Schlufs dieser etwas einseitigen Begrüfsungsfeier erfolgte die Konstituierung der mathem.-naturw. Sektion in dem physikalischen Auditorium des Realgymnasiums, wo auch die späteren Sitzungen stattfanden. Der Obmann der Sektion, Herr Direktor Dr. Schorn, der auch für die folgenden Tage den Vorsitz übernahm, sprach seine Überraschung über das zahlreiche Erscheinen, gleichzeitig aber auch sein Bedauern darüber aus, dafs er den Teilnehmern nur einen einzigen naturwissensch. Vortrag in Aussicht stellen könne.

Wenn trotz der Dürftigkeit dieses Programms die Sektionsversammlungen nicht ganz ohne Anregung verliefen, so war dieses vor allem den

*) Eine diesbezügliche, an den Obmann der Sektion gerichtete Anfrage des Ref. blieb gänzlich unbeantwortet.

vortrefflichen technischen und wissenschaftlichen Instituten der Stadt Köln zu verdanken. Eines derselben, die städtischen Elektricitäts- und Wasserwerke, wurden am Nachmittage einer eingehenden Besichtigung unterzogen, wobei Herr Ingenieur Tellmann in liebenswürdigster Weise die Führung übernahm. Bevor derselbe die Teilnehmer in die Maschinenhalle führte, erläuterte er in einem kurzem aber lichtvollen Vortrage an der Hand von zahlreichen, in grofsem Mafsstabe ausgeführten Plänen die innere Einrichtung der Werke sowie die Anordnung des Kabelnetzes. Die Kölner Elektrizitätswerke, welche mit den Wasserwerken durch ein gemeinsames Kesselhaus verbunden sind, bilden eine höchst interessante Wechselstromanlage ohne Accumulatoren. Zum Betriebe dienen drei Compoundmaschinen von 600 H. P. und eine ähnliche von 150 H. P. mit Kondensation. Auf der Achse derselben ist zwischen den Cylindern, die hier nebeneinander angeordnet sind, je eine grofse Wechselstrommaschine von 6 m Durchmesser und gleichzeitig eine als Stromerreger dienende Gleichstrommaschine angebracht. Der Strom von 2000 V. Spannung wird direkt an die Verbrauchsstellen geführt und hier je nach Bedarf für Bogenlampen auf 36 bezw. für Glühlampen auf 72 Volt transformiert. Die ganze Anlage überrascht durch die grofse Übersichtlichkeit und Einfachheit des Betriebs. Erwähnung verdient noch die Feststellung der Thatsache, dafs der hochgepsannte Strom auf die benachbarten Telephonkabel keinen störenden Einflufs ausübt.

Am 26. Sept. versammelten sich die Teilnehmer morgens im Sitzungssaale, woselbst Herr Prof. Dr. Looser aus Essen das von ihm konstruierte Differentialthermoskop demonstrierte. Bei dem Unterrichte in der Wärmelehre und den dasselbe Gebiet berührenden Kapiteln der Elektricität wurde es wohl von jedem Fachgenossen als ein Mifsstand empfunden, dafs das gewöhnliche Quecksilber-Thermometer wegen seiner geringen Empfindlichkeit und infolge des Umstandes, dafs es nur den Nächststehenden ablesbar ist, den an ein Demonstrationsinstrument zu stellenden Anforderungen nicht gewachsen ist. Zwar sind die genannten Mängel bei dem Leslie'schen Differentialthermometer zum Teil beseitigt, jedoch findet dieser Apparat infolge seiner unhandlichen Form nur in engen Grenzen Verwendung. Dem von dem Vortragenden ersonnenen Apparate hingegen kann man die Anerkennung nicht versagen, dafs er durch grofse Empfindlichkeit, leichte Handhabung und allseitige Anwendbarkeit unerreicht dasteht, so dafs er, da durch ihn alle Versuche auch in grofsen Sälen deutlich sichtbar erscheinen, als ein unentbehrliches Universalinstrument für den Schulunterricht betrachtet werden kann. Das Looser'sche Differentialthermoskop ist aus zwei gleichen Thermoskopen zusammengesetzt. Jedes derselben besteht der Hauptsache nach aus einer U-förmigen Glasröhre von ca 35 cm Länge, deren offener Schenkel in der Mitte eine Erweiterung besitzt, um durch Verminderung des hydrostatischen Gegendruckes die Empfindlichkeit zu erhöhen. Als Füllung dient Alkohol, der durch Indigo tiefblau gefärbt ist. An das andere Ende der U-Röhre ist mittelst eines Gummischlauches der wesentliche Teil des Thermoskops angeschlossen: ein 12 cm hohes und 8 cm weites Glasgefäfs, in dessen oberes Ende ein Probierrohr mit cbcm-Teilung eingeschmolzen ist, eine Vorrichtung, wie sie in ähnlicher Form auch dem Bunsen'schen Kalorimeter eigen ist. Dieses Probierrohr oder genau in dasselbe passende Einsatzgläschen dienen zur Aufnahme der zur Verwendung kommenden Flüssigkeiten. Bei Versuchen über strahlende Wärme, Absorptionswärme und chemische Prozesse wird der beschriebene Glaskörper durch eine einfache Glaskugel oder eine Halbkugel ersetzt, deren ebene Seite matt ist und nötigenfalls berufst werden kann. Die zahlreichen, zum gröfsten Teil neuen Versuche, die der Vortragende mit seinem Apparate vorführte, waren überaus einfach, lehrreich und originell und erstreckten sich über alle Zweige der Wärmelehre.

Am folgenden Morgen fand die Besichtigung des städtischen naturhistorischen Museums statt, welches wir schon früher (vergl. diese Zeitschr. Bd. 26. S. 46) zu erwähnen Gelegenheit hatten. Das noch in der Entstehung begriffene Institut hat sich unter der Leitung des Herrn Oberlehrers Dr. Hilburg schon zu einer ansehnlichen Anlage entwickelt. Abgesehen von den Sammlungen, die einzelne recht wertvolle Exemplare (u. a. das vollständig erhaltene Skelett eines Höhlenbären) enthalten, verdient besonders die Aufstellung einer gröfseren Anzahl von Mikroskopen Erwähnung, deren Objekte in bestimmten Zwischenräumen wechseln und hierdurch Gelegenheit bieten, die Welt der Mikroorganismen durch direkte Beobachtung kennen zu lernen — eine Einrichtung, die das Kölner Institut vor den meisten gröfseren naturhist. Museen voraus hat. Nur ist zu bedauern, dafs der beschränkte Raum der alten Thorburg, in welcher die Sammlungen untergebracht sind, keine weitere Ausdehnung mehr gestattet.

Nach erfolgter Besichtigung vereinigte Herr Dir. Dr. Schorn die Anwesenden zu einer kurzen Beratung, in welcher Herr Dir. Dr. Hintzmann, Elberfeld, sein Bedauern über die oben erwähnte Begrüfsungsrede des Herrn Dir. Jäger aussprach. Den Fachgenossen, den von denselben vertretenen Wissenschaften, vor allem aber der Schule, der wir dienten, seien wir es schuldig, solchen Aufserungen in mafsvoller aber bestimmter Weise entgegenzutreten. Um den Empfindungen, welche durch die Jäger'sche Rede hervorgerufen worden seien, Ausdruck zu geben, schlage er folgende Resolution vor:

„Die mathem. naturw. Sektion der 43. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner giebt den Äusserungen gegenüber, die Herr Gymnasialdirektor Dr. Oskar Jäger als I. Vorsitzender der Versammlung in der Begrüfsungsrede über Wert und Bedeutung des altsprachlichen im Gegensatz zu jedem andern Unterricht gemacht hat, ihrer Überzeugung dahin Ausdruck, dafs keinem Unterrichtsfache ausschliefslich diese Bedeutung zukommt; dafs vielmehr jeder Unterrichtszweig, welches auch seine Eigenart sei, dem gemeinsamen Zwecke alles höheren Unterrichts dient, den Schüler nach Geist und Gemüt so zu erziehen und heranzubilden, dafs er als Mann in führender Stellung auf allen Gebieten des menschlichen Lebens auch für die idealen Güter unseres Volkes mit Begeisterung zu wirken vermag."

Herr Dir. Schorn hielt es als Leiter der Sektion für seine Pflicht, auch einige Gegengründe vorzubringen. Zwar sei er in der Beurteilung der Jägerschen Rede mit dem Vorredner einig; doch halte er es für sehr bedauerlich, wenn durch Annahme der Resolution die allgemeine Zufriedenheit gestört werde. Auch sei es kaum noch nötig, gegen die Jägersche Auffassung anzukämpfen, da das von der Altphilologie für sich beanspruchte Regiment schon längst an den Fortschritten der Technik zerschellt sei. Hiergegen macht Herr Oberl. Stier geltend, dafs allerdings das Einvernehmen gestört sei, aber nicht durch unsere Schuld. Wir seien die Angegriffenen und hätten somit das Recht und die Pflicht uns zu verteidigen. Auch Herr Dir. Dr. Börner tritt den von Schorn angeführten Gründen entgegen. Von allgemeiner Zufriedenheit könne gar keine Rede sein, im Gegenteil herrsche überall die gröfste Mifsstimmung über die Jägerschen Äufserungen. Solche Reden gingen in die Welt hinaus, und wenn wir uns nicht dagegen verwahrten, würde es scheinen, als ob wir, die wir als Vertreter der Naturwissenschaften anwesend wären, mit den von Jäger ausgesprochenen Anschauungen einverstanden seien. Nachdem noch mehrere Anwesende sich in gleichem Sinne ausgesprochen hatten, wurde die Resolution einstimmig angenommen. Derselben schlofs sich auch die neuphilologische Sektion an.

Der Nachmittag war der Besichtigung der naturwissenschaftlichen Kabinette des Realgymnasiums (vergl. diese Zeitschr. Bd. 26 S. 46) und einiger neuerer Apparate gewidmet, welche aus der mechanischen Werkstätte von E. Leybolds Nachfolger, Köln, hervorgegangen waren.

Hieran schlofs sich eine kleine Mitteilung des Herrn Oberl. Dr. Drecker, Aachen. Lassen wir zwei kleine kreisförmige Holzscheiben an deren Peripherie dünne, hinreichend lange Holzstäbchen radial angebracht sind, um eine zu ihnen senkrechte und durch ihre Mitte gehende Achse mit gleichförmiger Geschwindigkeit rotieren, so werden die Stäbchen sich gegenseitig kreuzen. Die Kreuzungsstellen bilden eine fortlaufende Kurve und zwar einen Kreis oder eine Hyperbel, je nachdem die Rotation der beiden Scheiben im gleichen oder entgegengesetzten Sinne erfolgt. Da an den Kreuzungsstellen nur halb so viel Licht reflektiert wird, als an den nicht übereinanderliegenden Stellen, so erscheinen die genannten Kurven dunkel auf hellem Grunde, sind also objektiv sichtbar. (Vgl. eine analog. Erscheinung, beschrieben in der Zeitschrift für physikal. Unterricht 1893/94 S. 30).

Hiermit waren die Sektionsverhandlungen geschlossen. In der allgemeinen Schlufssitzung erstattete, da weder der Obmann der Sektion noch auch dessen Stellvertreter anwesend war, Herr Oberl. Dr. Schjerning, Aachen, den Bericht über die Sektionsverhandlungen und machte die gegen die Jägersche Rede gefafste Resolution bekannt. In Beantwortung derselben erklärte Herr Dir. Jäger, dafs es ihm fern gelegen habe, anderen Lehrfächern zu nahe zu treten, und dafs er den in der Resolution ausgesprochenen Gedanken vollständig zustimme.

Verteilt wurden an die Teilnehmer der Sektion aufser den allgemeinen Festschriften:

1) Vierstellige logarithm.-trigonometr. Tafeln von Dr. C. Rohrbach.

2) Ein Heft mit Abbildungen einiger geologischen Formationen aus dem Siebengebirge (nach Photographien, die von Lehrern des städt. Realgymn. angefertigt worden sind).

Teilnehmer-Liste.

Berghoff, Oberlehrer Dr., Düsseldorf.
Bermbach, Oberlehrer Dr., Münstereifel.
Beuriger, Oberlehrer, Neuwied.
Börner, Direktor Dr., Elberfeld.
Bohle, Oberlehrer, Crefeld.
Braun, Hilfslehrer, Essen.
Brauneck, Professor, Köln.
Buchkremer, Oberl. Dr., Aachen.
Bücheler, Professor, Wiesbaden.
Claes, Professor Dr., Eschweiler.
Cremer, Oberlehrer, Cleve.
Drecker, Oberlehrer Dr., Aachen.
Eck, Hilfslehrer Dr., Köln.
Engels, Oberlehrer Dr., Aachen.
Esser, Dr., Köln.
Fromm, Oberlehrer Dr., Köln.
Heine, Oberlehrer Dr., Ostrowo.
Herwegen, Professor Dr., Köln.
v. d. Heyden, Professor Dr., Essen.
Hilburg, Oberlehrer Dr., Köln.
Hintzmann, Direktor Dr., Elberfeld.
Hülskötter, Oberlehrer Dr., Geisenheim.
Hülsmann, Oberlehrer, Aachen.
Hürten, Oberlehrer, Münstereifel.
Junker, Oberlehrer Dr., Crefeld.
Kerper, Hilfslehrer, Remscheid.
Kiel, Oberlehrer Dr., Bonn.
Knublauch, Oberlehrer, Mörs.
Koch, Professor, Siegburg.
Korten, Oberlehrer Dr., Bonn.
Küppers, Hilfslehrer Dr., Aachen.
Langenberg, Oberlehrer, Elberfeld.
Lehmann, Oberlehrer Dr., Siegen.
Lemkes, Professor Dr., Köln.
Lessenich, Oberlehrer, Köln.
Lüttger, Oberlehrer, Aachen.
Maurer, Oberlehrer Dr., Düsseldorf.
Meder, Oberlehrer, Aachen.
Mertens, Oberlehrer, Düren.
Meyer, Oberlehrer, Köln.
Most, Direktor Dr., Coblenz.
Norrenberg, Oberlehrer Dr., Düsseldorf.
Onstein, Oberlehrer Dr., Aachen.
Ophüls, Hilfslehrer, Köln.
Rittinghaus, Oberlehrer Dr., Lennep.
Roesen, Professor, Crefeld.
Schjerning, Oberlehrer Dr., Aachen.
Schmitt, Oberlehrer, Düsseldorf.
Schwab, Oberlehrer, Crefeld.
Schwering, Direktor Professor Dr., Düren.
Schorn, Direktor Professor Dr., Köln.

Seitz, Oberlehrer, Düsseldorf.
Sellentin, Professor Dr., Elberfeld.
Serf, Oberlehrer Dr., Düsseldorf.
von Staa, Oberlehrer, Elberfeld.
Stier, Oberlehrer, Elberfeld.
Thienemann, Oberlehrer Dr., Essen.
Thomé, Direktor Professor Dr., Köln.
Wendlandt, Professor Dr., Remscheid.
Wimmenauer, Professor Dr., Mörs.
Worrings, Oberlehrer, Siegburg.
Wünnenberg, Oberlehrer Dr., Duisburg.
Zumkley, Professor, Eupen.

Im Ganzen 63 Teilnehmer, darunter 12 aus Köln.*)

Von der Naturforscher-Versammlung in Lübeck.**)

Neo-Vitalismus.

Bericht von Dr. Zeitschel in Guben.

Am 16. September 1895 wurde in Lübeck die 67. Versammlung der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte eröffnet. In der zweiten allgemeinen Sitzung hielt Professor Rindfleich aus Würzburg einen naturphilosophischen Vortrag über Neo-Vitalismus, den die „Deutsche Medizinische Wochenschrift“ (Nr. 38 vom 19. Sept.) als hochbedeutsam bezeichnet und gleichzeitig in einer Extrabeilage zum Abdruck bringt.

Als Naturforscher (er hat den Lehrstuhl für pathologische Anatomie inne), geht Rindfleisch aus von den Grundbegriffen Stoff und Kraft. Kraft ist die Ursache der Bewegung, also das Bewegende. Aber die dem Stoffe innewohnende Kraft bewegt nicht ihn selbst, sondern wird ohne Abzug zur Bewegung anderen Stoffes verwendet. Wie erscheinen nun Kraft und Stoff mit einander verbunden? In den letzten Jahrzehnten ist man bei der Beantwortung dieser Frage meist von der Betrachtung des Stoffes ausgegangen, und ist dabei nicht weiter gekommen — und kann auch nicht weiter kommen —, als bis zur Forderung der Atome, denen die Kraft als Eigenschaft anhaftet. Das Atom birgt also in sich das Welträtsel noch völlig ungelöst.

Dieser praktisch unermeſslich nützlichen, philosophisch unbefriedigenden atomistischen Anschauung stellt Rindfleisch die idealistischen Systeme namentlich von Fichte, Hegel, Schelling gegenüber, welche den Stoff durch die Kraft hervorbringen lassen, indem sie von der Kraft des Selbstbewustseins ausgehen. Aber die übermenschlichen Bauten ihrer Spekulation fielen. „Sehr viel trug diese ganze Zeit angestrengter philosophischer Thätigkeit zur Aufklärung des Geistes bei; ihr verdanken wir zum Teil die Wiedergeburt unseres teuren Vaterlandes, und darum: Ehre dem Andenken unserer groſsen Idealisten, wenn sie auch nicht erreichten, was eben unerreichbar ist.“

Kraft und Stoff in einem zu betrachten, muſs nach Rindfleisch der Weg des Forschers sein. Darum sucht er nach einem Stoff, der sich selbst bewegt, nicht von einem andern bewegt wird, wie etwa das Atom. Einen solchen Stoff findet er zunächst nur, und ist darin der Zustimmung aller Naturforscher gewiſs, im Weltganzen. „So wollen wir den groſsen Schritt thun und die uns allen geläufige Überzeugung, daſs das Universum ein Stoff sei, der sich selbst bewegt, zum Eckstein unserer

*) Die Liste entbehrt jedoch der Vollständigkeit, da dieselbe nur am ersten Tage zum Einzeichnen ausgelegt worden war.

**) Da die „Sektion für mathem. etc. Unterricht“ in Lübeck leider nicht zu Stande kam, so bringen wir statt des ausgefallenen Berichts über dieselbe diesen Artikel. D. Red.

ferneren Betrachtungen machen.“ Bei dem Weitersuchen findet er das Sichselbstbewegen des Stoffes in sehr verschieden starker, aber überall erkennbarer Weise in der belebten Natur in die Erscheinung treten. Hier setzt Rindfleisch positiv ein. Ohne die alte Lebenskraft wieder einzuführen, kann er doch nicht umhin, „der Lebenssubstanz schon in ihren untersten Prägungen die Fähigkeit einer eigenartigen Verarbeitung äufserlich übertragener Kräfte zuzugestehen, welche uns als Selbstbestimmung erscheint.“

„Wir weisen sie also von uns, jene aufdringliche Tyrannei des Materialismus, welche uns einreden will, dafs die lebendige Natur für die Erkenntnis der letzten Dinge keinen gröfsern Zeigewert besitze als die tote, weil die Lebewesen aus keinen anderen Stoffen bestehen, wie die tote Natur. Wir brauchen den Boden der ganz leidenshaftslosen objektiven Naturforschung mit keinem Schritte zu verlassen, wir brauchen die Grenzen dessen, was wir begreifen können, und dessen, was transscendent ist, nicht zu vertuschen, um zu der tröstlichen Gewifsheit zu gelangen, dafs wir nicht gänzlich verlassen und ohne Leitstern sind bei unserm Forschen nach wahrhaftiger Erkenntnis. Das Leben kann uns lehren und wird uns lehren.“

Deutlich gemacht wird die Selbstbestimmung der belebten Natur an dem Verhalten des lebendigen Protoplasmas gegenüber den Einwirkungen der Wärme. Erreicht wird die vitale Selbstbestimmung durch die vorläufige Überführung der von aufsen einwirkenden Kräfte in Spannkräfte. Die Möglichkeit dazu ist dadurch gegeben, dafs das Protoplasma aus verschiedenartigen colloiden (quellbaren) Stoffen zusammengesetzt ist. Aber selbst wenn die Naturwissenschaft dahin gelangt, das Spiel der Atome bei diesen Lebensvorgängen zu beschreiben, so ist damit solange für die Erkenntnis des Wesens der Dinge nichts gewonnen, als nicht Jemand sagt, was ein Atom ist.

Die höchste Lebensäufserung ist das Selbstbewufstsein, die Vorstellung über den Vorstellenden selbst. Sie erscheint freilich nur als eine Begleiterscheinung der Selbstbestimmung, aber durch sie wird jene zur Freiheit. Diese ist es, die wir bis zum Absoluten gesteigert jenem untrennbaren Ureinen mit Kraft und Stoff beilegen, das sich im Weltall von selbst bewegt.

Das Mittel, dessen sich die Natur bedient, um die Lebewesen zu immer höheren Stufen der Selbstbestimmung zu führen, ist die Nächstenliebe. Einer für Alle, Alle für Einen ist das Gebot, das nicht nur alle Zellen zum Gesamtorganismus vereinigt, sondern selbst die Teile der einzelligen Wesen zur organischen Einheit verbindet, aber es ist auch zugleich das höchste Sittengesetz, welches diejenigen Lebewesen zusammenschliefst, in denen am vollkommensten das Leben sich äufsert. „Also Freiheit und Nächstenliebe! Das sind die Merkmale des Lebens, welche über das Leben hinausweisen.“ Sie reichen auch hinab in die unorganische Natur. „Freiheit das Ziel, Nächstenliebe das Mittel dazu! Das ist das Wort des Lebens!“

Und wir sind doch nur ein Gleichnis, eine schwache Darstellung des Ureinen. Von uns können wir wenigstens schliefsen auf jenes. Aber wenn wir Gott so auch nicht erfassen können, so vermögen wir auf Grund dessen „zu ihm als zu einem allmächtigen und allliebenden Vater unsre Herzen zu erheben. Es wird uns deshalb schwer, zu einer einheitlichen Vorstellung von Gott zu gelangen, weil wir uns ein höchstes Wesen in vollkommener Freiheit gegenüber der Natur denken sollen, welches doch zugleich in der Natur und ihren gesetzmäfsigen Erscheinungen aufgeht. Aber haben wir nicht gesehen, dafs die höchste Freiheit nicht trotz der Naturgesetze, sondern durch ein Naturgesetz, durch das Gesetz der Nächstenliebe erlangt wird? Mir erscheint das Leben wie eine teilweise Offenbarung Gottes. Nicht eine unsichtbare, sondern eine sichtbare Hand ist

es, die uns zur wahren Freiheit erheben will, zur Freiheit durch die Liebe.“ —

So schliefst Rindfleich. Ich wage nicht, seine Philosophie in der üblichen Weise zu klassifizieren. Leicht wird ein originaler Gedanke durch voreilige Klassifikation erstickt. Ich enthalte mich an dieser Stelle auch der Kritik. Sicher werden berufene Männer mit ihren Urteilen hervortreten. Mein Ziel ist, die Aufmerksamkeit der Fachgenossen auf den merkwürdigen Vortrag zu lenken, dessen Tiefe und Gedankenreichtum mein Bericht, das verhehle ich mir nicht, nur in unvollkommener Weise wiedergiebt.

Der 11. deutsche Geographentag zu Bremen (17—19. April 1895).*)

Bericht von Dr. A. Beyer in Bremen.

Der Verband deutscher Geographen, welcher alle 2 Jahre in der Osterwoche zusammentritt, hatte seine diesjährige Tagung nach der alten Hansestadt an der Weser einberufen. Dafs Bremen trotz seines Mangels landschaftlicher Reize, trotz des Fehlens jeglichen Gepränges, wie es in kleinen und grofsen Residenzen Sitte ist, dennoch nicht einer gewissen Anziehung entbehrte, bewies die grofse Zahl der Teilnehmer, die aus nah und fern, zum teil aus dem Ausland, herbeigeeilt waren. Bieten doch das Leben und Treiben in einer grofsen Seehandelsstadt, die verschiedenen grofskaufmännischen Betriebe, die Einrichtungen für Handel und Schiffahrt, die Nähe des Meeres gar manches, was dem Binnenländer hohes Interesse einflöfst. Und gerade die republikanische Einfachheit und Gediegenheit mag manchem angenehmer sein als rauschende Festlichkeiten. — Mit gröfster Aufopferung hatte der Ortsausschufs, vor allem die Herren Dr. Lindeman, Dr. Wolkenhauer und Dr. Oppel gearbeitet, um den Geographentag in Bremen aufs beste vorzubereiten und ihn auch hinsichtlich der geographischen Ausstellung zu einem glanzvollen zu gestalten. Die Sitzungen fanden vom 17—19. April in den prächtigen Räumen des Künstlervereins statt. Auf der Tagesordnung standen folgende Beratungsgegenstände: die Südpolarfrage, Schulgeographie, Ozeanographie und maritime Meteorologie, Landeskunde der deutschen Nordseegestade und Wirtschaftsgeographie. Diese 5 Gruppen wurden in 13 Vorträgen erledigt. — Nach einer Begrüfsung des 11. deutschen Geographentages durch den Vorsitzer der Bremer Geographischen Gesellschaft, Herrn George Albrecht, sowie seitens des regierenden Bürgermeisters Dr. Gröning, hielt Herr Wirkl. Geh. Admiralitätsrat Dr. Neumayer (Hamburg) den ersten Vortrag über die wissenschaftliche Erforschung des Südpolargebietes. Gerade in letzter Zeit sei das Interesse für die Südpolforschung ein regeres geworden und eine Zeit der That scheine bevorzustehen. Seit ca. 40 Jahren ist Geh. Rat Neumayer für die antarktische Forschung eingetreten, so wie der gröfste Südpolforscher, James Rofs, sie auffafste, der von seinen Reisen (1839—43) reiches Material zusammenbrachte. Diese Expeditionen sind ins Leben getreten durch die Forschungen von Gaufs, der zur Aufnahme der magnetischen Arbeiten Anlafs gab. Seit Rofs ist auf diesem Gebiete nur sehr wenig geleistet worden. Die Hoffnungen, welche man auf die Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe (1874 und 1882) gesetzt hatte, haben sich

*) Verspätet, da wir erst nachträglich einen Berichterstatter gewinnen konnten. Es sei hier zugleich und zwar wiederholt bemerkt, dafs uns von projektierten Versammlungen, Tagungen u. dergl. Mitteilungen seitens der Veranstalter in der Regel viel zu spät zukommen, als dafs uns zur Gewinnung eines geeigneten Berichterstatters die nötige Zeit bliebe.
D. Red.

nicht erfüllt, wenn auch die Untersuchungen einzelner Stationen, mit der deutschen Station in Süd-Georgien, der französischen am Kap Horn, für die Meteorologie und Geographie von hohem Interesse gewesen sind. In neuester Zeit hat Vincenz von Haardt, Leiter des kartographischen Instituts von Hölzel in Wien, eine vorzügliche Südpolarkarte im Mafsstab 1 : 10 Mill. hergestellt. Diese Karte, welche der Vortragende seinen Ausführungen zu Grunde legte, enthält das vorhandene Material verarbeitet bis auf die neuesten norwegischen Entdeckungsreisen (1893). Aufserdem bezeichnet diese Karte die Meeresströmungen, wie sie sich aus den Arbeiten der Seewarte ergeben haben, die neuesten Untersuchungen über die Meeresströmungen im Stillen Ozean und eine Reihe sehr interessanter Nebenkarten (Wasserisothermen, Erdmagnetismus, Meerestiefen, Isobaren, Deklination u. s. w). — Welche Wichtigkeit gerade die Erforschung des Südpolargebietes für alle Zweige der Erdkunde hat, ist einleuchtend, doch ist das Hauptgewicht auf die magnetische Arbeit zu legen. Auf dem im Juli d. J. zu London stattfindenden internationalen Geographentag wird Prof. Neumayer das Hauptreferat über die Südpolfrage erstatten. — Die beiden nächsten Vorträge hielten die Herren Dr. von Drygalski (Berlin) und Dr. Vanhöffen (Kiel), welche in den Jahren 1891—93 im Auftrage der Berliner Gesellschaft für Erdkunde eine Forschungsreise nach Grönland ausgeführt hatten. Ersterer erörterte eingehend die Probleme des Eises und betonte die Notwendigkeit einer antarktischen Expedition, letzterer sprach über die biologische Seite der antarktischen Forschung, das Vorkommen der Pflanzen- und Tierwelt. Trotz der Challenger- und Plankton-Expeditionen seien weitere Unternehmungen zur Aufschliefsung der Südpolarländer erforderlich. — Diesen Vorträgen folgte eine lebhafte Debatte. Herr Prof. Friedrichsen (Hamburg) weist darauf hin, dafs England und Belgien in diesem Sommer bereits Expeditionen nach den Südpolarländern ausrüsten. Für uns Deutsche bietet sich ebenfalls eine günstige Gelegenheit zu einer solchen, da das erprobte Hamburger Schiff „Jason“, das bereits in den antarktischen Gewässern dem Walfischfang obgelegen hat, zur Verfügung steht. Die Kosten schätzt man auf 200 000 Mark bei einem Jahre Verproviantierung. Neben den wissenschaftlichen Untersuchungen könnte die Expedition auch durch Walfang ausgenutzt werden. Prof. Neumayer ist gegen eine Vermischung des wissenschaftlichen und kaufmännischen Interesses und will den idealen Standpunkt gewahrt wissen. Die Versammlung nahm schliefslich folgenden Antrag des Prof. Friedrichsen, Generalsekretärs der geographischen Gesellschaft in Hamburg, an: „Der 11. deutsche Geographentag zu Bremen wolle in voller Würdigung der Wichtigkeit der antarktischen Forschung für Geographie und Naturwissenschaft einen Ausschufs ernennen, dessen Aufgabe es ist, über die Möglichkeit der Entsendung einer deutschen wissenschaftlichen Expedition nach den Südpolarländern zu beraten und die Ausführung der Sache in die Wege zu leiten.“ Zu diesem Zweck wird ein Komité erwählt, dessen Vorsitzer Herr Prof. Neumayer ist.

Die 2. Sitzung (17. April Nachm.) war der Schulgeographie gewidmet, für welche leider nur 2 Vorträge angemeldet waren. Zunächst sprach Herr Prof. Dr. Lehmann (Münster) über den Bildungswert der Erdkunde. Obwohl in den letzten Jahren manche Wünsche der Schulgeographie in Erfüllung gegangen sind, besonders was die fachliche Ausbildung der Geographielehrer anbetrifft, so sind doch auch eine Reihe von Forderungen noch unerfüllt. Wenn auch durch die neue preufsische Prüfungsordnung vieles gebessert ist, so ist doch in andern Staaten noch manches zu wünschen übrig. Noch immer sind einige Universitäten ohne ordentliche geographische Professuren. Noch immer besteht der Ausschlufs des geographischen Unterrichts von der Oberstufe, wo es den Vertretern anderer Fächer (Mathematik, Physik, Geschichte) anheimgestellt ist, einzelne Zweige der Geographie zu behandeln. Auch auf der Mittelstufe wird der geogra-

phische Unterricht noch sehr oft Nichtfachleuten übertragen. Es liegt dies darin, dafs der grofse Bildungswert der Erdkunde noch in weiten Kreisen verkannt wird. Ihr Wert beruht 1. in dem Wert des länder- und völkerkundlichen Thatsachen-Wissens, und 2. in der Einführung in innere Kausalzusammenhänge des Erkannten. Die Anforderungen, welche das 20. Jahrhundert an die heranwachsende Generation stellt, werden sehr grofse sein und auf der Schule mufs der Grund dazu gelegt werden, damit dieselbe später mit allen Kräften teilnehmen kann an dem Leben des Volkes. Dazu ist der erdkundliche Unterricht mit seiner Einführung in allerlei innere Kausalzusammenhänge ganz besonders geeignet, was an einer Reihe von Beispielen aus der Schulpraxis dargethan wird. Gerade der mathematisch-geographische Unterricht, wenn er entwickelnd vorgeht, hat einen besonders hohen Wert. So kann die Ursache der Erwärmung in den einzelnen Jahreszeiten und Erdzonen schon auf der unteren Stufe klar gemacht werden, ebenso die scheinbare Drehung des Fixsternhimmels. Auch viele Erscheinungen der physischen Erdkunde gehören hierher, wie Verdunstung und Niederschlag, Entstehung von Grundwasser, Quellen, Oasen, Erosionsthätigkeit des fliefsenden Wassers, Deltabildungen, Abhängigkeit der Vegetation vom Niederschlag, Bedingungen der Wüstenbildung, der Siedlungsverhältnisse u. drgl. Dadurch, dafs man den Schüler zu Schlufsfolgerungen einfachster Art anleitet, führt man ihn zu weiterer und vertiefter Kenntnis. Auf den höheren Stufen wird das Mafs der Anforderungen natürlich immer mehr gesteigert, wie dies z. B. in der bekannten Kirchhoffschen Schulgeographie der Fall ist. Der Vortragende stellt eine Anzahl von Thesen auf zur Förderung des geographischen Unterrichts auf Schule und Universität. In der anschliefsenden Debatte legten verschiedene Herren den Stand des geographischen Unterrichts in den einzelnen deutschen Staaten dar. Prof. Schneider (Dresden) tadelte die Verquickung der Geographie mit der Geschichte und bedauert, dafs die sächsischen Realgymnasien den geographischen Unterricht der Primen auf einen Druck Preufsens hin hätten aufgeben müssen. Prof. Oberhummer (München) bespricht die Verhältnisse der bayrischen Gymnasien, wo allerdings viele Lehrer ohne geographische Vorbildung den Unterricht erteilen; er ist nicht principiell gegen die Vereinigung von Geographie und Geschichte. Prof. Palaczy (Prag) bemerkt, dafs seit 1884 die Geographie ein selbständiger Prüfungsgegenstand für Lehramtskandidaten in Österreich ist. Dr. Langenbeck (Strafsburg) konstatiert unter den Direktoren geradezu ein Bedenken, den geographischen Unterricht den Fachgeographen zu übertragen und wünscht einen Protest des Geographentages gegen diese Zustände. Nach längerer Debatte nimmt die Versammlung folgende Thesen des Herrn Prof. Kirchhoff an: 1. Der deutsche Geographentag hält es für dringend erforderlich, dafs jetzt, wo nach den Lehrplänen von 1891 in einer Anzahl deutscher Staaten der erdkundliche Unterricht von Lehrern der Geschichte, der Naturgeschichte und der Mathematik erteilt wird, die betr. Lehramtskandidaten sich einer Staatsprüfung in Erdkunde unterziehen.

2. Der deutsche Geographentag bittet die Unterrichtsverwaltungen, die Direktoren der höheren Schulen zu veranlassen, nach Möglichkeit den erdkundlichen Unterricht in allen Klassen nur solchen Lehrern zu übertragen, welche ihre Lehrbefähigung dafür durch eine Staatsprüfung nachgewiesen haben. —

Möchten diese Beschlüsse des Geographentages den gewünschten Erfolg haben zur Förderung des geographischen Unterrichts auf unsern höheren Schulen!

Den 2. Vortrag hielt Herr Dr. A. Oppel (Bremen): Über den Wert und die Anwendung der geographischen Anschauungsbilder im Unterrichte. In klarer anschaulicher Weise wies der Redner die

Wichtigkeit und die Vorzüge der Bilder beim geographischen Unterrichte nach. Gegenüber dem Lehrer der Naturwissenschaft, besonders der Botanik, ist der Geograph im Nachteil, da er die Gegenstände dem Schüler nicht in natura vorführen kann. Das wichtigste Hilfsmittel zur Erzeugung einer naturtreuen sinnlichen Anschauung ist das Bild, denn die Karte ist nur etwas Künstliches, da sie mit konventionellen Zeichen arbeitet. In neuerer Zeit hat man diesem Unterrichtsmittel gröfsere Aufmerksamkeit gewidmet; besonders in germanischen Ländern — Deutschland, Österreich, Schweiz, Holland — sind gröfsere Sammlungen von Wandbildern entstanden. Die geographische Ausstellung zählte deren über 200. Der pädagogische Wert der geographischen Anschauungsbilder ist ein mehrfacher. Besser als Karte und gesprochenes Wort vermitteln sie dem Schüler das Verständnis der geographischen Begriffe, da sie die Erscheinungen der Natur und des menschlichen Lebens so zeigen, wie wir sie sehen. Das Bild übt das Auge und befördert die Entwicklung der Phantasie. Wenn das Verständnis des Bildes angebahnt wird, so leistet der Unterricht der allgemeinen Bildung einen grofsen Dienst, wobei die Vorbildung zum Verständnis für die Kunst als wertvolles Nebenprodukt gewonnen wird. Es ist nicht immer leicht die charakteristischen, typischen Bilder auszuwählen. Auch das richtige Vervielfältigungsverfahren ist wichtig für die Wirkung der Bilder. Holzschnitte, sowie Aquarelle und Öldrucke kommen in Betracht. Farbige Darstellungen sind beim Unterricht besonders vorteilhaft, doch müssen sie gut ausgeführt sein, sonst erscheinen Schwarzdrucke als geeigneter. Für den Unterricht sind grofse Wandbilder und kleinere Bilder für die häusliche Vorbereitung der Schüler erforderlich, denn der Schüler soll den Inhalt eines Bildes nicht nur auffassen, sondern auch festhalten und soll zu selbständiger Beobachtung am Bilde angeleitet werden. Der Vortragende hält es für das Wünschenswerteste, wenn für den geographischen Unterricht ein eigenes Lehrzimmer geschaffen würde, in dem Karten, Bilder u. drgl. stets zur Hand wären, ähnlich wie es beim physikalischen und chemischen Unterricht der Fall ist. Mit dem Wunsche, dafs der Gebrauch der Bilder als ein unentbehrliches Hilfsmittel sich immer mehr einbürgern möge, schlofs der Redner seinen mit grofsem Beifall aufgenommenen Vortrag.

Es gelangte sodann ein Antrag des Gymnasiallehrers Rohrbach (Gotha) zur Verhandlung: „Der deutsche Geographentag erklärt es für dringend wünschenswert, dafs allen für den Unterricht bestimmten Karten in Merkators Projektion nach Süden die gleiche Ausdehnung gegeben werde wie nach Norden, so dafs der Äquator die Karte halbiert.“ Die Versammlung lehnte den Antrag ab, zumal die Merkatorkarte auf der Unterstufe auszuschliefsen ist. —

In der 3. Sitzung (18. April) sprach zunächst Lieutenant Graf Götzen (Berlin) in fesselnder Weise über seine im Jahre 1894 ausgeführte energische Durchquerung Centralafrikas von Pangani an der Ostküste bis zur Kongomündung. Prof. Wagner (Göttingen) hatte ein Problem der historischen Kartographie zum Gegenstand seines Vortrages gewählt: Über das Rätsel der Kompafskarten im Lichte der Gesamtentwicklung der Seekarten. Seine interessanten Ausführungen wurden unterstützt durch eine sehr reiche Sammlung historischer Karten, welche namentlich den Sammlungen der Göttinger Universität entnommen waren. Es sprach noch Prof. Krümmel (Kiel) über die Nutzbarmachung der nautischen Institute für die Geographie, wobei besonders die grofsartigen Leistungen der deutchen Seewarte hervorgehoben wurden, ferner Prof. Börgen (Wilhelmshaven) über die Gezeiten.

Der 4. Sitzung war die Landeskunde des deutschen Nordwestens vorbehalten. Herr Bauinspektor Bücking erklärte in eingehender Weise das grofsartige, nun vollendete Werk der Weserkorrektion, wodurch die Fahrrinne der Weser in den Jahren 1887—1894 von 2,5m auf 5,4m Tiefe gebracht

worden ist und der Schiffahrtsverkehr nach Bremen-Stadt eine bedeutende Höhe erfahren hat. „Über die nordwestdeutschen Moore, ihre Nutzbarmachung und volkswirtschaftliche Bedeutung“ sprach Herr Dr. Tacke, Direktor der Moorversuchsstation in Bremen, in eingehender und sehr anziehender Weise, während Herr Prof. Buchenau (Bremen) die ostfriesischen Inseln und ihre Flora behandelte. Für die letzte (5.) Sitzung war nur ein Vortrag übrig geblieben, da Prof. Hahn (Königsberg) den angezeigten Vortrag über die Geschichte der Handelswege in Afrika zurückgezogen hatte. Der Direktor des Norddeutschen Lloyd, Dr Wiegand, gab eine sehr anschauliche Schilderung der deutschen Kolonisation in Südamerika, wobei er auf die günstigen klimatischen und wirtschaftlichen Verhältnisse in Argentinien und Chile hinwies, die von den Deutschen noch lange nicht genügend ausgenutzt würden. Damit war die Reihe der Vorträge erschöpft. Ein Antrag von Prof. Lehmann, der kgl. preufs. Landesaufnahme den Wunsch auszusprechen, dafs auf den Mefstischblättern die Isohypsen künftig ebenso wie in Sachsen, Baden u. a. nicht in schwarzer, sondern in einer andern Farbe gegeben werden möchten, wurde mit nur geringer Mehrheit angenommen.

Als Ort des nächsten Geographentages (Ostern 1897) wird Jena gewählt. Der Vorsitzende, Prof. Kirchhoff (Halle) giebt einen Rückblick über die Arbeiten des 11. deutschen Geographentages. Die Krone seiner Arbeiten bestehe darin, dafs er die antarktische Forschung zu einem greifbaren Ergebnis gebracht habe. Die Zahl der Teilnehmer belief sich auf 494, davon ca. 300 Bremer. Prof. Wagner spricht der Bremer geographischen Gesellschaft, besonders den Herrn Dr. Wolkenhauer und Dr. Oppel für ihre grofse Mühe den herzlichsten Dank aus und schliefst den 11. Geographentag mit einem Hoch auf Bremen. —

Auch die geselligen Veranstaltungen erfreuten sich der regsten Teilnahme und allseitigsten Beifalls. Das gilt besondes von dem Festessen zu Ehren des 25jährigen Bestehens der Bremer geograph. Gesellschaft, sowie von der vom herrlichsten Wetter begünstigten Fahrt nach See bis Helgoland, zu welcher der Norddeutsche Lloyd mit bekannter Liberalität die Teilnehmer des 11. deutschen Geographentages eingeladen hatte. Auch an dem Ausfluge in ein Moorgebiet, unter Führung von Dr. Tacke, beteiligten sich eine gröfsere Anzahl Herren. So wird der 11. deutche Geographentag in Bremen gewifs allen Teilnehmern in angenehmster Erinnerung bleiben.

Ein hervorragendes Verdienst hatte sich der Ortsausschufs durch die mit dem Geographentage verbundene, vorzügliche Ausstellung erworben, welche ebenfalls in den Räumen des Künstlervereins untergebracht war. Dieselbe gereicht dem Leiter, Herrn Dr. Oppel, zu grofser Ehre. Sie umfafste 3 Hauptgruppen: I. Seewesen, Seekarten, Weserstrandkarten und Wasserbau. Die 1. Abteilung (Seewesen) enthält eine grofse Zahl von Schiffsmodellen, nautischen Instrumenten und Büchern alter und neuer Zeit, ferner die Betonnung und Beleuchtung der Fahrwasser und das Rettungswesen; die 2. Abteilung bildete die äufserst lehrreiche und wertvolle historische Ausstellung von Prof. Wagner, welche die Entwickelung der Seekarten vom 13.—18. Jahrhundert vor Augen führte. In den übrigen Abteilungen schlossen sich neuere Seekarten, Segelhandbücher, sowie ältere Strandkarten der Weser an. Die II. Hauptgruppe enthielt namentlich auf dem Gebiet der Schulgeographie hervorragende Leistungen. Karten, Atlanten, Lehrbücher und Anschauungsbilder waren in reichster Fülle vorhanden, wobei besonders die Veröffentlichungen der letzten Jahre berücksichtigt waren. Sehr interessant waren die Sonderausstellungen der Geographischen Institute von Dietrich Reimer (Berlin) und Justus Perthes (Gotha). Von den hervorragendsten Schul-Atlanten nennen wir nur diejenigen von Debes-Kirchoff-Kropatschek, Sydow-Wagner, Diercke-Gäbler und den zu den besten neueren Leistungen gehörenden „Deutchen Schulatlas“ von Dr. Lüddecke. Als den

Glanzpunkt in dieser Gruppe möchten wir die bildlichen Darstellungen bezeichnen. Hier sah man zugleich die bedeutendsten Sammlungen geographischer Anschauungsbilder, so die schönen Charakterbilder von Hölzel, die Typenbilder von Geistbeck und Engleder, vorzügliche schweizerische und niederländische Landschaften, ferner die Tafeln ausländischer Kulturpflanzen von Göring und Schmidt, die Kirchhoff'schen Rassebilder, die Lehmann-Leutemann'schen Völkertypen und viele andere.

Die III. Hauptgruppe umfaſste die Landeskunde Bremens und der Unterweser und war ebenfalls sehr reich beschickt. Jedenfalls gebührt den Veranstaltern dieser schönen Ausstellung der aufrichtigste Dank. Für den geographischen Unterricht werden die Verhandlungen des Bremer Geographentages gewiſs fruchtbringend sich erweisen, damit das Studium der Erdkunde unsern Schülern ein Vergnügen werde. Sagt doch schon der alte Lucas Aurigarius in seinem 'Speculum nauticum' (1586): Magna dignitas geographiae semper fuit, magna voluptas et fructus.

Zu den Meisterbauwerken der Erde.

Die Grünthaler Brücke über den Nord-Ostsee-Kanal.*)

Vergl. i. d. Ztschr. XXIV (1893) S. 314 (wo auch in der Anm. Citate sind).

Die neue Hochbrücke über den Nord-Ostsee-Kanal, welche der Kaiser am 3. d. M. (XII, 94) eingeweiht hat, ist die Grünthaler. Es ist ein gewaltiges Bauwerk von kühner Konstruktion, das zu den bemerkenswertesten eisernen Brücken der modernen Zeit gehört. Vorab sei bemerkt, daſs über diese feste Brücke die Linie der westholsteinischen Eisenbahn „Neumünster-Tönning“ und die Chaussee „Albersdorf-Hademarschen führt. Bei der Konstruktion der Brücke kam es darauf an, ihr eine derartige Spannweite zu geben, daſs sie durch eine Verbreiterung des neuen Nord-Ostsee-Kanals, wenn eine solche später erforderlich werden sollte, durchaus nicht berührt wird. So hat denn die Brücke die sehr bedeutende Spannweite von 156,5 m erhalten. Sie steht mithin unter den eisernen Brücken der Erde hinsichtlich der Spannweite als die neunte da, und zwar besitzt die gröſste Spannweite mit 521,20 m die Brücke über den Firth of Forth. Dann folgen mit 518 m die East-River-Brücke zwischen New-York und Brooklyn, mit 255 m die Viaur-Brücke in Frankreich, mit 240,79 m die Indusbrücke bei Sukkur, mit 190 m die Donaubrücke bei Zernewoda, mit 166 m die Hudsonbrücke bei Poughkepsie, mit 165 m die Garabit-Brücke, mit 159,50 m die Douro-Brücke bei Opporto und alsdann mit ihren 156,5 m unsere Brücke bei Grünthal. Sie besitzt in Deutschland von allen Brücken die gröſste Spannweite, denn die Weichselbrücke bei Dirschau weist nur 121,15 m, die bedeutendste Brücke über den Rhein, jene oberhalb Koblenz, nur 107 m und die weitspannigste Brücke der Elbe, jene bei Riesa, nur 101,40 m auf. Aber nicht nur eine bedeutende Spannweite war bei der Grünthaler Brücke zu berück-

---

*) Aus d. Leipziger Tageblatt Nr. 629 4. B. (10./XII. 1894). Dieser Artikel ist von unserm Mitarbeiter Herrn Realschul-Oberlehrer Sievers in Frankenberg i. S., der in Jahrg. XXV, 213 u. f. den Kanal nach eigner Anschauung beschrieb, noch besonders revidiert und in einigen Stellen korrigiert worden. Nach ihm läſst selbst diese Brücke höchstmastigen Schiffen auch nicht ganz freie Passage (Kappung der Oberbramstenge, s. a. a. O. S. 218). Für schöner gilt allgemein die Hochbrücke bei Levensau, die bei km 90 (ab Brunsbüttel-Elbschleuſse) liegt. D. Red.

sichtigen, sondern auch eine möglichst hohe Lage über dem Wasserspiegel des Nord-Ostsee-Kanals, damit Seeschiffe mit ihrer hohen Bemastung ungehindert unter der Brücke hindurchfahren können. So ist denn auch die Unterkante des Trägers in der Mitte der Brücke nicht weniger als 42 m über dem höchsten Wasserstande des Kanals gelegen. Die äufsere Erscheinung der Brücke ist eine sehr gefällige und elegante. Sie nimmt sich leicht und zudem ungemein kühn aus. Zwischen den kraftvollen Landpfeilern mit ihren hochragenden Türmen spannt sich in schöner Linie das mit Kämpfergelenken versehene Bogenpaar, geschnitten von einer Sehne, welche die Fahrbahn bildet. Wo die Fahrbahn unter dem Bogenpaar liegt, ist sie aufgehängt, wo sie hingegen nach den beiden Enden über ihm liegt, ist sie gestützt. Jeder Bogen setzt sich zusammen aus zwei sichelartig verbundenen Trägern, deren jeder aus viereckigen Kästen mit einer offenen Seite besteht. Es handelt sich also um eine Sichelträgerbrücke, bei der jedoch, abweichend von allen bisherigen Konstruktionen, die Fahrbahn nicht über dem höchsten Punkte des Bogens als Tangente, sondern unterhalb als Sehne gelegt ist. Sehr bemerkenswert ist, dafs man die Sehne, also die Fahrbahn, in der Mitte nach oben hin schwach gekrümmt hat, und zwar in der Absicht einer Korrektur für das Auge, das sonst der optischen Täuschung, als biege sich die Fahrbahn nach unten durch, anheimgefallen wäre. Es hat also hier eine ähnliche Korrektur stattgefunden, wie sie angeblich von den Griechen bei ihren Tempelbauten durch die Kurvatur der Horizontalen behufs Aufhebung gewisser perspektiver Wirkungen beliebt wurde. Hinsichtlich der Fahrbahn sei noch bemerkt, dafs in ihrer Mitte das Eisenbahngleis liegt. Passiert ein Eisenbahnzug die Brücke, so wird sie für den Wagenverkehr, nicht jedoch für den Fufsgängerverkehr abgesperrt. Das Bauwerk stellt sich dar als eine Meisterleistung deutscher Ingenieurkunst.

Die Weierstrafs-Feier in Berlin.

Von einem Teilnehmer.

Sehr geehrter Herr Redacteur! Sie wünschten von mir einen Bericht über die Weierstrafs-Feier, die am 31. Oktober bis 1. November d. J. zum 80. Geburtstag*) in Berlin stattgefunden hat. Ich sende Ihnen einige Notizen, die Sie event. durch die Berichte der Berliner Zeitungen vervollständigen können.

Das preufsische Kultus-Ministerium hatte das Bild des Jubilars auf Staatskosten malen und am Tage der Feier in der Nationalgalerie aufstellen lassen. Der König von Schweden verlieh ihm seinen höchsten Orden. Die Zahl der eingegangenen Adressen, Telegramme u. s. w. war sehr grofs. Vielfach wurden die Adressen von einem Abgesandten persönlich überreicht; in dieser Weise gratulierten die Mathematiker-Vereinigung Deutschlands, die Carolinisch-Leopoldinische Akademie der Naturforscher, die philosophischen Fakultäten von Breslau, Greifswald, Halle, Königsberg, Münster und die technische Hochschule zu Berlin. Namens der Berliner Akademie erschien Geheimrat Auwers, namens der Universität Berlin der derz. Rektor und der z. Dekan. — Prof. Mittag-Leffler war eigens von Stockholm herübergeeilt, um die Glückwünsche der nordischen Universitäten und Akademien zu überbringen. W.s Schüler, die ihm vor 10 Jahren seine Marmorbüste gewidmet hatten, schenkten ihm jetzt die Kupferplatte zu seinem Bilde. Als er in seinem Sessel, an den er leider gebannt ist, die Gratulation der jüngeren Mathematiker, die gröfstenteils

*) W. ist geboren am 31. Okt. 1816. D. Red.

seine Schüler waren, entgegennahm, erinnerte er, wie G. Cantor aus Halle treffend hervorhob, an den alten Pythagoras. Jeden einzelnen Glückwunsch beantwortete er mit seltener Geistesfrische. Eine seiner Antworten möchte ich hier mitteilen. Geheimrat Lampe von der technischen Hochschule hob hervor, seine Anstalt freue sich, daſs W., als er die drückenden Fesseln des Schulunterrichts habe abstreifen können, seine ersten Vorlesungen an der damaligen Gewerbe-Akademie gehalten habe, die sich jetzt zur technischen Hochschule entwickelt habe. Darauf antwortete W., der Unterricht am Gymnasium sei ihm nie eine Fessel gewesen, im Gegenteil habe er stets gern an der Schule gewirkt; nur sei es ihm sehr schmerzlich gewesen, daſs er in Deutsch-Crone gar keine und in Braunsberg eine zu kleine öffentliche Bibliothek habe benutzen können; so sei er auf diejenigen Bücher angewiesen gewesen, die er sich selbst habe anschaffen können, und deren Zahl habe bei dem kleinen Gehalt, den damals ein Gymnasiallehrer bezog, nur gering sein können.

Am Freitag Abend vereinigte der Mathematische Verein der Universität, der bereits am Tage zuvor in Verbindung mit seinen Schwestervereinen eine Adresse überreicht hatte, zahlreiche Verehrer zu einer schönen Festfeier. Prof. Schwartz entrollte ein anziehendes Bild von dem Lebenslauf und den Forschungen des Gefeierten; Prof. Frobenius machte dies Bild durch eine von Humor durchwürzte Rede noch interessanter, und Geheimrat Lampe hob in kerniger Rede die herrlichen Charaktereigenschaften des Meisters hervor. Manches treffliche Lied wurde zu seinen Ehren gesungen, mancher kräftige Salamander auf sein Wohl gerieben. Der Wunsch aber, der in jenen Tagen so oft ausgesprochen wurde, soll auch hier eine Stelle finden: es möge W. vergönnt sein, die Herausgabe seiner Werke und Vorlesungen zum Abschluſs zu bringen und sich dann noch recht lange eines gesegneten Lebensabends zu erfreuen!

Nekrolog Pick.

Am 19. Sept. d. J. verschied unerwartet rasch an einem Schlaganfall in Pohrlitz (Mähren), wohin er sich von Wien aus zurückgezogen hatte, unser langjähriger Mitarbeiter, der Privatgelehrte Dr. Ad. Joseph **Pick**, im Alter von ca. 71 Jahren (geb. am 29. Mai 1824). Indem wir auf den Artikel, den wir gelegentlich seines 70. Geburtstags zu seinen Ehren brachten, (XXV, 318) verweisen, sei es uns hier nur gestattet, in Kürze dankbar der thätigen Teilnahme zu gedenken, die der Verewigte vom Anfang an unserer Zeitschrift gewidmet hat. Aus seinen wohldurchdachten, gründlichen und für den Unterricht trefflich geeigneten Beiträgen, ebenso aus seinen Rezensionen, Arbeiten, die alle den gereiften Schulmann und z. T. auch den Gelehrten kennzeichnen, haben die Leser d. Z. mannigfache geistige Anregung und Belehrung gezogen.

Als Mench war der Heimgegangene, wie der Herausgeber d. Z. seiner Zeit (1872—1877) aus seinem 5jährigen Umgange mit demselben erfahren hat, höchst achtenswert und obschon dem mosaischen Glauben zugethan, doch wahrhaft christlich gesinnt.

Wir werden dem Heimgegangenen — zugleich im Sinne unserer Leser und Mitarbeiter — ein liebevolles Andenken bewahren.

Der H. d. Z.

Bei der Redaktion eingelaufene Druckschriften.

(Oktober 1895.)

Mathematik.

Zeuthen, Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Kopenhagen, Höst u. S. 1896.
Schlömilch, Vorlesungen über einzelne Teile der Analysis. 4. Aufl. des Compendiums d. h. Anal. II. Bd. Braunschweig, Vieweg. 1895.
Mahler, Leitfaden f. d. Anfangsunterricht in d. Planimetrie. Stuttgart, Neff. 1895.
Göller, Lehrbuch d. Schattenkonstruktion u. Beleuchtungskunde. ebd.
Schurig, Katechismus d. Algebra. 4. Aufl. des früher von Herrmann u. Heym bearb. Werkes gleichen Titels. Leipzig, Weber. 1895.
Wolf-Wolfer, Taschenbuch für Mathematik, Physik, Geodäsie u. Astronomie. 6. Aufl. 4. Lief. Zürich, Schultheſs. 1895.

Naturwissenschaften.

Pfaundler-Lummer, Müller-Pouillet Lehrb. d. Physik etc. II. Bd. 1. Abt. 2. Lief. (Optik.) Braunschweig, Vieweg. 1895.
Nernst u. Schönflies, Einführung in die mathem. Behandlung der Naturwissenschaften. München-Leipzig, Wolf. 1895.
Olivier, J. v., Was ist Raum, Zeit, Bewegung, Maſse? (Broschüre.) München, Finsterlin. 1895.

Zeitschriften, Programme, Festschriften, Separat-Abdrücke u. s. w.

Mathem. Ann. Bd. 46, 3 Hft. — Nouv. Ann. d. Math. XIV, Aug.—Sept. — Naturw. Rundschau X, 37. — Geogr. Zeitschr. v. Hettner I, 6—7. — Das Wetter XII, 9. — Natur u. Haus III, 23—24 u. IV, 1. — Himmel u. Erde (Urania) VIII, 1. — Zeitschr. f. Realschulw. XX, 9. — Zeitschr. f. Schulgeogr. XVI, 10. — Zeitschr. f. lateinlose h. Schulen VI, 12. — Zeitschr. f. weibl. Bildung XXIII, 17—19. — Central-O. f. d. R.-W. XXIII, 9—11. — Päd. Archiv XXXVII, 9. — Päd. Wochenblatt IV, 45. 47. 48. (46?) — Allgem. d. Lehrerzeitung 1895 (47. Jahrg.), 35—40. — Festschrift der 67. Naturf.-Vers. zu Lübeck, 1895. — Schriften vom Berliner Tierschutz-Verein (z. Bekämpfung d. Tierquälereien i. d. R.): Kalender f. 1896; Lesebüchlein; Notizen u. Zahlen. — Lehrmittel: Zeichenprüfer f. Freihandzeichner von Gruber. — Fromme's Österr. Professoren- u. Lehrer-Kalender f. 1895/96.

(November 1895.)

Mathematik.

A) Höhere.

Wirtinger, Untersuchungen über Thetafunktionen. Leipzig, Teubner. 1895.
Krause, Theorie der doppeltperiodischen Funktionen einer veränderlichen Gröſse. I. Bd. ebd. 1895.
Schröder, Algebra und Logik der Relative. (Der Vorlesungen über die Algebra d. L. 3. Bd.) 1. Abt. ebd. 1895.
Tannery, Diophanti Alexandrini op. omnia cum graecis comment. vol. II. ebd. 1895.
Schoute, Regelmäſsige Schnitte und Projektionen des 120-Zelles und 600-Zelles im vierdimensionalen Raume. Mit Tafeln und Tabellen. Amsterdam, Müller. 1894.

B) Niedere (Elementar-)Mathematik.

a) Arithmetik.

Hartl, Übungsbuch f. d. Unterricht i. d. allgem. Arithm. u. Algebra. (Ausgabe f. Deutschland.) Leipzig-Wien, Deuticke. 1869.
Höhnemann, Mathematik für Damen. I. Algebra. Leipzig, Strauch. (o. J.)
Költzsch, Antwortheft (m. Bem. u. Hinw. f. d. unterr. Behandlung zum 8stuf. Ziffer-R.) 3. Aufl. Leipzig, Merseburger. 1895.

b) Geometrie.

Spieker, Lehrbuch d. Trigonometrie (ebene u. sphär. 3. Aufl.) und Stereometrie. (2 Hefte.) Potsdam, Stein. 1895.
Köstler, Leitfaden d. ebenen Geom. 1. Heft. (Kongruenz.) 4. Aufl. Halle a. S., Nebert. 1895.
Längst, Kegelschnitte, vorbereitender Kursus (25 Vorlagen m. Text). Stuttgart, Kohlhammer. 1895.
Kapteyn, Over de merkwaardige punten van den driehoek. Amsterdam, Müller. 1895.
Schwatt, A geometrical Treatment of curves, which are isogonal conjugate to straight line with respect to a triangle. Boston, New-York, Chicago. (o. J.)

c) Didaktisches.

Beck, Mathematische Hauptsätze f. Gymnasien. Methodisch zusammengestellt. II. T. (Pensum des Ober-Gymn.) Leipzig, Dürr. 1896.
Simon u. Kiefsling, Didaktik u. Methodik des Rechnen-, Mathematik- und Physik-Unterrichts. (Sonderausgabe aus Baumeisters „Handbuch d. Erz. u. Unterr.-Lehre f. h. Schulen.“ München, Beck. 1895.) (Die übrigen Teile des „Handbuchs“ gingen uns nicht zu.)

Naturwissenschaften.

Breslich u. Bachmann, Lehrbuch d. Physik u. Chemie f. h. Mädchenschulen, Lehrerinnen-Seminarien u. Fortbild.-Anst. 3. Aufl. Berlin, Mittler. 1895.
Smolka, Lehrbuch d. anorg. Chemie f. gewerbl. Lehranstalten. Leipzig-Wien, Deuticke. 1895.
Behrens, Anleitung zur mikrochemischen Analyse der wichtigsten organischen Verbindungen. 1. Heft. Hamburg-Leipzig, Vofs. 1895.
Sacco, Essai sur l'orogénie de la terre. Turin, Clausen. 1895.
Habenicht, Analyt. Form der Blätter (m. 148 Fig.) Quedlinburg, Selbstverlag. 1895.
Didaktik und Methodik a) des Chemie-Unterrichts von Arendt, b) des Unterr. in Naturbeschreibung von Loew, aus Baumeisters „Handbuch u. s. w.“ (s. o.) München, Becksche Buchh. 1895.
Lange, Geschichte des Materialismus u. s. w. 5. (wohlfeile) Aufl. 1. u. 2. Heft (mit biogr. Vorwort, Einleitung u. kritischem Nachtrag von Cohen). Leipzig, Bädeker. 1896.

Periodische Schriften.

Statist. Jahrbuch d. h. Schulen Deutschlands. XVI. Jahrg. 1895/96. Leipzig, Teubner. — Math. Ann. Bd. 46, 4. Heft. — Zeitschr. f. phys. u. chem. Unt. (Poske) VIII, 7. — (Schlöm.) Zeitschr. f. M. u. Phys. XL, 5. — Nouv. Ann. d. Math. XIV, Okt. 1895. — Hettners geogr. Zeitschr. I, 8—9. — Assmann, Das Wetter XII, 10. — Marpmann, Zeitschr. f. angew. Mikroskopie. I, 7. — Atti della R. Accademia delle science di Torino. Vol. XXX. Heft 12—16. — (Oest.) Zeitschr. f. R.-W.

XX, 10—11. — Zeitschr. f. Schulgeogr. XVI, 11—12. — Päd. Archiv u. s. w. XXXVII, 10—11. — Zeitschr. f. lateinlose h. Sch. VII, 2. — Zeitschr. f. weibl. Bild. XXIII, 20—21. — Päd. Wochenblatt V, 2—6. — Unterrichtsblätter f. Math. u. Ntw. I, 4. — Allg. d. Lehrerztg. 1895, Nr. 41—44. — Bibliotheca Hassiaca (Repert. der hessisch. landesk. Litteratur) von Ackermann. (V. Nachtrag.) Kassel 1894.

Briefkasten.

A) Allgemeiner.

1) Hr. Prof. Frischauf-Graz teilt uns mit, dafs er von dem uns freundlichst gewidmeten Aufsatz zum 25j. Jubiläum d. Ztschr. („*Zum Rechnen mit unvollständigen Zahlen*" Heft 3, S. 161 u. f.) noch eine Anzahl Separatabdrücke besitze und diese gerne, soweit der Vorrat reiche, an Interessenten, die solche wünschen, versende. (Auch der Herausgeber ds. Z. besitzt noch einige zu diesem Zwecke.) Aufserdem hat Hr. F. noch einen Artikel in der Zeitschrift „Öster. Mittelschule" XI, 11. Heft verfafst, der die Wiedergabe eines im Verein „Innerösterreichische Mittelschule" gehaltenen Vortrags ist („Das Rechnen mit unvollständigen Zahlen"). In diesem Aufsatze geht er zugleich gegen die „Instruktionen für den Unterricht an Realschulen" in Österreich tadelnd vor. Wir gedenken diesen Artikel zur Informierung unserer Leser über österreichische Schulbücher später abzudrucken.

2) Wir bitten unsere Herren Berichterstatter (Rezensenten) dringend, sich bei der Bücherbesprechung kürzer zu fassen. Es läfst sich doch auch in wenig Worten viel sagen oder in gedrängter Darstellung das Wesentliche des Inhalts von einem Werke angeben. Die Nichtbefolgung dieses Princips hat bewirkt, dafs sich bei uns eine Unmasse von Rezensionen aufgehäuft haben, zu deren Bewältigung ein ganzes Heft nicht ausreichen würde. Eine nicht eben angenehme Folge hiervon sind die öfteren Nachfragen der Referenten nach dem Verbleib ihrer Berichte und Mahnungen der Verlagshandlungen.

B) Spezieller.

Hr. Dr. K. in Wien. Sie haben uns mifsverstanden. — Hr. A. K. in A. Ihre Beweise sind eigentümlicher Art und dürften den Widerspruch herausfordern. Die Verbindungslinie zweier unendlich nahen Punkte auf dem Kreise soll eine Tangente sein? Wird das ein Schüler verstehen? Unendlich nahe Punkte und eine Verbindungsgerade derselben? Ja, eine Sekante wird zur Tangente, wenn die beiden Schnittpunkte sich einander nähern und schliefslich zusammenfallen (Doppelpunkt). Wenn Sie in Ihren Sätzen die Sekante zu Hilfe nehmen, dann wird die Sache anschaulich.

Berichtigungen.

In dem Artikel von Frischauf (Heft 3 ds. Jhgs.) mufs es heifsen:
S. 168, Zeile 12 v. o. Übergänge statt Ubergänge.
„ 171, „ 10 v. u. $m+1$ statt $+1$.

In dem Bericht über die Versammlung in Göttingen (T. III, S. 535) ist zu dem Vortrage von Baumann das Zitat fortgeblieben: *Vgl. Baumann, die grundlegenden Thatsachen zu einer wissenschaftlichen Lebensauffassung. Stuttgart 1894.*

1771. fund

16.

Zeitschrift

für

mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Ein Organ für Methodik, Bildungsgehalt und Organisation der exakten Unterrichtsfächer an Gymnasien, Realschulen, Lehrerseminarien und gehobenen Bürgerschulen.

(Zugleich Organ der Sektionen für math. und naturw. Unterricht in den Versammlungen der Philologen, Naturforscher, Seminar- und Volksschul-Lehrer; giebt auch Mitteilungen über den „Verein zur Förderung des Unterrichts i. d. Mathematik und i. d. Naturw.“)

Unter Mitwirkung
der Herren Prof. Dr. Bauer in Karlsruhe, Univ.-Prof. Dr. Frischauf in Graz, Dr. Günther, Prof. a. d. techn. Hochschule in München, Geh.-R. Dr. Hauck, Prof. an der techn. Hochschule in Berlin, Gewerbeschul-Dir. Dr. Holzmüller in Hagen, Realgymnasial.-Prof. Dr. Lieber in Stettin, Gymnas.-Obl. v. Lühmann in Königsberg i/N., Prof. Dr. Haas in Wien und Prof. Scherling in Lübeck

herausgegeben
von
J. C. V. Hoffmann.

Sechsundzwanzigster Jahrgang.

8. Heft.

(Mit 3 Figuren im Texte.)



Leipzig,
Druck und Verlag von B. G. Teubner.
1895.

Soeben erschien:



Plaudereien in der Dämmerstunde.

Ein Buch für die Jugend

von

Dr. Karl Kraepelin.

Mit 4 Vollbildern in Buntdruck und Zeichnungen von O. Schwindrazheim.

BGT

In Originalband geb. Mk. 3.20.

Leipzig,

Druck und Verlag von B. G. Teubner.

1896.

Für Knaben und Mädchen vom 11. Lebensjahre an, für Schulbibliotheken, als Schulprämie u. s. w. eignet sich dieses neue Buch auf das Trefflichste.


Spinnwarzen
Fuss einer Kreuz-spinne.

Vorwort.

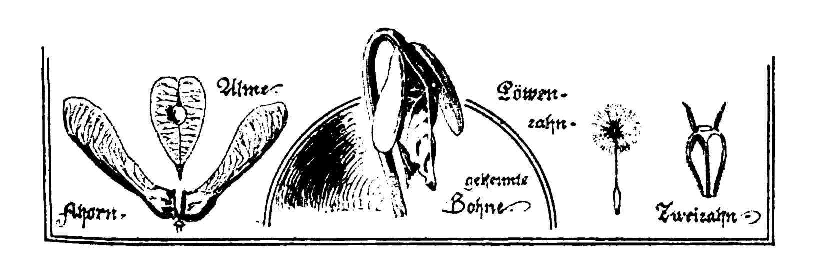
Die hohe Bedeutung, welche den Naturwissenschaften für die Erziehung der Jugend zukommt, ist nach Ansicht des Verfassers bisher noch keineswegs genügend gewürdigt worden. Namentlich in der Großstadt mit ihren endlos sich dehnenden Straßenzügen ist der heranwachsenden Generation jede innigere Beziehung zur lebenden Natur fast völlig verloren gegangen. Die Schule allein mit ihren kärglich bemessenen Unterrichtsstunden kann hier nicht helfen. So lag denn der Gedanke nahe, das vorliegende Werkchen zu schreiben, das den lern- und wißbegierigen Knaben in möglichst lebendiger Darstellung zum naturwissenschaftlichen Denken anregen und ihm die Naturobjekte seiner nächsten Umgebung, vor allem also des väterlichen Hauses, geistig und gemütlich näher bringen soll. Zwei Klippen, welche hierbei Gefahr drohten, zu große Gelehrsamkeit auf der einen, die Erörterung von Bekanntem, in der Schule bereits Besprochenem auf der andern Seite, hofft der Verfasser leidlich vermieden zu haben.

Die gewählte Form des Dialogs mag als veraltet gelten; sie erschien jedoch dem Verfasser als die für den erstrebten Zweck am besten geeignete, wohl aus denselben Erwägungen, welche den großen Meister der griechischen Philosophie bei der Abfassung seiner klassischen Gespräche geleitet haben.

Sollte das Empfinden, Denken und Reden der fröhlichen Jungen des „Dr. Ehrhardt", wie es dem Verfasser im Geiste vor Augen stand, als im großen und ganzen der Wirklichkeit entsprechend sich darstellen, so dürfte auch die Wirkung des von O. Schwindrazheim mit liebevoller Hingabe illustrierten Werkchens auf Gemüt und Verstand der jugendlichen Leser nicht ausbleiben.

Hamburg, im Oktober 1895.

Der Verfasser.





Inhalt.



Soeben erschien:

DIE

EHRE VON DER WÄRME,

DES LEHRBUCHS DER EXPERIMENTALPHYSIK

ZWEITER BAND.

VON

ADOLPH WÜLLNER.

FÜNFTE VIELFACH UMGEARBEITETE UND VERBESSERTE AUFLAGE.

MIT 131 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN ABBILDUNGEN UND FIGUREN.



[XI u. 936 S.] Ladenpreis: geh. Mk. 12.—

LEIPZIG,

DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.

1896.

Vorwort.

Wie in der Vorrede des ersten Bandes zur 5. Auflage bereits bemerkt wurde, ist in der neuen Auflage eine andere Anordnung des Stoffes gewählt worden als in der frühern. Der zweite Band bringt jetzt die Wärmelehre; die Lehre vom Lichte, die früher den zweiten Band bildete, ist mit Rücksicht auf die elektromagnetische Lichttheorie in den vierten Band verwiesen.

Das erste Kapitel bringt, wie früher, die Lehre von der Thermometrie und von der Ausdehnung der Körper; neu aufgenommen ist die Anwendung der Thermoelemente zur Thermometrie, insbesondere zur Messung sehr hoher und sehr tiefer Temperaturen. Die Messungen von Amagat über die Kompression der Flüssigkeiten und der Gase bei verschiedenen Temperaturen führten zur Untersuchung der Ausdehnung der Flüssigkeiten unter verschiedenen Drucken und zur genauern Kenntnis der Zustandsgleichung für die Gase. Für letztere ergiebt sich besonders, dafs die verschiedenen Gase eine verschiedene Abhängigkeit der Konstanten der van der Waalsschen Gleichung von der Temperatur erheischen.

Im zweiten Kapitel ist die Lehre von der Strahlung erheblich eingeschränkt, die Eigenschaften der Strahlung als von den Körpern ausgesandter Wellen werden im vierten Bande in der Optik behandelt; hier wird nach Besprechung der Mefsinstrumente, insbesondere des Bolometers, die Strahlung wesentlich nur in Beziehung zu den Körpern, von denen sie ausgeht und von denen sie aufgenommen wird, also Emission und Absorption, besprochen; hierbei werden die Gesetze der Strahlung von Stefan und F. Weber verglichen. Unsere Kenntnis der Wärmeleitung ist durch H. Webers und die durch diese veranlafsten Untersuchungen über die Wärmeleitung der Flüssigkeiten erweitert. Betreffs der Wärmeleitung der Gase führen auch die neueren Untersuchungen nicht auf eine verschiedene Übertragung der fortschreitenden Bewegung der Moleküle und der Bewegung der Bestandteile. Der von Schleiermacher gefundene Wert für die Wärmeleitung des Quecksilberdampfes bleibt isoliert.

Das dritte Kapitel, die Darlegung der Grundsätze der mechanischen Wärmetheorie hat keine wesentliche Änderung erfahren.

Im vierten Kapitel ist das Joly-Bunsensche Dampfcalorimeter und die Pfaundlersche Methode der Bestimmung der specifischen Wärme durch den galvanischen Strom eingeführt und die grofse Menge des neuen experimentellen Materials verwertet. Der Gang der specifischen Wärme des Wassers mit der Temperatur, und damit die grofse Zahl von Wärmemessungen nach ihrem wahren Werte, bleibt leider nach wie vor unsicher.

Die Schmelz- und Erstarrungserscheinungen ebenso wie die Ver-dampfung sind in den letzten Jahren vielfach Gegenstand der Untersuchung gewesen. Für die Theorie der Lösungen sind sie auf Grund der van't Hoff-schen Sätze von grundlegender Bedeutung geworden. Soweit es ohne zu tiefes Eindringen in das Gebiet der physikalischen Chemie möglich war, sind die dahin zielenden theoretischen und experimentellen Unter-suchungen berücksichtigt worden.

Die Lehre von der Wärmeentwicklung durch chemische Prozesse ist nicht erweitert worden; die physikalischen Grundsätze sind durch die älteren Untersuchungen gegeben, die neueren Untersuchungen, so interessant sie sind und so wichtige Sätze sie zum Teil für den Chemiker bringen, gehören mehr in das Gebiet der Chemie.

Aachen, den 15. Oktober 1895.

A. Wüllner.

Inhaltsverzeichnis.

Erstes Kapitel.

Die Thermometrie und Ausdehnung der Körper durch die Wärme.

Zweites Kapitel.

Die Fortpflanzung der Wärme.

Drittes Kapitel.

Mechanische Theorie der Wärme.

Viertes Kapitel.

Specifische Wärme.

Fünftes Kapitel.

Veränderung des Aggregatzustandes durch die Wärme.

Sechstes Kapitel.

Wärmeentwicklung durch chemische Prozesse.

Neuester Verlag von B. G. Teubner in Leipzig.

1895.

Bardey, Dr. **E.**, methodisch geordnete Aufgabensammlung, mehr als 8000 Aufgaben enthaltend, über alle Teile der Elementar-Arithmetik, vorzugsweise für Gymnasien, Realgymnasien und Oberrealschulen. 21. Auflage. [XIV u. 330 S.] gr. 8. 1895. In dauerhaftem Einband *M.* 3.20.

——— arithmetische Aufgaben nebst Lehrbuch der Arithmetik, vorzugsweise für höhere Bürgerschulen, Realschulen, Progymnasien und Realprogymnasien. Neunte Auflage. [XI und 269 S.] gr. 8. 1895. In dauerhaftem Einbande n. *M.* 2.40.

Biermann, Dr. **Otto**, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule zu Brünn, Elemente der höheren Mathematik. Vorlesungen zur Vorbereitung des Studiums der Differentialrechnung, Algebra und Funktionentheorie. [XII u. 382 S.] gr. 8. 1895. geh. n. *M.* 10.—

Cantor, Moritz, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. In 3 Bänden. III. (Schlufs-)Band. II. Abteilung. Die Zeit von 1700 bis 1726. Mit 30 Figuren im Text. [472 S.] gr. 8. 1895. geh. n. *M.* 6.—

Eberhard, Dr. **V.**, Professor a. d. Universität zu Königsberg i. P., die Grundgebilde der ebenen Geometrie. In 2 Bänden. I. Band. Mit 5 Figurentafeln. [XLVIII u. 302 S.] gr. 8. 1895. geh. n. *M.* 14.—

——— über die Grundlagen und Ziele der Raumlehre. Separatabdruck aus der Vorrede zu „die Grundgebilde der Geometrie". [29 S.] gr. 8. 1895. geh. n. *M.* 1.60.

Fiorini, Matteo, Erd- und Himmelsgloben, ihre Geschichte und Konstruktion. Nach dem Italienischen frei bearbeitet von Siegmund Günther. Mit 9 Textfiguren. [V u. 137 S.] gr. 8. 1895. geh. n. *M.* 4.—

Gundelfinger, Dr. **Sigmund**, Prof. an der technischen Hochschule zu Darmstadt, Vorlesungen aus der analytischen Geometrie der Kegelschnitte, herausgegeben von Dr. Friedrich Dingeldey, Privatdocent ebendaselbst. Mit in den Text gedruckten Figuren und einem Anhange, enthaltend Aufgaben und weitere Ausführungen. [VIII u. 434 S.] gr. 8. 1895. geh. n. *M.* 12.—

Holzmüller, Dr. **Gustav**, Direktor der Gewerbeschule (Realschule mit Fachklassen) zu Hagen i. W., Mitglied der Kais. Leop. Carol. Akad. der Naturforscher, methodisches Lehrbuch der Elementar-Mathematik. (Im engsten Anschluß an die neuen Lehrpläne.) In drei Teilen. gr. 8. In Leinw. geb.

I. Teil, nach Jahrgängen geordnet und bis zur Abschlußprüfung der Vollanstalten reichend. Mit 142 Figuren im Text. 2. Aufl. [VIII u. 212 S.] 1895. n. *M.* 2.40.
II. Teil, für die drei Oberklassen der höheren Lehranstalten bestimmt. Mit 210 Figuren im Text. [VII u. 273 S.] 1894. n. *M.* 3.—
III. Teil, Lehr- und Übungsstoff zur freien Auswahl für die Prima realistischer Vollanstalten und höherer Fachschulen, nebst Vorbereitungen auf die Hochschul-Mathematik. Mit 160 Figuren im Text. [VIII u. 224 S.] 1895. n. *M.* 2.80.

——— ——— Dasselbe in 2 Teilen. Ausgabe für Gymnasien.
[Erscheint im Nov. 1895.]

Hrabák, Josef, k. k. Oberbergrath u. Prof., practische Hilfstabellen für logarithmische und andere Zahlenrechnungen. Dritte, abgekürzte Ausg. [V u. 253 S.] gr. 8. 1895. Geb. n. *M.* 3.—

Huebner, Dr. **L.**, Professor am Gymnasium zu Schweidnitz, ebene und räumliche Geometrie des Masses in organischer Verbindung mit der Lehre von den Kreis- und Hyperbelfunktionen neu dargestellt. 2., wohlfeile Ausgabe. [XVI u. 340 S.] gr. 8. 1895. geh. n. *M.* 4.—

Klein, F., Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie. Ausgearbeitet von F. Tägert. Mit 10 in den Text gedr. Fig. u. 2 lith. Tafeln. [V u. 66 S.] gr. 8. 1895. geh. n. ℳ 2.—

———— the Evanston Colloquium. Lectures on Mathematics delivered from Aug. 28 to Sept. 9, 1893, before members of the Congress of Mathematics held in connection with the World's Fair in Chicago at Northwestern University Evanston, Ill. by F. K. Reported by Alexander Ziwet. [IX u. 109 S.] gr. 8. 1894. In Leinw. geb. n. ℳ 6.— [In Kommission.]

Krause, Dr. Martin, Professor an der Königl. Sächs. technischen Hochschule zu Dresden, Theorie der doppeltperiodischen Functionen einer veränderlichen Grösse. 2 Bände. I. Band. [VIII u. 328 S.] gr. 8. 1895. geh. n. ℳ 12.—

Kronecker's, Leopold, Werke. Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften von K. Hensel. I. Band. Mit L. Kronecker's Bildniss. [IX u. 483 S.] gr. 4. 1895. geh. n. ℳ 28.—

Lie, Sophus, Geometrie der Berührungstransformationen. Dargestellt von Sophus Lie und G. Scheffers. In 2 Teilen. I. Teil. gr. 8. 1895. geh. [Erscheint im Nov. 1895.]

Muth, Dr. P., Grundlagen für die geometrische Anwendung der Invariantentheorie. Mit einem Begleitworte von M. Pasch. [VI u. 132 S.] gr. 8. 1895. geh. n. ℳ 3.—

Neumann, Dr. C., Professor der Mathematik an der Universität zu Leipzig, allgemeine Untersuchungen über das Newton'sche Princip der Fernwirkungen mit besonderer Rücksicht auf die elektrischen Wirkungen. [XXI u. 292 S.] gr. 8. geh.
[Erscheint im November 1895.]

Plücker's, Julius, gesammelte wissenschaftliche Abhandlungen. Im Auftrag der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen herausgeg. von A. Schoenflies u. Fr. Pockels. In 2 Bänden. Erster Band: Mathematische Abhandlungen. Herausgegeben von A. Schoenflies. Mit einem Bildniss Plücker's und 73 in den Text gedruckten Figuren. [XXXVI u. 620 S.] gr. 8. 1895. geh. n. ℳ 20.—
[Band II erscheint im Januar 1896.]

Schlesinger, Prof. Dr. Ludwig, Privatdozent an der Universität Berlin, Handbuch der Theorie der linearen Differentialgleichungen. [XX u. 486 S.] In 2 Bänden. I. Band. gr. 8. 1895. geh. n. ℳ 16.—

Schröder, Dr. Ernst, o. Prof. der Mathematik an der technischen Hochschule zu Karlsruhe, Algebra und Logik der Relative, der Vorlesungen über die Algebra der Logik dritter Band. I. Abteilung. Mit vielen Textfiguren. [VIII u. 649 S.] gr. 8. 1895. geh. n. ℳ 16.— [Band II, 2. erscheint im Herbst 1896.]

Schülke, Dr. A., vierstellige Logarithmen-Tafeln nebst mathematischen, physikalischen und astronomischen Tabellen. Für den Schulgebrauch zusammengestellt. [18 S.] gr. 8. 1895. Steif geh. n. ℳ —.60.

Stäckel, Dr. Paul, Professor an der Universität Königsberg, und Dr. **Friedrich Engel**, Professor an der Universität Leipzig, die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gaufs, eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der nichteuklidischen Geometrie. Mit 145 Textfiguren und der Nachbildung eines Briefes von Gaufs. [X u. 325 S.] gr. 8. 1895. geh. n. ℳ 9.—

Volkmann, P., ord. Professor an der Universität Königsberg i. Pr., Franz Neumann. * 11. September 1798, † 23. Mai 1895. Ein Beitrag zur Geschichte deutscher Wissenschaft. Dem Andenken an den Altmeister der mathematischen Physik gewidmete Blätter unter Benutzung einer Reihe von authentischen Quellen. Mit einem Bildniss Franz Neumann's. [VII u. 68 S.] gr. 8. geh. [Erscheint im Nov. 1895.]

Wirtinger, Dr. **Wilhelm,** a. o. Professor an der Universität in Innsbruck, Untersuchungen über Thetafunktionen. Von der philosophischen Fakultät der Universität Göttingen mit dem Beneke-Preise für 1895 gekrönt und mit Unterstützung der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften daselbst herausgegeben [VIII u. 125 S.] gr. 4. 1895. geh. n. ℳ 9.—

Wislicenus, Dr. **Walter F.,** a. o. Professor an der Universität Strafsburg, astronomische Chronologie. Ein Hülfsbuch für Historiker, Archäologen und Astronomen. [X u. 163 S.] gr. 8. 1895. In Lnw. geb. n. ℳ 5.—

Wüllner, Adolph, Lehrbuch der Experimentalphysik. 4 Bände. Erster Band. Allgemeine Physik und Akustik. Fünfte, vielfach umgearbeitete und verbesserte Auflage. Mit 321 in den Text gedruckten Abbildungen und Figuren. [X u. 1000 S.] gr. 8. 1895. geh. n. ℳ 12.—

——— ——— ——— Zweiter Band. Die Lehre von der Wärme. Fünfte, vielfach umgearbeitete und verbesserte Auflage. Mit 181 in den Text gedruckten Abbildungen und Figuren. [XI u. 936 S.] gr. 8. geh. ℳ 12 —

Soeben erschien:

ALGEBRA UND LOGIK

DER

RELATIVE,

DER

VORLESUNGEN ÜBER DIE ALGEBRA DER LOGIK

DRITTER BAND.

VON

DR. ERNST SCHRÖDER.

O. Ö. PROFESSOR DER MATHEMATIK AN DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU KARLSRUHE IN BADEN.

ERSTE ABTEILUNG.

MIT VIEL FIGUREN IM TEXTE.

Du gleichst dem Geist, den du begreifst,
Nicht mir! Goethe (Geist).

An ihren Früchten sollt ihr sie erkennen.
Matthäus.



[VIII u. 649 S.] Ladenpreis: geh. 16 Mark.

LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1895.

Bestell-Zettel.

Bei der Buchhandlung von

in

bestelle ich hiermit zu schnellster Lieferung ein Exemplar des im Verlage von B. G. Teubner in Leipzig soeben erschienenen Werkes:

Schröder, Algebra und Logik der Relative, der Vorlesungen über die Algebra der Logik Band III, 1. gr. 8. 1895. geh. n. ℳ 16.—

Unterschrift:

Ort, Datum, Wohnung:

Aus Teubners Mitteilungen 1895 Nr. 1:

Grundsätzlich dürfte kaum jemand bestreiten, daſs die Logik zu einer Kunst und Lehre vom exakten Denken und Schlieſsen endlich ausgestaltet werden muſs auch in einer solchen Richtung, daſs ihr nicht nur die (mit den Numeralien „alle“, „einige“ und „keine“ verknüpften) absoluten Begriffe, sondern auch die *relativen* Begriffe, wie „Teiler von -“, „relativ prim zu -“, „Ursache von -“, „Bild von -“, „Funktion von -“, „Kind von -“, „Käufer wessen, für wieviel, von wem“ (buyer of-for-from-), etc. zugänglich werden. Entfaltung der Logik in dieser Richtung muſs überdies eine unerläſsliche Vorbedingung bilden für die Verwirklichung des Ideales der Pasigraphie.

Seit nun die Bestrebungen sich mehrten, der Quelle nachzuspüren, wo der „Endlichkeits-“ und „Anzahl-“Begriff in der allgemeinen Logik wurzelt, und diese für die Arithmetik fundamentalen Begriffe, sowie die der verschiedenen Arten von Unendlichkeit, streng zu definiren, hat auch im Kreise der Mathematiker sich schon vielfach die Überzeugung eingebürgert, daſs nach genannter Richtung vor allem die Logik entwickelungsbedürftig sei; und nicht mehr lange möchte es währen, daſs noch einzelne sich solcher Erkenntnis verschlieſsen.

Jene Bestrebungen, unter denen Herrn Dedekind's Untersuchungen in der Schrift „Was sind und was sollen die Zahlen?“ vor allen hervorragen, haben geradezu hingedrängt auf das Studium des binären Relativs „Bild von -“; und es läſst sich die gesamte Arithmetik, Algebra, Analysis und dermalige Funktionenlehre in der That hinstellen als die Ausgestaltung der Theorie eines einzigen, nämlich des binären Relativs „um eins gröſser als -“. Wie sollte man hienach von der *allgemeinen* Theorie der Relative mit der Zeit nicht auch sonst noch Groſses erwarten dürfen?!

Ein Bezeichnungssystem und eine Disziplin zu schaffen, geeignet, auch wo relative Begriffe beliebig mit in Betracht kommen, jeden legitimen Schluſs erreichen und jeden unberechtigten vermeiden zu lernen, ist seit etwa einem halben Jahrhundert das Ziel einer Reihe von

Arbeiten scharfsinnigster Forscher, vor allem A. De Morgan's und Ch. S. Peirce's gewesen. Aus unvollkommnen Anfängen (De Morgan's „spiculae“) hat das Bezeichnungssystem sich allmählich — nicht ohne mehrfache Wandlungen bei Peirce selbst durchzumachen, durch des letztern Verdienst — zu einem eminent vollkommenen entwickelt.

Jene Wandlungen des Bezeichnungssystems sowohl, als lakonische Kürze der zum Teil in schwerer zugänglichen Schriftwerken versteckten Aufsätze des letztern Autors, eben genügend, demselben seine Errungenschaften zu sichern, erschweren jedoch sehr das Eindringen in dieselben. Auch war Peirce nach seiner Angabe (von 1887) mehr bedacht auf die Schöpfung eines zweckmäfsigen Bezeichnungssystems (directed towards the essential elements of the algebra), als dafs er auf die Lösung von Problemen ausgegangen wäre.

Es mufs demnach eine systematische Bearbeitung der ganzen Materie dringend wünschenswert erscheinen, wie sie nun Verfasser unternommen. In ihr werden auch die einfachsten Probleme der Disziplin systematisch aufgesucht und in der grofsen Mehrzahl, soweit es dem Verf. bis zum Abschlufs des Buches gelang, zur Lösung gebracht.

Namentlich ist es die Theorie der *binären* Relative, die mit einem Relate nur *ein* Korrelat verknüpfen, in einem gewissen Sinne das Relat selbst „bezeichnen“ und die weitaus wichtigsten, am häufigsten vorkommenden sind — der unser Band gewidmet sein wird.

Der ungeheuren Tragweite dieser Theorie, die er anfänglich unterschätzte, wurde Verfasser erst bei der Detail-Bearbeitung der einschlägigen Schriften Peirce's inne, welche, abgesehn von den Wiederholungen, die durch Wechsel im fortschreitenden Bezeichnungssysteme bedingt erschienen, einen unverhältnismäfsig geringen Druckraum einnahmen.

Nach des Verfassers Plane war diese Theorie ursprünglich bestimmt, nur ein paar Vorlesungen in der zweiten Abteilung des zweiten Bandes seiner Algebra der Logik einzunehmen. Aus diesem mufste sie aber ausgeschaltet werden, sowohl um den zweiten Band für inzwischen Hinzugekommenes zu entlasten, als auch weil sie selbst, ihrer Bedeutung entsprechend, übermächtig anschwoll — wie sie denn sich nun zu einem eignen dritten Bande auswächst. Dieser Band erscheint in zwei Abteilungen, deren erste etwa zugleich mit dem Ende des zweiten Bandes ausgegeben wird, während seine Vollendung wohl noch ein Jahr in Anspruch nehmen dürfte.

Die Begründung der Relativtheorie in Band 3 ist eine selbständige

nd von den zwei ersten Bänden unabhängig; doch wird über das aus esen Bekannte dann rasch hinweggegangen.

Bei der gänzlichen Neuheit des Gegenstandes, dessen Bearbeitung n der deutschen Litteratur noch gar keinen Vorläufer besitzt, kann r — sollte nicht dem Buche selbst vorgegriffen werden — aus dem annigfaltigen Inhalt desselben, nur weniges hervorgehoben werden:

Ein wesentlicher Teil von Dedekind's *Theorie der Ketten* — insesondere dessen Sätze 22..24 und 36..63 umspannend — erlangt n unserm Buche eine sehr viel weitere Geltung, indem die Sätze, statt blofs für „eindeutige Abbildungen" und „Systeme", als für beebige binäre Relative gültig nachgewiesen werden. Zugleich gelingt s, diese Kettentheorie erheblich zu vereinfachen. Der Satz der Logik, lcher dem Schlusse der vollständigen Induktion zu Grunde liegt, ird mit Aufwand von (die Wiederholungen mitgerechnet) nur neun elativsymbolen durch eine Formel auf etwa einer halben Zeile dartellbar . . .

Begriff und Theorie der *Funktionen* (eines Argumentes) ordnen ch denen der (binären) Relative ein und werden unabhängig von dem Zahlbegriffe. Der pasigraphische Name für „Funktion" baut sich us soviel Symbolen auf, als das Wort Buchstaben hat, und könnte it Hilfe desselben jeder Satz, der von *allen* Funktionen gilt, als eine dentität in der Algebra der Relative nachgerechnet werden . . .

Aber auch über das ganze Gebiet der mathematischen *Substitu-onen* erstreckt sich diese Algebra mit, und neben den begrenzten nd diskreten finden auch „unbegrenzte" und ev. kontinuirliche Subtitutionen Berücksichtigung, indem sie sich allesamt dem strengen unktionsbegriffe unterordnen — als die durchaus eindeutigen und eineutig umkehrbaren Funktionen eines Arguments sich darstellend . . .

Neben derlei spezifisch mathematischen Untersuchungsobjekten llen jedoch unsrer Disziplin auch irgendwelche Verhältnisse des ürgerlichen Lebens anheim, so: die Blutsverwandtschafts- und Verchwägerungsverhältnisse zwischen Personen. Vermittelst nur zweier uchstaben als spezifischer Belativsymbole und der wenigen allgemein gischen Zeichen lassen alle diese Verhältnisse sich unterscheidend in nzisester Weise darstellen, und dürfte für den einschlägigen Abschnitt es Corpus juris das Ideal der Pasigraphie sich in einer Weise verirklicht zeigen, die es an Vollkommenheit mit jedem Zahlensysteme ufnimmt (cf. zweite Abteilung des Buches) . . .

Die Relative werden auch *geometrisch* durch ihre Matrix dargestellt. ei diskretem Denkbereiche erscheint letztere äufserlich wie eine

Determinante, deren sämtliche Elemente nur Nullen und Einser wäre. Indem man die Einser in Augen oder Punkte verwandelt, die Nu- stellen leer läſst, kann die Matrix jedoch (bei kontinuirlichem De- bereiche) in irgend eine *Figur* der Koordinatenebene übergehen – sodaſs die Algebra der binären Relative sich auch als eine eigent- liche Form von analytischer Geometrie der Ebene präsentirt.

Dieselbe Operation, welche aus zwei Funktionen eine dritte, aus den Begriffen „Liebender von -" und „Wohlthäter von -" den Begriff „Liebender von einem Wohlthäter von -" *„zusammensetzt"*, wird auch an den Matrices vollziehen gelehrt. So weisen die Sätze unse- Algebra eine dreifache Evidenz auf: nächst der analytischen, die dur ihren förmlichen Beweis aus den fundamentalen Festsetzungen de Disziplin erzielt wird, auch eine geometrische und eine rhetorische (diese in der angewandten verbalen Logik) . . .

Das Verhältnis der Algebra der Relative (der unser dritter Band gewidmet) zum identischen und Aussagenkalkul (wie ihn Band 1 und behandeln) ist verglichen worden mit dem Verhältnisse der Differentia- rechnung zur Arithmetik — ein Vergleich, der in mehr als einer Hin- sicht zutrifft. Jedenfalls wird man sagen können, daſs mit dem Eintr in jene die Logik ihre Kinderschuhe ausgetreten hat.

Inhalt.

Erste Vorlesung.

Siebente Vorlesung.

Achte Vorlesung.

Neunte Vorlesung.

Zehnte Vorlesung.

Elfte Vorlesung.

Zwölfte Vorlesung.

☞ Die II. (Schlufs-)Abteilung erscheint voraussichtlich im nächsten Jahr.

Vorwort.

Das folgende Lehrbuch ist einerseits aus den Vorlesungen entstanden, welche der Verfasser an verschiedenen Hochschulen, vor Allem der Rostocker und der hiesigen über die doppeltperiodischen Functionen gehalten hat, andererseits aus den Arbeiten, die von seinen Schülern und ihm über den genannten Gegenstand in verschiedenen Zeitschriften veröffentlicht worden sind. Ursprünglich war es die Absicht, lediglich eine Theorie der Functionen zweiter und dritter Art zu geben, die in deutschen Lehrbüchern überhaupt noch nicht ausführlich behandelt worden sind — bei dem engen Zusammenhang aber, in welchem diese Functionen zu den gewöhnlichen doppeltperiodischen Functionen stehen, zeigte es sich als nöthig, auch letztere in den Kreis der Betrachtungen zu ziehen. Unter solchen Umständen entschloss ich mich, die Theorie der gesammten doppeltperiodischen Functionen in einheitlicher Weise zu entwickeln. Immerhin ist die ursprüngliche Absicht bei der Auswahl des behandelten Stoffes nicht ohne Einfluss gewesen — es ist von manchen Untersuchungen abgesehen worden, die mit dem ursprünglichen Zwecke nur in losem Zusammenhang stehen. Es bezieht sich das vor Allem auf die Transformationstheorie. Es ist als eine Hauptaufgabe des Werkes zu bezeichnen, diese Theorie auf anderer Grundlage, als es bisher in den Lehrbüchern geschehen ist, anzubahnen. Unter solchen Umständen ist davon abgesehen, auf die algebraischen und functionentheoretischen hierauf bezüglichen Untersuchungen tiefer einzugehen. Es konnte das um so mehr geschehen, als hierüber zwei ausgezeichnete Werke, die Werke von Weber und von Klein, vorliegen.

Eine klare Einsicht in das vom Verfasser Erstrebte dürfte erst nach dem Erscheinen des zweiten Bandes zu gewinnen sein. Derselbe soll die Anfänge der Transformationstheorie auf neuer Grundlage, die

Entwickelung der Functionen zweiter und dritter Art in trigonometrische Reihen und endlich die mannigfaltigen Differentialgleichungen behandelt, denen die genannten Functionen Genüge leisten.

Die Theorien, die der erste Theil behandelt, können am besten aus dem ausführlichen Inhaltsverzeichniss ersehen werden. Dieselben sollen neben Anderem über die Stellung der Functionen zweiter und dritter Art in der Theorie der gesammten doppeltperiodischen Functionen orientiren und können nach dieser Richtung hin als Einleitung in den zweiten Band angesehen werden.

Es ist dem vorliegenden Bande eine grössere Anzahl von Literaturangaben beigefügt worden. Auf Vollständigkeit sollen dieselben keinen Anspruch machen, insbesondere ist die ältere Literatur, vor Allem soweit sie sich auf die grundlegenden Arbeiten von Jacobi und Abel bezieht, wenig berücksichtigt worden. Es ist das geschehen, weil einerseits dieser Theil der Literatur mehrfach genauer behandelt worden ist, so in den citirten Werken von Enneper und Mansion, in einer Monographie von Koenigsberger u. s. f., andererseits weil die Arbeiten von Jacobi und Abel thatsächlich zum Gemeingut der Mathematiker geworden sind.

Bei der Zusammenstellung haben sich die Jahrbücher über die Fortschritte der Mathematik, die gegenwärtig von Herrn Lampe herausgegeben werden, von grösstem Nutzen gezeigt, da es mir nicht immer möglich war, die Originalarbeiten selbst einzusehen.

Herrn Dr. Naetsch spreche ich für liebenswürdige Beihülfe beim Lesen der Correcturbogen meinen verbindlichsten Dank aus.

Dresden, Juli 1895.

M. Krause.

Inhaltsverzeichniss.

Erster Abschnitt.

Einleitung in die Functionentheorie nach Weierstrass.

Zweiter Abschnitt.

Die Theorie der doppeltperiodischen Functionen auf Grund der Theorie der gewöhnlichen Thetafunctionen.

Vierter Abschnitt.

Die Theorie der doppeltperiodischen Functionen auf Grund der Thetafunctionen mit gebrochener Charakteristik.

Druck von B. G. Teubner in Dresden.

Das Rechenbuch von Harms und Kallius ist in nachfolgenden Schulen eingeführt:

Westpreußen.

Danzig, städt. Gymnasium.
„ Realgymn. St. Johann.
„ -Jenkau, Conradisches Realgymnasium.
Riesenburg, Realprogymnasium.

Brandenburg.

Berlin, Gymnasium z. grauen Kloster.
„ Joachimsthal-Gymnasium.
„ Friedr. Werder-Gymn.
„ Französisches Gymnasium.
„ Friedr. Wilh.-Gymnasium.
„ Friedrichs-Gymnasium.
„ Wilhelms-Gymnasium.
„ Askanisches Gymnasium.
„ Humboldts-Gymnasium.
„ Königstädt. Gymnasium.
„ Louisen-Gymnasium.
„ Lessing-Gymnasium.
„ Realgymn. Louisenstädt.
„ Realgymn. Dorotheenstädt.
„ höh. Bürgerschule I.
„ Schillmannsche Knabensch.
„ IV. Realschule.
„ XII. Realschule.
„ Seminar für Stadtschulen.
„ Victoriaschule, höh. Töchter.
„ Margarethensch., höh. Töcht.
„ III. höhere Bürgerschule.
„ III. Realschule.
„ höhere Knabenschule.
Berlin-Schöneberg, Prinz Heinrich-Gymnasium.
Bernau i. Mark.
Brandenburg, v. Saldernsch. Realgymnasium.
Charlottenburg, Augusta-Gymn.
Cottbus, Realschule.
Coepenick, Realschule.
Crossen, Realprogymnasium.
Cüstrin, Gymnasium.
Driesen.
Frankfurt a. O., Friedr.-Gymn.
„ Realgymnasium.
Friedeberg i. Neumark, Gymnasium.
Friedrichshagen b. Berlin, höhere Knabenschule.
Großlichterfelde, Progymnasium.
Guben, Gymnasium und Realgymnasium.
Havelberg, Realgymnasium.
Jüterbog, Pädagogium.
Kalkberge-Rüdersdorf b. Berlin. Privatschule.
Landsberg a. W., Gymnasium und Realgymnasium.
Lindow (Mark).
Lichterfelde, Kadettenhaus.
Lichtenberg-Friedrichsberg b. Berlin.
Nauen, Realgymnasium.
Osterburg i. Altmark, Pädagogium.
Potsdam.
Pankow b. Berlin, höhere Knabenschule.
Steglitz, Progymnasium.
Spremberg, Realprogymnasium.
Sorau, Gymnasium.
Sommerfeld, Bez. Frankfurt a. O., höhere Knabenschule.
Wilmersdorf b. Berlin, höh. Knabenschule.

Pommern.

Anklam, Gymnasium.
Belgard a. Pers., Gymnasium.
Colberg, Gymnasium.
Greiffenberg, Gymnasium.
Lauenburg, Progymnasium.
Polzin.
Stargard, Gymnasium.
Stolp, Gymnasium.
Treptow, Gymnasium.

Posen.

Gnesen, Gymnasium.
Grätz, höhere städt. Knabenschule.
Kempen, Progymnasium.
Ostrowo, Gymnasium.
Pleschen, deutsche Bürgerschule.
Posen, Kgl. Marien-Gymnasium.
„ Kgl. Friedr. Wilhelm-Gymn.
Rawitsch, Realgymnasium.
Rogasen, Gymnasium.
Schneidemühl, Gymnasium.
Wongrowitz, Gymnasium.

Das Rechenbuch von Harms und Kallius ist in nachfolgenden Schulen eingeführt:

Westpreußen.

Danzig, städt. Gymnasium.
" Realgymn. St. Johann.
" -Jenkau, Conradisches Realgymnasium.
Riesenburg, Realprogymnasium.

Brandenburg.

Berlin, Gymnasium z. grauen Kloster.
" Joachimsthal-Gymnasium.
" Friedr. Werder-Gymn.
" Französisches Gymnasium.
" Friedr. Wilh.-Gymnasium.
" Friedrichs-Gymnasium.
" Wilhelms-Gymnasium.
" Askanisches Gymnasium.
" Humboldts-Gymnasium.
" Königstädt. Gymnasium.
" Louisen-Gymnasium.
" Lessing-Gymnasium.
" Realgymn. Louisenstädt.
" Realgymn. Dorotheenstädt.
" höh. Bürgerschule I.
" Schillmannsche Knabensch.
" IV. Realschule.
" XII. Realschule.
" Seminar für Stadtschulen.
" Victoriaschule, höh. Töchter.
" Margarethensch., höh. Töcht.
" III. höhere Bürgerschule.
" III. Realschule.
" höhere Knabenschule.
Berlin-Schöneberg, Prinz Heinrich-Gymnasium.
Bernau i. Mark.
Brandenburg, v. Saldernsch. Realgymnasium.
Charlottenburg, Augusta-Gymn.
Cottbus, Realschule.
Coepenick, Realschule.
Crossen, Realprogymnasium.
Cüstrin, Gymnasium.
Driesen.
Frankfurt a. O., Friedr.-Gymn.
" Realgymnasium.
Friedeberg i. Neumark, Gymnasium.
Friedrichshagen b. Berlin, höhere Knabenschule.
Großlichterfelde, Progymnasium.
Guben, Gymnasium und Realgymnasium.
Havelberg, Realgymnasium.
Jüterbog, Pädagogium.
Kalkberge-Rüdersdorf b. Berlin. Privatschule.
Landsberg a. W., Gymnasium und Realgymnasium.
Lindow (Mark).
Lichterfelde, Kadettenhaus.
Lichtenberg-Friedrichsberg b. Berlin.
Nauen, Realgymnasium.
Osterburg i. Altmark, Pädagogium.
Potsdam.
Pankow b. Berlin, höhere Knabenschule.
Steglitz, Progymnasium.
Spremberg, Realprogymnasium.
Sorau, Gymnasium.
Sommerfeld, Bez. Frankfurt a. O., höhere Knabenschule.
Wilmersdorf b. Berlin, höh. Knabenschule.

Pommern.

Anklam, Gymnasium.
Belgard a. Pers., Gymnasium.
Colberg, Gymnasium.
Greiffenberg, Gymnasium.
Lauenburg, Progymnasium.
Polzin.
Stargard, Gymnasium.
Stolp, Gymnasium.
Treptow, Gymnasium.

Posen.

Gnesen, Gymnasium.
Grätz, höhere städt. Knabenschule.
Kempen, Progymnasium.
Ostrowo, Gymnasium.
Pleschen, deutsche Bürgerschule.
Posen, Kgl. Marien-Gymnasium.
" Kgl. Friedr. Wilhelm-Gymn.
Rawitsch, Realgymnasium.
Rogasen, Gymnasium.
Schneidemühl, Gymnasium.
Wongrowitz, Gymnasium.

Das Rechenbuch von Harms und Kallius ist in nachfolgenden Schulen eingeführt:

Schlesien.

Breslau, kathol. Realschule.
Brieg, Gymnasium.
Bunzlau, Gymnasium.
Cosel, Progymnasium.
Freiburg, Realprogymnasium.
Kattowitz, Gymnasium.
Laehn, Pädagogium.
Myslowitz, Progymnasium.
Ohlau, Gymnasium.
Reichenbach, Realgymnasium.
Schweidnitz, Gymnasium.

Sachsen.

Delitzsch, Realprogymnasium.
Eisleben.
Erfurt, Realgymnasium.
Halle, Stadtgymnasium.
" Realschule.
Halberstadt, Realgymnasium.
Heiligenstadt.
Liebenwerda.
Magdeburg, Gymn. Uns. lieb. Frauen.
" städt. höh. Bürgerschule.
" Realschule.
" Realgymnasium.
Neuhaldensleben, Gymnasium.
Naumburg, Dom-Gymnasium.
" Realprogymnasium.
Nordhausen, Realgymnasium.
Pforta, Kgl. Landesschule.
Quedlinburg.
Seehausen, (Altmark), Gymnasium.
Stendal.
Schönebeck a. d. Elbe, Realprogymn.
Torgau, Gymnasium.
Weißenfels, Progymnasium.
Wittenberg.

Schleswig-Holstein.

Altona, Gymnasium.
Blankenese, Realschule.
Flensburg, Handelsschule.
Hadersleben, Gymnasium.
Itzehoe, Realprogymn.
Kiel, Gymnasium.
Lauenburg, Realprogymnasium.
Marne, Realprogymnasium.
Meldorf, Gymnasium.
Oldesloe, Realprogymnasium.
Ottensen, Realschule.
Ploen, Gymnasium.
Ratzeburg, Gymnasium.
Rendsburg, Gymn. u. Realgymn.
Segeberg, Realprogymnasium.
Schleswig, Gymn. u. Realprogymn.
Wandsbeck, Gymn. u. Realgymn.

Hannover.

Aurich, Gymnasium.
Bad Sachsa a. H., Rhotertsche Realsch.
Celle, Realgymnasium.
" König-Gymnasium.
Duderstädt, Progymnasium.
" Realgymnasium.
Einbeck, Realprogymnasium.
Geestemünde, Realschule.
Hameln, Gymnasium.
Hannover, Kaiser Wilh.-Gymnasium.
" Realgymnasium I.
" Lyceum I.
" Gildemeister-Institut.
Hildesheim, Gymn. Josephineum.
" Gymn. Andreaneum.
Lauterberg a. Harz, Ahn'sche Erziehungsanstalt.
Leer, Gymnasium u. Realgymnasium.
Linden, Königl. höh. Lehranstalt.
Lingen, Gymnasium.
Meppen, Gymnasium.
Münden i. H., Realprogymnasium.
Nienburg a. d. W., Realprogymn., Progymnasium.
Norden, Gymnasium.
Osnabrück, Gymn. Carol.
Osterode a. H., Realgymnasium.
Roßla a. Harz, Realschule.
Stade, Gymnasium u. Realgymn.
Uelzen, Realprogymnasium.
Weener, höhere Lateinschule.
Wilhelmshaven, Gymnasium.

Westfalen.

Bochum, Realschule.
" höhere Töchterschule.
Castrop, Realschule.
Coesfeld, Gymnasium.
Hamm, Gymnasium.

Druck von Gerhard Stalling in Oldenburg.

Das Rechenbuch von Harms und Kallius ist in nachfolgenden Schulen eingeführt:

Schlesien.

Breslau, kathol. Realschule.
Brieg, Gymnasium.
Bunzlau, Gymnasium.
Cosel, Progymnasium.
Freiburg, Realprogymnasium.
Kattowitz, Gymnasium.
Laehn, Pädagogium.
Myslowitz, Progymnasium.
Ohlau, Gymnasium.
Reichenbach, Realgymnasium.
Schweidnitz, Gymnasium.

Sachsen.

Delitzsch, Realprogymnasium.
Eisleben.
Erfurt, Realgymnasium.
Halle, Stadtgymnasium.
" Realschule.
Halberstadt, Realgymnasium.
Heiligenstadt.
Liebenwerda.
Magdeburg, Gymn. Uns. lieb. Frauen.
" städt. höh. Bürgerschule.
" Realschule.
" Realgymnasium.
Neuhaldensleben, Gymnasium.
Naumburg, Dom-Gymnasium.
" Realprogymnasium.
Nordhausen, Realgymnasium.
Pforta, Kgl. Landesschule.
Quedlinburg.
Seehausen, (Altmark), Gymnasium.
Stendal.
Schönebeck a. d. Elbe, Realprogymn.
Torgau, Gymnasium.
Weißenfels, Progymnasium.
Wittenberg.

Schleswig-Holstein.

Altona, Gymnasium.
Blankenese, Realschule.
Flensburg, Handelsschule.
Hadersleben, Gymnasium.
Itzehoe, Realprogymn.
Kiel, Gymnasium.
Lauenburg, Realprogymnasium.
Marne, Realprogymnasium.
Meldorf, Gymnasium.
Oldesloe, Realprogymnasium.
Ottensen, Realschule.
Ploen, Gymnasium.
Ratzeburg, Gymnasium.
Rendsburg, Gymn. u. Realgymn.
Segeberg, Realprogymnasium.
Schleswig, Gymn. u. Realprogymn.
Wandsbeck, Gymn. u. Realgymn.

Hannover.

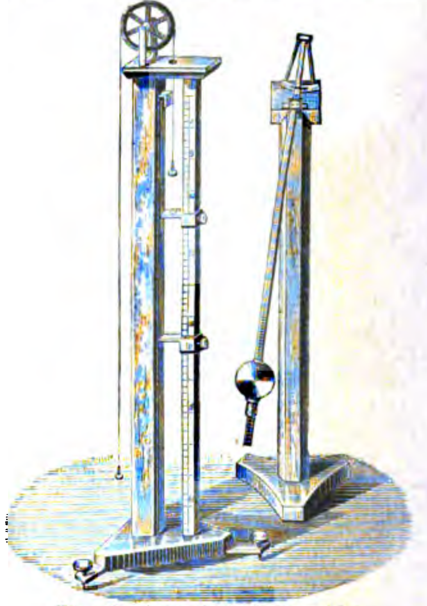
Aurich, Gymnasium.
Bad Sachsa a. H., Rhotert'sche Realsch.
Celle, Realgymnasium.
" König-Gymnasium.
Duderstädt, Progymnasium.
" Realgymnasium.
Einbeck, Realprogymnasium.
Geestemünde, Realschule.
Hameln, Gymnasium.
Hannover, Kaiser Wilh.-Gymnasium.
" Realgymnasium I.
" Lyceum I.
" Gildemeister-Institut.
Hildesheim, Gymn. Josephineum.
" Gymn. Andreaneum.
Lauterberg a. Harz, Ahn'sche Erziehungsanstalt.
Leer, Gymnasium u. Realgymnasium.
Linden, Königl. höh. Lehranstalt.
Lingen, Gymnasium.
Meppen, Gymnasium.
Münden i. H., Realprogymnasium.
Nienburg a. d. W., Realprogymn., Progymnasium.
Norden, Gymnasium.
Osnabrück, Gymn. Carol.
Osterode a. H., Realgymnasium.
Roßla a. Harz, Realschule.
Stade, Gymnasium u. Realgymn.
Uelzen, Realprogymnasium.
Weener, höhere Lateinschule.
Wilhelmshaven, Gymnasium.

Westfalen.

Bochum, Realschule.
" höhere Töchterschule.
Castrop, Realschule.
Coesfeld, Gymnasium.
Hamm, Gymnasium.

Druck von Gerhard Stalling in Oldenburg.

Während die meisten bisher gebrauchten Lehrbücher der Physik davon ausgingen, die Ergebnisse des Unterrichtes in Form einer Berichterstattung darzulegen und dieselben erst hinterher durch Experimente zu bestätigen, kommt in einigen neueren Erscheinungen aus diesem Gebiete der ohne allen Zweifel richtige Gedanke zum Ausdrucke, dass gerade für die Einführung in das Gebiet der Naturwissenschaften die einzig richtige Methode die induktive ist; es wird also zuerst an die Natur eine Frage in Form eines Versuches gestellt, dann eine Erklärung gegeben, ein Begriff festgestellt, ein Gesetz abgeleitet; später erst ist es möglich, aus einem solchen Gesetze durch Deduktion Folgerungen zu ziehen, Erscheinungen zu begründen, allenfalls bestätigende Versuche anzustellen.


Fig. 148. Atwoodsche Fallmaschine.

Nun ist dem Unterzeichneten in der ziemlich reichhaltigen einschlägigen Litteratur kein Buch bekannt, welches in solch streng folgerichtiger Weise diese neuere Methode durchgeführt hätte, als das vorliegende; klar und deutlich zeigt der Verfasser, dass der Unterricht in der Physik nicht bloss den Zweck verfolgt, eine gewisse Summe von Kenntnissen aus diesem Gebiete zu vermitteln, sondern dass dieser Unterricht durch Übung in der Anwendung logischer Methoden auf den Geist des Schülers in hohem Grade formell bildend einzuwirken vermag.

»Die Induktion ist die Grundlage aller Naturwissenschaft; sobald aber durch Induktionsschlüsse allgemeine Gesetze gefunden worden sind, greift der menschliche Geist spekulierend ein und leitet aus ihnen durch Deduktion besondere Gesetze ab«; das ist der Grundgedanke, auf welchem das ganze Lehrgebäude aufgerichtet ist. Von den einfachsten Erscheinungen ausgehend, führt uns das Buch, und zwar im grossen und ganzen dem historischen Gange der Forschung folgend und vom Besonderen zum Allgemeinen vorwärts schreitend, zu immer weiteren und höheren Entwicklungen fort, und es ist in dem Wesen dieser Methode wohl begründet, dass der Verfasser an den Schluss seines ganzen Buches gestellt hat, was andere an die Spitze stellen: eine hier erst mögliche, erschöpfende Definition des Begriffes Physik, wie überhaupt das Schlusskapitel »Endergebnisse« einen prächtigen Überblick über Wesen und Methode naturwissenschaftlicher Forschung bietet.

Dass die, von einigen Kleinigkeiten abgesehen, fehlerfreie Darstellung in formvollendeter Sprache gegeben ist, dass der Verfasser es versteht, das Interesse des Schülers zu erwecken und rege zu erhalten, erhöht sicherlich den Wert des Buches, das sich an Reichtum des Inhaltes mit jedem anderen, ähnlichen Werke messen kann. (Blätter für das bayer. Gymnasial-Schulwesen.)

Ref. hat unter den elementaren Lehrbüchern der Physik, die gleichzeitig als einleitende Werke in das Studium der allgemeinen Physik betrachtet werden können, nur sehr wenige gefunden, die ihm in jeder Beziehung so entsprechend bearbeitet scheinen, wie das vorliegende Buch, in dem die reichen Erfahrungen eines vieljährigen Unterrichtes gesammelt sind.

. . . Wie schon eingangs erwähnt wurde, ist das vorliegende Buch eine bedeutende litterarische Erscheinung, welche die Beachtung der Fachkollegen nicht minder wie jene der weiteren Kreise verdient, die den Anschauungen, die heute in der Physik gangbar sind, Interesse entgegen bringen. (Zeitschrift für die österreichischen Gymnasien.)

Verlag der Weidmannschen Buchhandlung in Berlin SW. 12.

Leitfaden

der

Experimental-Physik

für Realschulen; zugleich für Oberrealschulen:

Erste Stufe des Lehrbuchs der Physik für höhere Lehranstalten.

Von

Dr. H. Börner,

Direktor des Realgymnasiums in Elberfeld.

Mit 165 in den Text gedruckten Abbildungen.

Zweite Auflage.

Gr. 8°. (X u. 170 S.) Preis in Leinwand gebunden 2,20 Mark.

Des Verfassers treffliches Lehrbuch der Physik wurde in Band VIII besprochen. Der vorliegende Leitfaden ist gewissermassen ein Auszug aus dem umfangreicheren für neunklassige höhere Lehranstalten berechneten Lehrbuche. Die Methodik des Leitfadens ist ausgezeichnet: erst finden wir überall die Thatsachen angegeben, die zu den Gesetzen, Theorien führen. Überall ist nicht nur der Schulmann fühlbar, der die Praxis gründlich kennt, sondern auch der Gelehrte, der den Stoff gründlich beherrscht. **Das Buch steht in jeder Beziehung auf der Höhe.**

(Naturw. Wochenschrift.)

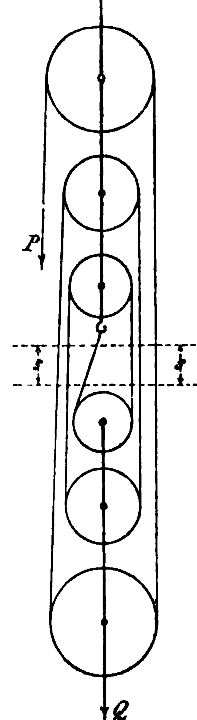


Fig. 8. Flaschenzug.

Von den meisten Lehrbüchern der Physik unterscheidet sich das vorliegende durch die streng durchgeführte eigenartige Methode. Es werden zuerst eine oder mehrere Erfahrungsthatsachen oder Versuche angeführt, aus denen dann durch Induktion Schlüsse gezogen, Gesetze abgeleitet werden. Diese werden dann durch andere Versuche bestätigt und geeignetenfalls folgen ihnen deduktive Entwicklungen. Die Versuche sind geschickt ausgewählt und so, dass sie mit möglichst einfachen Hilfsmitteln angestellt werden können. Die Figuren sind meist nur schematisch, aber scharf und klar. Dem Standpunkt der Schüler gemäss, für welche der Leitfaden bestimmt ist, sind mathematische Entwicklungen ausgeschlossen; auch ist der behandelte Stoff dementsprechend beschränkt. **Es ist zu hoffen, dass der Leitfaden sich in dem ihm zugewiesenen Kreise zahlreiche Freunde erwerben wird.**

(Central-Organ für die Interessen des Realschulwesens.)

Der Verfasser geht in diesem Leitfaden meist induktiv vor, ohne sich jedoch vollständig an diese Methode zu binden. Wo es der Fassungskraft der Schüler entspricht, wählt er auch den Weg der Deduktion. Der ganze Lehrstoff wird sehr übersichtlich in 232 Paragraphen behandelt. In der Regel geht der Verfasser von der Erfahrung oder dem Versuche aus und bildet daraus das Gesetz ab, um mit erläuternden Versuchen fortzufahren, Anwendungen zu besprechen etc. Die Sprache des Buches ist ungemein klar; in kurzen Sätzen wird alles Wichtige ausgesprochen

und durch verschiedene Drucksorten werden die verschiedenen Sätze des Textes deutlich hervorgehoben. Ausserdem ist der Text durch schematische, vom Verfasser selbst gezeichnete Figuren in sehr gelungener Weise unterstützt. Schwierige Partien, welche bei schwächeren Schülern auszulassen wären, sind bezeichnet.

Man findet selten ein Lehrbuch, das mit solcher Übersichtlichkeit und Klarheit einen Gegenstand vorführt, so dass es ein Vergnügen sein muss, nach dem Buche zu unterrichten. Es sei deshalb wärmstens der Aufmerksamkeit der Lehrerwelt empfohlen.

(Pädagog. Jahresbericht.)

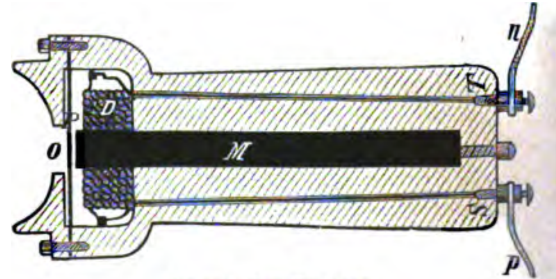


Fig. 112. Das Telephon.

Dieses Lehrbuch entspricht vollkommen den Anforderungen für Anstalten, welche auf eine intensivere mathematische Begründung verzichten müssen, weil die Schüler noch nicht genügend vorgebildet sind. Es führt auf induktivem Wege (durch Experiment oder Erfahrungssätze) in die Erscheinungen der Natur ein und deduziert daraus die Gesetze in sehr gelungener Weise; dadurch wird der die Erscheinungen untereinander verbindende Kausalnexus recht deutlich sichtbar gemacht. Die Versuche sollen nach dem Wunsche des Verfassers mit den einfachsten Mitteln gemacht werden, was wir aus mannigfachen Gründen vollkommen billigen. Die Anordnung des Stoffes ist die gewöhnliche, hergebrachte. Hypothesen sind nur da angeführt, wo sie absolut notwendig sind für die Erklärung. Die Ausstattung des Werkes ist, auch in den einfachen, schematischen Figuren, eine vorzügliche.

(Paedagogium.)

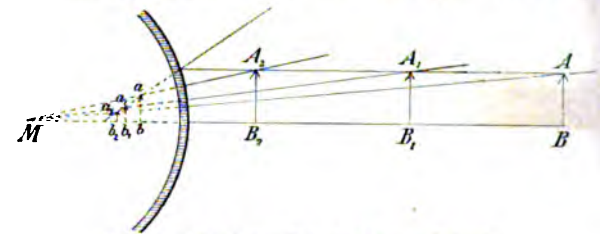


Fig. 136. Erhabener Spiegel (Konvex-Spiegel).

Die vorliegende neue Ausgabe der ersten Stufe des »Lehrbuchs« ist, wie ja auch der Titel andeutet, durch das Bestreben beeinflusst worden, den Anforderungen der sechsklassigen Realanstalten zu entsprechen und kann wegen seiner vielen Vorzüge, welche schon früher gewürdigt worden sind, zur Einführung an denselben empfohlen werden. Druck und Ausstattung des Werkes sind gut.

(Zeitschrift für das Gymnasialwesen.)

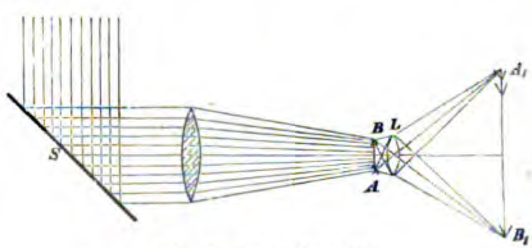


Fig. 165. Das Skioptikon.

Jedenfalls wird das vorliegende, der Erfahrung entsprungene und im Unterrichte bewährte Buch sich zur Einführung in die Physik recht geeignet erweisen.

(Zeitschrift für die österr. Gymnasien.)

Verlag der Weidmannschen Buchhandlung in Berlin SW. 12.

Leitfaden der Chemie

für Realschulen.

Von

Dr. Max Ebeling,

Oberlehrer an der 4. Realschule zu Berlin.

Mit 225 Abbildungen.

Gr. 8°. (VIII u. 157 S.) Preis in Leinwand geb. 2,20 Mark.

Vorwort.

Der vorliegende Leitfaden ist für Realschulen, also für Schulen mit einem einjährigen chemisch-mineralogischen Unterricht bestimmt. Aus der Praxis dieser Schule heraus entstanden, ist er den Bedürfnissen derselben besonders angepaßt und enthält in knapper Form den Lehrstoff, der nach den Erfahrungen des Verfassers in der Zeit eines Jahres durchgearbeitet werden kann.

Eine ganze Reihe von Elementen und ihren Verbindungen ist fortgelassen, andere sind nur kurz erwähnt, die Produktionsverhältnisse der Metalle und anderer Stoffe dagegen, die im Welthandel eine Rolle spielen, mit Rücksicht auf das praktische Leben, in welches unsere Schüler meist unmittelbar nach ihrem Abgang von der Schule hinaustreten, ausführlicher als dies sonst in Schulbüchern üblich ist, behandelt worden. Die Einleitung in die Chemie, welche fast immer den Elementen vorauszugehen pflegt, erfahrungsgemäß aber von den Schülern an dieser Stelle nicht benutzt wird, ist in engem Zusammenhang an bekannte einfache chemische Verbindungen den betreffenden Elementen eingefügt worden, ebenso einige Abschnitte aus der Mineralogie.

Besondere Sorgfalt wurde, um die Schüler an Versuche zu erinnern, welche in der Schule vorgeführt worden sind, auf die Auswahl geeigneter Abbildungen verwendet.

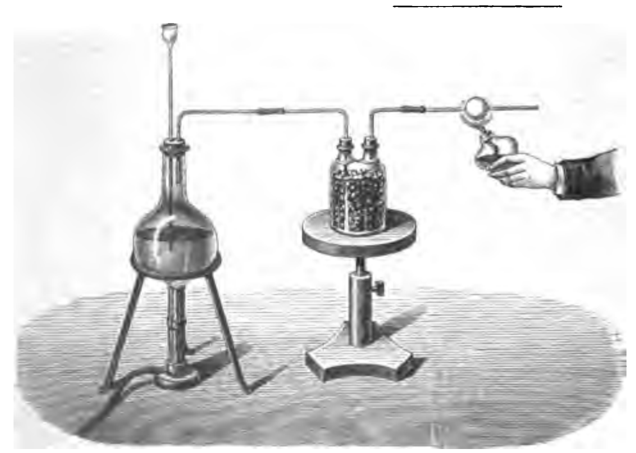


Fig. 50. Zerlegung des Ammoniak in Kaliumnitrit und Wasserstoff.

Von allen Leitfäden für **den chemischen Unterricht**, die **uns neuerdings zu Gesicht gekommen sind, und die** den **neuen preußischen Lehrplänen ihre Entstehung verdanken, ist der vorliegende einer** der **besten.** Die Verschmelzung der Mineralogie mit der Chemie ist sehr geschickt durchgeführt, die chemischen Grundbegriffe sind an passenden Stellen klar und scharf entwickelt. Der Bestimmung der Realschule entsprechend, ist auf die technische Chemie, wenn auch natürlich nur beschränkt, Rücksicht genommen; weniger wichtige Elemente und Verbindungen sind ganz fortgelassen, dafür aber die Bedeutung anderer für den Welthandel gebührend hervorgehoben. Die Anwendung der roten Farbe für die Axen der Krystalle macht die betreffenden Figuren leicht verständlich.

(Die Natur

In einer gedrängten Form sucht der Verfasser den Lehrstoff der Chemie darzustellen, um mit demselben in einem Jahre fertig zu werden. Es sind aus diesem Grunde manche Elemente ganz ausgelassen, andere nur kurz erwähnt, dagegen ist jenen eine ausführlichere Behandlung gewidmet, welche fürs praktische Leben eine größere Bedeutung haben. Die sonst gewöhnlich am Beginne der chemischen Leitfäden stehende Einleitung, welche gewisse chemische Begriffe zusammenstellt, ist hier an passenden Stellen eingefügt, was wir nur billigen können. In der Methode folgt der Verfasser den

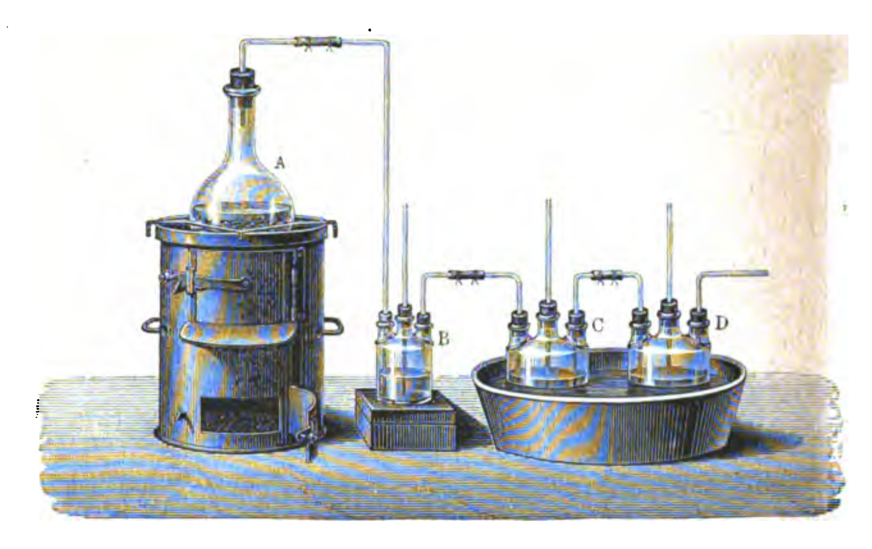


Fig. 21. Darstellung der Salzsäure.

bewährtesten Fachmännern. Überall, wo es paßt, sind die Mineralogie und auch die Lagerungsverhältnisse der Erze berücksichtigt und ist den praktischen Verwendungen gebührende Aufmerksamkeit gewidmet.

Mit einem Worte, das Werk ist als Schulbuch sehr gut angelegt und gewinnt außerdem durch eine splendide Ausstattung. Die vielen, anderen gediegenen Werken entnommenen Abbildungen unterstützen den klar geschriebenen Text in anschaulichster Weise. (Paedagogium.)

. . . . . Dagegen entspricht es dem Zweck des Buches und ist als ein Vorzug desselben anzuerkennen, daß der Verfasser die verschiedenen Zweige der technischen Chemie, die für den Schüler leichter faßlich sind, ausführlicher, als es sonst geschieht, darstellt, ohne zu sehr ins einzelne zu gehen. So wird die Sodaindustrie, die Fabrikation der Sprengstoffe, die Keramik, das Beizverfahren in der Färberei, die Galvanoplastik, die freilich von der Galvanostegie hätte unterschieden werden müssen, ferner die Spiegelmanufaktur und die Gewinnung und Verarbeitung der Schwermetalle und ihrer Legierungen knapp, aber verständlich behandelt und einerseits durch gute Abbildungen, andererseits durch statistische Zahlenangaben und graphische Darstellungen näher charakterisiert.

(Zeitschrift f. d. physikal. u. chemischen Unterricht.)

. . . . . Eigenartig sind dem Buche die Betonung des Technischen, die genauen Angaben über Produktionsverhältnisse (und Preise) der Metalle und anderer Stoffe, die im Welthandel eine Rolle spielen. Diese für das praktische Leben, in welches ja die Schüler der Realschulen in der Regel unmittelbar hinaustreten, so wichtigen Verhältnisse sind zum Teil auch graphisch dargestellt (z. B. auf Seite 138 sehr hübsch die Weltproduktion von Eisenerzen, Roheisen und Steinkohle). Auch das geschichtliche Element kommt gebührend zur Geltung. Da auch die Ausstattung des Textes durch sehr zahlreiche gute Abbildungen eine vortreffliche ist, kann das Buch zur Einführung an Realschulen warm empfohlen werden. (Gymnasium.



Brasilianischer Urwald.

iner Feigenart (Ficus) gehört der Baumriese mit Tafelwurzeln an, an dem rechts als Liane eine Aroidee
mporklettert, einer anderen Feigenart der „Mörderschlinger", der den schwächeren Stamm rechts im Hintergrunde
rwürgt; andere Lianen hängen seilartig im Hintergrunde von verschiedenen Bäumen herab; ebenda Schirmpalmen
Mauritia), davor ein Armleuchterbaum (Cecropia), in der Mitte ein Melonenbaum und ein Baumfarn; auf dem
bgestorbenen Stamme im Vordergrunde Epiphyten, insbesondere Orchideen, ein Krautfarn und eine Aroidee
(Philodendron); links ganz vorn eine andere Aroidee (Xanthosoma).

Verlag der Weidmannschen Buchhandlung in Berlin SW. 12.

Aus: „Wossidlo, Leitfaden der Botanik".

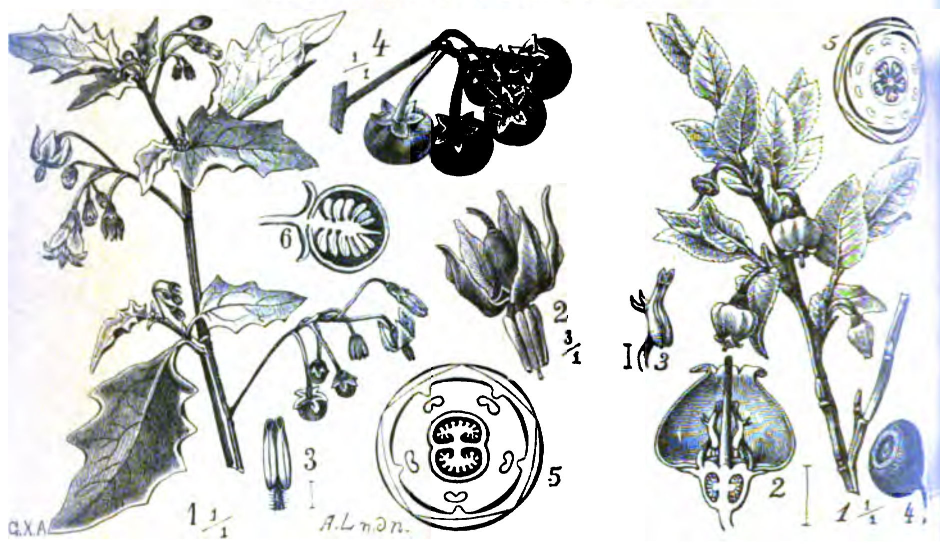


Fig. 97. Der schwarze Nachtschatten.

Fig. 138. Die gemeine Heidelbeer.

Fig 421. Das Helm-Knabenkraut von der Schnepfenfliege bef

Fig. 448. Weibliche Pflanze des Lebermooses.

Fig. 507. Querschnitt durch eine Zelle aus der Schale der

Verlag der Weidmannschen Buchhandlung in Berlin SW. 12.

Der Mensch.

Beschreibung des Baues und der Verrichtungen seines Körpers nebst Unterweisungen über die Gesundheitspflege.

Von

Dr. Paul Wossidlo,

Direktor des Königlichen Realgymnasiums in Tarnowitz.

Mit 78 in den Text gedruckten Abbildungen.

Gr. 8⁰. (71 S.) Geheftet 1 Mark.

Diese Schrift ist ein Abdruck des zweiten Abschnitts des bereits in sechster Auflage erschienenen Leitfadens der Zoologie von Wossidlo. Veranlassung zu der vorliegenden Sonderausgabe war der dem Verfasser von verschiedenen Seiten ausgesprochene Wunsch, diesen zweiten Abschnitt des Leitfadens, der sich beim Gebrauch in Schulen bewährt hatte, unabhängig von dem viel umfangreicheren ersten Abschnitte benutzen zu können. Besonders sei auf die Unterweisungen über die

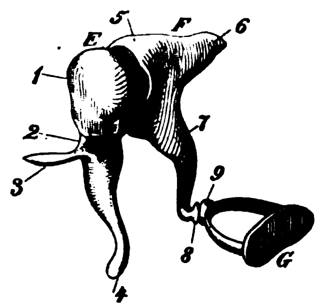


Fig. 54. Die Gehörknöchelchen des rechten Ohres, von vorn gesehen.

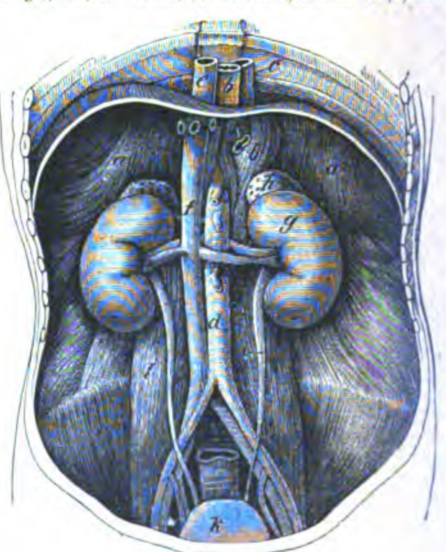


Fig. 65. Die Nieren.

Gesundheitspflege hingewiesen, die in kurzer, leicht verständlicher Schilderung alles enthalten, was dem Schüler über diesen wichtigen Gegenstand zu wissen nötig und ersprießlich ist. Die Vorzüge, die den naturgeschichtlichen Lehrbüchern von Wossidlo mit Recht eine so große Verbreitung gegeben haben, sind auch dieser kleinen Schrift eigen, sie sei daher den höheren Lehranstalten und besonders den Lehrer- und Lehrerinnen-Seminaren bestens empfohlen. Die klare, durch vorzügliche Abbildungen unterstützte Darstellung hat ihr bereits viele Freunde gewonnen.

Das Werkchen ist ein brauchbarer Abriß der Somatologie und verdankt dieses günstige Urteil ebensosehr der sorgfältigen Auswahl und Bearbeitung des Textes, wie der Unterstützung desselben durch zahlreiche, gute Holzschnitte, von denen einige durch verschiedenfarbige Partien besonders deutlich werden. (Zeitschrift f. d. Realschulwesen.)

Aus: „Wossidlo, Leitfaden der Zoologie“.



Fig. 57. Skelett des Pferdes.

Fig. 71. Das Elen.

Fig. 164. Die griechische Landschildkröte.

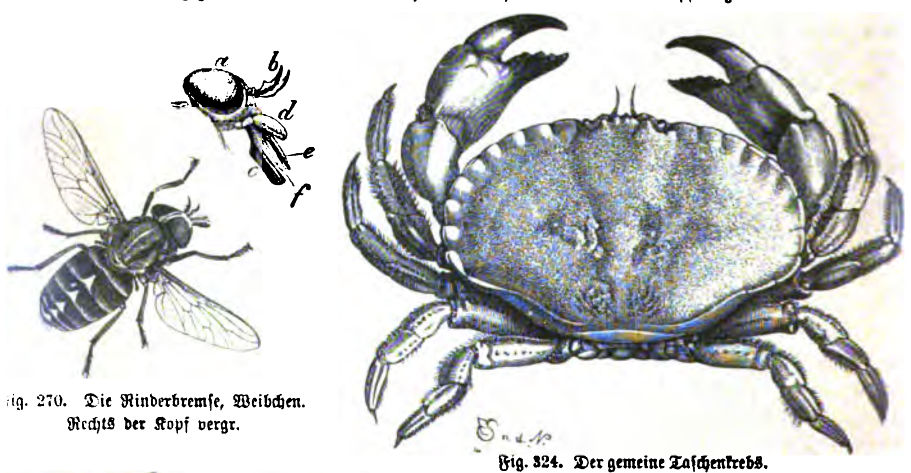
Fig. 141. Kopf des Haushahns.



Fig. 201. Der Kabeljau.

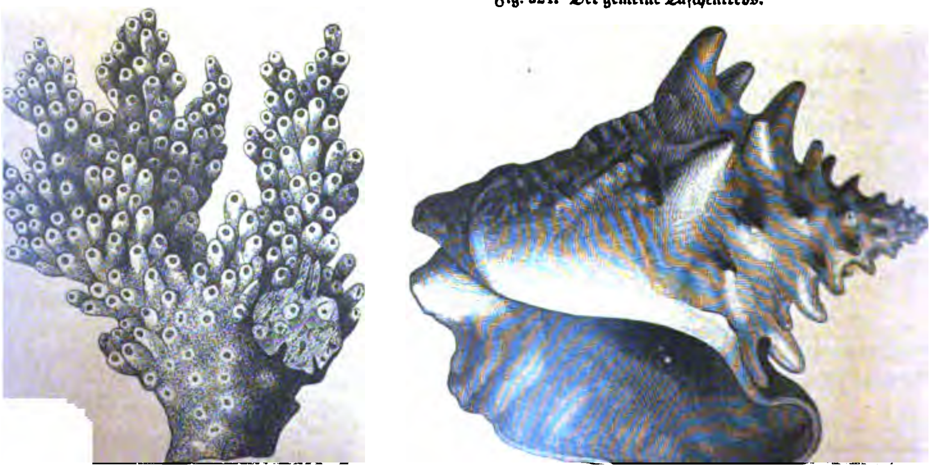


Fig. 263. Arbeiter und Weibchen der Erdhummel. Links der Kopf vergr.



ig. 270. Die Rinderbremse, Weibchen. Rechts der Kopf vergr.

Fig. 324. Der gemeine Taschenkrebs.



Verlag der Weidmannschen Buchhandlung in Berlin SW. 12.

Leitfaden der Mineralogie und Geologie

für höhere Lehranstalten.

Von

Dr. Paul Wossidlo,

Direktor des Königlichen Realgymnasiums in Tarnowitz.

Mit 696 in den Text gedruckten Abbildungen und einer geologischen Karte in Buntdruck.

Gr. 8°. (VI u. 238 S.) In Leinwand geb. 3 Mark.

Der Verfasser hat ein besonderes Geschick für die Abfassung von Leitfäden und Lehrbüchern, und so sehen wir ihn seit einigen Jahren beschäftigt, dieses Geschick in volle Thätigkeit zu setzen. Bei dem vorliegenden Leitfaden setzt der Verfasser nur die Kenntnisse eines Tertianers voraus und setzt sich überhaupt in dem Vorworte mit seinen didaktischen Prinzipien auseinander. Im ersten Abschnitt behandelt er die Mineralogie im engeren Sinne, wobei er mit der Krystallographie beginnt, sodann auf die physikalischen Eigenschaften der Mineralien eingeht, endlich diese selbst in sechs Klassen schildert. Der zweite Abschnitt betrifft die Geologie nach Petrographie, Vulkanismus, Wasserwirkung, Schichtung, Lagerung und Alter der Gesteine sowie der Erdformationen. Das alles ist so kurz und bündig gegeben und mit guten Holzschnitten ausgestattet, daß das Buch selbst als Lehrbuch für den Selbstunterricht empfohlen werden kann. (Die Natur.)

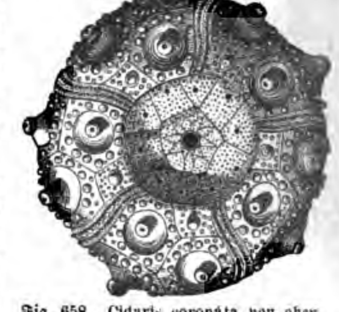


Fig. 658. Cidaris coronata von oben gesehen, vergr.

Das Werkchen läßt sich als vorzügliches Lehrmittel empfehlen und kann selbst strebsamen Schülern außerhalb der Schule, zur Fortbildung in die Hand gegeben, gute Dienste leisten. (Dittes, Pädagog. Jahresbericht.)

Anfangsgründe der Mineralogie

für Gymnasien, Real- und höhere Bürgerschulen.

Von

Dr. Paul Wossidlo,

Direktor des Königlichen Realgymnasiums in Tarnowitz.

Mit 378 in den Text gedruckten Abbildungen.

Gr. 8°. (IV u. 111 S.) In Leinwand geb. 1,80 Mark.

Diese „Anfangsgründe" zeichnen sich ebenso wie die andern, bereits in dieser Zeitschrift angezeigten naturwissenschaftlichen Schulbücher desselben Verfassers durch eine klare und elementare Darstellungsweise vorteilhaft vor ähnlichen Büchern aus. Krystallographie ist nur insoweit behandelt, als sie für das Verständnis des gesetzmäßigen Baues der Mineral-Individuen unentbehrlich ist. An etwa 20 Mineralien werden die wichtigsten mineralogischen Grundbegriffe, insbesondere aber die Elemente der Krystallographie entwickelt und im zweiten Abschnitt übersichtlich zusammengestellt. Auf etwa 40 Seiten giebt der Verfasser einen mit vielen schönen und charakteristischen Figuren geschmückten Abriß der Geologie. Der Verleger hat das kleine Buch vortrefflich ausgestattet. (Zeitschrift für das Gymnasial-Wesen.)



Fig. 124. Druse von Eisenspat und Quarz.

Die zum erstenmale vorliegenden Anfangsgründe der Mineralogie schließen sich den früheren Leitfäden würdig an. Der Verfasser bewährt auch hier sein großes methodisches Geschick, und insbesondere berührt angenehm die weise Beschränkung, die er sich bei der Stoffauswahl auferlegt hat. (Der praktische Schulmann.)

Verlag der Weidmannschen Buchhandlung in Berlin SW. 12.

Für die Hand des Lehrers:

Lehrbuch der Zoologie

für höhere Lehranstalten, sowie zum Selbstunterricht.

Von

Dr. Paul Wossidlo,

Direktor des Realgymnasiums zu Tarnowitz.

Mit 649 in den Text gedruckten Abbildungen.

Gr. 8°. (XVI u. 525 S.) Preis 4 Mark.

Wir schließen mit **einem der vortrefflichsten** Lehrbücher der Zoologie für höhere Sch... Es hat freilich keine besondere Methode als das zoologische System, allein dasselbe genügt ihm, ... auf streng wissenschaftlichem Wege zu erreichen, was andere durch Kurse zu erringen streben. S... sorgt Verfasser am Schlusse einer jeden Klasse und eines jeden Kreises für Übersichten und ... Schlusse seines Werkes für eine Einsicht in die elementaren Organe des tierischen Körpers. ... den Wirbeltieren ausgehend, steigt er von den Säugetieren abwärts zu den Urtieren herab ... behandelt erst zum Schlusse den Menschen nach Skelet, Muskel- und Nerven-System, nach Sinn... und Ernährungs-Organen, nach Stimme und Rassen. Über einen so einfachen Gang ist ni... weiter zu sagen, als daß er eben streng wissenschaftlich ist; und dieser Wissenschaftlichkeit entspr... auch **die ungewöhnlich schönen Abbildungen, so daß der Preis des Buches geradezu ein une... hörter bei solchem Umfange von Text und Holzschnitten, sowie bei so schöner Ausstattung** i...

(Die Natur

Das Buch wird sich sicherlich schnell viele Freunde erwerben, umsomehr, da eine große An... von geschickt ausgewählten und vorzüglich ausgeführten Abbildungen den Text aufs wirksamste ve... anschaulichen, und der Preis des Buches ein ganz unerhört niedriger ist.

(Deutsche Litteratur-Zeitun...

Lehrbuch der Botanik

für höhere Lehranstalten, sowie zum Selbstunterricht.

Von

Dr. Paul Wossidlo,

Direktor des Realgymnasiums zu Tarnowitz.

Mit 553 in den Text gedruckten Abbildungen und einer Karte der Vegetationsgebiete in Buntdruck.

Gr. 8°. (X u. 402 S.) Preis 4 Mark.

Seinem trefflichen und weit verbreiteten Lehrbuch der Zoologie läßt der Verfasser ein na... denselben Grundsätzen bearbeitetes Lehrbuch der Botanik folgen. Er huldigt bekanntlich durchaus de... induktiven Methode, aber er läßt in der Auswahl des Stoffes, in der Anordnung und Behandl... desselben dem Lehrer größere Freiheit als die meisten der bisher erschienenen streng methodi... Lehrbücher. Er erreicht dies durch systematische Anordnung der Beschreibungen, welche auch de... Schüler die Übersicht und Orientierung erleichtert, Wiederholungen auch nach längerer Zeit ermö... und ihm das Pflanzenreich von vornherein als ein in sich zusammenhängendes Ganze ersche... läßt, das ihm in demselben Maße durchsichtiger wird, wie er in das Buch hineinwächst. ... systematischen Behandlung der Phanerogamen folgt eine Übersicht mit kurzer, treffender Beschrei... der Familien, ein Kapitel über die Morphologie und das Wichtigste aus der Biologie. Den Sch... bildet die Geographie und Geschichte, die Anatomie und Physiologie der Pflanze. **Ganz wesentlich zeichnen sich diese Bücher durch die ausgezeichneten Abbildungen aus, die in Zeichnung und Schnitt die Abbildungen anderer Lehrbücher weitaus überragen.** (Humbo...

Überblickt man das Geleistete, so kann man diesem Lehrbuche die volle Anerkennung nicht versagen, da es in der Gliederung und Behandlung des Stoffes ebenso wie durch seine elegant... Ausstattung den weitgehendsten Anforderungen entspricht. **Es sei daher nur auf das wärmste empfohlen.**

(Zeitschrift f. d. österr. Gymnasien...

Berlin, Druck von Albert Damcke.

Inhaltsverzeichnis.

(Von der Redaktion geschlossen am 22. November.)

Das Inhalts-Verz. zu diesem Jahrg. wird mit dem 1. Hefte des neuen Jahrg., das noch vor Weihnachten erscheinen soll, ausgegeben werden

---

Wir ersuchen unsere geehrten Herren Mitarbeiter, etwaige, den Aufsätzen beizufügende Figuren — gleichviel ob dieselben im Texte selbst oder auf besonderen Tafeln veröffentlicht werden sollen — im Interesse einer raschen und exakten Ausführung stets auf besonderen Blättern, wenn möglich in der gewünschten Grösse und in thunlichst präciser Zeichnung dem Manuskripte beilegen zu wollen.

Die Redaktion.

Diese Zeitschrift erscheint jährlich in 8 Heften zu je 5 Druckbogen; der Jahrgang kostet 12 Mark. Alle Buchhandlungen und Postanstalten nehmen Bestellungen an.

Für die Schrift-Leitung verantwortlich: **J. C. V. Hoffmann, Leipzig-Neustadt**, Eisenbahnstr. 57.I., an den auch Beiträge, Bücher u. s. w. zu senden sind.
